VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

DERDE REEKS.

EERSTE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER
1885.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

EERSTE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Vrijdag 25 April 1884.

Tegenwoordig de Heeren: BUIJS BALLOT, Voorzitter, VAN DER WAALS, MICHAËLIS, LORENTZ, BAEHR, MULDER, FRANCHIMONT, HOFFMANN, ZAAIJER, BIERENS DE HAAN, VAN DIESEN, SCHOLS, HOEK, KAMERLINGH ONNES, HUBRECHT, SURINGAR, KOSTER, ZEEMAN, STOKVIS, RIJKE, J. A. C. OUDEMANS, HEYNSIUS, GRINWIS, RAUWENHOFF, DIBBITS, VAN RIEMSDIJK, BEHRENS, VON BAUMHAUER, MAC GILLAVRY, KORTEWEG, PLACE, DE VRIES en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris, voorts het Correspondeerend Lid BERNELOT MOENS.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1°. E. H. VON BAUMHAUER, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 17 April 1884; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van de bibliotheek van Teyler's Stichting te Haarlem, 19 April 1884; 3°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 23 April 1884; 4°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage

18 April 1884; 5°. W. F. G. van Laak Jr., Bibliothecaris der Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1884; 6°. den Beer Poortugael, Gouverneur der Koninklijke Militaire Akademie te Breda, 23 April 1884; 7°. A. Goudry, Secretaris van het Willems-Fonds te Gent, 10 April 1884; 8°. Milne Edwards, Parijs, 2 April 1884; 9°. L. Pasteur, Parijs, 8 April 1884; 10°. M. Berthelot, Parijs, April 1884; 11°. J. Béclard, Secretaris der Académie de médecine te Parijs, 17 April 1884; 12°. L. Delisle, Directeur der Bibliothèque Nationale te Parijs, 6 April 1884; 13°. het Ministère de la Guerre te Parijs, 7 April 1884; 14°. R. Blanchard, Secretaris der Société zoologique te Parijs, 9 April 1884; 15°. Croizier, President der Société Académique Indo-Chinoise te Parijs, 18 April 1884; 16°. den President der Société agricole, scientifique et littéraire te Perpignan, 31 Maart 1884; 17°. Gatien-Arnoult, Secretaris der Académie des sciences, inscriptions et belles lettres te Toulouse, 31 Maart 1884; 18°. L. Deschamps, Secretaris der Société des antiquaires de la Morinie te St. Omer, 31 Maart 1884; 12°. J. Garnier, Secretaris der Société des antiquaires de Picardie te Amiens, 31 Maart 1884; 20°. A. Durieux, Secretaris der Société d'émulation te Cambrai, 1 April 1884; 21°. A. Martin, President der Société d'agriculture, sciences et arts te Valenciennes, 11 April 1884; 22°. R. Owen, Londen, 18 Maart 1884; 23°. W. Thomson, Glasgow, 2 April 1884; 24°. W. J. Thackeray, Directeur van de Royal Observatory te Greenwich, 18 April 1884; 25°. F. Nicholson, Bibliothecaris der Literary and Philosophical Society te Manchester, 22 April 1884; 26°. J. J. King, Secretaris der Natural History Society te Glasgow, 21 April 1884; 27°. F. Czermak, Secretaris van het Naturforschende Verein te Brunn, 1 December 1883; 28°. E. du Bois-Reymond, Berlijn, 5 April 1884; 29°. B. Windscheid, Leipzig, 1 April 1884; 30°. Th. Nöldeke, Straatsburg, 26 Maart 1884; 31°. Triem, Bibliothecaris der Pollichia te Dürkheim, 10 Januari 1884; 32°. Conwentz, Secretaris der Naturforschende Gesellschaft te Danzig, 1 April 1884; 33°. G. Karsten, Secretaris van het Naturwissenschaftliche Verein

te Kiel, 5 April 1884; 34°. H. STREBEL, Secretaris van het Naturwissenschaftliche Verein te Hamburg, 26 Maart 1884; 35°. H. BRUNN, Bibliothecaris der Astronomische Gesellschaft te Leipzig, 27 Maart 1884; 36°. C. KNOOP, Secretaris der Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde te Hanau, 2 April 1884; 37°. R. REUSS, Conservator der Bibliothèque Municipale te Straatsburg, 5 April 1884; 38°. F. IMHOOF BLÜMER, Winterthür, 22 April 1884; 39°. TH. STECK, Bibliothecaris der Naturforschende Gesellschaft te Bern, Juni 1883; 40°. J. KOCH, Bibliothecaris der Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften te Bern, Juni 1883; 41°. F. MALMBERG, Directeur van het Nautisk-Meteorologiska Byran te Stockholm, 16 April 1884; 42°. A. C. TROLSUM, Bibliothecaris der Université royale te Christiania, 8 April 1884; 43°. EDW. BURGESS, Secretaris der Boston Society of natural history te Boston, 20 September 1883; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 8 April 1884; 2°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 19 Maart 1884; 3°. L. RIEBER, Secretaris der Maatschappij tot bevordering der bouwkunst te Amsterdam, 7 April 1884; 4°. E. H. VON BAUMHAUER, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 15 April 1884; 5°. DE MILLOUÉ, Directeur van het Musée Guimet te Lyon, 20 Februari 1884; 6°. GATIEN-ARNOULT, Secretaris der Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres te Toulouse, 18 Februari 1884; 7°. SIEGEL, Secretaris der Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 15 December 1883; 8°. den Directeur der Gesellschaft für bildende Kunst te Emden, 1 Februari 1884; 9°. F. E. KOCH, Secretaris van het Verein der Freunde der Naturwissenschaften in Mecklenburg te Güstrow, Juni 1883; 10°. J. KOCH, Bibliothecaris der Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften

te Bern, Augustus 1883: 11°. Th. Steck, Bibliothecaris der Naturforschende Gesellschaft te Bern, September 1883; 12°. H. Wild, Directeur van het Physikalisch Central-Observatorium te St. Petersburg, December 1883; 13°. den Directeur der U. S. Geological Survey te Washington, 21 September 1883; 14°. J. Rodgers, Superintendent v. h. U. S. Naval Observatory te Washington, October 1883; 15°. Edw. Burgess, Secretaris der Boston Society of natural history te Boston, 20 September 1883; 16°. W. H. Bennett, Superintendent of Public property of Wisconsin te Madison, Mei 1883; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Afwezig met kennisgeving de Heer van Hasselt.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. een schrijven van den Minister van Binnenlandsche Zaken (d d. 19 April 1884), inhoudend de kennisgeving, dat Z. M. de benoemingen van de heeren C. H. D. Buijs Ballot tot Voorzitter, J. D. van der Waals tot Onder-Voorzitter en C. A. J. A. Oudemans tot Secretaris der Afdeeling heeft bekrachtigd; 2°. een brief van het correspondeerend lid der Afdeeling, den heer R. D. M. Verbeek (Buitenzorg 10 Maart 1884), ter begeleiding van nummer 19 der officiële Javasche Courant van 7 Maart 1884, waarin is afgedrukt een door genoemden correspondent geschreven: »*Kort Verslag over de eruptie van Krakatau op* 26, 27 *en* 28 *Augustus* 1883."

Eene fransche vertaling van dit verslag, door de zorg van den heer von Baumhauer ter perse gelegd voor de Archives Néerlandaises, wordt door dezen ten geschenke aangeboden voor de boekerij.

— De heeren Korteweg en Grinwis brengen een gunstig rapport uit over de verhandeling van den heer Dr. F. de Boer, en stellen voor haar op te nemen in de *Verslagen en Mededeelingen*. Aldus wordt besloten.

— De Heeren Bierens de Haan en Korteweg oordeelen eveneens gunstig over de verhandeling der heeren J. C. en

W. KAPTEIJN. Daaraan zal, op hun voorstel, eene plaats worden ingeruimd in de 4° werken.

— De Voorzitter geeft een kort verslag van zijne zending naar Edinburg, bij gelegenheid der viering van het derde eeuwfeest ter herinnering aan de stichting der daar gevestigde Universiteit, en roemt de ontvangst, aan de vreemde gasten aldaar te beurt gevallen.

— De Heer VON BAUMHAUER spreekt over de op 3 October 1883, des namiddags om 5 uren, in Midden-Java gevallen meteorieten. Een daarvan, die in het Leidsch mineralogisch Museum bewaard blijft, werd in het district Lepreh, afdeeling Ngawie, terstond na den val opgeraapt en bleef ongeschonden. Een tweede werd ook dadelijk na den val in het district Djogorogo, afdeeling Ngawie, door vier inlanders opgeraapt, maar in stukken geslagen, door welke omstandigheid slechts een paar kleine stukjes naar Nederland zijn gekomen. Een derde eindelijk, uit Nederlandsch-Indië overgezonden, als op hetzelfde oogenblik in de dessa Tjoeroet, district Manggar, gevallen en door een inlandsch meisje opgeraapt, bleek geen meteoriet, maar een gewone rolsteen van foraminifeeren kalksteen te zijn. Dit meisje zag den vuurbol dicht bij zich neêrvallen, doch heeft, in stede van den meteoriet, die diep in den grond was geslagen, een op de oppervlakte liggenden kalkkogel opgeraapt.

Deze meteorietenval heeft onder de gewone verschijnselen van een vuurbol en van hevige kanonschoten plaats gevonden, evenals een later in den nacht van 17 op 18 Januari 1884 te Tjinangka, district Anjer, plaats gevonden meteorietenval, door den Heer VERBEEK vermeld, waar, tengevolge van het nachtelijk uur, geen steenen gevonden zijn. De door den Heer VON BAUMHAUER geanalyseerde meteoriet van Ngawie onderscheidt zich van vele anderen door zijn gering nikkelijzergehalte, zijne groote broosheid en geringen samenhang, en door zijn opmerkelijke structuur; hij bestaat namelijk uit een aggregaat van kogeltjes van twee of meer silikaten, die door zwavelijzer aan elkander zijn gecemen-

teerd. De silikaten, waaruit de steen bestaat, zijn het monosilikaat olivin, een bisilikaat enstatiet, en, met het oog op het alkaligehalte, een veldspaathachtig trisilikaat, en mogelijk nog vrij kiezelzuur.

— De Heer Grinwis biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan een opstel, getiteld: »Bijdrage over de volledige viriaalvergelijking," en schetst in korte trekken den inhoud er van.

— De Heer Suringar bespreekt kortelijk het voornemen van zijn ambtgenoot Martin en hemzelven, om, indien geen onverhoopte bezwaren zulks verhinderen, in de volgende wintermaanden eene wetenschappelijke reis naar een deel van onze West-Indische bezittingen te ondernemen. Met erkentelijkheid maakt hij gewag van de blijken van belangstelling, die dit plan mocht ondervinden, behalve bij de Regeering, die de noodige toestemming gaf, in de eerste plaats bij het Aardrijkskundig Genootschap, dat, tot tegemoetkoming in de kosten, eene som uit de daartoe bestemde fondsen heeft beschikbaar gesteld, en voorts de meeste welwillendheid heeft betoond ten aanzien van hunne vrijheid en zelfstandigheid in de regeling van het plan, welks wijze van uitvoering geheel aan hen is overgelaten. Ook het Koninklijk Instituut voor Taal-, Land- en Volkenkunde voor Nederlandsch-Indië, gaf een dergelijk bewijs van belangstelling, door uit eigen beweging een krediet, ten behoeve van dit onderzoek, aan te bieden.

Spreker behandelt vervolgens de algemeene plantengeographische verhoudingen van West-Indië, in verband met de studie van onze bezittingen aldaar, en vermeldt de geologische problemen, welke ten aanzien van de eilanden, op zich zelf en met betrekking tot het vasteland, nog moeten worden opgelost.

Hij verklaart zich bereid om te letten op bijzondere wenschen van die leden der Afdeeling, welke zich met botanische onderzoekingen bezig houden en beveelt zich eventueel voor hunne medewerking aan.

— De Heer BIERENS DE HAAN biedt aan voor de boekerij: *Benedictus de Spinoza*, *Stelkonstige reeckening van den regenboog* and *Reeckening van Kanssen*, two nearly unknown treatises.

— De Heer RAUWENHOFF biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan eene verhandeling van den Heer C. VAN WISSELINGH, getiteld: »De kernscheede bij de wortels der Phanerogamen." Zij wordt door den Voorzitter in handen gesteld van de Heeren RAUWENHOFF en SURINGAR om advies.

— De Heer BUIJS BALLOT stelt ter bezichtiging en verklaart een door den Heer OLLAND, instrumentmaker te Utrecht, vervaardigden seismograaf.

— De Heer DE VRIES biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan eene verhandeling: »Ueber die Periodicität im Säuregehalte der Fettpflanzen".

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

OVER DEN OP 3 OCTOBER 1883 TE NGAWI

IN MIDDEN-JAVA

GEVALLEN METEORIET.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Bij missiven van 21 en 25 November 1883, had de Heer R. D. M. VERBEEK, Mijningenieur 1ste klasse te Buitenzorg, de goedheid mij mede te deelen, dat den 3den October 1883, 's avonds te 5 à $5^1/_2$ uren, gevallen waren:

1°. Een meteoriet in de dessa Gentoeng, district Djogorogo, Afdeeling Ngawi, residentie Madioen, welke door een inlander in drie stukken geslagen was.

2°. Een tweede, gevallen ter zelfder tijd te Kedoeng Poetri, district Sepreh, Afdeeling Ngawi.

3°. Een groote witte ronde kogel, zonder gesmolten korst, welken een inlandsch meisje bij de dessa Tjoeroet, district Manggar, adsistent-residentie Demak, residentie Semarang, zegt te hebben zien vallen.

Volgens de residentiekaarten van Java, bedraagt de afstand van Tjoeroet, waar n°. 3 zoude gevallen zijn, tot Kedoeng Poetri, waar n°. 2 is opgeraapt, ongeveer 84 kilometers, terwijl Gentoeng, waar n°. 1 viel, van Kedoeng Poetri ongeveer 7 kilometers verwijderd is.

De Heer VERBEEK, die deze steenen te Buitenzorg had gezien, betwijfelde reeds zeer den meteorischen oorsprong van n°. 3.

Op het vernemen dat deze meteorieten naar Nederland voor het Leidsche Rijksmuseum waren afgezonden, wendde ik mij tot Z. E. den Minister van Koloniën, die de welwillendheid had mij de twee volgende missiven van de Residenten van Semarang en Madioen aan Z. E. den Gouverneur van Nederlandsch-Indië ter inzage te zenden, en mij ten aanzien der meteorieten zelven te verwijzen naar den Hoogleeraar K. MARTIN, Directeur van het Rijks Mineralogisch en Geologisch Museum te Leiden, bij wien deze meteorieten berustten.

Afschrift nº. 7660/1.

Semarang den 12den October 1883.

Ik heb de eer Uwer Excellentie mede te deelen, dat, volgens bericht van den Assistent-Resident van Demak, in den namiddag van Woensdag den 3den dezer, ongeveer ten 5 ure, aldaar een sterk gloeiend licht verspreidend meteoor aan den hemel werd waargenomen, welke van uit het westen komende in oostelijke richting zijn weg vervolgde. Kort daarop spatte de meteoor uit elkander onder een hevigen knal, een kanonschot gelijk, die, volgens ingekomen berichten, in de geheele afdeeling vernomen werd.

Een zich toevallig op een sawaveld beoosten de dessa Tjoeroet, district Manggar bevindend inlandsch meisje zag toen boven bedoelden luchtsteen in hare onmiddelijke nabijheid neerploffen. Hem willende oprapen, bevond zij denzelven gloeiend warm. Toen de meteoor afgekoeld was, raapte zij hem op en bracht hem bij den Wedono van Manggar, die hem den Assistent-Resident voornoemd, door tusschenkomst van den Regent, toezond.

Ook in de afdeelingen Semarang, Ambosawa en Grobagan is op den 3den dezer, omstreeks 5½ ure 's namiddags, hetzelfde luchtverschijnsel waargenomen, en werd de knal eveneens duidelijk gehoord.

Het zij mij vergund Uwer Excellentie den bewusten steen ter bezichtiging aan te bieden, Haar beleefd in overweging gevende ten fine van onderzoek te doen stellen in

handen van den Hoofdingenieur, chef van de afdeeling Mijnwezen.

De resident w. g. WEGENER.
Voor eensluidend afschrift. De Gouvernements Secretaris
w. g. GALLOIS.

Aan Zijne Excellentie den Gouverneur-
Generaal van Nederlandsch-Indië.

Afschrift n°. 6048/25.

Madioen 16 October 1883.

Ten vervolge van mijn schrijven van den 5den dezer, n°. 5811/25, heb ik de eer Uwer Excellentie te berichten, dat het daarbij bedoelde lichtverschijnsel blijkbaar een meteoor is geweest. Vier inlanders van de dessa Gentong, district Djogorogo, afdeeling Ngawi, hebben een meteoorsteen uit de lucht zien vallen, dien opgeraapt en in drie stukken geslagen.

Op denzelfden dag werd een tweede steen, die bij den val tamelijk diep in den grond drong, door den inlander DJOLEKADNO KOMETSAID van Kedoeng Poetri (district Sepreh, afdeeling Ngawi) gevonden.

Deze laatste steen, die in zijn geheel is gebleven, heeft een wichtvormige gedaante, blijkbaar het gevolg van in een week gloeienden toestand dringen in den bodem. De oppervlakte van den steen draagt duidelijk de kenteekenen van in gloeijing te zijn geweest.

Zoowel de genoemde steen als de bovenbedoelde drie stukken, heb ik den pakhuismeester alhier doen afgeven, met den last om die naar zijn ambtgenoot van Batavia te dirigeeren, ter doorzending aan den Algemeenen Secretaris.

De resident w. g. OUDEMANS.
Voor eensluidend afschrift. De Gouvernements Secretaris
w. g. GALLOIS.

Aan Zijne Excellentie den Gouverneur-
Generaal van Nederlandsch-Indië.

Bij mijn bezoek aan den Hoogleeraar MARTIN op 29 Januari 1884, vond ik in het Museum den in de missive van

den resident van Semarang bedoelden steen, een grooten bijna volkomen ronden gelen bol, met ruim een decimeter middellijn, een rolsteen, die na doorgeslagen te zijn, bleek een gewone foraminifeere kalksteen te zijn. Hier had een zeer gemakkelijk te verklaren vergissing plaats gegrepen; het bedoelde inlandsch meisje toch heeft, na den schrik bij het hooren van een hevig kanonschot en het zien vallen van een vuurbol op den grond, zich naar de plaats van den val begeven en aldaar een voor haar ongewonen grooten ronden kogel, een toevallig daar liggenden rolsteen, gevonden en natuurlijk vermeend dat die uit den hemel was gevallen, terwijl zij met het uiterlijk aanzien van meteorieten niet bekend, den wezenlijk gevallen steen, die waarschijnlijk vrij diep in den grond is geslagen, niet heeft opgemerkt. Daar het mij vrij zeker voorkwam, dat op die plek een meteoriet gevallen is, heb ik in dato 30 Januari aan Z. E. den Minister van Koloniën verzocht te willen bewerken, dat het bedoelde inlandsche meisje van de dessa Tjoeroet worde opgezocht, en door haar de plaats worde aangewezen, waar zij den vuurbol heeft zien vallen en dat aldaar en in den omtrek een onderzoek worde ingesteld, door omwoelen van den grond, naar een van buiten bruinzwarten steen, inwendig graauw grijs. Z. E. had de goedheid mij mede te deelen, dat dit mijn verzoek aan den Gouverneur-Generaal was overgebracht. De verloren steen komt dus mogelijk nog terecht *).

Behalve dien onechten vond ik den sub 2 genoemden waren meteoriet, die door den inlander van Kedoeng Poetri was gevonden en in zijn geheel was gebleven. Deze ruim

---

*) In het *Handelsblad* van 21 Mei 1884 vind ik onder de Indische berichten het volgende:

„Volgens bericht in de *Locomotief* zou de meteoor, die eenigen tijd „geleden op Midden-Java gezien werd, gevallen zijn in de buurt van het „erfpachtsperceel van den Heer F. KLÄRING te Sumberobjong in het „Ngawische. Deze heeft den steen laten uitgraven en bewaart hem. En „het Bestuur kon den steen, die op Compagnie's grond gevallen was, „niet goedschiks weer terug krijgen." Is dit de verloren steen, dien het meisje heeft zien vallen?

200 gram zware steen was, op een paar kleine afgeslagen schilfers na, geheel door een bruinzwarte korst van $^1/_2$ m.m. dikte bedekt en had een wigvormige gedaante.

Eindelijk waren er nog een paar kleine stukjes, afkomstig van den sub n⁰. 1 bedoelden steen, waarvan het eene ongeveer den vorm had van een cubus of afgeknotte vierzijdige pyramide met een doormeter van ruim 2 centimeters, en waarvan vier zijvlakken nog met de zwarte korst bedekt waren; dit stukje woog ongeveer 18 gram, terwijl het andere stukje, gedeeltelijk met zwarte korst bedekt, slechts 4 gr. woog.

Dewijl door den Hoofdingenieur Chef der afdeeling Mijnwezen en den Directeur van Onderwijs, Eeredienst en Nijverheid in Nederlandsch-Indië, de wensch was kenbaar gemaakt, dat het onderzoek dier meteorieten aan mij zoude worden toevertrouwd, en het bij de beschouwing der meteorieten duidelijk was, dat de sub 1 en 2 genoemden tot denzelfden meteoriet behoorden, stond de Hoogleeraar Martin mij de twee onder n⁰. 1 genoemde stukjes af, terwijl de groote ongeschonden steen in het Rijksmuseum te Leiden bewaard blijft. Daar de Heer Martin zijne tijdelijke verwijdering uit het Museum niet toestond, verzocht ik den Heer Wendel, lithograaf te Leiden, er in vijf verschillende standen op de ware grootte afbeeldingen van te vervaardigen, welke, zooals al het werk van dien Heer, uitstekend zijn geslaagd (plaat I). Om dezelfde reden moest ik den Leidschen Hoogleeraar H. A. Lorentz verzoeken het soortelijk gewicht van den steen te willen bepalen, die de goedheid had mij daarover het volgende mede te deelen, waarvoor ik Z.H.G. mijn dank betuig:

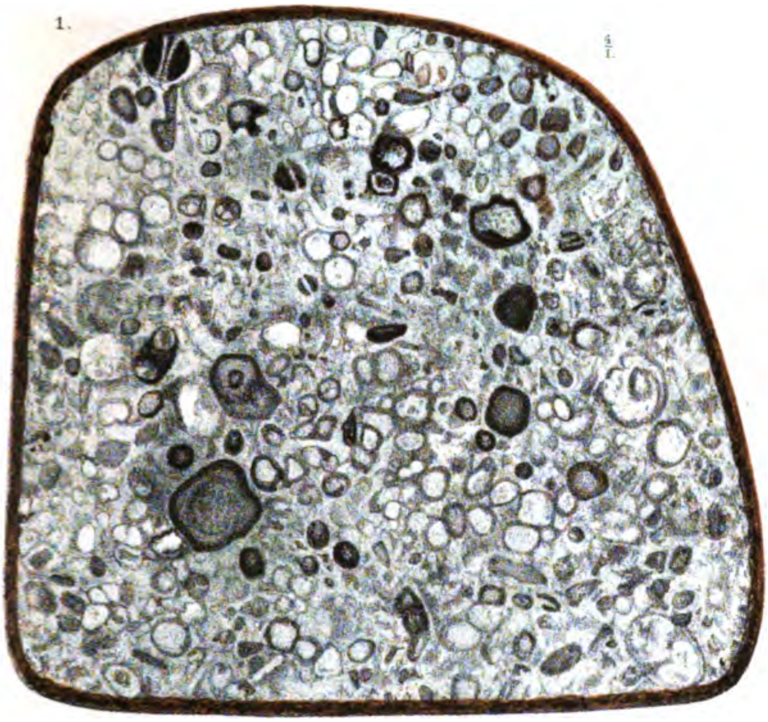
»De meteoorsteen weegt 202,1 gram, en zijn soortelijk »gewicht (in zijn geheel genomen) bedraagt 3,11 (bij 15 C.). »De steen is echter zeer poreus en kan een vrij groote hoe»veelheid water opnemen. Ik heb hem in water onder de »klok der luchtpomp geplaatst en kon alzoo 6,4 gr. water »er in brengen, waaruit volgt, daar het geheele volume »65,0 cM^3 (cubiekcentimeters) is, dat minstens $^1/_{10}$ daarvan »door holten wordt ingenomen, misschien nog meer; want »vooreerst is het mogelijk, dat bij een langer verblijf in de

v. BAUMHAUER, Meteoriet von Ngawie. PL. I.



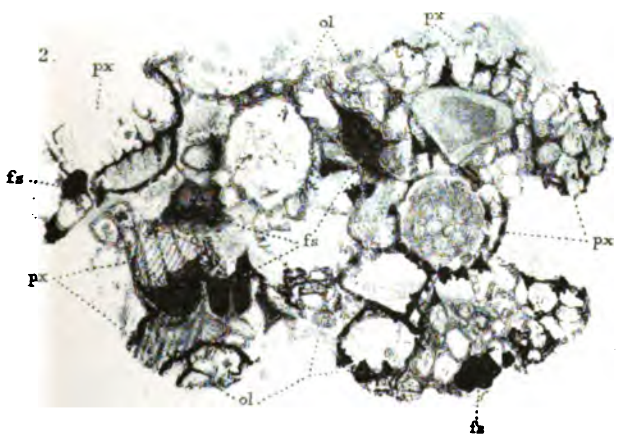
A J. Wendel, ad nat. del. et lith.

1.



$\frac{4}{1}$

2.



$\frac{10}{1}$

A. J. Wendel, ad nat. del. et lith.

»lucht verdunde ruimte nog iets meer lucht zou zijn uitge-
»treden, en ten tweede bestaat de mogelijkheid, dat er holten
»voorkomen die geheel zijn gesloten. Hoe dit zij, wanneer
»men het volume der holten op 6,4 C.C. stelt, vindt men
»voor het soortelijk gewicht der stof, waaruit de steen be-
»staat, 3,45; in werkelijkheid is dit getal een onderste
»grens."

Bij een bepaling met den picnometer, die ik zelf, echter op niet meer dan 0,6 gr. fijn poeder van den steen in uitgekookt water verrichtte, vond ik het soortelijk gewicht = 3,561, vergeleken met water van 15° C.

Het is dus zeker dat op 3 October 1883 boven Midden-Java een meteoriet tot onze aarde is gekomen, en in de bovenste lagen van onzen dampkring in stukken is gesprongen, waarvan slechts een paar, na door de lucht te zijn gevlogen, en dientengevolge van buiten tot gloeijing en smelting te zijn gebracht en daardoor met de zwartbruine korst te zijn bedekt, toevallig door personen zijn ontdekt, terwijl het meer dan waarschijnlijk is, dat vele stukken onopgemerkt in dien omtrek op de aarde zijn gevallen, en, doordien zij diep in den grond zijn geslagen, voor altijd voor ons verloren zijn.

De Heer Verbeek meldde mij nog bij missive van 10 Maart 1884, dat in het Bantam'sche op het eiland Java in den nacht van 17 op 18 Januari 1884 te Tjinangka, district Anjer, evenzeer meteorieten zijn gevallen, doch dat, niettegenstaande de op last van den Resident Spaan gedane nasporingen, nog geen steenen zijn gevonden; het nachtelijk uur van den val is oorzaak, dat niemand de steenen heeft zien vallen.

De meteoriet van 3 October 1883, aan wien ik in mijn catalogus den naam van *Meteoriet van Ngawi* heb gegeven, is vooral wegens zijne structuur zeer opmerkelijk. Zijn uitwendig voorkomen heeft niets bijzonders; zoowel n°. 1 als n°. 2 zijn brokstukken van een grooter lichaam, terwijl n°. 2 toevallig een wigvormige gedaante heeft, waarlijk niet toe

te schrijven aan het in weeken toestand indringen in den bodem. Beide stukken zijn, zooals bijna alle steenmeteorieten, bedekt met een dunne doffe zwartbruine korst, een begin van smelting van de silikaten, bij de oppervlakkige enorme hitte, voortgebracht door de ontzettend zamengeperste lucht bij de snelle vaart van het lichaam. Alleen op een der zijvlakken ontwaart men evenwijdige striemen, voortgebracht bij den val van den steen in den grond, door de schuring van de aldaar aanwezige steenen tegen de waarschijnlijk nog niet geheel bekoelde oppervlakte van den meteoriet.

De beweering van het inlandsch meisje dat de rolkalksteen gloeiend zoude zijn geweest, houd ik voor een gevolg van verschrikte verbeelding, daar het niet waarschijnlijk is, dat de daar gevallen meteoriet zooveel warmte aan dien rolsteen heeft afgestaan, dat hij heet geworden zoude zijn; waarschijnlijk was de rolsteen lang aan de zon blootgesteld geweest.

De meteoriet van Ngawi behoort tot de aan metallisch nikkelijzer zeer arme; slechts hier en daar worden daarvan in den steen kleine metaalglanzende spikkels gevonden, terwijl hij daarentegen zeer rijk is aan zwavelijzer; behalve dat hier en daar sterk glanzende kristallen van troïlit worden gezien, is het zwavelijzer daarenboven op een zeer eigenaardige wijze door het gesteente verspreid; het vormt namelijk het omhulsel van tallooze bollen van zeer verschillende grootte, waaronder er zijn van 2 à 3 mm. middellijn; uit een agglomeratie van deze bolletjes bestaat de geheele steen, zooals duidelijk blijkt uit de vier malen vergroote afbeelding van de vlak geslepen doorsnede van den sub 2 genoemden steen (fig. 1, plaat II), die deze wonderlijke structuur zeer duidelijk vertoont. De zwarte randen om de kogels zijn zwavelijzer, het materiaal waardoor de steen eenige vastheid heeft gekregen, want de inhoud der kogels is zoodanig bros en tot fijn gruis gebracht, dat het slijpen van dunne plaatjes tot mikroskopisch onderzoek bijna ondoenbaar was. Prof. Behrens te Delft, die daarin een zoo uitnemende geoefendheid heeft verkregen, kon het niet verder brengen dan tot een vrij onvolkomen praeparaat, waarvan de Heer

WENDEL een tienmalen vergrootte afbeelding heeft vervaardigd (fig. 2, plaat II).

De Heer BEHRENS deelde mij als resultaat van zijn mikroskopisch onderzoek mede:

»De hoofdmassa bestaat uit enstatiet en olivin en zwart »zwavelijzer, terwijl gedegen ijzer zich hier en daar aan »kleine, ten deele mikroskopische spikkels, meestal omhuld »door zwavelijzer vertoont. De olivin doet zich doorgaans in »den vorm van meer of min afgeronde heldere kristallen »voor, die enkele spikkels van bruin glas bevatten; de ensta-»tiet komt daarentegen voor als spheroïdale aggregaten van »zuilvormige verbrokkelde kristalletjes, zelden aan compacte »kristallen en fijnvezelige waaijervormige sectoren. De afge-»ronde olivinkristallen en de bolvormige aggregaten van »enstatiet zijn door het zwavelijzer omlijst en aan elkander »gehecht, terwijl dit ook soms aan fijne draadjes tusschen »de mikrolieten van enstatiet doordringt. Het zwavelijzer »is blijkbaar het laatst gestold, hetgeen in overeenstemming »is met zijn laag smeltpunt. Het gesteente is in hooge mate »brokkelig en geeft den indruk van een conglomeraat, waar-»van de rolsteenen ten deele gekneusd zijn, terwijl het ce-»ment, later tot vastwording overgegaan zijnde, een hooger »graad van cohaesie vertoont."

In figuur 2 plaat II wordt pyroxeen (enstatiet en mogelijk hypersteen) aangeduid door *px*, zwavelijzer door *fs*, olivin door *ol*; het middelste gedeelte der figuur is een ledige ruimte, waaruit de stof bij de slijping is verloren gegaan.

Ofschoon in vele steenmeteorieten, de zoogenaamde chondriten, die kogelvorm voorkomt, heb ik onder de bijna 100 meteoorsteenen, die op verschillende tijden en op verschillende plaatsen van onzen aardbodem gevallen zijn, en die ik in mijne verzameling bezit, er geen enkele gevonden, waarin het verschijnsel van uit louter door zwavelijzer aan één gecementeerde kogeltjes te bestaan, zoo sterk is uitgedrukt als in den steen van Ngawi.

Wat heeft nu de scheikundige analyse van den steen aangetoond?

Ofschoon de hoogst geringe hoeveelheid materiaal, waarover ik te beschikken had, mij niet veroorloofde een zoo uitvoerig onderzoek te doen als ik vroeger op de meteorieten van Utrecht, l'Aigle, Tjabé en Knyahinya heb kunnen verrichten, heeft toch het onderzoek het noodige licht over de zamenstelling van dien opmerkelijken meteoriet gegeven.

Ik herinner hierbij aan hetgeen ik bij de analyse van den meteoriet van Tjabé (*Verslagen en Mededeelingen*, 2de Reeks, T. VI, p. 54) uitvoerig heb besproken, dat de analyse van agglomeraten van silikaten, van zwavelijzer en van metallisch nikkelijzer, niet anders kan geven dan een benaderend beeld van de zamenstelling van het geheel en dat dus twee of meer analysen van denzelfden steen steeds zeer uiteenloopende resultaten moeten geven; de verhouding toch tusschen het door den magneet uittrekbare metallisch nikkelijzer, hetwelk hier en daar in kleinere of grootere massa's verspreid ligt; tusschen het zwavelijzer, dat of netvormig den steen doordringt, of in sterk glanzende kristallen hier en daar is opgehoopt en eindelijk tusschen de verschillende silikaten, die de hoofdmassa van den steen uitmaken, doch zeer ongelijkmatig daarin verdeeld zijn, is op ieder gedeelte van den steen geheel verschillend.

Daarenboven bezitten wij nog geen voldoend middel om de in zuren oplosbare monosilikaten van de minder oplosbare bi- en trisilikaten te scheiden, hetgeen ik reeds vroeger heb opgemerkt en nu in nog veel grootere mate heb ondervonden. Wanneer men het uiterst fijn gemalen steenpoeder herhaaldelijk en gedurende vele uren met zoutzuur, en daarna, ter verwijdering van het vrij geworden kiezelzuur, met kokende koolzure potassa heeft uitgetrokken, en men begint op nieuw de behandeling met zoutzuur. zoo trekt men er alweder heel wat uit, en telkens wordt in het opgeloste de verhouding van het kiezelzuurgehalte tot die der basen grooter; deze wijze van scheiding heeft dus een slechts relatieve waarde.

Dewijl door den magneet uit den tot fijn poeder ge-

brachten steen slechts 2,3 pCt. werd uitgetrokken, waarvan nog bijna de helft aanhangend niet magnetisch poeder en zwavelijzer was, verhitte ik het poeder, zooals ik zulks bij de analyse van den steen van Tjabé beschreven heb, eerst in een stroom droge waterstof, en daarna met kwikchlorid, om op deze wijze het gehalte aan metallisch nikkelijzer te bepalen.

Overigens werd bij de analyse dezelfde wijze gevolgd als toen is opgegeven, en de meeste bepalingen op drie onderscheiden hoeveelheden poeder verricht, zoodat het hier medegedeelde resultaat het gemiddelde is uit drie analysen:

GEMIDDELDE ZAMENSTELLING VAN DEN METEORIET VAN NGAWI.

				Zuurstof	
Metallisch Nikkelijzer	IJzer	2,87	3,52		
	Nikkel	0,65			
	Kobalt	spoor			
Zwavelijzer		5,71	5,71		
In zoutzuur oplosbaar silikaat	Kiezelzuur	19,28	52,17	10,28	10,28
	IJzeroxydul	15,61		3,47	9,70
	Nikkeloxydul	1,57		0,34	
	Mangaanoxydul	spoor			
	Aluinaarde	0,23		0,11	
	Magnesia	12,42		4,97	
	Kalk	1,67		0,48	
	Natron	1,17		0,29	
	Potassa	0,22		0,04	
Door zoutzuur niet of moeilijk ontleedbare silikaten	Kiezelzuur	23,49	38,13	12,53	12,53
	IJzeroxydul	8,45		1,88	4,01
	Aluinaarde	0,55		0,26	
	Magnesia	2,89		1,16	
	Kalk	0,96		0,27	
	Natron	1,56		0,40	
	Potassa	0,23		0,04	
Chroomijzer		0,47	0,47		

De verhouding van het zuurstofgehalte van het kiezelzuur tot die der basen in de gezamenlijke silikaten is 22,81 : 13,71 of ongeveer als 3 : 2.

De analyse leert ons dus

1°. Dat de steen zeer arm is aan metallisch nikkelijzer, daarentegen zeer rijk aan zwavelijzer.

2°. Dat het in zoutzuur en koolzure potassa het gemakkelijkst oplosbaar silikaat is een monosilikaat, *olivin*, hetwelk nikkelhoudend is en waarin de atoomverhouding tusschen de metalen ijzer en magnesium ongeveer is als 2 : 3.

3°. Dat het door zoutzuur niet of moeilijk ontleedbaar silikaat (of silikaten) niet is uitsluitend een bisilikaat (enstatiet), maar óf een trisilikaat, óf een mengsel van bi- en trisilikaten, mogelijk met vrij kiezelzuur; dit is niet door de analyse uit te maken. Trouwens heb ik hetzelfde gevonden in den meteoriet van Tjabé en Wöhler indien van Mezö Madaras (in 1852 in Zevenbergen gevallen). In deze beide steenen was het kiezelzuurgehalte in het in zuren onopgelost gedeelte veel te hoog voor een bisilikaat.

DE VOLLEDIGE VIRIAALVERGELIJKING

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

1. R. Clausius, Hoogleeraar te Bonn, hield 13 Juni 1870 eene voordracht in de »Niederrheinische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde" over »eene op de warmte toepasselijke stelling", welke verhandeling kort daarna in druk verscheen. (Pogg. *Ann.* Bd. 141, S. 124).

In deze verhandeling wordt de bekende wet afgeleid, dat bij zoogenaamde stationaire beweging van een aantal stoffelijke punten de gemiddelde levende kracht van dit stelsel gelijk is aan zijne viriaal, of analylisch uitgedrukt:

$$\Sigma \frac{m}{2} \overline{v^2} = - \tfrac{1}{2} \Sigma \overline{(Xx + Yy + Zz)} \quad . \; . \; . \; . \; (1)$$

waarin v de snelheid van een deeltje m is, X, Y, Z de composanten der daarop werkende kracht en x, y, z de coördinaten van het deeltje, dus van het aangrijpingspunt der kracht voorstellen, terwijl de bovengeplaatste horizontale lijnen aanduiden, dat men de *gemiddelde waarden* gedurende de stationaire beweging bedoelt.

De in het tweede lid dier vergelijking voorkomende grootheid hangt van de op het stelsel werkende krachten af en zou, als bij gegevene coördinaten alle krachten in gelijke verhouding veranderden, evenredig aan die krachten zijn.

Clausius stelt daarom voor, de gemiddelde waarde dier grootheid naar het latijnsche woord *vis*, *virial* te noemen,

welk laatste woord wij overeenkomstig de uitdrukking *potentiaal*, door *viriaal* zullen vertalen, met dien verstande evenwel, dat wij, zooals veelal gebruikelijk is, door deze de grootheid:

$$-\tfrac{1}{2}\Sigma(Xx + Yy + Zz)$$

zelve en niet haar gemiddelde verstaan.

De bovengenoemde wet zegt dan, dat de gemiddelde levende kracht van het stelsel gelijk is aan zijne *gemiddelde* viriaal.

2. De regel (1) volgt uit de betrekking:

$$\frac{d^2(x^2)}{dt^2} = 2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + 2x\frac{d^2x}{dt^2},$$

die onmiddellijk geeft

$$\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{m}{4}\frac{d^2(x^2)}{dt^2} - \tfrac{1}{2}Xx, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

De overeenkomstige uitdrukkingen voor y en z bij deze voegende, blijkt, dat als r den afstand van het bewegend deeltje tot den oorsprong van coördinaten aangeeft,

$$\frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{4}\frac{d^2(mr^2)}{dt^2} - \tfrac{1}{2}(Xx + Yy + Zz), \quad \ldots \quad (3)$$

welke vergelijking voor een stelsel stoffelijke punten overgaat in:

$$\Sigma\frac{m}{2}v^2 = \tfrac{1}{4}\Sigma\frac{d^2(mr^2)}{dt^2} - \tfrac{1}{2}\Sigma(Xx + Yy + Zz), \quad \ldots \quad (3_a)$$

De vergelijkingen (3) en (3_a) vormen twee betrekkingen, die men met het oog op de wet door Clausius uitgesproken, de *volledige* viriaalvergelijkingen zou kunnen noemen. Zij werden door Villarceau in 1872 (*Compt. Rend.* t. 75: 232—237) onderzocht en Clausius stond in 1874 (Pogg. *Ann. Jubelbond*, 411—423) uitvoerig bij de transformatiën stil, die de vergelijking (3) en vooral (3_a) kunnen ondergaan.

Van de gemiddelde waarden gedurende een voldoend tijdsverloop verdwijnt bij stationaire beweging de term met $\frac{d^2 x^2}{d t^2}$ uit (2) en (3_a) gaat in de door CLAUSIUS gegevene vergelijking (1) over.

3. Het is ons voornemen den in de volledige vergelijkingen (3) en (3_a) voorkomenden term $\frac{d^2 m r^2}{d t^2}$ meer in het bijzonder na te gaan dan tot dusver geschiedde. Deze uitdrukking, die het tweede differentiaalquotient ten opzichte van den tijd voor het polaire traagheidsmoment van het bewegende punt of stelsel voor den oorsprong aangeeft, is evenals de potentiaal en viriaal eene coördinatenfunctie, d. w. z. heeft voor ieder punt der ruimte eene bepaalde waarde, verandert dus met het punt, dat men als oorsprong kiest en zal voor bepaalde punten der ruimte verdwijnen.

Op die veranderingen, die de wezenlijke beteekenis der viriaalvergelijking bepalen, werd tot dusver niet of zeer terloops gewezen.

Wel vinden wij belangrijke gegevens omtrent dit tweede differentiaalquotiënt voor een gegeven coördinaten oorsprong.

Zoo werd voor een stelsel punten reeds door JACOBI (*Vorlesungen über Dynamik* S. 27) bij bepaalde onderstellingen omtrent de krachtfunctie op de algemeene waarde dier uitdrukking gewezen. Ook LIPSCHITZ onderzocht (*Journal von Crelle* Bd. 66) de beteekenis van $\frac{d^2 \Sigma m r^2}{d t^2}$, waarbij hij omtrent den aard der krachtfunctie de onderstelling maakt, dat zij eene algebraïsche homogene functie der coördinaten is en voor dit geval nagaat, welke voorwaarde noodig en voldoende is, opdat de beweging stabiel zij.

Het schijnt niet van belang ontbloot, de beteekenis der volledige vergelijking uit het boven aangegeven oogpunt te beschouwen en wij zullen ons daartoe thans tot de vergelijking (3) voor een stoffelijk punt bepalen, om later wellicht ook bij de vergelijking (3_a) voor een stelsel stil te staan.

Wij willen eerst de veranderingen, die $\frac{d^2 m r^2}{dt^2}$ met den oorsprong ondergaat bespreken en deze voor eenige voorbeelden van beweging meer bijzonder nagaan. Daarna zullen wij doen zien, hoe die uitdrukking als het verschil van twee virialen kan beschouwd worden.

Eindelijk zullen wij de eigenaardige beteekenis der stelling van CLAUSIUS, waarbij dit differentiaalquotiënt verdwijnt, doen uitkomen.

4. De viriaal voor een enkel punt $-\frac{1}{2}(Xx + Yy + Zz)$ laat zich, als F de kracht is, die op het punt werkt en φ de hoek, die zij met den voerstraal r maakt, herleiden tot

$$-\tfrac{1}{2}\left(\frac{Xx + Yy + Zz}{Fr}\right) Fr = -\tfrac{1}{2} Fr \cos\varphi;$$

zoo dan R de composante der kracht volgens r is, *naar den oorsprong der coördinaten als positief gerekend*, wordt

$$-\tfrac{1}{2}(Xx + Yy + Zz) = \tfrac{1}{2} Rr \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

De viriaal eener kracht is dus gelijk het halve product van den voerstraal van het aangrijpingspunt met de composante dier kracht, langs den voerstraal naar den oorsprong positief gerekend.

Zij kan derhalve, wat hare grootte betreft, het teeken daargelaten, beschouwd worden als de helft van het niet werkzame (verloren) moment dier kracht ten opzichte van den oorsprong. Het werkzame moment Q dezer kracht, of het koppel, dat bij reductie der kracht naar den oorsprong ontstaat, is gelijk $Fr \sin\varphi$; zoodat als V de dubbele viraal, dus $V = Fr \cos\varphi$.

$$V^2 + Q^2 = F^2 r^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

De viriaal hangt dus blijkbaar van het aangrijpingspunt der kracht af en speelt daardoor eene rol bij onderzoekingen, waarbij de krachten bij zelfde aangrijpingspunten hunne richting veranderen, zooals o. a. bij de leer van het astatisch evenwicht het geval is.

Doch tevens blijkt, dat de viriaal met den oorsprong O, waarop zij betrekking heeft (waarvoor zij genomen is) van waarde verandert. Wij komen hierop straks uitvoeriger terug.

5. De vergelijking (3) wordt ingevolge het boven opgemerkte

$$\frac{m}{2} v^2 = \tfrac{1}{4} \frac{d^2 m r^2}{d t^2} + \tfrac{1}{2} R r. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Duiden wij het polaire traagheidsmoment $m r^2$ van het punt ten opzichten van den oorsprong O door P aan en zijne eerste en tweede afgeleiden t. o. van den tijd door P' en P''; noemen wij de halve levende kracht van het punt, als gewoonlijk T, zoo gaat (6) over in

$$4\, T = P'' + 2\, R r\,, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

waaruit voor P'' volgt,

$$P'' = 4\, T \left\{ 1 - \frac{R r}{2\, T} \right\}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

zoodat P'', evenals de viriaal met r, dus met den oorsprong verandert; beide zijn functiën van de coördinaten van het aangrijpingspunt der kracht; hunne waarde verandert dus, even als die coördinaten, met de plaats van het punt, dat men als oorsprong kiest en ten opzichte waarvan de viriaal genomen is.

Als d de projectie van r op de richting der resultante, zal daar

$$R = F \cos \varphi,$$

$$R r = F r \cos \varphi = F d$$

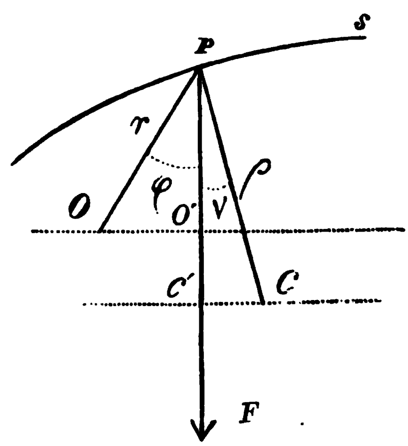
en

$$P'' = 4\, T \left\{ 1 - \frac{F d}{2\, T} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Daar dan P'' tegelijk constant is met d, de projectie van r op de richting der resultante, blijkt dat voor alle punten van een vlak loodrecht op de resultante, of bij vlakke be-

weging voor alle punten eener loodlijn op F, P'' dezelfde waarde behoudt. P'' verdwijnt voor punten der lijn, die op een afstand $d = \frac{2\,T}{F}$, van af het bewegende punt, loodrecht op de resultante gebracht is.

6. Bepalen wij ons tot de vlakke beweging van een enkel punt p; zij s de baan, F de resultante, $p\,C = \varrho$ de kromtestraal in p; noemen wij de hoeken, die r en ϱ met de resultante vormen, φ en ν, zoo volgt uit (7)



$$P'' = 2\,(m\,v^2 - R\,r)\,..\,(10)$$

of daar $F\cos\nu$ de normale composante der bewegende kracht $= \frac{m\,v^2}{\varrho}$, terwijl $R = F\cos\varphi$,

$$P'' = 2\,F(\varrho\cos\nu - r\cos\varphi)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(11)$$

Als $p\,C' = \varrho\cos\nu$ en $p\,O' = r\cos\varphi$ de projectiën van kromtestraal en voerstraal op de richting van F zijn, zal

$$P'' = 2\,F(p\,C' - p\,O')\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(11_a)$$

of zoo $p\,C' - p\,O' = l$ gesteld wordt,

$$P'' = 2\,F\,l\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(11_b)$$

P'' is derhalve evenredig aan het verschil l van beiden projectiën.

Wanneer dus door het krommingsmiddelpunt C van de baan in p eene lijn (of voor de ruimte een vlak) gebracht wordt loodrecht op de richting der resultante F, zal die lijn (of dat vlak) de meetkunstige plaats der punten zijn, waarvoor P'' nul wordt en welke wij kortheidshalve de *nullijn* (of het *nulvlak*) zullen noemen. Voor iedere daaraan evenwijdige lijn (of evenwijdig vlak) op een afstand l daarvan verwijderd, zal $P'' = 2\,F\,l$ en wel positief of negatief zijn, naar gelang de lijn (of het vlak) aan dezelfde of tegenge-

stelde zijde van de nullijn (of het nulvlak) gelegen is als het bewegende punt p.

7. Als onmiddellijke gevolgen der vergelijkingen (11) merken wij het volgende op, terwijl wij ons tot vlakke beweging bepalen:

I. Voor punten van de raaklijn aan de kromme in p, is $\cos\varphi = \sin\nu$, dus

$$P'' = 2\,F(\varrho\cos\nu - r\sin\nu) = 2\,m\left(v^2 - r\frac{dv}{dt}\right)$$

zijnde voor de verschillende punten der raaklijn eene in het algemeen met r veranderlijke waarde, tenzij de raaklijn loodrecht op de kracht, wanneer $\nu = 0$ en dus de term $r\dfrac{dv}{dt}$ verdwijnt.

Voor het punt p is $r = 0$ en wordt

$$P'' = 2\,m v^2 = 4\,T.$$

II. Voor punten der loodlijn in p op de kracht F opgericht, is $\varphi = 90^0$, $\cos\varphi = 0$, dus wordt

$$P'' = 2\,m v^2 = 4\,T.$$

III. Als F met de normaal zamenvalt, dus $= \dfrac{m v^2}{\varrho}$ en $\cos\nu = 1$, zal voor een willekeurig punt $O(r, \varphi)$ van het vlak

$$P'' = 2\,F(\varrho - r\cos\varphi) = 2\,m v^2\left(1 - \frac{r}{\varrho}\cos\varphi\right),$$

zoodat als $r\cos\varphi = \varrho$ (wanneer O op de nullijn ligt) P'' verdwijnt.

IV. Verder laat zich, in gevolge (11), schrijven:

$$P'' = 4\,T\left\{1 - \frac{r\cos\varphi}{\varrho\cos\nu}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

en nemen wij weder langs de richting der kracht, van uit het bewegende punt ϱ een afstand $d = r\cos\varphi$, zoo volgt

$$P'' = 4\,T\left\{1 - \frac{d}{\varrho \cos \nu}\right\}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

zoodat P'' constant is voor alle punten eener lijn loodrecht op de krachtrichting en de nullijn op een afstand $d = \varrho \cos \nu$ gelegen is, overeenkomstig het vroeger gevondene.

V. Nemen wij in de richting, tegengesteld aan die der kracht, van uit p eenen afstand n, zoo volgt voor eene lijn door dit punt loodrecht op de kracht,

$$P'' = 4\,T\left\{1 + \frac{n}{\varrho \cos \nu}\right\}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

waaruit verder volgt

$$\frac{d\,P''}{d\,n} = \frac{4\,T}{\varrho \cos \nu} = 2\,F\,, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

zoodat het differentiaalquotient van P'' volgens de normaal gelijk is aan tweemaal de kracht. Wij wijzen op de overeenkomstige uitdrukking voor het differentiaalquotient der potentiaalfunctie, welke laatste analoog aan P'' is, daar, zooals later blijken zal, $\frac{d^2\,m\,r^2}{d\,t^2}$ evenredig is aan het verschil van twee virialen, terwijl viriaal en potentiaal als analoge grootheden kunnen worden beschouwd.

8. Als toepassing der formulen (9) en (13) op de vlakke beweging van een stoffelijk punt, bepalen wij P'' voor iedere lijn op een afstand d van het bewegende punt, gerekend naar dat deel van het vlak volgens welke de kracht werkt, loodrecht op de richting der kracht door de waarden:

$$P'' = 4\,T\left\{1 - \frac{F\,d}{2\,T}\right\} = 4\,T\left\{1 - \frac{d}{\varrho \cos \nu}\right\}.$$

I. *Beweging in een cirkel, het krachtcentrum in het middenpunt.*

Dan $\varrho = a =$ const. $\nu = 0$

$$P'' = 4\,T \left\{ 1 - \frac{d}{a} \right\}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

zoodat de nullijn steeds door het middenpunt gaat en dus voor dit punt steeds de halve levende kracht gelijk is aan de viriaal, of

$$\frac{m}{2} v^2 = \tfrac{1}{2} F a \quad \text{of} \quad F = \frac{m v^2}{a}.$$

P'' neemt, uitgaande van de raaklijn in p, voor wier punten $P'' = 4\,T = 2\,m v^2$ is, voortdurend af en wordt nul voor de lijn door het middenpunt evenwijdig aan de raaklijn getrokken; P'' wordt verder gelijk $-\,2\,m v^2$ voor de raaklijn in het diametraal gelegen punt. De middellijn verdeelt het vlak in twee deelen, waar P'' positief en negatief is. De nullijn draait met het bewegende punt, altijd door het middenpunt gaande, rond, zoodat zij steeds evenwijdig aan de raaklijn in het bewegende punt blijft. Voor een willekeurig punt O op een afstand l van het middenpunt wordt P'' door (16) gegeven, zoodat als p het bewegende punt, C het middenpunt van den cirkel en α de hoek, die $C\,O$ en Cp vormen, daar dan $d = a - l \cos \alpha$,

$$P'' = 2\,m v^2 \,\frac{l}{a} \cos \alpha\,; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16_a)$$

P'' is dus periodisch en verandert bij elke halve ronddraaing van teeken. Alleen voor het centrum C is P'' voortdurend nul.

II. *Beweging bij aantrekking naar een vast centrum, evenredig aan den afstand.*

In dit geval is, wanneer de aantrekking $F = m\,\mu\,r$, zooals bekend, $T = \tfrac{1}{2}\,m\,\mu\,(a^2 + b^2 - r^2)$, wanneer a en b de halve assen der ellips zijn; dus wordt:

$$P'' = 4\,T \left\{ 1 - \frac{r\,d}{a^2 + b^2 - r^2} \right\}, \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Waarvoor zich ook schrijven laat als f en f' de afstanden van p tot de brandpunten aangeven:

$$P'' = 4\,T \left\{ 1 - \frac{r\,d}{f f'} \right\}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17_a)$$

De nullijn staat loodrecht op den voerstraal, op een afstand $d = \dfrac{a^2 + b^2 - r^2}{r}$ van het bewegende punt afgerekend.

De omhullende (enveloppe) dezer nullijnen vormt eene kromme, die in gevolge het behandelde, de eigenschap heeft, dat wanneer het punt O (de oorsprong, t. o. van welke de viriaal genomen wordt) deze van een bepaald punt uitgaande op zoodanige wijze doorloopt, dat p en O steeds *overeenkomstige punten* blijven, *P'' voortdurend nul is*, zoodat steeds de vergelijking geldt:

$$\frac{m}{2} v^2 = \tfrac{1}{2} R r$$

d. i. voor het overeenkomstige punt dier kromme als oorsprong, welke oorsprong dus voortdurend verandert, is op ieder oogenblik de levende kracht zelve (van gemiddelde is hier geen sprake) gelijk aan de viriaal.

Wij zullen ons met de bepaling dier kromme thans niet bezighouden, doch alleen opmerken, dat dergelijke *nulkrommen* voor ieder kromlijnige beweging zijn aan te geven.

Voor (17) laat zich schrijven, wanneer wij opmerken, dat de potentiele energie van de bewegende massa t. o. van het middenpunt:

$$V = \int_{r}^{0} - m \mu\, r\, d r = \tfrac{1}{2} m \mu r^2,$$

is, voor het middenpunt der ellips,

$$P''_0 = 4\,T \left\{ 1 - \frac{V}{T} \right\} = 4\,(T - V), \quad \ldots \ldots \quad (18)$$

Hier is dus P'' steeds evenredig aan het verschil der ac-

tuele en potentiele energie van het bewegende punt en wanneer de nullijn door den oorsprong gaat, zal $T = V$ zijn; dit heeft plaats als

$$d = \frac{a^2 + b^2 - r^2}{r} = r \quad \text{of} \quad r^2 = \frac{a^2 + b^2}{2},$$

dat is in de punten, waar de diagonalen van den omgeschreven rechthoek de ellips snijden. In die punten is de actuele energie gelijk de potentiele *t. o.* van het centrum van aantrekking. Voor de door deze punten begrensde bogen der ellips aan de einden der groote as is $T - V$ negatief, in de beide andere deelen, nabij de uiteinden der kleine as, is $T > V$.

Uit (18) volgt, dat in het middenpunt der ellips:

$$P'' = 2\, m\, \mu\, (a^2 + b^2 - 2\, r^2),$$

dat is, daar, als φ de hoek, die de voerstraal met de groote as maakt,

$$r^2 = \frac{a^2\, b^2}{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi},$$

wanneer

$$1 - \frac{b^2}{a^2} = e^2$$

na herleiding,

$$P''_0 = -\, 2\, m\, \mu\, a^2\, e^2 \left\{ \frac{1 - (2 - e^2) \cos^2 \varphi}{1 - e^2 \cos^2 \varphi} \right\};$$

wanneer wij den tijd, evenals φ, van het uiteinde der groote as afrekenen, volgt:

$$t = \int_0^{\varphi} \frac{r^2\, d\varphi}{a\, b \sqrt{\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}\, B\, tg \left(\frac{a}{b}\, tg\, \varphi \right)$$

zoodat

$$tg\, \varphi = \frac{b}{a}\, tg\, (t \sqrt{\mu}), \qquad \cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + (1 - e^2)\, tg^2\, t \sqrt{\mu}}$$

en eindelijk volgt

$$P_0'' = -2\, m\, \mu\, a^2 e^2 \cos (2t \sqrt{\mu}), \quad \ldots\ldots \quad (18_a)$$

of daar de omwentelingstijd $\tau = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

$$P_0'' = -\frac{8\pi^2}{\tau^2} m\, a^2 e^2 \cos\left(4\pi \frac{t}{\tau}\right), \quad \ldots\ldots \quad (18_b)$$

waaruit blijkt, dat P'' *periodisch met den tijd verandert* en voor $e = 0$, dat is voor den cirkel constant nul is.

Door integratie volgt:

$$P_0' = -\frac{2\pi}{\tau} m\, a^2 e^2 \sin\left(4\pi \frac{t}{\tau}\right), \quad \ldots\ldots \quad (18_c)$$

de integratieconstante vervalt, daar P_0' voor $t = 0$ verdwijnen moet.

Op nieuw integreerende volgt:

$$P_0 = \frac{m}{2} a^2 e^2 \cos\left(4\pi \frac{t}{\tau}\right) + \text{const.}$$

dus voor $t = 0$:

$$P_0 = \frac{m}{2} a^2 e^2 + C = m a^2;$$

zoodat algemeen voor het centrum der ellips,

$$P_0 = \frac{m}{2} a^2 e^2 \cos\left(4\pi \frac{t}{\tau}\right) + \frac{m}{2} a^2 (2 - e^2)$$

of

$$P_0 = m a^2 \left(1 - e^2 \sin^2 2\pi \frac{t}{\tau}\right). \quad \ldots\ldots \quad (18_d)$$

III. *Elliptische beweging om het brandpunt.* (Aantrekking omgekeerd evenredig tweede macht afstand).

Als a de halve groote as der ellips, f en f' de voerstralen der brandpunten, is

$$F = \frac{m\mu}{f^2}, \quad 2T = v^2 m = \frac{2m\mu}{a}\left(\frac{a}{f} - \frac{1}{2}\right) = \frac{m\mu f'}{af}$$

$$P'' = 4\,T\left(1 - \frac{a\,d}{f f'}\right) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. \quad (19_a)$$

of

$$P'' = \frac{2\,m\,\mu}{f}\left\{\frac{f'}{a} - \frac{d}{f}\right\}, \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. \quad (19_b)$$

daar $f f' = a^2 + b^2 - r^2$, als r de voerstraal uit het middenpunt der ellips, volgt nog

$$P'' = 4\,T\left(1 - \frac{a\,d}{a^2 + b^2 - r^2}\right) \,.\,.\,.\,.\,. \quad (19_c)$$

De vorm voor P'' in (19_a) is in zooverre merkwaardig, dat terwijl f de voerstraal is voor het werkzame brandpunt, de voerstraal f' voor het tweede brandpunt (waar geen werking is) op symetrische wijze voorkomt.

De nullijn is, ingevolge (19_c) eene rechte lijn, op een afstand $d = \dfrac{a^2 + b^2 - r^2}{a}$ van het bewegende punt loodrecht op den voerstraal f.

Voor het werkzame brandpunt (het krachtcentrum) geeft (19_b) als $d = f$,

$$P''_0 = \frac{2\,m\,\mu}{f}\left(\frac{f' - a}{a}\right)$$

of daar $f' - a = a - f$

$$P''_0 = 2\,m\,u\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{a}\right) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. \quad (19_d)$$

P_0'' heeft dus de grootste waarde voor het nabij dit brandpunt gelegen einde der groote as, waar $f = a\,(1 - e)$; daar is

$$P''_0 = \frac{2\,m\,\mu}{a}\,\frac{e}{1 - e} = \frac{2\,m\,\mu\,e}{f};$$

voor het andere einde der groote as is $f = a\,(1 + e)$, derhalve

$$P''_0 = -\frac{2\,m\,\mu}{a}\,\frac{e}{1 + e} = -\frac{2\,m\,\mu\,e}{f},$$

zoodat aan de einden der groote as P''_0 omgekeerd evenredig aan den voerstraal voor die einden is.

Voor de einden der kleine as geeft (19_d), daar dan $f = a$, $P_0'' = 0$, wat overeenkomt met form. (19), immers de nullijn wordt bepaald door $d = \frac{ff'}{a}$, dus voor het einde der kleine as, waar $f = f' = a$, door $d = f = a$. De nullijn gaat alsdan door het centrum van aantrekking.

Voor de einden der groote as wordt den stand der nullijn gegeven door

$$d = \frac{a^2(1 - e^2)}{a} = \frac{b^2}{a},$$

dus voor deze punten vallen de nullijnen met die bij elliptische beweging om het middenpunt als centrum zamen.

IV. *Parabolische beweging om het brandpunt.* (Aantrekking omgekeerd evenredig tweede macht afstand).

Zij r de voerstraal van uit het brandpunt, zoo is $F = \frac{m\mu}{r^2}$

$$T = \frac{m\mu}{r}$$

dus

$$P' = 4\,T\left(1 - \frac{F d}{2\,T}\right) = 4\,T\left(1 - \frac{d}{2\,r}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

De nullijnen staan loodrecht op den voerstraal op een afstand $d = 2\,r$ van af het bewegende punt.

Voor het brandpunt (krachtcentrum) is $d = r$ en wordt

$$P''_0 = 2\,T = \frac{2\,m\mu}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20_a)$$

dus is P''_0 steeds omgekeerd evenredig aan den voerstraal, overeenkomstig aan hetgeen bij de ellips bij dezelfde wet van aantrekking slechts aan de einden der groote as gevonden werd.

9. Beantwoorden wij nu de vraag, hoe zich een massa deeltje m in de ruimte bewegen moet, opdat $P' = f(t)$, onafhankelijk zij van het punt O, ten opzichte waarvan de

viriaal genomen wordt en welks coördinaten wij door a, b, c voorstellen.

Als x, y, z de coördinaten van het deeltje $n v$, zal

$$P = m \{(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2\}$$

$$P' = 2m \{(x - a)x' + (y - b)y' + (z - c)z'\}$$

$$P'' = 2m\{x'^2 + y'^2 + z'^2 + xx'' + yy'' + zz'' - (ax'' + by'' + cz'')\}$$

$$= 4T + 2m \{(x - a)x'' + (y - b)y'' + (z - c)z''\} ;$$

opdat deze waarde onafhankelijk van a, b, c zij, moet $x'' = 0$, $y'' = 0$, $z'' = 0$, dat is op het deeltje moeten geene krachten werken, zoodat alleen voor eenparige rechtlijnige beweging, P'' voor alle punten der ruimte dezelfde waarde heeft, en wel is dan

$$P' = 4T = 2mv^2 = 2mC^2,$$

waarin C de constante aanvankelijke snelheid.

10. Door eene voor de hand liggende herleiding laat zich $\frac{1}{4} P''$ als *het verschil van twee virialen* voorstellen; wij hebben toch

$$P'' = 4T - 2Rr = 2(mv^2 - Rr)$$

of daar

$$F \cos \nu = \frac{mv^2}{\varrho}, \qquad P'' = 2(F\varrho \cos \nu - Rr),$$

$$\tfrac{1}{4} P'' = \tfrac{1}{2} F\varrho \cos \nu - \tfrac{1}{2} Rr \; , \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (21)$$

Daar nu $\frac{1}{2} \varrho F \cos \nu$ gelijk de viriaal der kracht in het middenpunt C van den kromte cirkel, $\frac{1}{2} rR$ die voor het punt O is, waarop r betrekking heeft, zoo volgt, *dat* $\frac{1}{4} \frac{d^2(mr^2)}{dr^2}$ *gelijk is aan het verschil der virialen voor de punten C en O*; of wanneer V de dubbele viriaal voorstelt, zal

$$\tfrac{1}{4} P'' = \tfrac{1}{2} V_c - \tfrac{1}{2} V_0, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (21_a)$$

Laat men het punt O veranderen, zoo zal daar $\frac{1}{2} Rr =$

$\frac{1}{2} F r \cos\varphi$, de tweede viriaal dezelfde blijven voor alle punten, waarvoor $r \cos\varphi = d$ constant blijft, dat is voor alle punten eener loodlijn op de krachtrichting. Gaat die loodlijn door het krommingsmidddelpunt C van het punt p der baan, waar zich het bewegende punt bevindt, zoozal daar dan $d = \varrho \cos\nu$

$$\tfrac{1}{4} P'' = \tfrac{1}{2} F (\varrho \cos\nu - r \cos\varphi) = \tfrac{1}{2} F (\varrho \cos\nu - d), \quad . \; . \quad (21_b)$$

verdwijnen; ligt O op eene loodlijn, wier afstand tot het bewegende punt grooter is dan die der nullijn, zoo is P'' *negatief*, voor kleinere afstanden *positief*. Voor het bewegende punt (of liever voor de loodlijn op de krachtrichting, die door dit punt gaat) verdwijnt de tweede viriaal en dan is:

$$\tfrac{1}{4} P'' = \tfrac{1}{2} F \varrho \cos v = \tfrac{1}{2} m v^2,$$

of

$$P'' = 4\, T.$$

11. Omgekeerd kunnen wij eene uitdrukking zoeken voor het viriaalverschil en vinden dan rechtstreeks de volledige viriaalvergelijking. Wij hebben toch, als wij eenvoudigheidshalve O op de richting van den kromtestraal nemen, daar dan $\nu = \varphi$,

$$R = F \cos\varphi = F \cos\nu,$$

en vinden voor bedoeld verschil:

$$\tfrac{1}{2} (V_c - V_0) = \tfrac{1}{2} (F \varrho \cos\nu - F r \cos\varphi) = \tfrac{1}{2} R (\varrho - r)$$
$$= \tfrac{1}{2} m v^2 - \tfrac{1}{2} R r \;, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

Nu is voor het punt O als oorsprong der polaire coördinaten der kromme, die het bewegende punt beschrijft,

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$$

terwijl, zoo als bekend, voor de kracht R volgens den voerstraal r,

$$R = m r \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - m \frac{d^2 r}{dt^2};$$

dus volgt:

$$\frac{m}{2}v^2 - \tfrac{1}{2}Rr = \frac{m}{2}\left\{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + r\frac{d^2r}{dt^2}\right\} =$$

$$= \frac{m}{2}\left\{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r\frac{d^2r}{dt^2}\right\} = \frac{m}{2}\frac{d}{dt}\left(r\frac{dr}{dt}\right) = \frac{m}{4}\frac{d^2r^2}{dt^2},$$

dat is

$$\frac{m}{2}v^2 = \tfrac{1}{4}\frac{d^2mr^2}{dt^2} + \tfrac{1}{2}Rr, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

zijnde de volledige viriaalvergelijking.

12. Bij stationaire beweging van een stelsel zal, zooals wij in n⁰. 1 opmerkten, en dit geldt ook voor de stationaire beweging van een enkel stoffelijk punt, de term $\tfrac{1}{4}\frac{d^2mr^2}{dt^2}$ verdwijnen, zoodat de vergelijking (23) overgaat in

$$\frac{m}{2}\overline{v^2} = \tfrac{1}{2}\overline{Rr} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

de gemiddelde levende kracht van het deeltje is gelijk aan zijne gemiddelde viriaal, welke ook de oorsprong van coördinaten zij, ten opzichte waarvan r gerekend is.

Dit laatste wordt na het boven behandelde verklaarbaar; daar toch de gemiddelde waarde van P'', het viriaalverschil, nul is, blijkt het, dat *de gemiddelde virialen* ten opzichte van het veranderlijk krommingsmiddenpunt en van eenig willekeurig aangenomen punt O dezelfde waarden hebben; m. a. w. *de gemiddelde* der virialen ten opzichte van het punt O is onafhankelijk van de plaats van dit punt, dus voor alle punten van het vlak dezelfde en steeds gelijk de gemiddelde der virialen ten opzichte der verschillende krommingsmiddenpunten van de baan, die het bewegende deeltje doorloopt.

Dit is dan de eigenlijke beteekenis der vergelijking (24) en hetzelfde geldt voor een stelsel punten bij stationaire beweging, waardoor dan het vruchtbare theorema van Clausius, »de gemiddelde levende kracht is gelijk aan de gemiddelde »viriaal" op eigenaardige wijze te voorschijn treedt.

Passen wij dit ten slotte toe op het eenvoudige geval van een enkel deeltje m, dat zich tengevolge eener constante, naar het middenpunt gerichte kracht F, met constante snelheid langs een cirkelomtrek beweegt.

Ingevolge form. (16_a) zal als a den straal der cirkels voor een punt O op een afstand l van het middenpunt C,

$$P'' = 2\,m\,v^2\,\frac{l}{a}\cos\alpha = 2\,F\,l\cos\alpha = 2\,F\,l\cos(n\,t),$$

waarin α de hoek is die $C\,O$ met Cp maakt, en daar deze evenredig aan den tijd verandert, kan $\alpha = n\,t$ gesteld worden, waarbij n constant.

Vergelijking (21_a) geeft verder,

$$\tfrac{1}{2}\,V_0 = \tfrac{1}{2}\,V_c - \tfrac{1}{4}\,P'' = \frac{m\,v^2}{2} - \tfrac{1}{2}\,F\,l\cos(n\,t)$$

zoodat voor de *gemiddelde* waarde,

$$\tfrac{1}{2}\,\overline{V_0} = \frac{m}{2}\,\overline{v^2} - \tfrac{1}{2}\,\frac{F\,l}{t}\int_0^t \cos(n\,t)\,d\,t,$$

$$= \frac{m}{2}\,\overline{v^2} - \tfrac{1}{2}\,F\,l\left(\frac{\sin(n\,t)}{n\,t}\right);$$

voor groote waarden van t zal, daar dan

$$lim.\left(\frac{\sin(n\,t)}{n\,t}\right) = 0,$$

$$\tfrac{1}{2}\,\overline{V_0} = \frac{m}{2}\,\overline{v^2}$$

of de gemiddelde viriaal van het deeltje voor *eenig willekeurig punt* O zal gelijk zijn aan zijne gemiddelde levende kracht.

Utrecht, April 1884.

RAPPORT

OVER

DE VERHANDELING VAN DE HEEREN

J. C. KAPTEYN en W. KAPTEYN.

LES SINUS DE QUATRIÈME ORDRE.

(Uitgebracht in de Vergadering van 25 April 1884).

1. Zooals bekend is, worden de reeksen voor de goniometrische sinus en cosinus, evenals die voor de hyperbolische functiën, afgeleid uit de reeks voor de exponentiëele functie, met reëelen of complexen exponent, door het uitnemen der termen van evene of onevene orde. Dat men op die wijze kan voortgaan, dat is door het uitnemen der termen van de orde p, $2p$, $3p$, enz., evenzeer belangrijke reeksen kan samenstellen, was reeds aan VINCENTIUS RICCATI (1757) bekend. Sedert, en vooral in het laatste derde dezer eeuw, zijn deze vormen herhaaldelijk behandeld, voornamelijk in de Duitsche wiskundige tijdschriften: maar, hetgeen wel vreemd mag heeten, elk schrijver begon opnieuw, uit zijn eigen gezichtspunt, zonder iets op zijn voorganger te letten. Vandaar ruim een dozijn voorloopers van de onderwerpelijke verhandeling. In meer dan één opzicht is daarbij de door onze schrijvers ook aangehaalde, soms gevolgde, verhandeling belangrijk van den Grazer Hoogleeraar KNAR in het GRUNERT's *Archiv der Mathematik und Physik,* 1856, Bd. 27, S. 365—470.

Door onze schrijvers worden deze functiën bepaald door de

reeks $\sum_{k=0}^{k=\infty}(\pm 1)^k \frac{z^{\mu+kn}}{(\mu+kn)!}$, en wel in deze verhandeling voor $n=4$; zoodat er voor $\mu=1, 2, 3, 4$ vier onderscheidene sinussen der vierde orde ontstaan.

Het stuk is in twee afdeelingen gesplitst: de eerste bevat de theorie dezer functiën; de tweede hare toepassingen bij de ontwikkeling van functiën in reeksen.

2. In het eerste gedeelte nu worden reeds dadelijk de reeksen met het $+$ teeken, de hyperbolische sinussen der vierde orde, en die met het $-$ teeken (dus afwisselende teekens), de elliptische, telkens tegelijk behandeld; hetgeen zeer gemakkelijk is, omdat de laatsten ontstaan door in de eerste voor de veranderlijke z te stellen $z\eta$, waarbij $\eta = \sqrt[4]{-1} = = r(1+i) = (1+i)\sqrt{\frac{1}{2}}$. Deze methode heeft vóór bij die van KNAR, die alleen de laatste functie behandelt; geeft een goed overzicht, en veroorlooft ons betrekkingen af te leiden tusschen die beide soorten van functiën onderling.

Vooreerst vindt men, dat zij voldoen aan de differentiaalvergelijking $\frac{d^4y}{dz^4} \pm y = 0$; vervolgens, dat zij kunnen uitgedrukt worden door exponentieelen, zonder of ook met goniometrische functiën. En hierbij worden in (17) en (18) betrekkingen tusschen beide soorten van functiën afgeleid.

In § 3 stellen schrijvers het optellingstheorema (19) en (20) op: de afleiding uit (15) en (16) ware hier op hare plaats geweest, wegens het groote belang van deze stelling. Daarna verschillende gevolgen daarvan, o. a. de produkten van twee factoren, de betrekkingen voor het dubbele argument. En deze geven weder de betrekkingen (28) en (29), die overeenstemmen met de goniometrische formule $sin^2 x + cos^2 x = 1$; ten slotte eene betrekking in den vorm van een determinant.

§ 5 geeft de formulen, die overeenkomen met het theorema van DE MOIVRE; § 6 de sommen van eindige reeksen, waarbij de argumenten opklimmende veelvouden vormen van het oorspronkelijk argument.

Nu volgt in § 7 eene discussie over de wortels of nulpunten dezer functiën, en hare onderlinge betrekking. Het

ware wenschelijk, hierbij duidelijker de periodiciteit dier functiën te doen uitkomen, en onder anderen de waarden van a_k, enz. aan te geven, die later in § 13 ook worden aangehaald. Daarmede zouden dan ook verschillende der volgende formulen, waar nu de a_k, enz. zijn blijven staan, na invoering dier waarden, een meer doorzichtigen vorm hebben verkregen.

§ 9 geeft ons de ontwikkeling in gedurige produkten naar de methode van CAUCHY; § 11 en 13 die van de quotiënten van functiën van dezelfde soort, alsook § 12 en 14 die van de omgekeerde waarden dier functiën in reeksen; eerst in breuken, die een binomium tot noemer hebben; dan volgens de opklimmende machten van het argument. In dit laatste geval komen weder de reeds vroeger gebruikte coëfficiënten T, en ook nieuwe S ter sprake, en deze worden nu in een eenvoudig verband gebracht met de Bernoulliaansche coëfficiënten; zij worden verder in § 15 aan een bijzonder onderzoek onderworpen.

Na in § 16 en 17 nog eenige ontwikkelingen te hebben gegeven, behandelen schrijvers in § 18 de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^4 y}{d z^4} \pm m^4 y = F(z)$$

naar de methode van de variatie der standvastigen.

3. Het tweede gedeelte der verhandeling begint met eene, zooals de schrijvers dan ook zelve erkennen, zeer ongewettigde beschouwing. Het geldt toch de ontwikkeling van eene holomorphe functie in eene reeks van hunne sinussen met opklimmende veelvouden van het argument. Vooreerst wordt hier zulk eene ontwikkeling voorop gezet, waarbij de verschillende termen opvolgende onbekende coëfficiënten b_k ontvangen; en men weet toch, dat zulk gebruik van de methode der onbepaalde coëfficiënten ongeoorloofd is, zoolang niet a priori het bestaan van den ondersteld en vorm der reeks bewezen is; iets, dat hier zeer moeilijk zoude gaan. Vervolgens wordt eene functie aangenomen, wier ontwikkeling alleen machten van den vorm $4k + 1$ bevat, om ze met de

functiën 𝔅 in overeenstemming te kunnen brengen, en nu worden de coëfficiënten, zooals gewoonlijk, term voor term, gelijk gesteld. Langs dien weg verkrijgt men dus een oneindig aantal vergelijkingen, met een evenzeer oneindig aantal onbepaalde coëfficiënten b_k. In plaats van nu deze b óf rechtstreeks te bepalen, óf althans daartusschen wederkeerige betrekkingen op te maken, slaan schrijvers een geheel anderen weg in. Zij bepalen zich tot de p eerste vergelijkingen, en nemen daarin slechts de p eerste onbepaalde coëfficiënten b_1 tot $p b_p$ op; en laten, na de behandeling van dit bijzondere vraagstuk, p tot ∞ naderen. Ook deze methode is zeer gevaarlijk; en dit nog te meer, omdat de convergentie van dat oneindig aantal oneindige reeksen alles behalve bewezen is.

Thans maken de schrijvers een zeer vernuftig gebruik van eene oplossing, door LAGRANGE gegeven voor een stelsel p lineaire vergelijkingen met p onbekenden α, waarvan de coëfficiënten van x_k bijv. achtereenvolgens zijn 1, α_k, α_k^2, $\alpha_k^3 \ldots . \alpha_k^{p-1}$, en waarbij de tweede leden u_k mogen heeten. De oplossing van LAGRANGE in een veelterm van deze u_0 tot u_{p-1} herleiden zij zoodanig, dat de coëfficiënt van eenige u_k uit $k + 1$ termen bestaat. In deze uitkomst nu speelt de p veelal de rol van index, en komt in alle termen voor. En nu wordt $p = \infty$ gesteld, worden de grenzen der verschillende grootheden bepaald; en uit deze, alzoo schijnbaar althans zeer twijfelachtige, uitkomst worden de gezochte coëfficiënten b ten slotte door bepaalde integralen (109) voorgesteld; waarna nog eene meer eenvoudige ontwikkeling (113) volgt, met de uitdrukking der coëfficiënten (112).

Deze verkregen uitkomsten worden nu getoetst aan een stel vergelijkingen (72) uit het eerste gedeelte der verhandeling; en vervolgens worden de betrekkingen (112) rechtstreeks afgeleid, als eenmaal de ontwikkeling (113) is aangenomen.

En nu volgt een tafeltje (115) tot (118), met uitkomsten der ontwikkeling van functiën $F(z^4)$, $zF(z^4)$, $z^2 F(z^4)$ en $z^3 F(z^4)$ volgens elke der sinussen 𝔄, 𝔅, ℭ, 𝔇; en daaruit wordt een dergelijk tafeltje (119) tot (122), afgeleid naar de sinussen A, B, C en D. Daardoor zijn schrijvers nu in

staat, elke holomorphe functie te ontwikkelen door middel der identieke vergelijking (123),

$$
\begin{aligned}
\psi(z) = & \tfrac{1}{4}[\psi(z) + \psi(-z) + \psi(iz) + \psi(-iz)] \\
& + \tfrac{1}{4}[\psi(z) - \psi(-z) - \psi(iz) + \psi(-iz)] \\
& + \tfrac{1}{4}[\psi(z) + \psi(-z) - \psi(iz) - \psi(-iz)] \\
& + \tfrac{1}{4}[\psi(z) - \psi(-z) + \psi(iz) - \psi(-iz)],
\end{aligned}
$$

en verkrijgen alzoo de vier theoremas (125); voor ηz, in plaats van z ontstaat daaruit nu het stelsel (127), waar de sinussen $\mathfrak{A}$, enz. door de sinussen A, enz. zijn vervangen.

Ten slotte worden 1, z, $\frac{z^2}{1.2}$, $\frac{z^3}{1.2.3}$ in (129) tot (132) ontwikkeld, en evenzeer de sinussen A, B, C, D van θz in (133) tot (136).

4. Niettegenstaande het fraaie van al deze uitkomsten, staan zij, naar hetgeen boven is gezegd, op losse schroeven. Daarom willen schrijvers in § 6 overgaan tot een regelmatig, streng wiskundig bewijs, met bepaling der grenzen, waartusschen die uitkomsten alleen geldig zijn. Dit doel willen zij bereiken door de reeksen, die het tweede lid in de formulen (125) vormen, te sommeeren, en het grensgebied te onderzoeken; zij betoogen eerst, dat bijaldien het theorema (125) werkelijk juist is, ook de formule (127) geldt niet alleen, maar ook dat daaruit de juistheid der vroegere formulen (115) tot (122) af te leiden is.

Schrijvers bezigen nu daartoe de laatste dier vergelijkingen (125), die eerst herleid wordt tot de som van twee gelijksoortige oneindige reeksen (142); deze worden weder in dubbele sommatiën omgezet. Voor de eerste sommatie worden nu de vroeger op niet wetenschappelijke wijze gevonden formulen (136) gebruikt, en daarmede het bewijs voltooid.

Men moet derhalve thans het stelsel (133) tot (136) streng afleiden, en wel uit elk stel slechts ééne vergelijking, omdat de drie andere telkens door differentiatie kunnen worden gevonden, zooals in eene noot bewezen wordt. Schrijvers komen tot vier differentiaalvergelijkingen (151), en schrijven

daarin voor de termen, die de afhankelijk veranderlijke niet bevatten, de later te bewijzen waarden P, Q, R en S; deze differentiaalvergelijkingen hebben den vorm, die in § 18 van het eerste gedeelte zijn geïntegreerd, en leveren in hare integralen de gewenschte formulen (148) terug.

Men heeft nu die vier aangenomen waarden (155) te bewijzen. Daartoe gebruiken schrijvers twee FOURIER'sche ontwikkelingen (156) en (158) van eene functie voor goniometrische sinussen en cosinussen van veelvouden van het argument, waarvan de eerste, als een nieuwe vorm, afzonderlijk bewezen wordt. Alzoo verkrijgen zij ontwikkelingen voor de breuken.

$$\frac{e^{mx} \pm e^{-mx}}{e^{\frac{1}{2}m\pi} + e^{-\frac{1}{2}m\pi}} \quad \text{en} \quad \frac{e^{mx} \pm e^{-mx}}{e^{m\pi} - e^{-m\pi}},$$

en deze leveren voor de beide eerste (155), nam. P en Q, dubbelsommen, die na verandering van de orde der sommatiën gemakkelijk tot de verwachte waarden voeren. En daarmede zijn dan de tweede en derde vergelijking (125), en dus ook (115) en (117) bewezen. Daarna wordt het grensgebied bepaald.

De bepaling der beide overige grootheden R en S, van (144) gaat nu gemakkelijker; en daaruit volgt wederom de geldigheid van de tweede en vierde der vergelijkingen (125), en dus ook van (116) en (118).

Hiermede is nu in § 6 tot § 12 het gezochte wetenschappelijke bewijs der vorige uitkomsten gevonden; al kan men dan ook dit bewijs nog niet fraai noemen.

5. Ten slotte nog eenige gevolgen: in § 13 vindt men eene wederkeerige betrekking tusschen de grootheden S_{0k}; in § 14 eene andere door middel van een theorema (175). Daarop volgen acht stellen van vier dergelijke theoremas elk, die eene verschillende uitkomst geven, naarmate twee veelvouden m en n gelijk zijn of niet. Ten slotte nog eenige gevolgen, afgeleid door differentiëeren en daarop onderling verbinden.

De verhandeling wordt besloten met vier tafels.

I. De kleinste wortels van de sinussen A, B, C, D.

II. Omgekeerde waarden van A, B, C, D voor het argument kx, $k = 1, 2, \ldots 5$.

III. Waarden der sinussen A, B, C, D, voor $x = \frac{k}{10}$, $k = 1, 2, \ldots 10$.

IV. Logarithmische waarden van A, B, C, D voor $x = \frac{k}{10}$, $k = 1, 2, \ldots 80$.

6. Het is geoorloofd, hier nog op een paar ondergeschikte punten te wijzen.

Vooreerst dat het weglaten van het argument z, achter het teeken der acht sinussen, wanneer elk ander argument natuurlijk wel wordt nedergeschreven, in strijd is met den gewonen regel; de enkele A bijv. is steeds het teeken voor eene standvastige, en kan dus niet in plaats van Az worden geschreven. Alzoo toch komen A en Akz in dezelfde formule voor, dat geheel onregelmatig is. Bovendien verkrijgen alzoo deze B en de Bernoulliaansche coëfficiënten later eene dubbele beteekenis, en dit geeft tot verwarring aanleiding. Al neemt de schrijfwijze Az, in plaats van A, iets meer plaats in, zij is toch de alleen geoorloofde in dit opstel.

Vervolgens is het dubbel gebruik van enkele letters soms lastig. Zoo worden de letters G, H, L en M bij de vergelijkingen (125) en (150) zeer verschillend gebruikt, terwijl de M in (96) nog een geheel andere beteekenis heeft. P en Q zijn verschillend in § 8 en formule (155), terwijl de eerste later in (98), de tweede in (108) eene derde beteekenis heeft; R in (137) en (155), S in (63) en (155), T in (45) en (145) zijn geenszins dezelfde. Gedeeltelijk kan men bij den druk hier tegemoet komen, door enkele dezer letters romeinsch te drukken.

7. Uit dit verslag, dat uit den aard der zaak wat uitvoeriger moest worden, zal U gebleken zijn, dat, niettegenstaande er eenige aanmerkingen te maken waren, toch

het stuk eene verzameling van belangrijke onderzoekingen bevat. Wij aarzelen dan ook niet de opneming daarvan in de Verhandelingen in 4°, zooals wegens den vorm van de formulen wenschelijk schijnt, aan te bevelen.

Leiden en *Amsterdam*, April 1884.

D. BIERENS DE HAAN.
D. J. KORTEWEG.

OVER DE TIJDSBEPALING

DER

GROOTSTE EXPLOSIE VAN KRAKATAU OP 27 AUGUSTUS 1883.

DOOR

R. D. M. VERBEEK.

Onder de talrijke vulkanische verschijnselen van het merkwaardige jaar 1883 trekken twee uitbarstingen bijzonder de aandacht.

Een daarvan is, ik behoef het nauwelijks te zeggen, de geweldige uitbarsting van Krakatau, die onder alle vulkanische erupties, waarvan het menschdom getuige was, of zijn zal, zeker eene eerste plaats zal blijven bekleeden.

De tweede is de uitbarsting van den berg Augustin, een eiland in de Cook's Sond in Alaska (N. W. Amerika). Deze vulkaan, die reeds in Augustus van het vorige jaar begon te werken, had den 6den October des morgens te 8 uur eene hevige uitbarsting, waarbij de berg van boven tot beneden in twee deelen gespleten werd. Het noordelijkste stuk is, volgens het bericht, in zee gezonken; de teekening, die hiervan gegeven wordt *) zou echter eer doen vermoeden dat niet de geheele noordelijke helft gezonken, maar alleen het bovenste gedeelte van het noordelijke stuk in zee gevallen is. Hoe dit ook zijn moge, zeker is het, dat de

*) *Science*, Vol. III 1884, p. 188.

groote golf, die 25 minuten nadat de hevige knal gehoord was, te Port Graham, aan het zuidoostelijke uiteinde der baai aankwam, veroorzaakt is door de plotselinge indompeling van eene grootegesteente-massa in zee, en *niet* door aardbevingen. Wij vinden hierin eene merkwaardige overeenkomst met Krakatau; ook hier hadden tijdens de uitbarsting geen noemenswaardige aardbevingen plaats; de piek spleet van boven tot onder in twee deelen, en de groote golf werd door de instorting veroorzaakt, zooals ik reeds in mijn »Kort Verslag over de uitbarsting van Krakatau" heb vermeld.

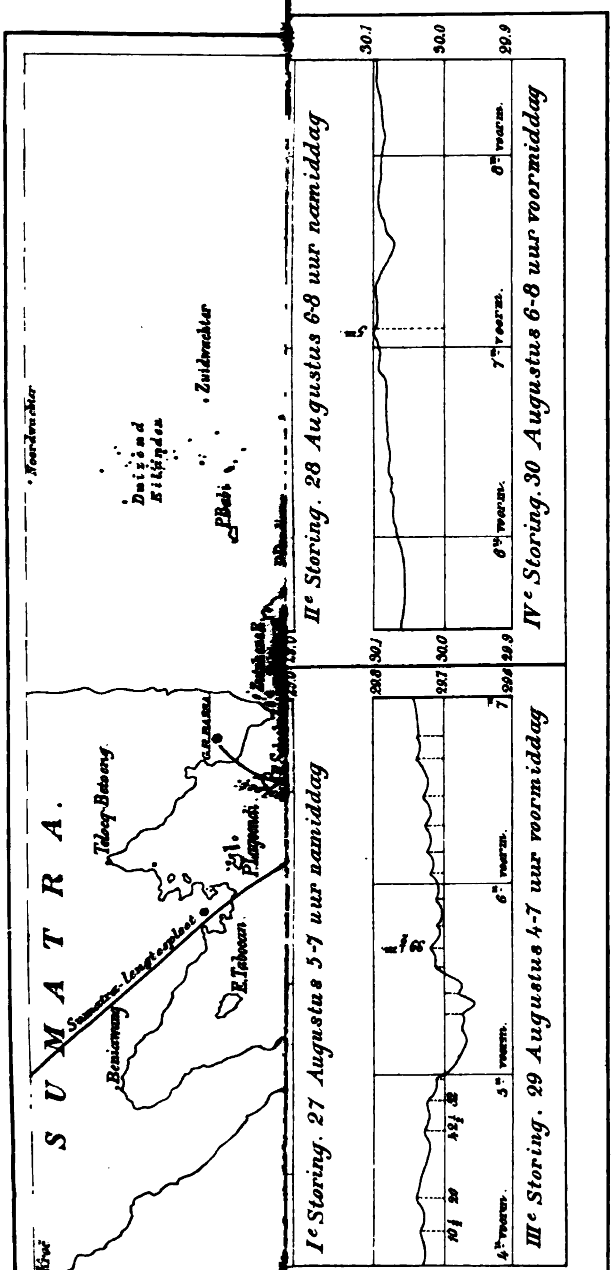
Eene overeenstemming van anderen aard bestaat tusschen Krakatau en Santorin, in den Griekschen Archipel.

Zooals bekend is, bestaat Santorin uit gesteenten van zeer verschillenden ouderdom; de eilanden Thera, Therasia en Aspronisi behooren tot een ouden kraterwal, die de golf van Santorin insluit. Die golf werd bij de uitstorting van den vulkaan in praehistorische tijden gevormd. Binnen den ring, door de oudere producten gevormd, hadden op verschillende tijden eruptiën plaats, waarbij drie eilanden ontstonden, de zoogenaamde Kaiménen, evenals de Vesuvius in den Monte-Somma-ring.

Bij Krakatau zijn eveneens eruptieproducten van verschillenden ouderdom te onderscheiden. Verlaten- en Lang-eiland zijn gedeelten van een ouden kraterwal, het boven zee uitstekende overschot van een zeer grooten ingestorten vulkaan. Ook de Piek, het zuidelijke gedeelte van het vroegere Krakatau, behoort tot de oudere gesteenten van de groep, maar daar de berg grootendeels uit bazalt bestaat, Lang-eiland daarentegen uit een glasrijken augietandesiet, werd die vulkaan bij eene bijzondere eruptie gevormd.

Binnen den ring, gevormd door Verlaten-eiland, Lang-eiland en de Piek, hadden later belangrijke eruptiën plaats, waarbij de augietandesieten van het noordelijke gedeelte van Krakatau gevormd werden. Zij vormden ten slotte één eiland met de Piek, het Krakatau zooals wij dit vóór 1883 kenden, en dat zich tot dicht in de nabijheid van Verlaten- en Lang-eiland uitstrekte.

ERBEEK. *Tijdsbepaling*



Lith. Gebr. Reimsinger, Amst.

...en Mededeel: Afd: Na...

Over den tijd, waarop dit noordelijke gedeelte van Krakatau gevormd werd, bezitten wij geen mededeelingen; alleen is het bekend, dat in 1680 eene waarschijnlijk niet zeer belangrijke eruptie aan het noordelijke uiteinde plaats had. Daarop is de uitbarsting van Mei tot Augustus 1883 gevolgd, eindigende met de instorting van het centrale gedeelte van den vulkaan; de oudere gesteenten bleven meest alle gespaard, alleen is de noordelijke helft van de Piek mede in de diepte verdwenen.

Het is niet onmogelijk dat later nieuwe eilanden tusschen de drie bestaande zullen verrijzen, want daar Krakatau voor eruptiën op een bijzonder gunstig punt gelegen is, kan men wel aannemen dat de onderzeesche werkzaamheid over eenigen tijd weder een aanvang zal nemen.

Reeds 3 jaar geleden heb ik er op gewezen *) dat Krakatau op eene spleet gelegen is, die dwars door Straat Soenda loopt, van den Radja Bassa op Sumatra naar den Goenoeng Pajoeng op Java.

Maar ook de meer of minder gebogen lijnen, waarop de vulkanen van Sumatra en van Java liggen, snijden elkaar bij dien vulkaan.

Als hoofdrichting voor Sumatra kan men de lijn aannemen, die Atjeh-hoofd met den berg Tangka (of Kalambajan) vereenigt; zij heeft eene richting van $138^1/_2{}^0$—$318^1/_2{}^0$, dus ongeveer N.W.—Z.O.

Voor Java kan men als hoofdrichting der vulkanen en tevens als lengteas van het eiland de lijn aannemen, die den westelijksten vulkaan op Java, de Karang, met de oostelijkste vulkaantoppen vereenigt, namelijk de Wilis, Keloet, Kawi en Semeroe; de richting van deze lijn is 105^0.

Beide lijnen snijden elkander onder een hoek van ruim 33^0 en het snijpunt valt met den vulkaan Krakatau samen.

Daar nu ook de Soenda-dwarsspleet over Krakatau loopt, snijden de *drie* lijnen elkander bij dezen vulkaan; Krakatau ligt

---

*) *Verhandelingen van de Kon. Akad. van Wetensch.*, Deel XXI, 1881. VERBEEK en FENNEMA, Nieuwe geologische ontdekkingen op Java, blz. 13.

dus op een zwak punt van de aardkorst (zie de hierbij gevoegde teekening van Straat Soenda).

De genoemde lijnen vormen de doorsnede van drie vlakken met de aardkorst, waarlangs hoogst waarschijnlijk verschuivingen van den bodem plaats gehad hebben. Uit de dieptecijfers op de zeekaart van 1874 door Blommendal, is te zien dat de diepte ten Z. O. van Krakatau, dus ten O. van de Soendaspleet, niet meer dan 100 tot 108 meter bedraagt; ten Z. W. van Krakatau, dus ten W. van onze dwarsspleet, daarentegen 122 tot 144 meter. Het zuidwestelijk gedeelte van Straat Soenda is dus belangrijk dieper dan de overige gedeelten. Dit stuk is dus meer gezakt, of minder opgeheven, dan de aangrenzende stukken; onze spleten zijn dus door verschuiving ontstaan.

Wanneer wij de bijzonder gunstige ligging voor erupties in aanmerking nemen, dan moeten wij er ons minder over verwonderen dat Krakatau in het vorige jaar zulk eene hevige uitbarsting had, dan wel daarover dat de vulkaan meer dan 200 jaren in rust verkeerde.

De groote bewegingen van de lucht en van de zee, die ten gevolge van de uitbarsting van Krakatau op 27 Augustus ontstonden, maken het wenschelijk, eene zoo juist mogelijke bepaling te geven van den tijd, waarop de golven ontstonden, omdat van dit tijdstip de snelheid der beweging afhangt.

Bij gebrek aan aanwijzingen van zelfregistreerende barometers, heb ik den tijd der hevigste explosies gedurende de uitbarsting van Krakatau bepaald door de aanwijzingen van den indicateur der gasfabriek te Batavia.

De drukkingslijn der gasfabriek, voortgebracht door een potlood, dat overeenkomstig de in de gasfabriek gegeven gasdrukking gewoonlijk eene meer of minder regelmatige kromme lijn teekent, op een papier dat op een ronddraaienden cilinder gespannen is, vertoont van Zondag 26 Augustus des avonds 5 uur tot Maandag morgen 27 Augustus

11 uur, een vijftiental spitse punten, die toe te schrijven zijn aan luchtgolven, welke op den regulateur der gasfabriek eene drukking uitoefenden, waardoor de drukking niet alleen in den regulateur zelf, maar ook in den daarmede verbonden indicateur, verhoogd werd.

De grootste schommelingen hadden plaats den 27sten des morgens te 5 u. 43 m., 6 u. 57 m., 10 u. 15 m. en 11 u. 5 m. *Batavia*-tijd, en van deze *is* de derde storing, namelijk die van 10 u. 15 m., verreweg de grootste van alle.

Ofschoon deze storing zich in de drukking-aanwijzing zeer scherp en plotseling voordoet, had de beweging volstrekt niet als een schok of stoot plaats, maar zeer geleidelijk. In de figuur is te herkennen, dat de periode van de grootste storing ongeveer $^1/_4$ uur bedroeg; het potlood steeg gedurende 7 of 8 minuten en daalde daarna ongeveer even lang. De drukking werd van $\pm$ 15 millimeters waterdruk te 10 uur verhoogd tot 80 millimeters, gevende een verschil van 65 millimeters waterdruk, gelijkstaande met $\frac{65}{13} = 5$ millimeters kwikdruk.

Aan boord van het Nederl. Stoomschip Prinses Wilhelmina, kommandant VISMAN, liggende in de buitenhaven van Tandjoeng Priok, gingen tusschen 9 en 12 uur des morgens van dien dag een kwik- en twee aneroïdebarometers tusschen 750 en 762 millimeters in korte tusschenpoozen op en neer. Nemen wij aan dat de rijzing en daling boven en beneden den oorspronkelijken stand gelijk waren, wat waarschijnlijk niet geheel het geval geweest is, dan zou de vermeerdering in luchtdruk 6 millimeter hebben bedragen.

Dit cijfer komt zeer nabij het bovenstaande, hetwelk wij uit de aanwijzing van den indicateur vonden. De luchtgolf werkte hier even alsof men op het deksel van den regulateur gewichten plaatste, om de drukking te vergrooten, met dit onderscheid, dat die vermeerdering dan plotseling gebeurt, door de luchtgolf echter meer geleidelijk geschiedde. Ik meen dus te mogen aannemen, dat de rijzing van den indicateur tevens eene maat voor de grootte van de vermeerdering der luchtdrukking aangeeft, en dat dus, die vermeerdering te Batavia

niet minder dan 5 tot 6 millimeters, dat is $\frac{1}{150}$ tot $\frac{1}{125}$ van den druk van den geheelen atmosfeer, bedroeg.

Volgens den gezagvoerder LOGAN van het schip Berbice, zouden de afwijkingen in Straat Soenda zelfs 2 Eng. duimen, dus 50 millimeters, bedragen hebben.

Bovenstaande drukkingen zijn echter reeds voldoende om het gevoel van doofheid en de suizingen in de ooren te verklaren, die door sommige personen gedurende de uitbarsting zijn opgemerkt.

Nemen wij aan, dat de luchtgolven dezelfde snelheid hadden als het geluid, namelijk 347 meter per seconde bij 25^0 Cels., dan werd de afstand van 150 kilometer, van Krakatau tot Batavia, in $7^1/_5$ minuut afgelegd. In werkelijkheid was de snelheid, zooals uit latere waarnemingen is gebleken, iets geringer, zoodat de tijd 8 minuten bedroeg; dit, trouwens niet zeer belangrijke, verschil heb ik hieronder in rekening gebracht.

Voegen wij hierbij $1^2/_3$ minuut voor traagheid van den toestel, hetgeen waarschijnlijk te veel is, daar de indicateur bijna onmiddellijk de verhooging in druk aanwijst, als er gewichten op den regulateur geplaatst worden; en brengt men dan nog $5^1/_3$ minuut tijdsverschil in rekening, daar het lengteverschil tusschen Krakatau en Batavia $1^1/_3{}^0$ bedraagt, dan had dus de grootste explosie plaats te $10^u15^m - (8^m + 1^2/_3{}^m + 5^1/_3{}^m) = 10^u$ *Krakatau*-tijd, met eene onzekerheid van $1^2/_3$ minuut.

Uit barometerstoringen op verschillende plaatsen van Europa en Amerika, heeft Generaal STRACHEIJ berekend *) dat de golf te 9 u. 24 m. Krakatau-tijd ontstond. Het verschil met onze tijdsbepaling wordt waarschijnlijk hoofdzakelijk daardoor veroorzaakt, dat de barogrammen op te kleine schaal waren om zeer zuivere metingen toe te laten, gedeeltelijk ook daar-

---

*) *Nature*, N°. 738, Dec. 20, p. 181.

door, dat het geenszins gemakkelijk is om dezelfde phase der storing bij hare terugkomst te herkennen.

De op verkleinde schaal geteekende barogrammen van de Europeesche stations, die gepubliceerd zijn in de *österr. Zeitschrift für Meteorologie* *) en de barometeraanwijzing van Utrecht, mij door de welwillendheid van Professor Buijs Ballot toegezonden, zijn op te kleine schaal om den tijd van het maximum der verschillende golven met juistheid te kunnen bepalen. Kort geleden ontving ik van den heer H. C. Russell, Government Astronomer te Sydney, de zeer fraaie barogrammen van die plaats van 24 tot 31 Augustus, die 5 storingen vertoonen, welke ons in staat stellen de boven gegeven tijdsbepaling der explosie te controleeren.

Op bijgaande afbeelding zijn de 4 eerste dezer storingen voorgesteld. De eerste had plaats 27 Augustus tusschen 5 en 7 uur namiddag; de tweede 28 Augustus tusschen 6 en 8 uur namiddag; de derde 29 Augustus tusschen 4 en 7 uur des morgens; de vierde 30 Augustus tusschen 6 en 8 uur des morgens; de vijfde, die niet zeer duidelijk meer is, 30 Augustus tusschen 2 en 8 uur des namiddags.

De 1ste storing vertoont 17 verschillende golven met eene gemiddelde periode op de tijdschaal van $7^1/_2$ minuut. Het verschil tusschen den hoogsten en laagsten stand bedraagt 0.109 inch. = 2.76 millimeter.

Het hoogste punt van de lijn ligt ongeveer in het midden van de geheele storing; dit maximum heeft plaats te 6 u. $3^1/_2$ m. namiddag. Bij de 2de storing ligt het maximum eveneens ongeveer in het midden van de storing, en heeft plaats te 7 u. 14 m. namiddags. De 3de storing vertoont weder 17 golven, maar de vorm is niet meer dezelfde als van de 1ste storing. Als punt, dat met ons maximum van de eerste storing overeenkomt, is het maximum van 5 u. $39^1/_2$ m. voormiddags gekozen, liggende in het midden van de storing, en behoorende bij de 9de golf, even als in de storing I.

---

*) *Zeitschrift d. österr. Gesellsch. für Meteor.* Band XIX. Seite 97.

Het maximum van de 4de storing eindelijk heeft plaats te 7 u. 5 m. voormiddags.

Wanneer wij nu aannemen, dat de vier storingen veroorzaakt zijn door eene luchtgolf, of liever eene serie van luchtgolven, die tijdens de uitbarsting van Krakatau werden afgezonden, en wel de 1ste en de 3de storing door de golfbeweging van West naar Oost, de 2de en de 4de storing door de beweging van Oost naar West, en verder, dat de vier genoemde maxima overeenkomen met de golf van 10 uur voormiddag, dan kunnen wij hieruit de snelheid der golven berekenen.

De krater *Danan* van Krakatau lag op:

6^0 7′ Z. Br.

$105^0$26′ O. L. van Gr.

Het observatorium te Sydney ligt op:

$33^0$51′41″ Z. Br.

$151^0$11′50″ O. L. van Gr.

Het verschil in lengte is derhalve $151^0$11′50″—$105^0$26′ = = $45^0$45′50″ of 3 u. 3 m. in tijd.

De afstand tusschen die plaatsen volgens den grooten cirkel bedraagt van W. naar O. 3033 minuutmijlen en van O. naar W. 18567 minuutmijlen.

	Tijd Sydney.	Tijds-verschil.	Tijd Krakatau.	Verloopen tijd sedert uitbarsting 27 Aug. 10 u. vm.
Max. Storing I.	27 Aug. 6 u. 3½ m. nam.	3 u. 3 m.	27 Aug. 3 u. ½ m. nam.	5 u. ½ m.
„ „ II.	28 „ 7 u. 14 m. nam.	3 u. 3 m.	28 „ 4 u. 11 m. nam.	30 u. 11 m.
„ „ III	29 „ 5 u. 39½ m. voorm.	3 u. 3 m.	29 „ 2 u. 36½ m. voorm.	40 u. 36½ m.
„ „ IV.	30 „ 7 u. 5 m. voorm.	3 u. 3 m.	30 „ 4 u. 2 m. voorm.	66 u. 2 m.

De golf I, die direct naar Sydney ging, had dus eene snelheid van $\frac{3033}{5\frac{1}{120}} = 605.6$ minuutmijlen per uur. De golf

II, die in westelijke richting Sydney bereikte: $\frac{18567}{30\frac{11}{60}} = 615.1$ minuutmijlen per uur.

De golf, die van I naar III, dus van W. naar O. om de aarde liep, had daarvoor noodig:

40 u. 36½ m.—5 u. ½ m. = 35 u. 36 m., dus snelheid van I naar III: $\frac{360 \times 60}{35\frac{36}{60}} = 606.7$ minuutmijlen per uur;

en van II naar IV:

tijd = 66 u. 2 m.—30 u. 11 m. = 35 u. 51 m., dus snelheid: $\frac{360 \times 60}{35\frac{51}{60}} = 602\ 5$ minuutmijlen per uur.

Beweging.	Snelheid in minuutmijlen per uur.	Gemiddeld.	Gemiddelde uit alle waarden.
Krak.— I. W.—O.	605.6	610.3 (607.6) afhankelijk van eruptietijd.	607.5 (607.3)
Krak.—II. O.—W.	615.1 (609.6)		
I—III. W.—O.	606.7	604.6 (607.0) onafhankelijk van eruptietijd	
II—IV. O.—W.	602.5 (607.2)		

Of in meters per seconde:

Beweging.	Snelheid in meters per seconde *).	Gemiddeld.	Gemiddelde uit alle waarden.	Snelheid 10 kil. boven de oppervlakte
Krak.— I. W.—O.	312 05	314.48 afhankelijk van eruptietijd	313.0	313.5
Krak.—II. O.—W.	316.91			
I—III. W.—O.	312.66	311.57 onafhankelijk van eruptietijd		
II—IV. O.—W.	310.48			

*) De geogr. mijl aangenomen op 7420.4, de minuutmijl dus op 1855.1 meter.

Deze getallen, waarvan de eerste twee afhankelijk zijn van den tijd waarop de golf ontstond, de twee laatste daarvan geheel onafhankelijk zijn, komen zeer goed met elkaar overeen, en geven niet alleen het bewijs, dat de tijd der groote explosie werkelijk zeer nabij 10 uur plaats had, maar tevens dat wij uit de storingen ook de goede maxima hebben gekozen. Het cijfer voor de tweede storing wijkt het meest van de overige af, wellicht hadden wij hier niet de golf van 7 u. 14 m., maar die van 7 u. 30½ m. moeten nemen, hetgeen eene snelheid van 609.6 mijlen per uur zou gegeven hebben; het vierde cijfer verandert dan in 607.2 mijlen; deze waarden zijn tusschen haakjes in het tafeltje bijgevoegd. Hadden wij echter bij de 3[de] storing een van de golven vóór de depressie, bijv. die van 4 u. 52 m. genomen, dan was voor de snelheid 620.54 mijlen gevonden, bijna zeker een foutief getal.

De invloed van eene bepaalde windrichting is niet bemerkbaar, anders zouden de 1[ste] en de 3[de] waarde voor de beweging van W.—O. *beide* belangrijk grooter, of *beide* belangrijk kleiner geweest zijn dan de 3[de] en de 4[de] waarde voor de beweging van O.—W., wat niet het geval is.

Zooals wij hierboven opmerkten is eene fout van ± 2 minuten mogelijk in de tijdsbepaling der explosie, wanneer de traagheid van den indicateur te groot in rekening is gebracht. Nemen wij 10 u. 2 m. als tijd van het ontstaan der golf aan, en tevens in de 3[de] storing als maximum de golf van 7 u. 30½ m., dan verkrijgen wij voor de 4 snelheden 609.65, 610.28, 606.74 en 607.17 mijlen, gemiddeld 608.5 mijlen per uur of 313.5 meter per seconde. Deze cijfers komen nog beter met elkaar overeen dan de boven gegevene. *Ik houd dus 10 u. 2 m. Krakatau-tijd voor het meest waarschijnlijke uur der grootste explosie.*

Nemen wij eindelijk nog aan, dat de beweging niet langs de oppervlakte der aarde, maar 10 kilometer daarboven plaats had, zoo verandert hierdoor de snelheid slecht 0.5 meter per secunde. De snelheid is dus ongeveer $\frac{1}{17}$ kleiner, dan die van het geluid bij 0° Cels.

De periode der verschillende golven van de 1ste storing bedroeg gemiddeld 7½ minuut op de tijdschaal, overeenkomende met eene lengte van 140.000 meters. Daar, bij de voortbeweging, de golven in amplitude afnemen, gestrekter worden, versmelten verscheidene golven en golfjes in de teekening als het ware tot ééne golf van zeer lange periode. Hieraan moet worden toegeschreven, dat de golven in sommige barogrammen van Europa schijnbaar eene periode van 1 uur, dus eene lengte van meer dan 1 millioen meters hebben.

Voor de berekening van de snelheid dezer luchtgolven zijn teekeningen van ten minste de grootte der Sydney'sche barogrammen noodig. Eene fout in de tijdsbepaling van het maximum der 1ste storing van slechts 2 minuten, geeft reeds eene fout in de snelheid van 4 mijlen per uur. Voor de 3 volgende storingen echter is eene fout van 2 minuten van weinig belang, omdat het tijdsverloop hier veel grooter is en de betrekkelijke fout dus geringer wordt.

Ik neem de vrijheid hier nog eenige opmerkingen te laten volgen over de geweldige zeegolven, die tijdens de eruptie zijn ontstaan.

Er zijn verscheidene golven op de kusten van Straat Soenda waargenomen; hoofdzakelijk drie, namelijk den 26sten des avonds tusschen 5½ en 6 uur, den 27sten des morgens te 6½ uur, en na 10 uur. De laatste was verreweg de hoogste van de drie.

De twee eerste golven zijn waarschijnlijk veroorzaakt door het vallen van groote hoeveelheden stoffen in zee, uitgeworpen bij de eruptie's van Zondagavond 5 u. 5 m. en Maandagmorgen 5 u. 28 m. Krakatau-tijd.

De laatste golf kan niet toegeschreven worden aan de explosie van 10 uur, omdat het ontstaan van de golf volgens verschillende waarnemingen, en volgens de peilschaalaanwijzingen te Tandjoeng Priok bij Batavia, vroeger moet plaats gehad hebben.

Uit de tijden van aankomst der groote golf te Tandjoeng

Priok en aan den Vlakken Hoek te 12 u. 30 m. en te 10 u. 30 m. benevens uit de gemiddelde diepten der zee, heb ik de snelheid der golven volgens de bekende formule van Russel: $h = \frac{v^2}{g}$, of $v = \sqrt{gh}$, en hieruit den tijd berekend. Op deze wijze verkrijg ik 9 u. 45 m. Krakatau-tijd voor het waarschijnlijkste oogenblik van het ontstaan der groote golf.

Daar ook aan aardbevingen de golf niet is toe te schrijven, komt het mij voor dat de geweldige instorting van Krakatau de oorzaak moet zijn. Het zeewater was waarschijnlijk reeds kort te voren van boven in den krater gedrongen, de instorting had dus plaats in zee, waarbij eene groote watermassa plotseling verplaatst werd, die de golfvorming ten gevolge had.

De tijdsbepaling is hier veel onzekerder dan bij de luchtgolf, doordat de diepten gedeeltelijk niet voldoende bekend zijn, gedeeltelijk ook van het eene punt naar het andere telkens veranderen, waardoor de gemiddelde diepte, en dus ook de snelheid der golven, eenigszins onzeker blijft. Intusschen is het niet waarschijnlijk dat de fout meer bedraagt dan 7 minuten naar beide zijden, dus 7 minuten vroeger of later dan 9 u. 45 m.

De tot nog toe bekende gegevens over den tijd van aankomst der golven op verschillende kustplaatsen van den Indischen Oceaan, geven natuurlijk voor de snelheid zeer verschillende waarden, omdat bij golven, welker lengte zeer groot, welker hoogte echter gering is ten opzichte van de diepte der zee, de snelheid alleen afhankelijk is van de diepte en wel volgens de hierboven gegevene betrekking van Russel.

De grootste snelheden vond ik in de richting naar Rodriguez, Mauritius en Zuid-Afrika.

Voor den afstand Krakatau-Rodriguez, berekend volgens den grooten cirkel, vond ik eene snelheid van gemiddeld 393.7 zeemijlen per uur of 202.9 meters per seconde; voor Krakatau-Port Elisabeth (Zuid-Afrika) 390.6 mijlen per uur of 201.3 meters per seconde; voor Krakatau-Mauritius 378.3

mijlen per uur of 194.9 meters per seconde, overeenkomende met de zeer belangrijke gemiddelde diepten van 4208, 4142 en 3885 meter. Voor Krakatau-Ceylon werden diepten van 2000 tot 2500 meter gevonden, ofschoon de Engelsche zeekaart hier veel grootere diepten aangeeft. Het is mij nog niet recht duidelijk, waardoor dit verschil veroorzaakt wordt.

De Krakatau-golven geven ons dus een middel aan de hand om bekend te worden met de diepten van den Indischen Oceaan, en daar als het ware diepzeeloodingen te verrichten. Van hoeveel gewicht daarom ook voor deze berekeningen de zelfregistreerende peilschalen zijn, die den juisten tijd van de aankomst der golven opteekenen, is duidelijk.

Buitenzorg, 10 Mei 1884.

UEBER DIE PERIODICITÄT IM SÄURE-GEHALTE

DER

FETTPFLANZEN.

VON

HUGO DE VRIES.

I. Historisches und Fragestellung.

Schon den älteren Pflanzenphysiologen war es bekannt, dass in manchen Pflanzen mit fleischigen Blättern sich in jeder Nacht eine Säure bildet, welche bei Tage wieder zersetzt wird *). Morgens früh haben die Blätter einen stark sauren, gegen Mittag oder gegen Abend einen faden oder bitteren Geschmack.

Diese auffallende Thatsache hat im Laufe der Jahre zu verschiedenen Speculationen über die gegenseitige Beziehung zwischen der Zersetzung organischer Säuren und dem Licht in der grünen Pflanze Veranlassung gegeben, wurde aber bis jetzt einem eingehenden experimentellen Studium nicht unterworfen.

Liebig stellte bekanntlich die Meinung auf, dass das Verschwinden der Säure auf eine Reduction durch das Licht, unter Abspaltung von Sauerstoff und Production von assimilirten Bildungstoffen beruhe †). In seinem berühmten Werke

*) Mohl, *Vegetabilische Zelle.* S. 248.

†) Liebig, *Die Chemie in ihrer Anwendung auf Agricultur und Physiologie.* 8 Aufl. 1865. I. S. 30.

heisst es von den Blättern von Cotyledon calycina, von Cacalia ficoides und anderen: »sie sind des Morgens sauer wie Sauerampfer, gegen Mittag geschmacklos, am Abend bitter. In der Nacht findet also ein reiner Säurebildungs-, Oxydationsprocess statt, am Tage und gegen Abend stellt sich der Process der Sauerstoffausscheidung ein; die Säure geht in Substanzen über, welche Wasserstoff und Sauerstoff im Verhältnisse wie Wasser, oder noch weniger Sauerstoff enthalten, wie in allen geschmackvollen und bitteren Materien."

Seit dieser Zeit ist das Verschwinden jener Säuren, wie es scheint, immer als ein Reductionsprocess aufgefasst, der direct vom Licht abhängig, und auf die Fettpflanzen beschränkt war *). DETMER hat die herrschende Ansicht in seinen Untersuchungen *Ueber das Wesen der Stoffwechselprocesse im vegetabilischen Organismus* †) ausführlich erörtert. Er bezeichnet »den Vorgang der Sauerstoffabscheidung, der sich bei der nur unter dem Einflusse des Lichts möglichen Zerzetzung von Pflanzensäuren geltend macht" als Insolationsathmung.

Dieser herrschenden Meinung gegenüber habe ich nun bereits im Jahre 1876 die Ansicht geltend zu machen gesucht, dass die Pflanzensäuren im Licht nicht reducirt, sondern oxydirt werden. Die bei dieser Oxydation gebildete Kohlensäure werde dann, wenigstens theilweise in den Chlorophyllkörnern in gewöhnlicher Weise unter dem Einflusse des Lichtes zersetzt, und dieses erkläre die von SAUSSURE und Anderen in solchen Fällen beobachtete Ausscheidung von Sauerstoff. Diese Auffassung erklärt, wie mir scheint, die bis dahin bekannten, einschlägigen Erscheinungen in viel einfacherer und natürlicherer Weise, wie die herrschende Auffassung.

Obgleich die vorliegende Abhandlung ganz andere Zwecke

---

*) Die ältere und neuere Literatur ist in PFEFFER's *Pflanzenphysiologie* I. S. 199 zusammengestellt. Man vergleiche ferner meine Aufsätze in den Landwirthschaftlichen Jahrbüchern, Bd. V, 1876, S. 469 und im *Maandblad voor natuurwetenschappen*, Jrg. 6, 1876. S. 101 und 152.

†) PRINGSHEIM's *Jhrb.* Bd. XII, S. 248 und 242—244, und DETMER, *Lehrbuch der Pflanzenphysiologie.* S. 176.

verfolgt, habe ich doch nicht versäumt, nach experimentellen Beweisen für die erwähnte Ansicht zu suchen. Sie sind in einem der letzten Paragraphen zusammengestellt. Entscheidend ist die Thatsache, dass die Zersetzung der Säuren in den Fettpflanzen gar nicht vom Licht verursacht wird. Sie findet im Dunklen stets statt, wenn nur die Pflanze nicht kurze Zeit vorher beleuchtet war. Die Säureproduction dauert im Dunklen nur Eine Nacht; bleibt die Pflanze längere Zeit in künstlicher Finsterniss, so verliert sie fortwährend, und wie es scheint, unter allen Bedingungen, grössere oder geringere Mengen von Säure. Im schwachen Lichte wird die Zersetzung beschleunigt; ebenso wird sie in der Sonne durch die Erhöhung der Temperatur gefördert. Die Zersetzung der Säuren hat also nicht die geringste Aehnlichkeit mit der Kohlensäurezerlegung; sie bedarf des Lichtes nicht, und ist also jedenfalls kein Reductionsprocess, bei dem Sauerstoff ausgeschieden wird. Es bleibt demnach Nichts Anderes übrig, als sie als ein Oxydations-Process aufzufassen

---

Während also bis jetzt stets das Verschwinden der Säure im Licht in den Vordergrund der Betrachtungen gestellt wurde, werde ich im Folgenden den Nachweis zu liefern suchen, dass das characteristische der Fettpflanzen gar nicht hierin, sondern grade im Gegentheil in der nächtlichen Production von Säure zu suchen ist. Diese Production ist eine höchst eigenthümliche Erscheinung; die Zersetzung der Säure ist ein im Pflanzenreich weit verbreiteter Process, der hier nur, in Folge besonderer Umstände, rascher und ausgiebieger sich abspielt, als bei dünnblättrigen Gewächsen.

Diese eigenthümliche Säure-Bildung verdient aber aus mehreren Gründen ein eingehendes Studium. Noch immer findet SCHLEIDEN's *) Ansicht Anhänger, dass die Pflanzensäuren beim Stoffwechsel als Nebenproducte entständen, die fernerhin störend auf die Vegetation wirken würden, wenn

*) SCHLEIDEN, *Grundzüge d. wiss. Botanik*, Bd. I, S. 175.

sie nicht durch Basen neutralisirt, oder durch Zersetzung entfernt werden können. Dieser Auffassung gegenüber gewinnt in den letzten Jahren eine andere Feld, nach der die Säuren im pflanzlichen Stoffwechsel eine ganz bestimmte Rolle zu erfüllen haben. Diese Rolle sucht man in ihrer Verbindung mit den Basen der Salze, welche von den Wurzeln aufgenommen werden, und deren Säuren das Material zur Eiweissbildung abgeben müssen *). Diese Basen müssen theilweise einfach in unschädlicher Form dem Stoffwechsel entzogen werden †), theilweise finden sie bei anderen physiologischen Processen Verwendung §).

Dieser Sachlage gegenüber hegte ich die Hoffnung, dass ein so auffallender, und dem experimentellen Studium so schön zugänglicher Process, wie die tägliche Säurebildung der Fettpflanzen, wenigstens darüber volle Aufklärung geben würde, ob die Entstehung der Säuren als eine nebensächliche Folge anderweitiger Vorgänge, oder als eine bestimmten Zwecken dienende, also auf besonderer Anpassung beruhende Eigenschaft betrachtet werden müsse.

In dem experimentellen Theil meiner Arbeit werde ich die verschiedenen Factoren, auf deren Zusammenwirken die tägliche Säure-Periode der Fettpflanzen beruht, möglichst von einander trennen, um jede einzeln und für sich studiren zu können. Am Schlusse werde ich dann die erhaltenen Resultate zu einem Gesammtbilde dieser Periodicität zu verarbeiten suchen.

II. Beschreibung der Methode.

Die in vorliegender Abhandlung zu beschreibenden Versuche sind alle nach derselben Methode ausgeführt. Stets galt es, die Veränderung der sauren Reaction eines Pflan-

*) Holzner, *Flora* 1864, S. 273.

†) Vergl. *Landwirthschaftliche Jahrbücher*, Bd. [illegible], S. 53.

§) Ueber den Antheil der Pflanzensäuren an der Turgorkraft wachsender Organe, *Bot. Ztg.* 1883, S. 849.

zentheils während einer bestimmten Zeit, und unter bestimmten Bedingungen kennen zu lernen. Es wurde dabei derart verfahren, dass zwei einander möglichst gleiche Organe ausgewählt wurden, welche seit geraumer Zeit gleichen äusseren Einflüssen ausgesetzt gewesen waren. Von diesen wurde das Eine am Anfang, das andere am Ende des Versuches untersucht, und unter der Annahme, dass der Säure-gehalt in beiden anfangs gleich war, durfte die Differenz beider Bestimmungen als Maass für die in dem zweiten Organe während des Versuchs stattgehabten Veränderungen angesehen werden. Je grösser diese Differenz, um so sicherer und zuverlässiger war das Resultat, und ich habe deshalb stets danach gestrebt, möglichst grosse und unzweifelbare Unterschiede in den acidimetrischen Ergebnissen zu erhalten. Jeden Versuch habe ich stets gleichzeitig mit wenigstens drei Arten angestellt, und nur wenn diese sämmtlich eine gleichsinnige Antwort auf meine Frage gaben, das Resultat als entscheidend betrachtet. Jedoch ist es kaum jemals vorgekommen, dass sich echte Fettpflanzen unter gleichen äusseren Bedingungen, und bei gleicher Vorbereitung verschieden verhielten, und dieses erhöht die Zuverlässigkeit meiner Resultate ganz wesentlich.

Die Einzelheiten der Methode lassen sich in zwei Gruppen zusammenfassen. Die erste bezieht sich auf die acidimetrische Bestimmung selbst; die zweite auf die Wahl und die Vorbereitung des Materiales.

Fangen wir mit der *acidimetrischen Messung* an. Der »Säure-gehalt", die »saure Reaction" oder richtiger die »Acidität" eines Pflanzentheiles ist die Menge freier Säure, welche durch die gewöhnliche acidimetrische Messung nach der Methode des Titrirens ermittelt wird. Sie beruht zum Theil auf wirklich im freien Zustande vorhandene Säuren, zum Theil aber auf saure Salze, deren nicht durch eine Base gesättigter Theil in derselben Weise beim Titriren wirkt wie die freien Säuren. Die Säuren in den Blättern der Fettpflanzen *) sind zum Theil an anorganische Basen

*) Die Säure der Crassulaceen, und wohl auch der meisten anderen

namentlich an Kali und Kalk, zum kleinen Theil, wie es scheint, auch an organische Basen gebunden. Letztere bedingen wohl den beim Titriren so äusserst unangenehmen Mangel an Schärfe in der Endreaction. Hierauf kommen wir sogleich zurück.

Von der physiologischen Seite betrachtet, ist die saure Reaction stets eine Folge der relativen Grösse dreier verschiedener Factoren. Denn sie beruht nicht nur auf die Production von Säure in der Zelle, sondern hängt auch von deren nachheriger Neutralisation durch Basen und schliesslich von deren Zersetzung resp. Oxydation ab. Es leuchtet ein, dass die Acidität eines Pflanzentheils, genau betrachtet, nur die Differenz zwischen der Production und den beiden letzteren Vorgängen darstellt. Veränderungen in diesem »Säure-gehalt" dürfen also nicht ohne Weiteres Einem dieser Factoren zugeschrieben werden, sondern beruhen im Allgemeinen auf das Ueberwiegen des einen über die anderen. Die Versuche lassen stets die Deutung zu, dass fortwährend die drei genannten Processe neben einander stattfinden, und dass nur ihre relative Intensität wechselt. Meiner Ueberzeugung nach muss diese Auffassung allen Untersuchungen auf diesem Gebiet zu Grunde gelegt werden. Und vielleicht wird es später gelingen, nachzuweisen, dass thatsächlich in allen kräftig lebenden Pflanzenzellen jene drei Processe unaufhörlich neben einander verlaufen.

Um diese Verhältnisse möglichst zu vereinfachen, habe ich fast stets mit von der Pflanze abgetrennten Organen gearbeitet, denen höchstens die Aufnahme von destillirtem Wasser gestattet wurde. So war wenigstens die Aufnahme von Basen von ausserhalb des Pflanzentheiles ausgeschlossen, und durften erhebliche Veränderungen der Acidität als Folgen der gegenseitigen Wechselwirking der zwei übrig bleibenden Factoren, Production und Zersetzung, betrachtet werden.

Ferner habe ich mich durch besondere Versuche mit sehr

Fettpflanzen ist vorwiegend Aepfelsäure, der aber häufig etwas Citronensäure beigemischt zu sein scheint.

empfindlichen Arten (*Echeveria metallica* und *Rochea falcata*) überzeugt, dass während der nächtlichen Production von Säure der Gehalt an freier Säure zunimmt, während der an organische Basen gebundene Theil keine messbare Veränderung erleidet. Ich bestimmte dazu auf acidimetrischem Wege, mit Hülfe von Alcohol und Phenolphtalein, die so gebundene Säure und fand diese am Abend und am nächsten Morgen in derselben Menge vorhanden, während die freie Säure merklich vermehrt war. Diese Thatsache zeigt, wenn solches noch nöthig sein sollte, dass die Periodicität in der sauren Reaction nicht etwa auf ein periodisches Zu- und Abnehmen der Gehaltes an organischen Basen, sondern wirklich auf eine Veränderung in dem Reichthum an organischer Säure beruht.

Wie bereits erwähnt, geschahen die Messungen nach der Methode des Titrirens *), und zwar mit zehntelnormaler Kalilösung, welche auf eine zehntelnormale Lösung von Oxalsäure gestellt war. Als Indicator benutzte ich Curcumapapier, und um mich über die allmählige Annäherung an den Neutralisationspunkt vorläufig zu unterrichten, Lackmusspapier. Nach vielfachen Vorversuchen hatte ich mich überzeugt, dass fast nur mit Curcumapapier hinreichend scharfe Resultate erlangt werden; gelöste Indicatoren geben in diesen Pflanzensäften meist nur einen sehr langsamen Uebergang der einen Farbe in die andere. Curcuma bleibt mit sauren Lösungen unverändert (gelb) und wird mit alcalischen braun; bei einiger Uebung gelingt es bald den geringsten Grad von sichtbarer Braunfärbung mit Sicherheit zu beobachten. Diesen habe ich als Endreaction, als Beweis, dass der Neutralisationspunkt erreicht war, angenommen.

Betrachten wir diese Reaction etwas genauer. Bei der Titration chemisch reiner Lösungen bedingt der erste Tropfen Kalilösung, durch den der Neutralisationspunkt überschritten wird, dass ein kleines Tröpfchen der Flüssigkeit, auf das Curamapapier gesetzt, einen scharfen schmalen dunkel-

---

*) Ich folgte das ausgezeichnete *Lehrbuch der analytisch-chemischen Titrirmethode* MOHR's, 5e Aufl. und benutzte die S. 97 abgebildeten Büretten.

braunen Ring an seinem Umfange hervorruft. Denn während das Tröpfchen in die capillaren Räume des Curcumapapieres eingesogen wird, verbindet sich sein überschüssiges Alcali schon bei der ersten Berührung mit dem harzigen, unlöslichen Farbstoff. Ausserhalb des schmalen braunen Ringes entsteht ein breiter farbloser nasser Ring, der anweist, wie weit das von seinem Alcali beraubte Wasser noch vorgedrungen ist.

Ganz anders beim Titriren der meisten Pflanzensäfte. Nach dem Ueberschreiten des Neutralisationspunktes verursacht ein Tröpfchen des Saftes auf das farbige Papier einen breiten unscharf begrenzten Ring von äusserst blass brauner Farbe. Fügt man nun noch einige weitere Tröpfchen der Titrirflüssigkeit zu, so ruft ein neues Tröpfchen des Saftes einen ähnlichen, aber etwas dunkler braun gefärbten Ring hervor, der bei jedem Tropfen Titrirlösung dunkler und schärfer wird, aber immer sehr breit, und in Beziehung zu dem der chemisch reiner Lösungen unscharf begrenzt bleibt. Je nach der specifischen Natur der Pflanze, dem Alter des Organes u.s.w. tritt nur diese Reaction rascher und schärfer, oder langsamer und unsicherer ein. Beim Titriren grösserer Saftmengen ist sie fast immer weniger scharf, wie bei geringeren Mengen, weil sich der einfallende Tropfen Titrirflüssigkeit im ersteren Fall über ein grösseres Quantum vertheilt. Dieser Umstand ist für unseren Zweck in so weit vortheilhaft, als beim Experimentiren mit grösseren Pflanzentheilen grössere absolute Veränderungen zu erwarten sind, und als demzufolge gewöhnlich grosse Unterschiede mit einer weniger scharfen, kleinere Unterschiede aber mit schärferer Endreaction zusammengehen. Im ersteren Falle schadet die weniger scharfe Reaction nicht, im letzteren würde sie sehr leicht hinderlich sein. Glücklicher Weise fielen die Differenzen in meinen Versuchen fast immer weit ausserhalb der Grenzen dieser Fehlerquelle.

Die Entstehung des breiten braunen Ringes beruht auf die Anwesenheit schwacher organischer Basen, welche in annähernd neutraler Lösung mit den Säuren nur unvollständig gebunden sind. Diese werden vom Kali theilweise in Freiheit gesetzt, während es sich mit der Säure bindet.

Ist der Neutralisationspunkt also auch bereits um mehrere Tropfen überschritten, so findet sich noch immer kein freies Kali in dem Safte, und es kann somit der schmale dunkelbraune Ring, den reine Lösungen geben, hier nicht erwartet werden. Eine weitere Ueberlegung, die wir hier aber nur andeuten wollen, ergiebt, dass die Breite des Ringes dadurch bedingt wird, dass die organischen Basen, in dem Maasse wie sie sich mit dem Farbstoff binden und also der capillar aufgesogenen Lösung entzogen werden, durch Dissociation aus ihrer Verbindung mit der Säure freigemacht werden. So lange das Wasser mit neuem Farbstoff in Berührung kommt, dauert dieser Process mit abnehmender Intensität, und es muss somit ein breiter Ring ohne jede scharfe äussere Grenze gebildet werden. Beim Austrocknen verschwindet dieser Ring; wohl deshalb weil sich bei zunehmender Concentration der Lösung die Säure wieder mit den Basen verbindet.

Die *Vorbereitung* der Versuchsblätter für die acidimetrische Messung war eine sehr einfache. Eine Hauptbedingung war, dass die Pflanzentheile genau in dem Augenblicke, für welchen ihre Acidität bestimmt werden sollte, getödtet wurden, damit nicht zwischen jenem Moment und der Titration noch eine Production oder ein Verlust an Säure stattfinden könne. Zwar habe ich stets die Titration so bald wie irgend möglich vorgenommen; doch wenn viele Versuche gleichzeitig stattfanden, konnten oft mehrere Stunden zwischen dem Ende eines Versuches und der acidimetrischen Ausmessung vergehen. Und wenn die Versuche erst Abends spät oder in der Nacht abgebrochen wurden, musste ich mit dem Titriren schon aus dem Grunde bis zum nächsten Tage warten, dass die Curcuma-reaction bei Lampenlicht nicht scharf sichtbar war. Bewahrt man die Pflanzentheile lebendig auf, so ändert sich ihre Acidität während eines solchen Zeitraumes selbstverständlich, und dieses ist also ein für allemal unzulässig. Nach dem Tode änderte sich aber, wenigstens in etwa 12 Stunden, der Gehalt an Säure nicht merklich, wie Vorversuche lehrten. Ein längeres Aufbewahren ist nicht gestattet, denn wenn Fäulniss eintritt, verschwindet die Säure.

Ich habe die Pflanzentheile stets durch Erwärmung auf etwa 90—100° C. getödtet. Ich brachte sie dazu in weiten Reagenzröhren, und stellte diese in einem Wasserbade mit kochendem Wasser, wo sie in einer Viertelstunde jene Temperatur in ihrem ganzen Inhalte annahmen. Das Tödten hat ferner den wesentlichen Vortheil, dass der Widerstand aller Protoplaste gegen den Durchtritt der Säuren beseitigt wird, dass letztere also nachher sehr leicht in die umgebende Flüssigkeit übergehen.

Zur Messung habe ich die Säure nicht extrahirt oder vom ungelösten Theile getrennt. Ich habe die fleischigen Blätter einfach in einem, innerlich glasirten Porcellan-Mörser zu Brei gerieben und dazu das Waschwasser, mit welchem ich das oben erwähnte Reagenzrohr ausspülte, gefügt. Ich titrirte sodann den dünnen Brei im Mörser, und achtete darauf, dass ich ihn stets bis zur Erreichung des Neutralisationspunktes und also bis zum Schluss der ganzen Operation aufs Innigste mit der zugesetzten Titrirflüssigkeit mischte. Der Brei war stets kurz, nie faserig, die Mischung gelang also sehr gut. Häufig liess ich ihn nach Beendigung der Operation einige Stunden stehen, um zu sehen, ob er noch sauer werden würde. Wären nicht alle Zellen gleich anfangs völlig extrahirt resp. neutralisirt, so müsste dieses der Fall sein; trat es nicht ein, so durfte die Methode als eine hinreichend genaue betrachtet werden. Es waren nun höchstens noch 1—2 Tropfen Titrirflüssigkeit erforderlich um die Neutralität wieder herzustellen, ein Fehler, der unsere Resultate nicht im Mindesten beeinflüssen kann, und der dazu in den mit einander zu vergleichenden Messungen stets derselbe war, und schon aus diesem Grunde vernachlässigt werden konnte.

Hätte ich den Saft extrahirt, und alles Lösliche vom Unlöslichen getrennt, so würde ich die Säure stark verdünnt haben, und es wäre dann die Endreaction viel zu unbestimmt geworden, um noch irgend welche bequeme und sichere Messung zu gestatten.

Ueber die *Wahl des Materiales* habe ich im Anfange dieses Abschnittes schon Einiges mitgetheilt. Es kam immer

darauf an zwei vergleichbare Organe zu haben, deren eins zur Bestimmung der Säure vor, das andere zur Titration nach dem Versuche diente. Je nach den Arten boten sich hier verschiedene Regeln. Die grossen Blätter vom *Echeveria metallica* theilte ich der Länge nach in zwei möglichst gleiche Häiften, deren eins vor, das andere nach dem Versuch getödtet wurde. *Rochea* und *Crassula* haben opponirte Blätter; es wurden stets zu einem Versuch die beiden Blätter desselben Paares genommen. *Sempervivum* und andere haben spiralig gestellte Blätter; ich wählte hier zu einem Versuch vier auf einander folgende Blätter, deren unterstes und höchstes zusammen vor dem Versuch getödtet wurden, und somit als Controlle dienten für die beiden mittleren, welche zusammen dem Versuch unterworfen wurden. Bei kleineren Blättern wurden durch ähnliche Combinationen vergleichbare Gruppen hergestellt.

Vor dem Versuche müssen die zu vergleichenden Blätter geraume Zeit gleichen Einflüssen ausgesetzt, namentlich gleich stark beleuchtet gewesen sein. Gewöhnlich liess ich die in Töpfen gezogenen Pflanzen zu diesem Zwecke Wochen lang in dem Gewächshaus des Laboratoriums unter meiner täglichen Aufsicht wachsen.

Als Einheit für die Berechnung des Säure-gehaltes galt das Gewicht der ganzen Organe; ich habe die empirisch gefundenen Zahlen stets auf 10 Gramm Blatt umgerechnet, um sie mit einander vergleichbar zu machen. Damit aber das Gewicht der zu vergleichenden Blätter an sich keine Fehlerquelle einführe, habe ich diese stets gleichzeitig, und sofort nach dem Abtrennen von der Pflanze sämmtlich gewogen, sowohl die zur Controlle, als die zum Versuch bestimmten. Während des Versuches mochte sich nun das Gewicht, z. B. durch Verdunstung verändern; hierauf wurde nicht geachtet. In den Tabellen sind also die eingetragenen Gewichte stets Anfangsgewichte.

Die Blätter wurden wo immer möglich nicht abgeschnitten, sondern in ihrem Gelenk glatt abgebrochen, damit die Wunde möglichst klein und unschädlich sei. Bei den meisten Crassulaceen gelingt dies sehr leicht.

Die Exposition der Pflanzentheile war in allen Versuchen, wo nicht das Gegentheil bemerkt wird, eine solche, dass sie von nahezu dem ganzen sichtbaren Theile des Himmels Licht erhalten konnten. Sie lagen auf Tischen, welche auf einem gegen Süden und Westen völlig freien Ausbau im ersten Stock meines Loboratoriums aufgestellt waren, und welche nach Norden und Osten in einer Entfernung von wenigstens $2^1/_2$ Meter durch das nur 3 Meter höhere Gebäude geschützt waren. Wo also von diffusem Himmelslichte die Rede ist, wird ein sehr starkes Licht gemeint; schien die Sonne, so waren die Objecte ihren Strahlen von Morgens früh bis Abends etwa 5 Uhr ununterbrochen ausgesetzt.

Die Tabellen enthalten, wie aus der Beschreibung der Versuche erhellt, zunächst das Anfangsgewicht der beiden zu vergleichenden Blätter, Blatthälften oder Blättergruppen, dann die an der Bürette abgelesenen Anzahlen CC zehntelnormaler Kalilösung, welche zur Neutralisation erforderlich waren, und endlich diese selben Zahlen auf 10 Gramm Blattsubstanz berechnet. Die Differenz je zweier solchen Zahlen ist das Resultat des Versuches. Unter der, behufs Berechnung wohl erlaubten Annahme, dass die gemessene Säure Aepfelsäure ($C_4 H_6 O_5$, Aequivalentzahl 67) ist, lässt sich aus diesen Zahlen der procentische Gehalt der Blätter an Grammen Säure leicht berechnen; ich habe diese Berechnung nur deshalb nicht ausgeführt, weil sie die Tabellen ohne jeden Nutzen fur die Beweisführung vergrössern würde. Auch gibt sie kaum ein richtigeres Bild der erhaltenen Resultate, wie die directen empirischen Zahlen.

Zur Contrôle dieser Methode habe ich unter mehreren, folgenden Versuch angestellt. Eine Topfpflanze von *Rochea falcata* wurde im August Abends nach einem hellen Tage in einen Dunkelschrank gestellt. Am nächsten Morgen wurden fünf Blattpaare ausgewählt, die zehn Blätter einzeln getödtet und titrirt, wie oben beschrieben. In Folge der nächtlichen Production hatte der Gehalt an Säure im Momente der Tödtung in allen Blättern sein Maximum erreicht; etwaige Differenzen würden also gleichfalls möglichst gross sein. Es galt nun zu erfahren, in wie fern die beiden

Blätter desselben Paares denselben Gehalt an Säure hatten; hierüber gibt die folgende Tabelle Aufschluss.

	Länge der Blätter in Cm.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO	Acidität pro 10 Gr.	Diff.
I. Jüngstes Blattpaar.......	4	1.90	1.2	6.3	
	4	2.12	1.3	6.1	0.1
II. Nächstälteres wachsendes P.	8	7.38	6.0	8.1	
	8	8.08	7.2	8.9	0.8
III. Folgendes ausgewachsenes P.	9	9.83	8.5	8.6	
	9	9.77	8.4	8.6	0.0
IV. Fünftes, ausgewachsenes P..	9	11.10	7.3	6.6	
	9	10.24	7.0	6.8	0.2
V. Aeltestes oder siebentes Blattpaar.....................	7	6.17	3.2	5.2	
	7	6.62	2.7	4.1	1.1

Die Uebereinstimmung ist in den beiden kräftigen ausgewachsenen Blattpaaren eine sehr befriedigende; ebenso in einem der wachsenden Paare. Im anderen wachsenden Paare und in den bereits älternden Blättern ist sie wesentlich geringer, doch derart, dass die entscheidenden Resultate unserer Versuche wohl stets bedeutend grösser sind. Ich habe aber, wenn nichts weiteres bemerkt ist, stets mit kräftigen, jungen aber völlig ausgewachsenen Blättern experimentirt.

Der Versuch lehrt zugleich, dass der maximale Säuregehalt in wachsenden Blättern mit zunehmendem Alter grösser wird, um später und zumal im höheren Alter wieder abzunehmen. Dieselbe Thatsache habe ich auch mit anderen Arten beobachtet, sie mag zur Erklärung des Umstandes beitragen, dass häufig in unseren Tabellen der maximale Säure-gehalt, resp. die Acidität an einer selben Tagesstunde bei den verschiedenen Blättern einer Art eine sehr verschiedene ist.

III. Abnahme der sauren Reaction in constanter Finsterniss.

Selbstverständlich kann man die tägliche Periodicität der Fettpflanzen nur dann richtig beurtheilen, wenn man weiss, wie sie sich in constanter Finsterniss verhalten. Folgende Versuche geben hierüber Aufschluss.

Abnahme der sauren Reaction in kurzen Perioden. Zu diesem Versuche diente eine Topfpflanze von *Rochea falcata*, welche bis zum 13 Aug. 1881 günstigen Wachsthumsbedingungen in sonniger Lage ausgesetzt gewesen war. An jenem Tage wurde sie des Nachmittags um 4 Uhr in einen Dunkelschrank gebracht, und blieb hier bis zum Ende des Versuches. Das Verhalten der Säure wurde in halbtägigen Perioden verfolgt; für jede Periode diente ein besonderes Blattpaar; die einzelnen Paare brauchten somit nicht mit einander verglichen zu werden. Von jedem Blattpaare wurde Ein Blatt am Anfang, und das andere am Ende der betreffenden Periode von der Pflanze abgeschnitten, und titirt. Ich fing mit dem höchsten erwachsenen Paare an, und nahm später die Blätter in absteigender Folge weg. Von jedem Paare wurde Ein Blatt Abends, und das andere am nächsten Morgen, oder Ein Blatt Morgens, und das andere am Abend desselben Tages getödtet und analysirt. Die Temperatur war während des ganzen Versuches etwa 17° C.

N°. des Blattpaares.	Getödtet am :	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Oberstes P. . .	13 Aug. 4 Uhr Ab.	9.36	2.2	2.4	
	14 〃 8 〃 M.	9.79	8.8	9.0	+ 6.6
II. Blattpaar.	14 〃 8 〃 M.	10.15	8.8	8.7	
	14 〃 4 〃 A.	10.27	7.6	7.4	— 1.3
III. 〃	14 〃 4 〃 A.	11.50	8.5	7.4	
	15 〃 8 〃 M.	10.71	6.8	6.3	— 1.1
IV. 〃	15 〃 8 〃 M.	8.71	4.1	4.7	
	15 〃 7 〃 A.	9.38	4.1	4.4	— 0.3
V. 〃	15 〃 7 〃 A.	8.47	3.9	4.6	
	16 〃 9 〃 M.	8.46	3.4	4.0	— 0.6

Die Tabelle zeigt, dass nur in der ersten Nacht eine überwiegende Production von Säure stattgefunden hat, seitdem hat der Gehalt stetig, wenn auch langsam abgenommen. In V Abschnitt werden wir sehen, dass die Production von Säure stets auf die erste Nacht beschränkt ist.

Abnahme der sauren Reaction in längeren Perioden. Nachdem also durch den beschriebenen Versuch die Möglichkeit einer täglichen Periodicität in constanten Finsterniss ausgeschlossen ist, wollen wir jetzt die Beobachtung mit grösseren Perioden über einen längeren Zeitraum ausdehnen. Als Versuchsmaterial diente ein nicht blühendes Pracht-Exemplar von *Echeveria metallica* mit 14 grossen erwachsenen Blättern; es wurde am 2 August 1881 um 2 Uhr in einen Dunkelschrank gebracht, wo es bis zum Ende des Versuches blieb.

Die Perioden dauerten anfangs zwei Tage, später länger. Von jedem Blatt wurde am Anfange der betreffenden Periode Eine Längshälfte abgeschnitten und analysirt, während die andere Hälfte bis zum Ende der Periode an der Pflanze verblieb. Nur die kräftigsten, ausgewachsenen Blätter dienten zu dem Versuche.

	Getödtet am:	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
I. Blattpaar.	1 Aug. 9 Uhr Morg.	18 15	16.2	8.9	
	6 " 3 " Mitt.	18.01	10.7	5.9	— 4.0
II. "	6 " 3 " "	19.16	12.3	6.4	
	8 " 2 " "	15.50	9.0	5.8	— 0.6
III. "	8 " 2 " "	10.61	5.7	5.3	
	13 " 3 " "	9.84	4 4	4.5	— 0.8
IV. "	13 " 3 " "	25.23	13.5	5.4	
	20 " 3 " "	22.38	8.7	3.4	— 2.0

Also bei einer Versuchsdauer vom 2 bis zum 20 Aug.

stets merkliche Abnahme der Acidität. Genau denselben Versuch habe ich gleichzeitig mit vier älteren Blättern derselben Pflanze durchgeführt, und auch hier ein stetiges Abnehmen constatiren können.

Die beiden vorigen Versuche sind mit an der Pflanze befindlichen Blättern resp. Blatthälften angestellt; es war also der Einwand nicht beseitigt, dass die Verminderung der Acidität auf Neutralisation durch aus dem Boden aufgenommene Basen beruhen könne. Genau dasselbe Resultat erhält man aber auch wenn man mit Blättern arbeitet, welche von der Pflanze getrennt waren. Folgender Versuch wurde mit Blättern von *Echeveria metallica* ausgeführt, welche am 2 August 1881 abgebrochen und ins Dunkle gebracht waren. Die Einzelheiten waren dieselben wie im vorigen Versuch.

	Getödtet am:	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
I. Blattpaar.	2 Aug. 3 Uhr. Mitt.	14.29	6.7	4.7	
	4 " 9 " Morg.	13.97	4.1	2.9	— 1.8
II. "	4 " 9 " "	13.47	10.6	7.9	
	6 " 3 " Mitt.	12 57	7.7	6.1	— 1.8
III. "	8 " 2 " "	16.65	10.2	6.1	
	13 " 3 " "	14 28	6.0	4.2	— 1.9

In allen drei mitgetheilten Tabellen sieht man, dass die Verminderung der Acidität, auf gleiche Zeiten, z. B. auf je 24 Stunden berechnet, anfangs merklich rascher ist, als am Ende, obgleich der Umstand, dass die einzelnen Blätter resp. Blattpaare unter sich nicht gleich waren, eine regelmässige Abnahme der Zersetzungsgeschwindigkeit nicht gestattete. Im Allgemeinen wird man wohl annehmen dürfen, dass pro 24 Stunden der Verlust an Säure um so grösser ist, je grösser der anfängliche Gehalt war. Wenigstens deuten hierauf mehrere Versuche hin.

Abnahme der Acidität bei anderen Arten während sechs Tage im Dunklen. Bei Fettpflanzen mit geringerem Säuregehalt wird man gleich anfangs grössere Perioden nehmen müssen, um überhaupt eine Abnahme mit Sicherheit constatiren zu können. Ich habe eine Periode von sechs Tagen gewählt. Diese fing selbstverständlich nach Ablauf der ersten Nacht, also nach der Periode der Säure-Production an; die abgebrochenen Pflanzentheile blieben während der ganzen Versuchsdauer im Dunkelschrank bei 18—20° C. In der folgenden Tabelle bezeichue ich mit *vor* die am Anfang des Versuchs, also nach der ersten Nacht titrirten, mit *nach* die während sechs weiterer Tage aufbewahrten Organe.

		Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Echeveria metallica, sehr junge Blätter.	vor	6.43	4.7	7 3	
	nach	7.12	2.8	3 9	— 3.4
Rochea falcata, junges Blattpaar, 5.5 Cm. lang.......	vor	4.27	2.2	5.2	
	nach	4.78	1.2	2.5	— 2.7
Bryophyllum calycinum, zwei erwachsene Blattpaare.....	vor	3.08	0.7	2.3	
	nach	3.50	0.5	1.4	— 0.9
Crassula arborescens, zwei erwachsene Blattpaare.......	vor	2.89	1.1	3.8	
	nach	3.03	0.8	2.6	— 1.2
Opuntia coccinellifera, Längshälften einer Stammscheibe.	vor	8.42	3.1	3.7	
	nach	9.99	3.1	3.1	— 0.6

Also stets eine unzweifelbare Abnahme der Acidität. Bei *Stapelia deflexa* und *Phyllocactus Phyllanthus*, deren Stengelglieder ich demselben Versuch unterwarf, war die Endreaction zu unscharf um bestimmte Zahlen angeben zu können, doch war eine Abnahme der Acidität auch hier unzweifelbar.

In der Tabelle gehören die vier ersten Arten zu den Crassulaceen; die *Opuntia* verhält sich aber genau wie diese.

Abnahme der Acidität bei Nicht-Fettpflanzen in constanter Finsterniss. Die beschriebene Erscheinung ist keineswegs auf die Fettpflanzen beschränkt, sondern, wie es scheint, allen Pflanzen gemeinsam Nur sind bei Weitem die meisten Pflanzen so schwach sauer, dass eine eventuelle Abnahme ihres Säuregehaltes sich mit den jetzigen Mitteln kaum mit Sicherheit constatiren lässt. Ich wähle deshalb als Beispiele die Gattungen *Rheum* und *Begonia*, deren Saft äusserst sauer zu sein pflegt, und welche offenbar nicht zu den Fettpflanzen gerechnet werden können. Ihre organische Säure ist vorwiegend Oxalsäure. Der Versuch wurde mit ausgewachsenen von der Pflanze und der Blattspreite getrennten Blattstielen ausgeführt. Ein möglichst gleichartiges, etwa 20 Cm. langes Stück eines Blattstieles wurde ausgesucht, durch drei Marken in vier nahezu gleiche Theile getrennt, und nun das obere und untere Stück abgeschnitten und zusammen gewogen, getödtet und analysirt (A); die beiden mittleren Stücke (B) dienten zu dem Versuch. Die erstgenannten Theile wurden am 23 August 1881 morgens früh getödtet, die übrigen blieben bis zum 27 August im Dunkelschrank.

Blattstiele von		Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Begonia Verschaffeltii...... ..	A	10.45	19.1	18.3	
	B	10.01	16.5	16.5	— 1.8
Begonia ricinifolia...........	A	6 61	14.5	21.9	
	B	6.48	12.3	19.0	— 2.9
Rheum officinale............	A	15.65	25 5	16.3	
	B	15.05	21.6	14.4	— 1.9

Mit den Blattstielen von *Rheum officinale* und *Rheum Emodi* habe ich ferner in der Art experimentirt, dass die

Stiele in 3, 5 oder 6 Stücke zerschnitten wurden. Diese wurden von unten nach oben numerirt; alle sofort gewogen, die unebenen oder die ebenen Nummern sofort analysirt, die übrigen in einem dunklen Zinkkasten in feuchter Luft fünf resp. acht Tage aufbewahrt und darauf titrirt. Sie standen hier mit dem unteren Ende in feuchtem Sand, aber wuchsen dennoch nicht, was daraus hervorging, dass sie, als sie am Schluss des Aufenthaltes wieder gewogen wurden, nicht merklich an Gewicht gewonnen hatten.

N°. der Stücke.	Getödtet:	Länge in Cm.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Verluste.
Rheum officinale, älterer Stiel. N°. 6	sofort	8.0	27.42	61.0	22.2	
„ 5	nach 8 Tagen	7.0	26.66	48.0	18.0	4.2—3.0
„ 4	sofort	6.0	26.13	55.0	21.0	
„ 3	nach 8 Tagen	6.0	29.75	51.0	17.1	3.9—3.2
„ 2	sofort	5.5	30.48	62.0	20.3	
Unterstes Stück, „ 1	nach 8 Tagen	5.0	35.51	59.0	16.6	3.7
Rheum officinale, junger nicht ausgewachsener Stiel. N°. 5	sofort	8.0	15.08	23.4	15.5	
„ 4	nach 5 Tagen	8.0	17.28	25.2	14.6	0.9—1.1
„ 3	sofort	7.5	17.72	27.8	15.7	
„ 2	nach 5 Tagen	7.0	20.11	30.1	15.0	0.7—0.3
„ 1	sofort	7.0	22.61	34.5	15.3	
Rheum Emodi vier junge Blattstiele. N°. 3	sofort	5—9	7.51	14.8	19.7	
„ 2	nach 5 Tagen	5—8	9.75	14.2	14.6	5.1—3.2
„ 1	sofort	5—8	11.47	20.4	17.8	

Fassen wir nun einerseits alle am Anfang, anderseits alle am Schlusse der Versuches gewonnenen Zahlen zusammen, und berechnen wir daraus das Mittel, so finden wir:

	Vor Anfang.	Am Schluss.	Verlust.
Rheum officinale, alt	21.2	17.2	4.0
Rheum officinale, jung. . . .	15.5	14.8	0.7
Rheum Emodi, jung	17.6	14.6	3.0

Also stets ein sehr fühlbarer Verlust an Säure.

Es verdient hervorgehoben zu werden, dass in den Blattstielen von *Rheum* während des Wachsthums stets erhebliche Quantitäten Oxalsäure gebildet werden; wird das Wachsthum durch das Abschneiden sistirt, und der Theil nun ins Dunkle gestellt, so verliert er Säure. Es weist dieses darauf hin, dass auch im wachsendem Stiel Production und Zersetzung von Säure neben einander verlaufen mögen, und dass nur deren relative Intensität durch den Versuch geändert wird.

Bei wochenlangem Aufenthalt im Dunklen verschwindet die Säure, so fern meine Erfahrungen reichen, nie vollständig; stets reagirt der frische Querschnitt auf Lackmusspapier noch merklich sauer. Blätter von *Echeveria metallica* bewahrte ich vom 2 August bis zum 20 October im Dunkelschrank, und fand sie dann noch sauer, ebenso Blätter von *Rochea falcata*, *Crassula lactea*, *Agave americana* u. A., welche ich fünf Wochen lang im Dunklen hatte liegen lassen.

Im Dunklen entstandene, völlig etiolirte Sprosse der Crassulaceen sind stark sauer, und dasselbe gilt bekanntlich für etiolirte Pflanzentheile im Allgemeinen *). Es beweist dieses, dass auch die Production von Säure ohne jegliche Mithülfe des Lichtes stattfinden kann, und es wird somit im höchsten Grade wahrscheinlich, dass im Dunklen Production und Zersetzung von Säure stets neben einander hergehen, aber so, dass im Algemeinen während des Wachsthums die erstere,

---

*) Cf. WIESNER, *Sitzungsber. d. k. Akademie d. Wiss.* Wien, I Abth. April 1874.

Dass die nächtliche Säure-Production keineswegs eine allen Pflanzen gemeinsame Eigenschaft ist, geht aus folgenden Versuchen hervor, zu denen ich Pflanzen mit stark saurem Safte gewählt habe, da hier noch am ersten eine nachweisbare Periodicität erwartet werden konnte. Die Versuche sind in derselben Weise eingerichtet wie die oben beschriebenen. Von den Blattstielen von *Begonia* und *Rheum* wurden etwa 20 Cm. lange Stücke ausgewählt, und deren oberes und unteres Viertel zusammen vor, die beiden mittleren zusammen nach der Nacht untersucht.

	Vor oder nach Ablauf der Nacht.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Differenz.
Begonia Verschaffeltii, Blattstiel..	vor	9.54	18.3	19.2	
	nach	9.39	18.5	19.7	+ 0.5
Begonia ricinifolia, Blattstiel.....	vor	6.91	14 5	21.0	
	nach	6.67	13.3	19 9	— 1.1
Rheum officinale, Blattstiel.......	vor	18.89	28.0	14.8	
	nach	17.65	27.0	15.3	+ 0.5
Oxalis Deppei, Blattspreiten......	vor	1.96	5.8	29.6	
	nach	1.79	4.7	26.3	— 3.3
Vitis vinifera, Unreife Beeren derselben Traube................	vor	10.94	42.0	38.4	
	nach	9.88	37.0	37.4	— 1.0
Portulaca oleracea, Sprosse... ...	vor	7.29	8.3	11.4	
	nach	6.80	7.6	11.2	— 0.2
Portulaca grandiflora, beblätterte Sprossgipfel..................	vor	4.36	1.6	3.7	
	nach	3.52	1.3	3.7	0.0
Mesembryanthemum blandum, beblätterte Sprossgipfel..........	vor	10.23	0.9	0.9	
	nach	9.41	0.7	0.7	— 0.2

Die geringe positive Differenz bei *Begonia Verschaffeltii*

und *Rheum officinale* fällt, zumal bei grossem Säuregehalt, nicht ausserhalb der möglichen individuellen Verschiedenheiten, und dasselbe gilt für einige weitere Zahlen der letzten Spalte. Jedenfalls ist so viel sicher, dass eine auffallende Production von Säure bei den untersuchten Pflanzen während der Nacht nicht stattfindet. In wie fern diese Versuche eine Abnahme der Acidität während der Nacht beweisen, brauchen wir nicht zu untersuchen, da wir im vorigen Abschnitt diese Abnahme für einen längeren Aufenthalt im Dunklen bereits kennen gelernt haben.

Auffallend ist es, dass die Gattungen *Portulaca* und *Mesembryanthemum* sich in dieser Beziehung nicht wie Fettpflanzen verhalten.

Untersucht man Pflanzen mit schwach saurem Zellsafte, wie ihn weitaus die meisten Gewächse besitzen, so lässt sich mit den jetzigen Hülfsmitteln ebenfalls gar keine tägliche Periodicität im Säure-gehalte nachweisen.

Die nächtliche, ausgiebige Production von Säure ist also eine ganz besondere Eigenschaft, welche, so weit wir jetzt wissen, nur bei Fettpflanzen gefunden wird.

Wir wollen sie jetzt einem genaueren Studium unterwerfen, und fassen dabei zunächst zwei Punkte in 's Auge: die Dauer dieser Production, und die Bedingungen, von denen sie abhängig ist.

Dauer der nächtlichen Säure-production. Der S. 71 beschriebene Versuch lehrt uns, dass die Zunahme des Säuregehaltes bei *Rochea falcata* auch in constanter Finsterniss nicht länger als grade Eine Nacht dauert. Dasselbe ist auch bei den anderen Fettpflanzen der Fall, und ich führe als Beleg einen Versuch mit *Echeveria metallica* an. Eine kräftige Topfpflanze war am 22 August 1881 bis 4^u20 Nachmittags fortwährend von der Sonne beschienen worden. Jetzt wurde sie. in einen Dunkelschrank gebracht, und die zwei besten Blätter gewählt, Eins um die Säure-Production während der Nacht, und das andere, um das Verhalten am folgenden Tage kennen zu lernen. Von jedem Blatte wurde eine Längshälfte vor, die andere nach der betreffenden Periode titrirt. Temperatur 16—18^0 C.

	Getödtet am:	Gewicht in Grm.	Aciditüt in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
I Blatt.............	22 Aug. 4u20	28.73	1.5	0.5	
	23 " 8u Morg.	29.73	26.0	8.7	+ 8.2
II Blatt.............	23 " 8u "	28.81	27.0	9.4	
	24 " 10u "	27.09	18.5	6.8	— 2.6

Es war ferner von Interesse zu wissen, ob die Production von Säure während der ganzen Nacht stattfindet, oder vielleicht auf die ersten Stunden nach der Verdunkelung beschränkt ist. Um dieses zu erfahren habe ich am 24 August abgeschnittene Blätter bis 4 Uhr Nachmittags den kräftigen Sonnenstrahlen ausgesetzt, sie dann in 's Dunkle gebracht und nicht wieder beleuchtet. Von jeder Art diente ein Blatt resp. ein Blattpaar um die Veränderung der Acidität zwischen 4 Uhr und 9.30 Abends, das andere um das Verhalten zwischen 9u30 Abends und 8 Uhr des nächsten Morgens kennen zu lernen. Von *Echeveria metallica* dienten zu jedem Versuch die zwei Längshälften eines Blattes, von *Rochea falcata* die beiden Blätter eines Paares, von *Crassula arborescens*, wegen der Kleinheit der Blätter je zwei Paare, derart, dass aus beiden Paaren Ein Blatt vor und das andere nach der betreffenden Periode analysirt wurde. Die beiden zusammengefügten Blätter wurden dann, wie stets bei kleinen Blättern üblich, zusammen gewogen, getödtet und titrirt. Folgende Tabelle enthält die Resultate:

	Getödtet um:	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Zunahme.
Echeveria metallica, 1° Blatt.	4 Uhr Nachm.	7.14	0.8	1.1	
	9.30 Ab.	7.73	2.4	3.1	2.0
Echeveria metallica, 2° Blatt.	9.30 Ab.	7.55	2.4	3.2	
	8 Uhr Morg.	7.35	6.1	8.3	5.1
Rochea falcata, 1ᵉ Paar....	4 Uhr Nachm.	7.44	1.3	1.7	
	9.30 Ab.	5.89	1.3	2.2	0.5
Rochea falcata, 2ᵉ Paar....	9.30 Ab.	6.29	1.4	2.2	
	8 Uhr Morg.	6.91	2.7	3.9	1.5
Crassula arborescens, 1ᵉ Gruppe..............	4 Uhr Nachm.	3.78	0.9	2.4	
	9.30 Ab.	3.11	0.8	2.6	0.2
Crassula arborescens, 2ᵉ Gruppe...............	9.30 Ab.	4.92	1.3	2.6	
	8 Uhr Morg.	4.45	2.3	5.2	2.6

Der Versuch mit *Echeveria metallica* zeigt, dass die Zunahme der Acidität sowohl in das erste, als in die beiden letzten Drittel der Nacht fiel, und zwar anfangs mit nur wenig geringerer Intensität als am Ende. Bei den beiden anderen Arten vertheilte sich die Production gleichfalls über die ganze Nacht; sie scheint hier aber vorwiegend in die beiden letzten Drittel zu fallen.

Jedenfalls ist so viel gewiss, dass die Zunahme der Acidität nicht auf die ersten Stunden nach der Verdunkelung beschränkt ist.

Wir dürfen also als feststehend betrachten, *dass die nächtliche Zunahme der Acidität bei den untersuchten Fettpflanzen nicht merklich länger, aber auch nicht merklich kürzer als grade Eine Nacht dauert.*

Die nächtliche Production von Säure findet nur nach vorangegangener Beleuchtung statt. Aus unserem ersten Versuche

mit *Rochea falcata* (S. 71), in welchem die Veränderung der Acidität in halbtägigen Perioden verfolgt wurde, geht hervor, dass wenn die Pflanze am Tage im Dunklen gehalten wird, in der folgenden Nacht keine Vermehrung sondern eine geringe Verminderung der sauren Reaction beobachtet wird. Um während der Nacht Säure bilden zu können, bedarf die Pflanze also der Beleuchtung am Tage. Die nächtliche Production von Säure ist also vom Licht abhängig, und findet ohne dessen Mithülfe nicht statt, nur ist sie zeitlich von dessen Einwirkung getrennt. Welche Veränderungen das Licht in den Zellen hervorruft, denen zufolge diese, sobald es aufgehört hat auf sie einzuwirken, Säuren produciren können, muss einstweilen dahingestellt bleiben. Bis diese Verhältnisse klargelegt sind, werden wir aber die Wirkung des Lichtes in das grosse Gebiet der Reizwirkungen stellen, und die periodische Säurebildung als eine Reizerscheinung betrachten müssen.

Es scheint nicht überflüssig hier wiederum hervorzuheben, dass die Versuche uns nur über die relative Intensität von Production und Zersetzung von Säure belehren, und immer die Annahme gestatten, dass beide Processe fortwährend neben einander stattfinden, nur mit ungleicher Intensität. Unter dieser Annahme besteht die Reizwirkung des Lichtes einfach in einer zeitweisen bedeutenden Beschleunigung eines ohne dessen Hülfe langsam aber stetig fortschreitenden Processes. Vielleicht bestehen Reizwirkungen im Pflanzenreich ganz allgemein in der Beschleunigung resp. Verlangsamung bestimmter, ohne den Reiz nur mit anderer Intensität verlaufender Processe.

Durch ASKENASY's schöne Versuche ist es bekannt *), dass die Blätter der Crassulaceen an warmen Sommertagen von den Strahlen der Sonne nicht selten bis 40—50° C. erwärmt werden. Berührt man sie mit der Hand, so fühlen sie sehr warm an. Dass so hohe Temperaturen auch in meinen Versuchen nicht selten erreicht wurden, davon habe ich mich

---

*) ASKENASY. *Botanische Zeitung* 1875. S. 441.

durch besondere Beobachtungen an in Blätter eingesenkten Thermometer überzeugt. Man könnte nun meinen, dass diese Erwärmung vielleicht einen Reiz zur nächtlichen Säure-production abgebe.

Dem ist aber nicht so. Dies geht am einfachsten aus der Thatsache hervor, dass die Zunahme der Acidität auch dann stattfindet, wenn die Sonne gar nicht geschienen hat, oder wenn die Blätter im Schatten dem diffusen Himmelslichte ausgesetzt wurden. Ob ich directe Besonnung oder nur diffuses Tageslicht anwandte, hatte auch auf die Intensität der Säure-production keinen merklichen Einfluss.

Folgender Versuch wurde am 15 August 1881 bei bewölktem Himmel angestellt. Die Blätter blieben bis 4 Uhr dem vollen Tageslichte ausgesetzt, dann wurde die eine Hälfte titrirt und die andere in 's Dunkle gebracht, wo sie bis zum nächsten Morgen um 10 Uhr blieben.

	Vor oder nach Ablauf der Nacht.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Zunahme.
Rochea falcata, zwei Blätter eines Paares	vor	11.89	1.7	1.4	
	nach	11.32	3.8	3.4	2 0
Sempervivum glutinosum, je zwei möglichst gleiche Blätter	vor	6.03	0.9	1.5	
	nach	5.83	5.5	9.4	7.9
Echeveria glauca, Längshälften von zwei Blättern	vor	8.53	0.5	0.6	
	nach	8.27	3.2	3.9	3.3

Also auch ohne directes Sonnenlicht eine sehr bedeutende Production von Säure. Zahlreiche weitere Versuche habe ich ohne Sonnenlicht anstellen müssen, und nie bemerkt, dass ich dadurch geringere Differenzen erlangte.

Ein anderer Versuch wurde in der Art angestellt, dass von den beiden Vergleichsobjecten das eine während eines Tages den directen Sonnenstrahlen ausgesetzt wurde, während

das andere während derselben Zeit im Schatten lag, und nur von oben das diffuse Licht des Himmels erhielt. Die ersteren Blätter fühlten sehr warm an, die letzteren kühl. Mittags um 4 Uhr wurden nun alle gleichzeitig in's Dunkle gebracht, wo sie zum nächsten Morgen blieben. Jetzt getödtet und titrirt, ergaben sie folgendes Resultat:

	Exposition.	Gewicht in Grm.	Aciditát in C C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Echeveria metallica, Längshälften eines Blattes..................	Sonne	8.24	5.4	6.5	
	Schatten	8.68	5.9	6 8	+ 0.3
Rochea falcata, Blätter eines Paares.	Sonne	11.61	4.7	4.0	
	Schatten	10.60	5.6	5.3	+ 1.3
Pachyphytum bracteatum, zwei gleiche Blätter................	Sonne	9.38	5.8	6.2	
	Schatten	10.25	6.6	6.4	+ 0.2

Im nächsten Abschnitt werden wir sehen, dass in der Sonne die Säure stärker vernichtet wird als im diffusen Licht; die der Sonne ausgesetzt gewesenen Blätter waren also um 4 Uhr, als sie in's Dunkle gelangten, ärmer an Säure als die bis dahin im Schatten aufbewahrten. Die Differenz betrug pro 10 Gramm bei *Echeveria* 1.3, bei *Rochea* 0.9, bei *Pachyphytum* 1.5 C.C. In der Nacht hat sich diese Differenz bei *Rochea* nicht, wohl aber bei den anderen Arten wiederum ausgeglichen; die Production von Säure war also nach der Besonnung bei diesen etwas grösser als nach Beleuchtung ohne Sonne, was aber seinen Grund, wenigstens zum Theil, darin haben kann, dass ein anfänglich geringerer Reichthum an Säure die Bildung neuer Säure-molecüle selbstverständlich begünstigt.

Auf alle Fälle lösen diese Versuche ihre Hauptaufgabe zur Genüge, indem sie zeigen, dass eine Erwärmung der

Blätter am Tage keineswegs Bedingung für eine ausgiebige Production von Säure in der Nacht ist.

Andere Blätter habe ich während eines Tages im Dunkelkasten auf 44—45° C. erwärmt, und nun die Veränderung in der Acidität während der darauf folgenden Nacht gemessen. Obgleich ich vier verschiedene Arten untersuchte, konnte ich keine sichere Zunahme der Säuregehalte constatiren, und ich folgere also, dass Erwärmung bei der Production von Säure nicht der auslösende Reiz sein kann.

Einfluss der Dauer der Beleuchtung. Folgender Versuch hat zur Aufgabe zu entscheiden, ob eine nur kurze Zeit dauernde Beleuchtung ausreicht, die nächtliche Säure-Production in ihrer vollen Intensität hervorzurufen. Die Versuchspflanzen wurden vorher in's Dunkle gebracht, und nachdem sie hier fast 24 Stunden verweilt hatten, wurden die Blätter von 2u30—3u30 des Mittags, oder von 12—3 Uhr dem vollen Tageslichte ausgesetzt. Beim letzten Versuch schien die Sonne von Zeit zu Zeit, beim ersten nicht. Am Ende der Expositionszeit wurde jedesmal das eine Exemplar getödtet, das andere in 's Dunkle gebracht, um erst am nächsten Morgen um 9 Uhr titrirt zu werden. Die Differenz lehrt also die Veränderung der Acidität während der auf die Beleuchtung folgenden Nacht.

	Vor oder nach Ablauf der Nacht.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
I. Nach einstündiger Beleuchtung.					
Echeveria metallica, Längshälften eines Blattes...............	vor	29.29	17.9	6.1	
	nach	24.98	14.4	5.8	— 0.3
Rochea falcata, Blätter eines Paares.	vor	8.80	4.3	4.9	
	nach	8.58	4.1	4.8	— 0.1
II. Nach dreistündiger Beleuchtung.					
Echeveria metallica, Längshälften eines Blattes................	vor	8.74	1.6	1.8	
	nach	7.83	2.8	3.6	+ 1.8
Rochea falcata, Blätter eines Paares.	vor	9.66	5.2	5.4	
	nach	9.37	5.7	6.1	+ 1.7
Echeveria glauca, Längshälften von drei Blättern................	vor	7.23	0.6	0.8	
	nach	6.83	1.2	1.8	+ 1.0

Einstündige Beleuchtung reichte also noch nicht aus, um eine merkliche Zunahme während der Nacht zu veranlassen. Dreistündige Beleuchtung genügte zwar um die Production über allen Zweifel zu erheben, aber ihre Intensität blieb noch weit bei dem zurück, was sie bei diesen sonst so reichlich Säure producirenden Arten nach der Beleuchtung während eines vollen Tages erreichen kann (Vergl. z. B. die Tabelle auf S. 78 und 79).

Zur maximalen Production von Säure in der Nacht ist also jedenfalls eine mehrstündige Beleuchtung erforderlich. Die Wirkung des Lichtes häuft sich in den Zellen während mehrerer Stunden allmählig an.

Die nächtliche Säurebildung wird nicht durch die Assimilation von Kohlensäure hervorgerufen. Man könnte vermuthen, dass das Licht dadurch die nächtliche Bildung von Säure hervorrufe, dass durch seine Mitwirkung die dazu erforderlichen organischen Nährstoffe bereitet würden, m. a. w. dass es die Assimilation der Kohlensäure sei, welche als Bedingung für jenen Process anzusehen ist. Ohne Zweifel ist die Production von Säuren von der Anwesenheit eines ausreichenden Nährstoffquantums abhängig, jedoch braucht dieses nicht grade am vorhergehenden Tage angehäuft zu sein. Auch liegt kein Grund zu der Annahme vor, dass das Ausbleiben der periodischen Säurebildung in constanter Finsternis einem Mangel an Nährstoffen zuzuschreiben sei. Der Zuckergehalt der Crassulaceen-blätter ist erfahrungsmässig gross genug, um in so kurzer Zeit nicht erschöpft zu werden.

Es schien mir aber nicht unwichtig, durch directe Versuche mich zu überzeugen, dass die nächtliche Säure-bildung auch dann mit gewohnter Ausgiebigkeit vor sich geht, wenn die Blätter am Tage zwar beleuchtet waren, aber keine merklichen Mengen Kohlensäure hatten assimiliren können. Zwei Wege habe ich zu diesem Zwecke eingeschlagen. Einmal habe ich die Blätter in einem flachen abgeschlossenen Raume, dessen ganzer Boden mit einer Schichte Kohlensäure-freier Kalilauge bedeckt war, dem Lichte ausgesetzt. Es wurde dadurch nicht nur die Luft von

Kohlensäure befreit, sondern es musste auch, nach ähnlichen Versuchen SAUSSURE's, ein grosser Theil jener Kohlensäure, welche bei der Zersetzung der Säure der Blätter entstand, in die Kalilauge übergehen. Dass ein anderer Theil durch die Chlorophyllkörner zerlegt wurde, war selbverständlich bei dieser Einrichting des Versuches nicht zu umgehen. Eine zweite Versuchsreihe stellte ich dann im blauen Lichte an, welches durch Kobaltglas gegangen war. Die Blätter wurden während des ganzen Tages dem Lichte ausgesetzt; abwechselnd schien die Sonne; bisweilen aber regnete es. Abends 4 Uhr wurde je ein Blatt titrirt und das andere in 's Dunkle gebracht, um erst am nächsten Morgen 9 Uhr analysirt zu werden.

	Vor oder nach Ablauf der Nacht.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Zunahme.
I. Im kohlensäure-freien Raum. Rochea falcata, Blätter eines Paares.	vor	13.29	1.3	1.0	
	nach	10.78	4.0	3.7	2.7
Sempervivum glutinosum, je zwei Blätter	vor	4.50	0.7	1.6	
	nach	4.42	2.2	5.0	3.4
Echeveria glauca, Längshälften von drei Blättern	vor	5.14	0.9	1.8	
	nach	4.59	1.4	3.1	1.3
II. Im blauen Lichte. Rochea falcata, Blätter eines Paares.	vor	14.46	4.6	3.2	
	nach	13.15	8.2	6.2	3.0
Sempervivum glutinosum, je zwei Blätter	vor	6.36	3.2	5.0	
	nach	5.83	4.2	7.2	2.2
Echeveria glauca, Längshälften von drei Blättern	vor	15.63	3.9	2.5	
	nach	13.79	6.6	4.8	2.3

Während der Nacht findet also auch dann eine ausgiebige Bildung von Säure statt, wenn am vorhergehenden Tage die Kohlensäure-zersetzung möglichst verhindert war.

Contrôle-versuche hinter rothem Rubin-glase, in Luft mit 3 pCt. Kohlensäure und andere, unbedeckt in freier Luft, gaben nicht wesentlich andere Zahlen, und man darf somit annehmen, dass die Assimilation von Kohlensäure am Tage vor dem Versuche nicht als Ursache der nächtlichen Säurebildung zu betrachten ist.

Hinter den farbigen Gläsern war das Licht selbstverständlich sehr abgeschwächt, obgleich die Kasten derart eingerichtet waren, dass das Glas ihre Oberseite einnahm, und sie ohne jede Bedeckung den allseitig einfallenden Strahlen des Himmelslichtes ausgesetzt wurden.

Die in diesem Abschnitte mittgetheilten Versuche zeigen, dass die nächtliche Säurebildung eine den Fettpflanzen eigene Erscheinung ist, welche direct durch das Licht, und zwar bereits durch schwaches aber anhaltendes Licht verursacht wird, und jedesmal nicht viel länger, aber auch nicht viel kürzer als Eine Nacht dauert.

V. Einfluss der Temperatur auf Bildung und Zersetzung der Säuren.

Geht man von der Ansicht aus, dass Production und Zersetzung von Säure in jeder Zelle fortwährend gleichzeitig stattfinden, und dass die Veränderungen der Acidität, welche unsere Versuche nachweisen, sich stets nur auf die Differenz dieser beiden Processe beziehen, so hat man sich nach Thatsachen um zu sehen, welche als Belege, oder wenigstens als Stützen für diese Ansicht gelten können. Von diesem Standpunkte aus ist es nun vom höchsten Interesse, den Einfluss der Temperatur auf die bis jetzt beschriebenen Erscheinungen kennen zu lernen. Denn wenn Production und Verlust in verschiedener Weise von der Wärme abhängen, wird ihre Differenz, d. h. also das Ergebniss unserer Versuche, bei anderen Temperaturen vielleicht eine ganz andere sein.

Der Uebersichtlichkeit wegen werden wir den Einfluss der Wärme getrennt untersuchen für die Verminderung der

Acidität im Finstern, und für die nächtliche Production von Säure. Meine Versuche beschränken sich auf eine Wiederholung der früheren Experimente, bei einer Temperatur von zwischen 35 und 45° C. Um den gewünschten Wärmegrad während der ganzen Versuchsdauer möglichst constant zu erhalten, wurde folgende Einrichtung getroffen:

Ich benutzte zwei doppelwandige Blechkasten, deren beide Wandungen einen 3 Cm. breiten Raum zwischen sich frei liessen. Dieser Raum wurde mit Wasser gefüllt, das mittelst eines Thermoregulators auf eine constante Temperatur erwärmt wurde. Die Höhe des Innenraumes war 20 Cm., die Breite und Tiefe 28 und 15 Cm. Der eine Kasten hatte eine seitliche Thüre, vom anderen konnte die obere Wand als Deckel abgenommen werden.

Zur Regulirung der Temperatur benutzte ich einen Andreae'schen Thermoregulator *). Dieser besteht aus einer langen U-förmig gebogenen Röhre, deren eines, etwa 20 Cm. langes Bein oben geschlossen ist, und ganz in 's Wasser der Kastenwandung taucht, während das andere längere Bein aus dem Kasten herausragt. Letzteres Bein ist ober durch einen Kaoutchoucpfropfen geschlossen, durch den die Zuleitungsröhre des Leuchtgases gebracht wird, und hat seitlich ein kleines Rohr, durch den das Gas weiter zur Lampe befördert wird. Der Regulator wird mit Quecksilber gefüllt. Darauf bringt man in's kürzere Bein einige Tropfen einer Mischung von Aether und Alcohol in solchen Verhältnissen, dass das Gemenge bei derjenigen Temperatur kocht, welche man im Kasten erhalten will. Durch dieses einfache Mittel hat Andreae es erreicht, dass die Temperatur Tage lang bis auf etwa 0.1° C. constant erhalten werden kann. Ich befestige am unteren Ende der Gaszuleitungsröhre ein feines Bambusröhrchen, welches seitlich eine haarfeine Schlitze hat; hierdurch wird das immer störende Ankleben des Quecksilbers am Glase umgangen, und die Empfindlichkeit des Regulators wesentlich erhöht. Die Menge des Quecksilbers

---

*) Andreae, *Maandblad voor Natuurwetenschappen.* VIII. S. 98.

und die Tiefe, bis zu der man die Gaszuleitungsröhre einschiebt, regelt man so, dass das Niveau des flüssigen Metalles während des Gebrauches, also bei der gewünschten Temperatur, etwa in der Mitte der Höhe jener freien Spalte steht; ich nehme zu diesem Zweck, nach vorläufiger Füllung, die genaue Einstellung in einem Wasserbade von jener Temperatur vor.

Die Kasten brauchen einige Stunden, bis sie überall die Versuchstemperatur angenommen haben. Im Innern ist die Temperatur stets etwas niedriger als die des Wassers und des Regulators, und wird also durch ein eigenes Thermometer angewiesen. Je genauer Thüre resp. Deckel schliessen, um so besser stimmen beide mit einander überein, um so geringer wird aber auch die Luftcirculation im Innern. Kommt es auf sehr constante, und überall im Kasten möglichst gleiche Temperatur an, so ziehe ich den Kasten mit dem Deckel dem mit der seitlichen Thüre entschieden vor.

Bei meinen Versuchen wurde die Temperatur stets vorher auf die gewünschte Höhe gebracht. Die Luft in dem Kasten wurde durch Schälchen mit Wasser feucht gehalten; die Blätter auch wohl mit der Wundfläche in ein weinig destillirtes Wasser getaucht, da sie sonst leicht welken würden. Da es sich immer um die Veränderung der Acidität während des Aufenthaltes im Kasten handelte, kam selbstverständlich von jedem Paar Vergleichsobjecte nur Eins in den Kasten, während das andere beim Anfang des Versuchs getödtet und titrirt wurde. Nach Ablauf des Versuches wurden die Blätter aus dem Kasten genommen und sofort der Analyse unterworfen.

Gehen wir jetzt zu der Beschreibung einzelner Versuche über.

Säure-Verlust der Fettpflanzen bei 35—41° C.. Die zu diesem Versuche ausgewählten Versuchsobjecte wurden während eines ganzen Tages möglichst gleichmässig dem vollen Tageslichte und der Sonne ausgesetzt, dann Abends gleichzeitig in 's Dunkle gebracht, und während der Nacht sich selbst überlassen um, bei gewöhnlicher Temperatur, einen möglichst hohen Säuregehalt zu erreichen. Am nächsten Morgen

11 Uhr wurde je Ein Exemplar titrirt und das andere in den warmen Kasten gebracht, wo es während 23 Stunden bei 41° C. blieb. Nur in dem Versuche mit *Opuntia* war die Temperatur eine niedrigere: 35—37° C. Am Ende des Versuches waren die Organe völlig lebendig und sahen normal aus; sie hatten aber, wie die Tabelle lehrt, ganz bedeutend an Säure eingebüsst.

	Vor oder nach der Erwärmung.	Gewicht in Grm.	Acidität in C C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Differenz.
I. Erwärmung auf 41° C. Echeveria metallica, Längshälften eines jungen Blattes..	vor	5.55	11.4	20 5	
	nach	6.02	5.6	9.3	—11.2
Echeveria metallica, Längshälften von zwei ausgewachsenen Blättern.	vor	9.83	12.4	12.6	
	nach	10.92	6.0	5.5	— 7.1
Echeveria glauca, Längshälften von zwei ausgewachsenen Blättern..	vor	8.36	7.1	8.5	
	nach	8.45	3.6	4.3	— 4.2
Sempervivum glutinosum, je zwei gleiche Blätter...............	vor	14.57	7.4	5.1	
	nach	15.70	2.0	1.3	— 3.8
Sempervivum chlorochrysum, je drei gleiche Blätter...........	vor	14.02	12.6	9.0	
	nach	15.93	1.7	1.1	— 7.9
Crassula lactea, je 10 Blätter....	vor	6.64	3.0	4.5	
	nach	6.79	1.6	2.4	— 2.1
Rochea falcata, Blätter desselben Paares.	vor	8.58	5 9	6.9	
	nach	8.65	1.5	1 7	— 4.8
II. Erwärmung auf 35 -37°. Opuntia monacantha, Längshälften einer jungen Scheibe..........	vor	3.54	1.7	4.8	
	nach	4.06	0.9	2.2	— 2.6

Vergleicht man diese Säure-Verluste mit den in der Tabelle auf S. 74 verzeichneten, welche bei gleichem Anfangszustande

in sechs Tagen bei gewöhnlicher Temperatur eintraten, so wird man wohl zugeben, dass die Abnahme der Acidität durch Erhöhung der Temperatur ganz bedeutend beschleunigt wird.

Um dieses Resultat noch besser zu beweisen, habe ich in folgender Reihe neben jedem einzelnen Versuch im warmen Kasten auch einen mit möglichst vergleichbaren Organen bei gewöhnlicher Temperatur angestellt. Die Temperatur im warmen Kasten war 35—37⁰, der Aufenthalt dauerte hier 2 × 24 Stunden; die Temperatur im Dunkelschrank war 18—20⁰ C.; die Objecte verweilten hier 6 Tage. Die Versuche fingen an, nachdem die Organe einen Tag kräftig beleuchtet und darauf eine Nacht der normalen Säurebildung bei gewöhnlicher Temperatur im Dunklen überlassen waren:

	Temperatur.	Vor oder nach Ablauf des Versuchs.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Differenz.
Rochea falcata, junge Blattpaare von 5.5 Cm. Blattlänge...........	35—37°	vor	3.81	2.9	7.6	
		nach	4.07	1.1	2.7	— 4.9
	18—20°	vor	4.27	2.2	5.2	
		nach	4.78	1.2	2.5	— 2.7
Hoya carnosa, Längshälften von je 2 Blättern.	35°	vor	1.85	0.9	4.9	
		nach	1.94	0.3	1.5	— 3.4
	18—20°	vor	3.43	1.7	5.0	
		nach	3.25	1.6	4.9	— 0.1
Phyllocactus Phyllanthus, Längshälften flacher Stengel.............	35—37°	vor	9.86	4.3	4.4	
		nach	10.01	1.4	1.4	— 3.0
	18—20°	vor	7.03	1.8	2.6	
		nach	7.10	1.0	1.4	— 1.2

Es ist somit auch hier in sechs Tagen bei 18—20⁰ der Verlust an Säure geringer als in zwei Tagen bei 35—37⁰ C.

In den beiden mitgetheilten Versuchsreihen wurden die Pflanzentheile grade in dem Augenblicke der höheren Temperatur ausgesetzt, wo sie in folge der nächtlichen Säurebildung ein Maximum von Säure enthielten. Der folgende Versuch zeigt, dass auch nach längerem Aufenthalt in constanter Finsterniss, durch Temperatur-erhöhung das Verschwinden der Säure ganz wesentlich beschleunigt werden kann.

Dieser Versuch bildete einen Theil der S. 72 und 73 beschriebenen. Von der am 9 Aug. noch vorhandenen Auswahl von Blättern wurde je ein, mit den beiden dort als »III^0 Blatt" *) bezeichneten möglichst gleiches Blatt ausgesucht und der Länge nach getheilt; die eine Hälfte wurde sofort analysirt; die andere 20 Stunden lang im warmen Kasten bei 41—42^0 C. aufbewahrt und darauf titrirt. In der folgenden Tabelle stelle ich die mit diesen beiden Blättern erhaltenen Zahlen zusammen und füge die Zahlen aus den Tabellen S. 72 und 73, welche sich auf das »III^0 Blatt" beziehen, als Contrôle dazu. Diese vier Blätter hatten also während sechs Tage vor Anfang des Versuchs im Dunklen verweilt und zwar A und B an der Pflanze, C und D im abgebrochenen Zustand.

Echeveria metallica. Längshälften ausgewachsener Blätter.	Temp.	Vor oder nach Ablauf des Versuchs.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Differenz.
I. Sechs Tage vorher an der Pflanze im Dunklen.						
A. Versuchsdauer 20 Stund.	41° C.	vor	18.76	10.5	5.6	
		nach	20.42	3.5	1.7	— 3.9
B. Contrôle, Blatt III S. 72, Versuchsdauer 5 Tage..	17° C.	vor	10.61	5.7	5.3	
II. Sechs Tage vorher abgebrochen und in 's Dunkle gebracht.		nach	9.84	4.4	4.5	— 0.8
A. Versuchsdauer 20 Stund.	41° C.	vor	14.48	5.7	4.0	
B. Contrôle, Blatt III S. 73,		nach	14.80	2.1	1.4	— 2.6
Versuchsdauer 5 Tage..	17° C.	vor	16.65	10.2	6.1	
		nach	14.28	6.0	4.2	— 1.9

*) In den Tabellen auf S. 72 und 73 steht irrthümlich „Blattpaar".

Der Säure-vernichtende Einfluss der Temperatur ist auch hier unzweifelbar; in 20 Stunden wurde bei 41⁰ C. weit mehr Säure verloren als in 5 Tagen bei 17⁰ C.

Dieser Einfluss der Temperatur ist aber ebenso wenig auf die Fettpflanzen beschränkt, wie die Verminderung der Acidität beim mehrtägigen Aufenthalt im Dunklen selbst. Als Beleg für diesen Satz habe ich neben dem S 75 beschriebenen Versuch mit den Blattstielen von *Rheum* und *Begonia*, ein Experiment im warmen Kasten angestellt. Die Objecte waren in der dort beschriebenen Weise ausgewählt und vorbereitet, wurden aber hier 2 × 24 Stunden bei einer Temperatur von 35⁰ C. aufbewahrt. Der Verlust an Säure, den sie dabei erlitten, zeigt die folgende Tabelle.

Blattstiele. Zwei Tage bei 35° C.	Vor oder nach Ablauf der Erwärm.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Differenz.	Contrôle in 6 Tagen bei 18-20° C.
Begonia Verschaffeltii...	vor	8.93	14.4	16.1		
	nach	8.97	9.8	10.9	— 8.2	— 1.8
Begonia ricinifolia.......	vor	5.75	12.2	21.2		
	nach	5.63	6.8	12.1	— 9.1	— 2.9
Rheum officinale........	vor	10.75	18.5	17.2		
	nach	10.09	12.0	11.9	— 5.3	— 1.9

In der letzten Spalte stelle ich die Säure-Verluste aus dem S. 75 beschriebenen Experiment, welches bei 18 – 20⁰ C. 6 Tage dauerte neben den bei 35⁰ C in zwei Tagen erhaltenen Resultaten. Der Einfluss der Temperatur war ein ganz auffallend grosser.

Wir wollen von dieser Erfahrung sogleich eine Anwendung machen. Bei sehr zahlreichen Pflanzen ist der Verlust an Säure bei mehrtägigem Aufenthalt im Dunklen so gering, dass er sich nach den jetzigen Methoden nicht zweifellos beweisen lässt. Man wird nun erwarten dürfen, dass er durch Erwärmung auf 35—40⁰ C. wenigstens in

vielen Fällen hinreichend zunehmen wird, um ausserhalb der Beobachtungsfehler zu fallen. Die Erfahrung hat dieses bestätigt, wie die folgenden Versuche zeigen. Die Objecte wurden Mittags 4 Uhr eingesammelt und in's Dunkle gebracht; der Versuch fing am nächsten Morgen an, und der Aufenthalt im warmen Kasten dauerte 23 Stunden. Temperatur 41° C.

	Vor oder nach Ablauf der Erwärm.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Begonia Lapeyrousii, Blattstiele..	vor	10.01	17.3	17.3	
	nach	10.16	13.4	13.2	— 4.1
Vitis vinifera, unreife Beeren derselben Traube...............	vor	13.05	39.2	30.0	
	nach	13.41	33.5	25.0	— 5.0
Vitis vinifera, Ranken...........	vor	4.09	11.2	27.4	
	nach	4.11	7.6	18.5	— 8.9
Portulaca oleracea, ausgewachsene Stengel......................	vor	5.93	5.8	9.8	
	nach	5.50	1.5	2.7	— 7.1
Portulaca grandiflora, beblätterte Stengel......................	vor	10.31	7.3	7.1	
	nach	10.95	3.5	3.2	— 3.9
Oxalis Deppei, Blattstiele........	vor	2.96	8.9	30.1	
	nach	3.03	6.3	20.8	- 9.3

Also stets ein sehr beträchtlicher Verlust an Säure. Vergleicht man diese Zahlen mit den S. 80 mitgetheilten, welche die Veränderung der Acidität bei gewöhnlicher Temperatur während einer Nacht anweisen, so ist auch hier der Einfluss der Erwärmung, trotz der etwa doppelt so langen Versuchsdauer, ganz unzweifelbar.

Mit einer Reihe weiterer Arten habe ich ähnliche Versuche durchgeführt. Da aber ihr anfänglicher, normaler

Säuregehalt ein ganz geringer war (meist weniger als 2 C.C. pro 10 Gramm Pflanze), waren auch die erhaltenen Differenzen zu klein, um als völlig beweisend betrachtet zu werden, und ich würde ihnen gar keinen Werth beilegen, wenn sie nicht stets negativ gewesen wären. Dieser Umstand spricht aber dafür, dass auch bei geringerem Säuregehalt die Pflanzentheile bei erhöhter Temperatur Säure verlieren.

So weit also bis jetzt unsere Versuche reichen, zeigen alle Pflanzentheile in dem Punkte ein gleiches Verhalten, dass sie bei künstlich erhöhter Temperatur mehr oder weniger an Säure einbüssen. Es gilt dieser Satz für den ausgewachsenen Zustand oder bei künstlicher Sistirung des Wachsthums; die das Wachsthum selbst begleitende Säurebildung habe ich in dieser Richtung noch nicht untersucht.

An diesen Satz lassen sich zwei Folgerungen knüpfen. Erstens dass die Fettpflanzen sich in dieser Beziehung nicht wesentlich anders verhalten, als die übrigen Gewächse. Sogar der Grösse nach sind ihre Säure-verluste nicht wesentlich anders, wenn man sie mit anderen Pflanzen mit annähernd demselben Gehalt an Säure vergleicht.

Zweitens geben diese Erfahrungen eine weitere Stütze ab für die Ansicht, dass auch bei gewöhnlicher Temperatur in allen Pflanzen unaufhörlich Zersetzung von Säure, wenn auch äusserst langsam und meist ganz unmerklich, vor sich geht.

Ebenso wenig wie bei wochenlangem Aufenthalt im Dunklen bei gewöhnlicher Temperatur die saure Reaction je völlig verschwindet, ebenso wenig scheint dieses auch beim mehrtägigem Aufenthalt in grösserer Wärme der Fall zu sein. Wenigstens habe ich Organe von zahlreichen Arten von Fettpflanzen und anderen Gewächsen 3—5 Tage im Dunklen bei 35° C. aufbewahrt, und ein Verschwinden der sauren Reaction mit Lackmusspapier, so lange die Theile überhaupt am Leben blieben, nicht constatiren können.

Einfluss der Temperatur auf die nächtliche Säure-production der Fettpflanzen. Die mitgetheilten Versuche geben

uns ein Mittel in die Hand um zu entscheiden, ob während der normalen periodischen Säurebildung bei den Fettpflanzen die Zersetzung von Säure auf die Tageszeit beschränkt ist, oder vielmehr auch Nachts neben der Production fortdauert.

Findet während der Nacht, nach vorausgegangener Beleuchtung, nur Säurebildung statt, so wird auch nur diese von der Temperatur afficirt werden können. Gehen dagegen beide entgegengesetzte Processe gleichzeitig vor sich, so liegt die Möglichkeit vor, dass die Zersetzung in höherem Maasse von der gesteigerten Wärme gefördert wird als die Säurebildung, da letztere sowohl der Zeit nach beschränkt als auch in ihrer Ausgiebigkeit durch die Menge des empfangenen Lichtes bestimmt ist.

Meine Versuche haben diese Erwartung bestätigt, und gezeigt, dass durch Erwärmung während der Nacht, die Zersetzung von Säure ebenso gross oder sogar noch grösser, als die Bildung, gemacht werden kann.

Es war von Interesse, den Säure-gehalt nicht nur vor und am Ende einer ganzen Nacht zu bestimmen, da ja die Möglichkeit vorlag, dass die Production durch die höhere Wärme derart beschleunigt werden könnte, dass sie rascher verlief und früher beendet war, als bei gewöhnlicher Temperatur.

In einer ersten Versuchsreihe habe ich daher je drei vergleichbare Objecte ausgewählt und sie während eines sonnigen Tages dem vollen Himmelslichte bis 4 Uhr ausgesetzt. Um diese Zeit wurde je ein Exemplar analysirt, und gelangten die beiden anderen in den auf 45° C. erwärmten Kasten, wo das eine bis 10 Uhr Abends, das andere bis zum nächsten Morgen 11 Uhr verweilte. Von *Rochea falcata* wurde ein viertes vergleichbares Blatt um 4 Uhr in den Dunkelschrank gebracht, und dort die ganze Nacht bei etwa 17° C. aufbewahrt; es bildete bis zum nächsten Morgen, als es analysirt wurde, eine sehr normale Säuremenge.

	Getödtet:	Gewicht in Grm.	Aciditāt in C.C. KHO.	Aciditāt pro 10 Grm.	Diff.
Rochea falcata, je Ein Blatt...	vor	13.04	1.5	1.2	.
	nach 6 St.	12.71	1.9	1.5	+ 0.3
	nach 19 St.	13.19	1.6	1.2	— 0.3
Contrôle bei 17° C............	—	9.79	8.8	9.0	+ 7.8
Echeveria glauca, je zwei Blätter.	vor	17.25	1.1	0.6	
	nach 6 St.	17.24	1.7	0.9	+ 0.3
	nach 19 St.	18.62	2.0	1.1	+ 0.2
Sempervivum glutinosum, je zwei Blätter....................	vor	7.70	1.2	1.6	
	nach 6 St.	6.98	1.9	2.7	+ 1.1
	nach 19 St.	7.99	2.8	3.5	+ 0.8

Statt der ausgiebigen Production von Säure, welche diese Arten in einer Nacht nach kräftiger Beleuchtung aufzuweisen pflegen (Vergl. die Tabelle auf S. 78), fand hier bei *Rochea* keine, bei *Echeveria* und bei *Sempervivum* nur eine geringe Zunahme der Acidität statt.

In der zweiten Versuchsreihe wurde nur der Anfang der Nacht berücksichtigt; die Versuchsobjecte kamen nach kräftiger Beleuchtung Nachmittags um 4 Uhr alle in den vorher auf 41° C. erwärmten Kasten, und blieben hier bis 7 resp. 10 Uhr Abends bei derselben Temperatur. Von jeder Art nahm ich zwei Gruppen von vergleichbaren Objecten. Die erste Gruppe diente um die Veränderung in der Acidität zwischen 4 und 7 Uhr, die zweite um die zwischen 7 und 10 Uhr zu bestimmen. Diese Gruppen sind in der Tabelle mit A und B bezeichnet.

	Analysirt:	Gewicht in Grm.	Aciditát in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Echeveria metallica.......... A	4 Uhr	5.21	0.7	1.3	
	7 "	5.41	0.7	1.3	0.0
B	7 "	4.62	0.5	1.1	
	10 "	4.81	0.5	1.0	— 0.1
Rochea falcata.............. A	4 "	10.60	1.8	1.7	
	7 "	10.68	1.4	1.3	— 0.4
B	7 "	8.02	1.2	1 5	
	10 "	6.52	0.8	1.2	— 0.3

Es findet somit auch nicht in den ersten Stunden eine ausgiebige Production von Säure statt. Bei *Echeveria* hielten sich im Gegentheil Production und Zersetzung das Gleichgewicht, bei *Rochea* waltete die Zersetzung vor. Vergleicht man diese Zahlen mit den S. 83 mitgetheilten, welche sich gleichfalls auf den ersten Theil der Nacht beziehen (4 – 9.30 Abends), so ist der Einfluss der Temperatur ganz deutlich.

Diese Versuche berechtigen uns zu der Folgerung, *dass auch während der Nacht, nach vorangegangener Beleuchtung, ebenso wohl, wie beim Aufenthalt in constanter Finsterniss, die Zersetzung von Säure fortschreitet.* Durch erhöhte Temperatur wird sie so viel kräftiger beschleunigt als die Production, dass sie dieser bei 40° das Gleichgewicht halten, oder sogar überwiegen kann.

In den Blättern der Crassulaceen geht die Vernichtung von Säuremolecülen also stets und ohne Unterbrechung, nur mit wechslender Intensität vor sich. Am Tage durch verschiedene Umstände beschleunigt, wird sie unter normalen Vegetationsbedingungen während der Nacht von der Säurebildung weit überboten, und dadurch der directen Beobachtung entzogen.

VI. Die Verminderung der Acidität am Tage.

Unter den gewöhnlichen Lebensbedingungen verlieren die Fettpflanzen am Tage annähernd ebenso viel Säure, als sie in der vorangehenden Nacht producirt haben; jeden Abend sind sie, wie bereits den ältesten Beobachtern bekannt war, so arm an jenen Substanzen, dass diese durch den Geschmack kaum oder gar nicht mehr nachgewiesen werden können.

Vergleicht man mit dieser Erfahrung die in unserem ersten Versuche mit *Rochea falcata* S. 71 gewonnenen Zahlen, so sieht man sogleich, dass wenn man die Pflanze am Abend in 's Dunkle bringt, und sie nun hier während einiger Tage stehen lässt, der Verlust an Säure am ersten Tage ein auffallend viel kleinerer ist, als die nächtliche Production, ja dass sogar in 2 × 24 Stunden im Dunklen nur etwa die Hälfte verloren wird von dem, was in Einer Nacht entsteht, was also unter normalen Verhältnissen auch wohl an einem Tage verschwinden könnte. Zahlreiche Versuche haben diese Folgerung auch bei anderen Arten bestätigt; ich weise beispielshalber noch auf die für *Echeveria metallica* S. 82 mitgetheilten Zahlen.

Die normale tägliche periodische Verminderung der Acidität ist also keineswegs einfach derselbe Process, wie die stetige Zersetzung der Säure im Dunklen, sondern unterscheidet sich von dieser durch eine weit grössere Ausgiebigkeit. Die Ursache dieser Verschiedenheit liegt in dem beschleunigenden Einflusse des Lichtes, auch des schwachen Tageslichtes, auf den Process der Säurezersetzung. Die folgenden Versuche geben hierüber Aufschluss.

In einer ersten Reihe habe ich den Einfluss sehr schwachen Tageslichtes mit dem Säureverluste in völliger Dunkelheit verglichen. Die Versuchsobjecte waren Tags vorher kräftig und gleichmässig beleuchtet, und Abends in den Dunkelschrank gebracht. Am Morgen 8 Uhr wurden nun von jeder Species das eine Vergleichsobject hinter einem Nordfenster dem Lichte ausgesetzt, während das andere im Dunkelschrank blieb. Nachmittags halb vier wurden sämmt-

liche Objecte gleichzeitig getödtet und titrirt. Da sie nun am Morgen gleichen Reichthum an Säure gehabt haben müssen, so weisen die Differenzen in der Tabelle ohne Weiteres an, wie viel Säure am Lichte mehr zersetzt wurde als im Dunklen. Die absolute Grösse der Zersetzung geht aus den Zahlen zwar nicht hervor, sie ist aber für das Resultat gleichgültig, und kann leicht annähernd aus anderen Versuchen mit denselben Arten abgeleitet werden. Kräftige, ausgewachsene, in der gewöhnlichen Weise ausgewählte Blätter resp. Blatthälften dienten zu diesem Versuche. Das Licht war viel schwächer als in allen sonstigen Versuchen, da hier nur von einem kleinen Theile des Himmels Licht auf die Blätter fallen konnte, während in meinen übrigen Experimenten die Versuchsobjecte gewöhnlich von allen Seiten Licht erhielten.

	Art der Exposition.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Echeveria metallica, Längshälften eines Blattes..............	Licht	6.09	1.7	2.8	
	Dunkel	7.23	5.4	7.5	4.7
Rochea falcata, Blätter eines Paares	Licht	12.15	5.5	4.5	
	Dunkel	12.05	10.3	8.5	4.0
Echeveria glauca, Längshälften von drei Blättern................	Licht	10.16	1.3	1.3	
	Dunkel	10.45	3.9	3.7	2.4

Demnach ist der Verlust an Säure bei sehr schwachem diffusem Licht bereits auffallend grösser als im Finstern, unter sonst gleichen Bedingungen.

In allen Versuchen, in denen ich Blätter von Fettpflanzen völlig frei exponirte, und sie von oben und von allen Seiten Licht empfangen konnten, aber doch nicht von den directen Sonnenstrahlen getroffen wurden, war die Zersetzung der Säure stets eine sehr kräftige. Doch pflegt directes Son-

nenlicht die Zersetzung noch mehr zu beschleunigen, was zum Theil seinen Grund in der grösseren Intensität des Lichtes, zum Theil aber auch in der dabei unvermeidlichen bedeutenden Erwärmung der Blätter haben mag. In dem folgenden Versuch wurden die Objecte, wie in dem zuletzt beschriebenen, nachdem sie am vorigen Tage normal beleuchtet und während der Nacht verdunkelt waren, theils der Sonne, theils dem diffusen Tageslichte bis Nachmittags 4 Uhr ausgesetzt, und darauf gleichzeitig analysirt. Da man am Morgen in jedem Paare von Vergleichsobjecten gleichen Säuregehalt annehmen durfte, weisen die Differenzen in der Tabelle direct an, wie viel Säure an der Sonne mehr zersetzt wurde als im diffusen Lichte. Die Sonne schien nicht ununterbrochen, sondern es zogen während des ganzen Tages Wolken vorüber. Die dem diffusen Lichte ausgesetzten Blätter von *Echeveria metallica* und *Rochea falcata* lagen hinter einem Nordfenster; die von *Pachyphytum bracteatum* im Freien, waren aber gegen die directen Sonnenstrahlen durch einen verticalen Schirm geschützt. Die besonnten Blätter fühlten sich warm an; die nicht besonnten kühl.

	Art des Lichtes.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Echeveria metallica, Längshälften eines Blattes................	Sonne	5.42	1.2	2.2	
	Diffus	5.69	2.3	4.0	1.8
Rochea falcata, Blätter eines Paares.	Sonne	7.09	1.1	1.6	
	Diffus	7.35	2.0	2.7	1.1
Pachyphytum bracteatum, Blätter.	Sonne	12.57	2.4	1.9	
	Diffus	15.49	5.3	3.4	1.5

An der Sonne verloren die Blätter somit mehr Säure als im

diffusen Tageslicht. Eine Wiederholung dieses Versuches mit den beiden ersteren Arten ergab dasselbe Resultat.

Verminderung der Acidität am Tage bei anderen Pflanzen. Bis jetzt habe ich nur Glieder der Familie der Crassulaceen in die mitgetheilten Versuche aufgenommen. Es findet sich dieselbe bedeutende Zersetzung von Säuren unter dem Einfluss des Tageslichtes aber auch bei anderen Fettpflanzen, wenigstens sofern diese auch die Erscheinung der nächtlichen Production aufweisen. So z. B. bei *Stapelia*, *Phyllocactus*, *Opuntia*. Einen mit letzterer Pflanze angestellten Versuch will ich als Beispiel mittheilen. Es wurden ein altes und ein junges Stammglied der Länge nach getheilt, nachdem sie Tags vorher gut beleuchtet, und des Nachts verdunkelt gewesen waren. Die einen Hälften wurden Morgens 8 Uhr analysirt, die anderen dem vollen Himmelslichte ausgesetzt und erst um 6 Uhr Abends getödtet. Die Sonne schien fast unabgebrochen.

	Vor oder nach Ablauf der Exposition.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Diff.
Opuntia monacantha, Längshälften einer jungen Scheibe..........	vor	6.46	4.7	7.3	
	nach	7.77	0.8	1.0	— 6.3
Opuntia monacantha, Längshälften einer alten Scheibe...........	vor	7.76	1.6	2.1	
	nach	10.50	1.1	1.0	— 1.1

Die ältere Scheibe war viel ärmer an Säure als wie die junge (Vergl. S. 70), in beiden fiel der Gehalt bis zu der selben Grenze herab.

Andere Arten als Fettpflanzen habe ich bis jetzt in dieser Richtung noch nicht geprüft. Es wäre sehr wichtig zu erfahren, ob auch bei ihnen das Licht einen begünstigenden Einfluss auf die Zersetzung der Säure hat. Es ist offenbar nicht zu erwarten, dass dieser Einfluss ein so bedeutender sein wird wie bei den Fettpflanzen. Doch sprechen mehrere

Gründe dafür, dass diese Wirkung des Lichtes keine, den Fettpflanzen völlig eigenthümliche Erscheinung sei.

Einfluss der Farbe des Lichtes auf die Zersetzung der Säuren am Tage. Am 3 August 1881 habe ich mich darüber zu belehren versucht, ob die Farbe des Lichts einen auffallenden Einfluss auf die Zersetzung der Säuren habe, und dazu den Verlust an Säure in möglichst gleichen Versuchsobjecten hinter rothem und blauem Glase verglichen. Die Gläser waren die zu pflanzenphysiologischen Versuchen vielseitig empfohlenen, Rubinglas als rothes, Kobaltglas als blaues, und aus der Fabrik der Herren WARMBRUNN und QUILITZ in Berlin bezogen. Ich benutzte zwei grosse 50 Cm. lange und 30 Cm. breite Kasten, deren Oberseite durch die betreffende Glasscheibe eingenommen war, und exponirte die Objecte nicht auf dem Boden der Kasten, sondern auf Glasscheiben, welche in kurzer Entfernung unterhalb des farbigen Glases angebracht waren. Vor Anfang des Versuchs wurde der Deckel mittelst streifen schwarzen Papieres derart auf dem Kasten geklebt, dass nur durch die Glasscheibe Licht eintreten konnte. Die Kasten wurden im Freien exponirt; der Tag war anfangs sonnig, nach Mittag aber trübe. Der Versuch dauerte von Morgens 8 Uhr bis Abends 7 Uhr. Die Analysen ergaben die folgenden Zahlen:

	Farbe des Lichts.	Vor oder nach Ablauf der Exposition.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Verlust an Säure.	Diff. zwischen Roth und Blau.
Echeveria metallica.	Roth	vor	15.70	9.4	6.0		
		nach	14.59	3.9	2.7	3.3	
	Blau	vor	17.69	12.6	7.1		
		nach	17.65	6.9	3.9	3.2	+ 0.1
Rochea falcata.....	Roth	vor	19 17	8.5	4.4		
		nach	19.00	4.8	2.5	1.9	
	Blau	vor	19.67	8.8	4.5		
		nach	22.79	5.8	2.5	2.0	— 0.1

	Farbe des Lichts.	Vor oder nach Ablauf der Exposition.	Gewicht in Grm.	Acidität in C.C. KHO.	Acidität pro 10 Grm.	Verlust an Säure.	Diff. zwischen Roth und Blau.
Sempervivum glutinosum...........	Roth	vor	12.82	10.9	8.5		
		nach	13.08	4.7	3.6	4.9	
	Blau	vor	12.64	10.4	8.2		
		nach	12.60	3.3	2.6	5.6	— 0.7
Sempervivum chlorochrysum.......	Roth	vor	8.78	8.6	9.8		
		naeh	9.38	4.3	4.6	5.2	
	Blau	vor	8.47	7.4	8.7		
		nach	8.54	4.6	5.4	3.2	+ 2.0
Crassula lactea.....	Roth	vor	4.14	1.7	4.1		
		nach	4.67	0.9	1.9	2.2	
	Blau	vor	4.39	1.5	3.4		
		nach	4.37	0.7	1.6	1.8	+ 0.4
Diastemon Hookeri.	Roth	vor	3.66	1.5	4.1		
		nach	4.17	0.5	1.2	2.9	
	Blau	vor	4.07	1.2	2.9		
		nach	4.10	0.3	0.7	2.2	+ 0.7
Kleinia anteuphorbium............	Roth	vor	2.64	0.9	3.4		
		nach	2.61	0.4	1.5	1.9	
	Blau	vor	1.97	0.6	3.0		
		nach	2.28	0.3	1.3	1.7	+ 0.2

Die beiden zuverlässigsten Arten, *Rochea* und *Echeveria*, zeigen gar keinen Unterschied zwischen dem rothen und dem blauen Licht; bei den übrigen Arten sind die Unterschiede meist gering, und nicht gleichsinnig. Ein Unterschied zwischen den beiden Lichtfarben hat sich also nicht geltend gemacht.

Wäre die Zersetzung der organischen Säuren, wie man früher annahm, ein Theil des Assimilationsprocesses in den Chlorophyllkörnern, so musste man erwarten, dass sie in der weniger brechbaren Hälfte des Spectrums, wie sie vom Rubinglas durchgelassen wird, weit intensiver sein würde, wie hinter dem nur die andere Hälfte des Spectrums durchlassenden Kobaltglas. Dieses ist nun nicht der Fall; hinter beiden Gläsern wurde von allen Arten nahezu gleichviel, etwa die Hälfte der vorhandenen Säuremenge zersetzt. Die beschleunigende Wirkung des Lichtes auf diese Zersetzung ist also gar nicht identisch mit der Wirkung des Lichtes bei der Kohlensäure-zerlegung.

Ich habe noch einige Versuche angestellt über den Einfluss der Kohlensäure-zerlegung auf die Zersetzung der Säuren im Tageslichte, und dazu die Verluste an organischer Säure in einer Kohlensäure-freien und in einer 3 pCt. dieses Gases haltenden Lüft untersucht. In keinem der beiden Fälle verhielten sich die Blätter der empfindlichsten Crassulaceen wesentlich anders als in der freien Luft. Ob den Chlorophyllkörnern also aus anderer Quelle als aus dieser Zersetzung viel oder wenig Kohlensäure zugeht, scheint auf die Ausgiebigkeit dieses Processes, wie wohl zu erwarten war, keinen Einfluss auszuüben.

Fassen wir die erhaltenen Resultate kurz zusammen, so können wir Folgendes sagen:

Die Zersetzung der organischen Säuren in den Fettpflanzen wird am Tage sowohl durch diffuses Licht als zumal durch directes Sonnenlicht wesentlich beschleunigt; die Farbe des Lichtes hat darauf aber keinen merklichen Einfluss.

Diese Zersetzung ist weder ein Theil des Processes der Kohlensäure-assimilation, noch auch ein mit diesem übereinstimmender Reductionsprocess; denn sie kann in völliger Finsterniss stattfinden, und wenn sie auch vom Lichte beschleunigt wird, so verhält sich dabei das blaue Licht nicht wesentlich anders als das rothe.

Welcher Art diese Wirkung des Lichtes ist, ist eins der interressantesten Probleme aus der Physiologie der Pflanzenzelle.

Der periodische Verlust an Säure beruht auf wirklicher Zersetzung. Es ist vielleicht nicht überflüssig am Ende dieser experimentellen Auseinandersetzungen, einen Beweis für die Berechtigung des vielfach von mir gebrauchten Ausdruckes: Zersetzung von Säure, zu geben. Ich habe diesen als gleichwerthig mit Verminderung der Acidität benutzt, und eine einfache Ueberlegung wird zeigen, dass die Verminderung der Acidität, wenigstens die unter normalen Bedingungen bei den Fettpflanzen stattfindende, unmöglich auf Neutralisation der Säuren beruhen, sondern nur in deren nahezu völligen Vernichtung oder wenigstens Entfernung aus dem Zellsafte beruhen kann. Dass ein kleiner Theil neutralisirt wird, und in der Form von Salzen im Zellsafte zurückbleibt, beweisen die Befunde directer Analysen *).

Wir knüpfen unsere Betrachtung an die S. 78 mitgetheilte Tabelle an. Die Production von Säure während Einer Nacht betrug hier für *Echeveria metallica* 8.2 C.C., für *Rochea falcata* 6.6 C.C., für *Sempervivum chlorochrysum* 6.0 C.C. und für einige weitere Arten zwischen 2.4 und 3 C.C. Nimmt man an, dass die Säure nur Aepfelsäure war, so entspricht 1 C.C. 6.7 Milligramm Säure. Es wurden also in jener Nacht pro 10 Gramm Blattsubstanz producirt: *Echeveria* 55 Milligr., *Rochea* 44 Milligr., *Sempervivum* 40, und in den übrigen Arten etwa 15—20 Milligr. Nehmen wir nun ferner an, dass eine solche Production wahrend des ganzen Sommers in jeder Nacht stattfindet, oder, was gewiss wohl erlaubt sein wird, dass die Production eines ganzen Jahres nicht geringer sein wird, als die welche unter jener Annahme in den drei bis vier wärmsten Sommermonaten, also z. B. in 100 Tagen stattfinden würde. Es wird dann die ganze Jahresproduction, jetzt auf 100 Gramm Blattsubstanz berechnet, grade das Tausendfache jener Zahlen, wir haben also statt der Milligramme einfach Gramme zu schreiben Würde nun diese ganze Säuremenge angehäuft, oder gar durch Basen neutralisirt, so würden die Säfte jener Blätter also über 15—55 pCt.

*) Vergl. z. B. PRINGSHEIM's *Jahrbücher*, Bd. XIV, S. 576.

Trockensubstanz enthalten. Thatsächlich enthalten sie aber stets nur wenige Procente, vielleicht nie über 5 pCt., wovon dann noch nur ein relativ kleiner Theil auf die Säure fällt.

Wenn nun auch diese Betrachtung keineswegs auf Genauigkeit Anspruch machen kann, so lehrt sie doch wenigstens so viel mit Sicherheit, dass weitaus der grösste Theil der producirten Säure, ohne jede Spur zurück zu lassen, aus dem Zellsafte, und somit offenbar auch aus der ganzen Pflanze verschwindet. Und dass dieses ohne Zersetzung nicht möglich ist, liegt auf der Hand. Wir brauchen also keinen Anstand zu nehmen, diesen Ausdruck zu verwenden, auch wenn bis jetzt über die Art und Weise der Zersetzung noch keine Versuche angestellt wurden. Nur soviel können wir, nach den bekannten Versuchen SAUSSURE's, als feststehend betrachten, dass dabei nicht unansehnliche Mengen Kohlensäure gebildet werden.

VII. Ueber die Zersetzung organischer Säuren durch das Sonnenlicht.

Die zerstörende Wirkung des Lichtes auf die organischen Säuren ist keineswegs auf das lebendige Pflanzengewebe beschränkt, im Gegentheil auch chemisch reine Lösungen solcher Säuren werden durch das Licht der Sonne zersetzt. Sie theilen diese Eigenschaft mit zahllosen anderen organischen Verbindungen, wie Farbstoffen, Gerbstoffen, aetherischen Oelen, manchen Kohlenwasserstoffen u. s. w., welche alle theils nur im Lichte, theils im Lichte rascher als im Dunklen Sauerstoff aufnehmen und sich mit diesem verbinden *). Bei den organischen Säuren ist diese Oxydation von einer leicht nachweisbaren Entwickelung von Kohlensäure begleitet.

Im Dunklen oxydiren die organischen Säuren, wenigstens die hier in Betracht kommenden, sich an der Luft nicht, vorausgesetzt natürlich, dass ihre Lösungen frei sind von

---

*) Eine sehr schöne Uebersicht der chemischen Wirkungen des Lichtes findet sich in E. BECQUEREL, *La lumière, ses causes et ses effets*. Paris 1868. Tom. II.

Schimmel und Bacterien, welche die Säure als Nährstoff benutzen und dafür Kohlensäure ausathmen.

Das Verschwinden der organischen Säuren aus den Blättern der Fettpflanzen darf nun aber keineswegs einfach mit ihrer Oxydation in chemisch reinen Lösungen auf eine Linie gestellt werden. Dies geht ohne Weiteres aus der Thatsache hervor, dass es auch im Dunklen stattfindet. Aber auch im Lichte ist der physiologische Process, soweit meine Versuche reichen, ein viel rascherer als der chemische. Da aber in dem Pflanzengewebe die Intercellularräume den Sauerstoff direct zu jeder Zelle führen, während die langsame Diffusion dieses Gases auch in einer sehr flachen Schicht einer Lösung vielleicht die Oxydation wesentlich verlangsamt, und beide Vorgänge überhaupt sehr schwer quantitativ vergleichbar zu machen sind, so lässt sich hierüber einstweilen noch kein endgültiges Urtheil aussprechen. Bei dem jetzigen Zustand unserer Kenntnisse ist somit die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, das die directe chemische Wirkung des Lichtes auch in der Pflanze zu dem Verschwinden der organischen Säure beiträgt. Vielleicht tritt sie, der physiologischen gegenüber, ganz in den Hintergrund, vielleicht aber bildet sie, wenigstens in bestimmten Fällen, einen messbaren Theil des ganzen Processes.

Vor vielen Jahren hat bereits SACHS *) auf dieses Verhalten der organischen Säuren aufmerksam gemacht, und nachgewiesen, dass bis in die tiefsten Schichten der meisten saftigen Pflanzentheile, ein so starkes Licht eindringt, dass wenigstens von dieser Seite eine Betheiligung des Lichtes nicht von der Hand gewiesen werden kann.

Diesen Betrachtungen gegenüber schien es mir nun geboten, hier wenigstens eine gedrängte Uebersicht von jenen Erfahrungen zu geben, auf welche unsere Kenntniss von der Zersetzung der sogenannten Pflanzensäuren (Oxalsäure, Aepfelsäure, Citronensäure, Weinsäure) in reinen Lösungen im Lichte beruht. Ich thue dieses um so lieber, als diese Erfahrungen

---

*) SACHS., Durchleuchtung von Pflanzentheilen, *Sitzungsber. d. k. k. Akad. d. Wiss.* Wien 1860. XLIII. S. 266.

in der Pflanzenphysiologie bisher nur wenig berücksichtigt wurden, und doch manche nicht unwichtige Anknüpfungspunkte für die Erklärung physiologischer Processe bieten.

Zwei Reihen von Erscheinungen bieten sich hier dar: die Oxydation der freien Säuren in wässriger Lösung und die Reduction ihrer Eisenoxydsalze zu Oxydulverbindungen. Beide finden nur im Licht, und stets unter Abscheidung von Kohlensäure statt. Wir betrachten zunächst die freien Säuren und fangen mit der Oxalsäure an.

Am Allgemeinsten bekannt ist die Thatsache, dass *Oxalsäure* in verdünnten Lösungen durch das Licht zersetzt wird. WITTSTEIN beobachtete, dass aus einer Lösung von Oxalsäure, welche in einer geschlossenen Flasche im Sommer an einem Fenster stand, wo sie häufig von der Sonne beschienen wurde, nach $2^1/_2$ Monaten ein grosser Theil der Säure verschwunden war *), und empfiehlt somit die Aufbewahrung zumal titrirter Lösungen von Oxalsäure, im Dunklen. Auch BIZIO †), sowie DOWNES und BLUNT §) haben diese Erscheinung beobachtet, und wegen der Einführung der Oxalsäure als Grundlage der Acidimetrie durch MOHR ist sie jedem Chemiker bekannt **).

Von der Richtigkeit dieser Beobachtungen und von der grossen Geschwindigkeit mit der sich diese Zersetzung vollzieht, kann man sich leicht überzeugen. Es genügt dazu einige C.C. einer titrirten Lösung an einem sonnigen Sommertage im Freien zu exponiren, und sie am Abend wieder zu titriren. Freilich ist die chemische Intensität des Lichtes an verschiedenen Tagen eine äusserst verschiedene, und ununterbrochener Sonnenschein bietet keine Garantie für die

---

*) WITTSTEIN, Ueber die Aufbewahrung von Normal-Oxalsäure, *Vierteljahrschrift f. prakt. Pharm.* XI. 573, Ref. in *Fresenius. Zeitschr. f. anal. Chemie* 1862. (1). S. 495.

†) BIZIO, Il nuovo Cimento (2) T. I. p. 272; Ref. in *Zeitschr. f. Chemie*, T. VI. S. 52.

§) A. DOWNES und T. P. BLUNT, *Chem. News* 37. S. 19, Ref. in *Chem. Jahresber.* 1878. S. 1080, Vergl. auch A. DOWNES, *Chem. News.* 42. S. 178.

**) MOHR, *Titrirmethode* 1877. 5 Aufl. S. 92.

Anwesenheit ansehnlicher Mengen chemischer Strahlen. Im Sommer 1881 habe ich zahlreiche Male 10 C.C. zehntelnormaler Oxalsäure Morgens 9 Uhr im Freien exponirt und Abends 5 Uhr titrirt. Häufig war an sonnigen Tagen das Titre fast nicht verändert, sehr häufig wurde die Flüssigkeit, statt durch 10 C.C. zehntelnormaler Kalilauge, bereits durch 7.5—9.5 C.C. neutralisirt, und hatte also 0.5—2.5 C.C. Oxalsäure verloren. Am 3 August aber wurde in einem ähnlichen Versuch genau die Hälfte der exponirten Oxalsäure zerstört (10 C.C. 0.1 Aeq. Oxalsäure nach Exposition durch 5 C.C. 0.1 Aeq. KHO neutralisirt). Bei mehrtägiger Exposition wurde häufig alle Säure aus den 10 C.C. 0.1 Aeq. Oxalsäure zersetzt. Schwächere Lösungen, z. B. von 0.025 und 0.01 Aeq. werden sehr gewöhnlich in 1—2 Tagen völlig neutral. Je dünner die Schicht der Lösung, je mehr Sauerstoff also Zutritt hat, um so rascher ist die Zersetzung. Leitete ich einen regelmässigen Strom von Luft über die Flüssigkeit, so war der Verlust an Säure ein sehr bedeutender. Imbibirte ich Fliesspapier mit zehntelnormaler Lösung, so genügte meist eine eintägige Exposition um jede Spur von Säure verschwinden zu lassen. Die zehntelnormale Lösung zeigte sich bei diesen Versuchen als die am meisten empfehlenswerthe; verglich ich mit ihr Lösungen anderer Concentration, so war sowohl bei stärkeren als bei schwächeren Lösungen die Geschwindigkeit der Zersetzung, an demselben Tage und bei gleicher Exposition, geringer. Bei den stärkeren Lösungen rührt dies zum Theil wenigstens daher, dass mit erhöhter Concentration das Vermögen, Sauerstoff aufzulösen, abnimmt.

Wiederholt man diese Versuche mit *Lösungen von Aepfelsäure, Citronensäure und Weinsäure*, so erhält man ähnliche Resultate, doch ist die Zersetzung hier eine viel langsamere. Ich exponirte z. B. je 10 C.C. einer zehntelnormalen Lösung von diesen drei Säuren und von Oxalsäure vom 26—28 Juni 1881 im Freien; die Titration am Ende des Versuches ergab, dass verschwunden waren: von Oxalsäure 2.95 C.C., Aepfelsäure 0.4 C.C., Citronensäure 0.5 C.C. und von Weinsäure 0.6 C.C., und ähnliche Resultate gaben

Versuche mit schwächeren Lösungen. Zehntelnormale Lösungen der drei letztgenannten Säuren, in wenigen C.C. in Filtrirpapier imbibirt, und in geschlossenen Gefässen exponirt, brauchten zwei und mehrere Tage um völlig zersetzt zu werden.

Das Verdunsten der Lösungen in der Sonne bietet immer grosse Schwierigkeiten, und die Bedeckung mit Glasplatten führt eine andere sehr unliebsame Fehlerquelle ein, zumal da man nicht weiss, ob alle benutzten Platten einen gleich grossen Theil des chemischen Lichtes absorbiren und reflectiren. Ich habe deshalb in späteren Versuchen die Säuren in reines dickes Glycerin gelöst, und dieses in flachen Glasschaalen in dünner Schicht dem Lichte exponirt. Bei siebentägiger Exposition erhielt ich dann in Contrôle-Versuchen genau dieselben Zahlen; es wurde dabei z. B. von 13—30 August 1881 von 10 C.C. 0.2 Aeq. Aepfelsäure 2.1 C.C. und von 10 C.C. 0.1 Aeq. Citronensäure 1.5 C.C. zersetzt; in grösseren Schaalen bei dünnerer Schicht war die Zersetzung in derselben Zeit noch etwas grösser.

Exponirt man die Säuren im sauerstofffreien Raum, z. B. in umgekehrten Reagenzröhrchen über Quecksilber, so findet auch bei mehrtägigem Versuchsdauer keine merkliche Zersetzung statt. Exponirt man sie in langen horizontalen Röhren, oder in Waschflaschen, und leitet man täglich einen Strom kohlensäurefreier Luft über sie, während man die entweichende Luft durch eine titrirte Lösung von Barytwasser führt, so kann man sich von der Entstehung von Kohlensäure überzeugen. Bereits der dicke Niederschlag von kohlensaurem Baryt zeigte mir dieses bei allen vier den genannten Säuren an. Titrirte ich die Säure-lösung und die Barytlösung am Ende des Versuches, so zeigte sich, dass alle verschwundene Säure vollständig in Kohlensäure verwandelt war. Es wurden z. B. in fünf Tagen von 10 C.C. 0.1 Aeq. Oxalsäure 2.05 C.C. zersetzt, während dafür 4.0 C.C. 0.1 Aeq. Kohlensäure gefunden wurden. Da nun jedes Aequivalent Oxalsäure zwei Aeq. Kohlensäure geben kann ($H_2 C_2 O_4 + O = 2 CO_2 + H_2 O$) hätte nach der Rechnung 4.1 C.C. Kohlensäure gefunden werden müssen.

Rothes und blaues, resp. durch Robinglas und durch Kobaltglas gegangenes Licht haben sehr verschiedene Wirkung. Bei allen nahmhaftgemachten Säuren fand die Zerstörung nur im blauen Lichte und nicht im rothen statt, und nur bei Oxalsäure konnte ich in einem Falle bei längerer Versuchsdauer einen geringen Verlust in jenem rothen Lichtgemenge feststellen.

Setzt man neutrale Kalisalze der vier genannten Säuren dem Sonnenlichte aus, so werden sie alcalisch, jedoch nur sehr schwach; die Bindung an Kalium setzt offenbar der Zersetzung ein ganz wesentliches Hinderniss in den Weg. Vielleicht wird nur soviel Säure vom Licht zersetzt, als in der verdünnten Lösung durch Dissociation frei wird, und sind die Salzmolecule selbst für das Licht unempfindlich.

Es ist selbstverständlich, dass auch in ausgepressten Pflanzensäften am Lichte die freie Säure zersetzt wird; ich habe mich zum Ueberflusse davon durch einige Versuche überzeugt. Es folgt daraus, dass solche Säfte nach ihrer Praeparation, bis zum Titriren, entweder im Dunklen, oder doch in einem schlecht beleuchteten Raum aufbewahrt werden müssen, zumal wenn sie Oxalsäure enthalten. Diese Vorschrift habe ich bei meinen in den vorigen Abschnitten beschriebenen Versuchen mit den getödteten Pflanzentheilen befolgt.

Einige Forscher haben den Einfluss organischer Säuren in künstlichen Lösungen auf die Thätigkeit des Chlorophylls im Lichte studirt *). Es ist dabei stets im Auge zu behalten, dass diese hier Kohlensäure produciren und dadurch indirect deren Assimilation fördern können.

Wir kommen jetzt zu der *Reduction von Eisenoxydsalzen durch organische Säuren im Sonnenlichte.* Unter dem Einflusse des Sonnenlichtes haben die Eisenoxydsalze eine Neigung sich in Oxydulsalze zu verwandeln †), und sie thun dieses, sobald sich in der Lösung ein Körper befindet, der

*) z. B. Schultz-Schultzenstein, nach *Jahresbericht für Agric.-Chemie,* VII. 1864. S. 119.

†) Vergl. hierüber Becquerel, *La lumière,* l. c. p. 70—73.

sich mit einem Theil ihres Sauerstoffes verbinden kann, im Allgemeinen also mit organischen Substanzen. Lösungen von Eisenchlorid in Alcohol, in Aether, in verschiedenen organischen Säuren zeigen diese Zersetzung; das gelbe Oxydsalz verwandelt sich in kurzer Zeit vollständig in das farblose Oxydulsalz. Schüttelt man dieses, falls es gelöst blieb, mit vieler Luft, so stellt sich die gelbe Farbe wieder her, und es ist somit neues Oxydsalz gebildet, welches nun an der Sonne wieder entfärbt werden kann. In dieser Weise kann man den Versuch beliebig oft wiederholen, bis schliesslich die organische Substanz verschwunden und in Kohlensäure umgewandelt ist. Das Eisen wirkt hier also in der Art, dass es den Sauerstoff auf immer neue Molecüle des organischen Körpers überträgt.

Die Entwickelung von Kohlensäure lässt sich am schönsten mit Oxalsäure beobachten *). Ich wählte eine Lösung von 0.2 Aeq. Oxalsäure und setzte zu dieser entweder Eisenchlorid, oder Eisenoxydhydrat, das ich durch Praecipitation mittelst Ammoniak aus Eisenchlorid frisch bereitet und gut ausgewaschen hatte. Nach beiden Verfahrensarten erhält man dieselben Resultate, die erstere ist bequemer, die letztere schliesst die Mitwirkung der Salzsäure aus. Brachte ich nun eine dieser beiden Flüssigkeiten, welche intensiv gelb gefärbt waren, in einem umgekehrten Reagenzrohr über Quecksilber, oder über die Lösung selbst in 's Sonnenlicht, so fing fast augenblicklich eine kräftige Gasentwickelung an; in kleinen Blasen stieg das Gas auf, um sich im oberen Theile der Röhre zu sammeln. Dabei entfärbte sich die Lösung und es entstand ein reichlicher gelber kristallinischer Niederschlag von oxalsaurem Eisenoxydul. Nach Döbereiner, der diese Zersetzung beschreibt, findet sie wohl im violetten und blauen, aber nicht im rothen und gelben Sonnenlichte statt †). Der Niederschlag löst sich weder

*) G. Lemoine (*Comptes rendus*, T. 97. S. 1208) benutzt die Entwickelung der Kohlensäure zur Messung des Einflusses verschiedener Factoren auf die Zersetzung von Oxalsäure durch Eisenchlorid im Sonnenlicht.

†) Naumann, *Algem. Chemie*, S. 826.

beim Kochen, noch auch durch Zusatz einer starken Oxalsäure-lösung auf.

Auch citronensaures Eisenoxyd, über Quecksilber der Sonne ausgesetzt, entwickelte eine reichliche Menge Kohlensäure, welche als Blasen aufstieg; sobald die anfangs gelbe Lösung entfärbt war, hielt die Gasbildung auf.

Um die Rückbildung des Oxydsalzes aus der Oxydulverbindung zu beobachten, muss man mit solchen Säuren experimentiren, deren Eisenoxydulsalz in Wasser leicht löslich ist, und die Versuche nicht über Quecksilber, sondern in offenen Reagenzröhrchen vornehmen. Folgende Versuche mögen zum Beleg des oben hierüber Gesagten mitgetheilt werden.

Citronensäure, Aepfelsäure und Weinsäure von 0.1—0.2 Aeq. habe ich wie die Oxalsäure theils mit Eisenchloridlösung, theils mit frischem gewaschenem Eisenoxydhydrat versetzt, bis sie eine braune Farbe hatten. An der Sonne entfärbten sie sich, zwar langsamer als die Oxalsäure, doch in $^1/_2$—2 Stunden vollständig; es entstand kein Niederschlag, denn das farblose Oxydulsalz blieb gelöst. Die Oxydsalze waren völlig zersetzt, denn Gerbsäure gab in den entfärbten Lösungen keinen Niederschlag mehr. In 's Dunkle gebracht, nahmen die Lösungen wieder Sauerstoff auf und färbten sich allmählig wieder gelb bis braun, um so rascher, je besserer Zutritt die Luft zu ihren tiefsten Theilen hatte.

Spuren von Eisensalzen können in dieser Weise in kurzer Zeit ganz beträchtliche Mengen organischer Säuren umsetzen. Dazu ist nur erforderlich, dass die Luft leichten Zutritt zu der Lösung hat, damit jedes Molecül des gebildeten Oxydulsalzes sich sofort in Oxydsalz verwandlen könne. Bei der Darstellung reiner Lösungen, zumal behufs des Titrirens, ist also auf Abwesenheit der geringsten Spuren von Eisen zu achten *), ebenso bei den im Vorhergehenden erwähnten Versuchen über die Zersetzung der freien reinen Säuren an der Sonne. So geringe Spuren von Eisenchlorid, dass sie die acidimetrische Ausmessung der Säure nicht

---

*) Mohr, *Titrirmethode*, S. 139.

hinderten, beschleunigten die Zersetzung bereits ganz erheblich. So verloren z. B. 10 C.C. zehntelnormaler Oxalsäure unter Mitwirkung einer Spur Eisenchlorid in zwei Stunden an der Sonne 2.5 C.C. und 10 C.C. von Lösungen derselben Stärke von Aepfelsäure, Weinsäure und Citronensäure verloren in sieben Stunden an der Sonne, mit demselben Zusatze 2.0, 2.5 resp. 3.6 C.C. Säure. Vergleicht man diese Zahlen mit den S. 113 für eisenfreie Lösungen mitgetheilten, so sieht man, dass sie ganz anderer Ordnung sind.

Wie das Eisen, verhalten sich in dieser Beziehung auch andere schwere Metalle, vor Allen das Uran *). Aehnliche Wirkungen sind ferner von den Salzen des Quecksilbers, des Silbers, des Kupfers, und des Chromiums bekannt †).

Am ausführlichsten studirt sind die Erscheinungen, welche eisenhaltige Lösungen von Weinsäure im Sonnenlichte bieten, da diese als Grundlage gewisser photographischer Verfahrungsarten dienen §). Es ist hier nicht der Ort, auf diesen Punkt näher einzugehen, doch möge ein einfaches und leicht zu wiederholendes Beispiel hervorgehoben werden. Man färbe eine Weinsäure-lösung von etwa 1. Aeq. mit Eisenchlorid goldgelb, bestreiche hiermit gewöhnliches Schreibpapier und lasse es im Dunklen trocknen. Nun legt man ein gedrucktes Bild oder auch einen Bogen Druckpapier darauf, drücke beide mittelst einer Glasplatte fest an einander und setze sie der Sonne aus. Das Sonnenlicht entfärbt das Eisensalz. Nun behandle man das Papier mit verdünnter Gerbsäure; an den verdunkelt gewesenen Stellen schlägt sich das Eisenoxydsalz als gerbsaures Eisen nieder; an den beleuchteten Stellen reagirt das Oxydulsalz nicht, und es entsteht also ein positives Bild. Man braucht also nur noch mit vielem Wasser auszuwaschen und zu trocknen, um die photographische Copie zum Aufheben fertig zu haben.

---

*) Niepce de St. Victor et L. Corvisart in Wöhlers *Annalen d. Chemie und Pharmacie*, Bd. 37. 1860. S. 112, wo sich auch einiges über die Umsetzung des Amylums im Lichte findet.

†) Becquerel, *La lumière*, T. II. p. 66—74 und p. 164.

§) Vergl. hierüber Poitevin in *Ann. Chim. et Phys.*, 3 Serie, 1861. T. 62. S. 205 - 210.

Das Eisen besitzt also die Eigenschaft, unter dem Einflusse des Lichtes den freien Sauerstoff auf organische Verbindungen zu übertragen und diese zu oxydiren. Vielleicht steht es mit dieser Eigenschaft in Zusammenhang, dass das Eisen sowohl im Thierreich, wie im Pflanzenreich grade dort eine Rolle spielt, wo Sauerstoff in bedeutender Menge übertragen werden muss, im Blute und im Chlorophyll *).

Noch eine andere merkwürdige Analogie verdient hervorgehoben zu werden. Wie Ein Atom Eisen nach einander zahlreiche Atome Säure und Sauerstoff binden und in der Form von Kohlensäure (und Wasser) wieder frei lassen kann, so müssen nach unserer Vorstellung bei der Athmung die lebendigen Molecüle des Protoplasma die organischen Nährstoffe (Glucose) und den Sauerstoff binden, und sie in Form von Kohlensäure und Wasser wieder ausscheiden. Die Ausarbeitung dieser Analogie kann vielleicht wichtige Gesichtspunkte für die Erforschung der Athmungserscheinungen eröffnen.

VIII. Zusammenfassung der Resultate †).

Zahlreiche sogenannte Fettpflanzen, welche grossentheils zu den Crassulaceen, zum Theil aber auch zu den Cactaceen und anderen Familien gehören, zeichnen sich vor anderen Pflanzen durch eine merkwürdige periodische Production und Zersetzung organischer Säuren aus §). Am Morgen sind ihre Säfte oft auffallend stark sauer, um gegen Abend nur noch schwach sauer oder nahezu neutral zu sein. Zie zeigen

---

*) Nach Horsford soll sogar Kohlensäure durch Eisenphosphat unter Bildung von Kohlenoxyd im Sonnenlichte zersetzt werden können. Vergl. *Sitzber. der K. Akad.*, Wien, Bd. 67, (2) S. 466.

†) Eine vorläufige Mittheilung hierüber befindet sich in der *Bot. Ztg.* vom 30 Mai 1884, N°. 22.

§) Die Abhandlung von G. Kraus: Ueber die Wasservertheilung in der Pflanze, IV, Die Acidität des Zellsaftes, in den *Abh. d. Naturf. Ges. zu Halle*, Bd. XVI, 1884, welche zum Theil auch die Fettpflanzen behandelt, erhielt ich erst während der Druckes dieses Aufsatzes, und konnte sie deshalb leider nicht mehr berücksichtigen.

diese Periodicität bereits in der Jugend während ihres Wachthums, entwickeln sie zum vollen Maasse im erwachsenen Zustand, und behalten sie, wenn auch mit abnehmender Stärke, bis in das hohe Alter bei. Die producirte Säure ist vorwiegend Aepfelsäure, von dieser kann 1 Gramm Blattsubstanz in Einer Nacht etwa 2—5 Milligramm neu bilden, um am nächsten Tag wieder nahezu ebensoviel zu verlieren.

Diese Periodicität kommt der Hauptsache nach durch das Zusammenwirken von drei Factoren zu Stande. Der erstere ist die wohl allen Pflanzen gemeinsame, stetig aber langsam fortschreitende, vom Licht unabhängige Zersetzung der organischen Säuren des Zellsaftes. Sie ist im Allgemeinen um so kräftiger, je reicher der Pflanzentheil an gelöster Säure, um so schwächer und langsamer, je schwächer die saure Reaction des Saftes ist. Daher ist sie bei den meisten Pflanzen so schwach, dass es bis jetzt nicht gelang sie überall zweifellos nachzuweisen.

Der zweite Factor ist die Beschleunigung dieses Processes durch das Licht, welche schon in sehr schwachem diffusem Licht eine ganz bedeutende, im Sonnenlichte aber noch kräftiger ist. In wiefern diese Erscheinung den Fettpflanzen eigenthümlich ist, habe ich noch nicht untersucht.

Der dritte Factor ist die nächtliche Production von Säure. Diese ist eine äusserst eigenthümliche Erscheinung, welche vom Lichte hervorgerufen wird, das die Blätter während des Tages bescheint, welche aber dessenungeachtet während der Nacht stattfindet. Sie bildet das eigentlich Charakteristische der Fettpflanzen in dieser Beziehung.

Die nächtliche Säurebildung besitzt nicht eine von äusseren Einflüssen unabhängige, innere Periodicität; sie hört in constanter Finsterniss nach der ersten Nacht völlig auf, und ist also auf jene Nächte beschränkt, denen eine genügende Lichteinwirkung am Tage vorherging. Dagegen wird sie bereits von sehr schwachem Licht hervorgerufen, wenn dieses nur während mehrerer Stunden die Organe trifft. Einstündige Beleuchtung bedingt sie nicht. Die Production von Säure dauert während der ganzen Nacht, aber auch nicht länger als eine Nacht.

Während dieser Zeit steht die Zersetzung der Säure nicht stille, und die beobachtete Zunahme des Säuregehaltes weist also nur die Differenz zwischen beiden Grössen an. Um sich davon zu überzeugen braucht man nur die Pflanzentheile während der Nacht bei 35—40° C. aufzubewahren; die Zersetzung von Säure wird dann, wie bei allen Gewächsen, auch wenn sie nicht zu den Fettpflanzen gehören, ganz wesentlich beschleunigt, und zwar so, dass sie jetzt mit der Production gleichen Schritt halten, oder sie sogar überbieten kann. Während einer solchen Nacht bleibt dann, trotz kräftiger vorangegangener Beleuchtung, der Säuregehalt unverändert, oder nimmt nur wenig zu oder gar etwas ab; es hängt dies von den Arten und von verschiedenen Umständen ab.

So weit reichen meine Versuche. Ich mag aber diesen Aufsatz nicht abschliessen, ohne eine Frage, welche sich jedem Leser aufdringen wird, wenigstens kurz berührt zu haben. Wozu jene auffallend grosse Verschwendung von Stoff und Kraft, und wozu jene merkwürdig genaue Anpassung der Säure-bildung an die normalen Vegetationsbedingungen? Ein so hoch differenzirter Process muss doch offenbar eine ganz bestimmte physiologische Bedeutung haben.

Zunächst scheint es mir angesichts dieser Thatsachen unmöglich, SCHLEIDEN's in der Einleitung erwähnte Ansicht, dass die Säuren nur Nebenprodukte anderweitiger Stoffwechselprocesse seien, aufrecht zu erhalten. Die stetige Zersetzung im Dunklen und vielleicht auch deren Beschleunigung durch das Licht würde damit zwar wohl im Einklang sein, aber die so merkwürdig complicirte Erscheinung der periodischen Säurebildung ist ohne sehr gezwungene Hülfshypothesen mit ihr nicht zu vereinbaren.

Hat somit die periodische Säurebildung eine wesentliche Rolle im Leben zu erfüllen, so fragt sich wohl zuerst, weshalb sie auf die Fettpflanzen beschränkt sei. Wir haben, mit anderen Worten, nachzusuchen, welche den Fettpflanzen als solchen eigene Eigenschaften irgend eine Beziehung zu ihrem Säure-gehalte erkennen lassen. Hier geben uns nun die bekannten Versuche ASKENASY's den Schlüssel, um uns

wenigstens eine wahrscheinliche Vorstellung von diesen Beziehungen zu machen. ASKENASY zeigte, dass die fleischigen Organe der Fettpflanzen im Hochsommer an sonnigen Tagen nicht selten bis 40—45° C. und darüber von den Sonnenstrahlen erwärmt werden, ja es kommt vor, dass diese Erwärmung bis ganz nahe an die Temperaturgrenze ihres Lebens geht. Dünnblättrige Pflanzen schützen sich an der Sonne gegen solche Erwärmung durch ihre Verdunstung, aber die Fettpflanzen sind grade dadurch ausgezeichnet, dass ihre Verdunstungsoberfläche im Verhältniss zu ihrem Volumen so äusserst klein ist. Sie können also einer solchen Erwärmung um so weniger entgehen, als sie auf ihren natürlichen Standorten stets grade möglichst stark der Sonne ausgesetzt sind.

Aus ASKENASY's Versuchen folgt also, dass die Fettpflanzen sich durch eine sehr bedeutende Erwärmung, welche an jedem sonnigen Tage fast unfehlbar eintritt, von den übrigen Gewächsen unterscheiden.

Durch eine solche Erwärmung wird aber bei allen Pflanzen, soweit meine Versuche reichen, die stetige Zersetzung von Säuren ganz erheblich beschleunigt. Ohne irgend welche besondere Eigenschaft zu besitzen würden die Fettpflanzen also einem solchen Säureverluste nicht entgehen können; sie würden, wenigstens im Sommer und an ihren natürlichen Standorten, stets nur einen sehr schwach sauren Zellsaft haben.

Eine bedeutende Säurebildung am Tage würde hierin nichts ändern, da die Zersetzung bei der höheren Temperatur deren ganzen Effekt würde vernichten können, wie es in unseren Versuchen bei künstlicher Erwärmung in der Nacht der Fall war.

Nur eine kräftige Production von Säure während der Nacht kann diesen Gewächsen, wenigstens periodisch, eine stark saure Reaction des Zellsaftes sichern, wenn sie auch nicht verhindern kann, dass an jedem Tage nahezu der ganze Vorrath von Säure wieder verloren geht. Nur durch eine solche können sich also die Fettpflanzen die Vortheile sichern, welche so vielen anderen Pflanzen in ihrem normalen, nicht periodischen Reichthum an Säure gegeben ist.

Diese Betrachtungen zeigen uns, dass wir die periodische Säurebildung bei den Fettpflanzen als eine besondere Adaptation aufzufassen haben, ohne ihr aber eine andere physiologische Bedeutung zuschreiben zu müssen als der stetigen Production von Säure bei den übrigen Gewächsen *). Wenigstens so lange nicht weitere Erfahrungen auf einen solchen Unterschied hinweisen.

Die in der vorliegenden Abhandlung beschriebenen Versuche wurden im Sommer 1881 im Pflanzenphysiologischen Laboratorium der Universität Amsterdam ausgeführt.

Die Abhandlung umfasst die folgenden Abschnitte:

---

*) Ueber diese Bedeutung vergleiche man meinen Aufsatz über den Antheil der Pflanzensäuren an der Turgorkraft wachsender Pflanzentheile, *Bot. Zeitung* 1883. S. 849.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 31 Mei 1884.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, A. C. OUDEMANS JR., ZEEMAN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, VON BAUMHAUER, MAC GILLAVRY, KAMERLINGH ONNES, BEIJERINCK, MARTIN, MICHAËLIS, BAEHR, MULDER, FRANCHIMONT, HOFFMANN, DE VRIES, ZAAIJER, HEYNSIUS, VAN DIESEN, SCHOLS, BIERENS DE HAAN, SURINGAR, LORENTZ, HOEK, STOKVIS, PLACE, DONDERS, GRINWIS, VAN GOGH, KOSTER, VAN BEMMELEN, HUBRECHT, BEHRENS, VAN HASSELT, RAUWENHOFF, RIJKE, DIBBITS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Afwezig met kennisgeving de Heeren J. A. C. OUDEMANS en GUNNING.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. TH. VAN DOESBURGH, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam, 24 Mei 1884; 2°. den Directeur der Ecole Polytechnique te Parijs, 6 April 1884; 3°. J. A. GOALEY, Secretaris van het India Office te Londen, 23 April 1884;

4°. J. W. CLARK, Secretaris der Cambridge philosophical Society te Cambridge, 21 April 1884; 5°. H. HELMHOLTZ, Berlijn, 1884; 6°. WETZOW, Bibliothecaris der Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften te Görlitz, 18 April 1884; 7°. J. B. DE ROSSI, Rome, 28 April 1884; 8°. L. CREMONA, Rome, April 1884; 9°. MOZZANI, Bibliothecaris der Societá Italiana delle Scienze te Rome, 28 April 1884; 10°. den Voorzitter van het R. Istituto Lombardo delle Scienze e Lettere te Milaan, 26 April 1884; 11°. P. BORTOLOTTI, Secretaris der R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti te Modena, 1884; 12°. G. BIRIO, Secretaris van het R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti te Venetië, 7 Mei 1884; 13°. H. SANTESSON, Bibliothecaris van het Institut royal Géologique de la Suéde te Stockholm, 15 November 1883; 14°. R. THALEN, Bibliothecaris der Société royale des Sciences te Upsala, 23 Mei 1884; 15°. RENARD, Vice-President der Société impériale des naturalistes te Moscou, 1 Mei 1884; 16°. J. BIANCI, Bibliothecaris der Academia Romana te Bucharest, 27 April 1884; 17°. L. NETTO, Directeur aan het Museu Nacional te Rio de Janeiro, 5 April 1884; 18°. C. DUNCAN, Secretaris der Sociedad cientifica Argentina te Buenos Aires, 8 April 1884; 19°. den Secretaris der Royal Society of N. S. W. te Sydney, 29 Februari 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 5 Mei 1884; 2°. het Ministerie van Oorlog te 's Gravenhage, 12 Mei 1884; 3°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 15 Mei 1884; 4°. O. TORELL, Directeur van het Institut royal Géologique de la Suède te Stockholm, 15 November 1883; 5°. den Directeur van het Musée Public te Moscou, 14 Mei 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. een brief van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (10 Mei 1884),

het bericht behelzend, dat Z. M. de Koning de benoemingen van de Heeren M. W. BEIJERINCK en K. MARTIN tot gewone leden; den Heer G. KIRCHOFF tot buitenlandsch lid, en den Heer C. TH. SLUITER tot correspondeerend lid der Akademie heeft bekrachtigd; 2⁰. brieven van de Heeren BEIJERINCK, MARTIN en KIRCHOFF, waarin zij dank zeggen voor de hun te beurt gevallen onderscheiding, en verklaren het hun aangeboden lidmaatschap te aanvaarden.

Dien ten gevolge worden de Heeren BEIJERINCK en MARTIN ter vergadering binnengeleid en door den Voorzitter verwelkomd; 3⁰. bericht van het overlijden van het buitenlandsch lid der Akademie H. R. GÖPPERT te Breslau. Dit bericht zal door een brief van rouwbeklag worden beantwoord.

Wordt gelezen een schrijven van het correspondeerend lid der Afdeeling, den Heer VERBEEK (Buitenzorg 23 April 1884), waarin, als antwoord op den brief der Afdeeling van 27 Februari jl., te kennen wordt gegeven, dat voornoemd lid gaarne wenscht mede te werken om zijn verslag over den ramp van Krakatau in de acta der Akademie te doen opnemen, doch alvorens stappen in dien zin te doen, gaarne zoude vernemen, of de finantiëele bezwaren, aan zulk eene onderneming verbonden, de krachten der Akademie niet te boven zouden gaan. De Regeering toch is van voornemen, 1000 exemplaren van dat verslag in twee talen te doen drukken, en daaraan toe te voegen 25 aquarellen en een dozijn grootere en kleinere kaarten.

Op voorstel van den Algemeenen Secretaris, die verklaart dat de finantiëele krachten der Akademie niet eens zouden gedoogen, den tekst van het werk des Heeren VERBEEK te bekostigen, veel minder de daaraan te verbinden teekeningen en kaarten, verklaart de Vergadering, haar vroeger uitgesproken wensch te laten varen, en den Heer VERBEEK dank te zeggen voor de door hem verstrekte inlichtingen.

— Het verslag over de verhandeling des Heeren VAN WISSELINGH: »De kernscheede bij de wortels der Phanerogamen" uitgebracht door de Heeren RAUWENHOFF en SURINGAR, luidt gunstig. De Vergadering vereenigt zich met de

conclusie om daaraan eene plaats in de 8° werken te verleenen.

— De Heer Koster houdt eene voordracht over de lange buigspier van den duim, beschouwd in het licht der vergelijkende of genetische anatomie.

Hij herinnert aan zijne in 1879 medegedeelde onderzoekingen en beschouwingen over de strekspieren der vingers, waarbij hij de door vele ontleedkundigen nog als eene voor den mensch specifieke spier geldenden musculus indicator verklaarde: *voor een functioneel sterker ontwikkeld deel van een spierstelsel, dat bij de anthropoïde apen evenzeer bestaat.*

Omtrent den musculus flexor pollicis longus heerschen onder de ontleedkundigen nog zeer uiteenloopende meeningen. Voornamelijk hangt dit af van de bijzonderheid, welke in het spiertoestel van den duim bij den Orang oetan is op te merken. Bij de overige anthropoïden (Gibbon, Gorilla, enz.) is wel geen zóó geïsoleerde, zelfstandige, buigspier van het nagellid van den duim aanwezig als bij den mensch, maar de gemeenschappelijke buigspier der vingers geeft daarbij toch voor den duim een meer of minder krachtigen langen buiger af, waarvan de homologie met den eigen buigspier van den menschelijken duim, door den spiervezeloorsprong *langs den radius*, ongedwongen kan aangetoond worden.

Bij den Orang oetan echter *zou de buigspier van het nagellid des duims*, volgens de opgaven der zoötomen, *geheel ontbreken.* De radiale oorsprong van den algemeenen vingerbuiger gaat hier geheel in de pees over, welke zich naar den wijsvinger begeeft.

Het zonderlinge van dezen toestand, waarbij het toch bewegelijke nagellid van den duim van den Orang oetan wel een eigen strekspier (want deze ontbreekt niet) als bij den mensch zou bezitten, maar niet zou kunnen gebogen worden, schijnt vroegere ontleedkundigen weinig aanleiding tot verwondering gegeven te hebben.

Broca was, zoover de spreker weet, de eerste die aantoonde, dat bedoeld nagellid van den duim bij den Orang oetan toch gebogen kan worden, *daar bij dit dier een der spieren*

van de muis des duims (de adductor) een pees naar het nagellid zendt. De vroegere onderzoekers vermelden deze bijzonderheid niet; zelfs in den laatsten tijd werd zij door VON BISCHOFF niet opgemerkt.

In de »Sitzungsber. der K. Akad. d. Wissensch. zu Wien" van Maart 1879, deelde Prof. LANGER de uitkomsten mede van het ontleedkundig onderzoek der spieren van een Orang oetan, en gaf hij eene afbeelding eener (van het zoogenaamde binnenste hoofd van den korten duimbuiger, of den daaraan grenzenden adductor pollicis, schijnbaar niet te onderscheiden) *buigspier van het nagellid des duims van den Orang oetan.*

De Heer KOSTER vond, bij het ontleden van de voorste handen van een Orang oetan, waartoe hij in den laatsten tijd door de welwillendheid van Prof. M. WEBER in Amsterdam in staat werd gesteld, terstond de door LANGER afgebeelde spier weder, en toonde dat door hare samentrekking inderdaad het nagellid van den duim vrij krachtig kan gebogen worden. Hij vond verder, en toonde door eene afbeelding van het voorwerp aan, dat de bedoelde buigspier van het nagellid van den duim bij den Orang oetan, van de oppervlakte der daaronder liggende aanvoerende (of korte buig—?) spier van den duim gemakkelijk geheel los kan worden gepraepareerd. Met de als »inwendig hoofd" van den korten duimbuiger van den mensch door vele ontleedkundigen aangenomen spier, of met de afdeeling van de aanvoerende duimspier (tot welke velen dat inwendige hoofd van den korten duimbuiger rekenen) is dit niet het geval.

Verder wees de spreker op eenige bekende zoogenoemde »anomalieën", waarbij de samenhang van den langen duimbuiger en den gemeenschappelijken diepen vingerbuiger, zoowel bij den oorsprong als door de pezen in de handwortelstreek, bij den mensch was waargenomen; en bij den flexor digitorum profundus accessorius (KRAUSE, Varietäten u. s, w. 1880, S. 106) evenzeer op den oorsprong van vezelen, welke zich van den musc. pronator quadratus bij den musc. adductor pollicis voegen (KRAUSE l. c.). Een en ander scheen hem daarop te wijzen, dat in het stelsel der menschelijke duim- en vingerbuigspieren, oogenschijnlijk zoo

belangrijk van de buigers der teenen verschillende, onder anderen door het afwezig zijn der *caro quadrata Sylvii*, toch de rudimenten dezer laatste spier in aanleg niet ontbreken.

Neemt men aan, wat tegenwoordig door ontleedkundigen moeielijk betwijfeld kan worden, dat de bestanddeelen van hand en voet bij den mensch volkomen homoloog zijn, en dat verschillen van functie en groei uit een voet een hand kunnen doen ontstaan, dan moet ook fundamenteel het spierstelsel van den voetzool in de handpalm worden aangenomen.

Voor alle spieren is die homologie dan ook in de hoofdzaak vastgesteld. Slechts de *musculus flexor pollicis longus* en de *caro quadrata Sylvii* zijn nog aanleiding tot onzekerheid bij vergelijking van hand en voet des menschen, en doen sommige anti-Darwinistische ontleedkundigen nog spreken van *specifiek-menschelijke* spieren. Vooral het geheel ontbreken van den flexor pollicis longus bij den Orang oetan scheen daarvoor een argument van eenige beteekenis. Omtrent de homologie van de *caro quadrata Sylvii* kon de Heer Koster tot nu toe in de literatuur geene denkbeelden opsporen.

Het schijnt hem toe, dat de samenhang van die *caro quadrata* zoowel met de pees van den flexor digitor. pedis als hallucis, bij den mensch, ongedwongen een toestand kan verklaren, waarbij de vier buitenste teenen een gemeenschappelijke buigspier (al of niet met een deel der *caro quadrata*) verkrijgen, en (bij terugblijvende ontwikkeling van het hoogere gedeelte van de voor den grooten teen of duim bestemde afdeeling) uit den samenhang van de *caro quadrata Sylvii* met de pees van den *flexor hallusis* een *in de voetzool gelegen lange duimbuiger* tot stand komt.

Door een overzicht van de spieren en pezen van den voetzool tracht spreker dit nader toe te lichten.

Is nu de hand slechts een gewijzigd, maar in aanleg met den voet identiek orgaan, dan kan, eensdeels, het verdwijnen van de *caro quadrata Sylvii*, als deel van den algemeenen buiger, en het ontstaan van een zelfstandigen *musculus flexor pollicis longus* geen verwondering wekken; anderdeels wordt ook het nu en dan één zijn der vinger-

en duimbuigspieren, en het voorkomen van rudimenten der *caro quadrata* begrijpelijk. De hypothese, waartoe de Heer KOSTER dus, op grond van zijn onderzoek, komt, en welke hij nog verder hoopt te toetsen, is: *dat de door vroegere ontleedkundigen voor een verlengd deel van den m. adductor pollicis verklaarde buigspier van het nagellid van den Orang oetan ontstaan is door overblijfselen van een oorspronkelijken flexor pollicis longus en een deel der caro quadrata Sylvii.*

De vroegere verklaring is eene teleologische; de door den spreker verdedigde schijnt hem eene causaal-phylogenetische.

— De Heer DONDERS spreekt, als een vervolg op vroegere voordrachten, »over de intensiteit en de saturatie der kleuren van mengsels van twee homogene lichtsoorten, in betrekking tot die der componenten, voor het oog met normalen kleurzin."

— De Heer HEYNSIUS doet eene mededeeling *over de verhouding der eiwitstoffen tegenover zouten van alkaliën en van alkalische aarden.* Nadat hij vroeger had aangetoond, dat serumglobuline door saturatie met Na Cl grootendeels uit de bloedwei kan worden verwijderd, verkreeg HAMMARSTEN door saturarie met Mg SO_4 een veel aanzienlijker praecipitaat, dat hij insgelijks voor globuline hield. Toen nu later, in HAMMARSTEN's laboratorium zelf, door STARKE was gevonden, dat, na saturatie met Mg SO_4 op 30°, door opvolgende saturatie met sulphas natricus op 40° ook de serumalbumine wordt neërgeslagen, achtte spreker het van belang om de verhouding van andere zouten tegenover de eiwitstoffen na te gaan.

Hij onderzocht van de chloruren: het kalium-, natrium-, ammonium-, calcium- en magnesium-zout; van de nitraten: het kalium-, natrium-, ammonium-, baryum-, calcium- en magnesium-zout; van de sulphaten: het neutrale kalium-, natrium- en ammonium-zout en het zure natrium- en ammonium-zout, voorts oxalas ammoniae, sulphis ammoniae, rhodan-ammonium en eindelijk acetas natricus en acetas ammonicus. Hij satureerde bij de gewone temperatuur.

Door sommige dezer zouten werd geen, door andere een meer of minder aanzienlijk praecipitaat voortgebracht. Door sulphas ammonicus werd een zeer aanzienlijk neerslag verkregen en, nadat dit was afgefiltreerd, bleek in de vloeistof *geen spoor eiwit meer te worden aangetroffen.* Saturatie met sulphis ammoniae en ook met bi-sulphas natricus gaf hetzelfde resultaat.

Het aldus gepraecipiteerde eiwit is in water (in de verdunde zoutsolutie dus) oplosbaar. Na verwijdering van het zout door dialyse, slaat slechts een deel van het eiwit, de globuline, neer. Het overige blijft opgelost.

Door $Ca\ Cl_2$ wordt insgelijks een aanzienlijk neerslag voortgebracht, dat echter in water onoplosbaar is.

Niet slechts alle echte eiwitstoffen worden, zoowel bij zure als bij alkalische reactie der oplossingen, door sulphas ammoniae uit hare oplossingen verwijderd, maar ook pepton en propepton worden daardoor *volledig* en *onveranderd* neergeslagen.

Van welke physische of chemische eigenschap der zouten het verschijnsel afhankelijk is, moet spreker in het midden laten. De graad hunner oplosbaarheid is zeker geen maatstaf voor de intensiteit der waargenomen werking.

Uit naam van den Heer C. LE NOBEL, Adsistent bij het physiol. laboratorium te Leiden, deelt de Heer HEYNSIUS verder mede:

1°. In de urine van gezonde personen, die gedurende geruimen tijd geene alcoholica hebben gebruikt, komt aceton, hoewel dan in zeer geringe hoeveelheid, voor.

2°. In de urine van een diabeticus, die aceton-vrij was, toonde hij de aanwezigheid van acetazijnzuur aan.

3°. In de uitademingslucht van een anderen diabeticus, wiens urine aceton bevatte, vond hij aceton en aethylalcohol.

4°. Eene kaïrine-oplossing neemt bij oxydatie door chroomzure kali en zoutzuur eene prachtig roode kleur aan. De vloeistof vertoont dan eene absorptie-streep tusschen het groen en blauw en verder het eigenaardige verschijnsel, dat het blauw in het spectrum grootendeels verdwijnt en voor een intensief violet plaats maakt. Hij vond,

dat alle phenolachtige lichamen bij oxydatie dit verschijnsel doen zien en acht het waarschijnlijk, dat het van de vorming van chinon afhankelijk is, dat in waterige oplossing hetzelfde verschijnsel vertoont. Kaïrine zet voorts oxyhaemoglobine oogenblikkelijk in methaemoglobine om en na het gebruik van kaïrine vindt men de gepaarde zwavelzuren in de urine vermeerderd.

Ten slotte deelt dezelfde spreker mede, dat Dr. BOUMA in het Leidsche laboratorium een onderzoek heeft verricht over de endochondrale beenvorming en daarbij uitmuntende resultaten heeft verkregen van de kleuring met eene saffranine-oplossing van $^1/_{2000}$. Bindweefsel en been worden daardoor rood, kraakbeen-tusschenstof geel gekleurd. Hierdoor was hij in staat nieuwe gronden aan te voeren voor MÜLLER's leer, dat de beenvorming niet metaplastisch, maar alleen neoplastisch tot stand komt.

— Op de vraag van den Heer FRANCHIMONT, of Spreker ook eenige nadere inlichting kon verschaffen over de soort van kaïrine, door den Heer LE NOBEL gebruikt, volgde een ontkennend antwoord. De opmerking van den Heer STOKVIS, dat men onder het gebruikte kaïrine stellig te verstaan had die soort, van welke heeren medici gewoon zijn zich te bedienen, bevredigde den Heer FRANCHIMONT niet.

— De Heer VAN BEMMELEN deelt het volgende mede:

Van verscheidene scheikundige verbindingen, die bij verhitting eene begrensde ontleding ondergaan — dissociatie — en zich daarbij splitsen in twee gassen, of in eene vaste stof en een gas, is de gang der dissociatie onderzocht geworden. In den laatsten tijd heeft de vorming en ontleding der zoogenaamde gashydraten de aandacht getrokken, en zijn eenige onderzoekingen bekend gemaakt over de kristallijne hydraten van Cl_2, CO_2, H_2S en PH_3 (ISAMBERT, WROBLEWSKY, CAILLETET, DE FORCRAND). Alleen van het chloorhydraat heeft ISAMBERT aangetoond, dat zijne dissociatie de wet van DEBRAY volgt. Van geen dezer hydraten is de onderlinge afhankelijkheid tusschen vloeistof, kristallijn hydraat en gas bij verschillende temperaturen onderzocht.

De Heer H. W. B. ROOSEBOOM, adsistent aan het anorg. scheik. lab. te Leiden, heeft thans de hydraten van chloor, bromium, zwaveldioxyd en chloorwaterstof onderzocht.

Wat hunne scheikundige samenstelling betreft, vond hij het volgende:

De samenstelling van het chloorhydraat werd in 1823 door FARADAY gevonden: $Cl_2 . 10 H_2O$. Uit een groot aantal analysen, zoowel van de fijne kristallen, die zich door afkoeling van het chloorwater vormen, als van groote goed gevormde kristallen, leidde de Heer ROOSEBOOM de formule $Cl_2 . 8 H_2O$ af *).

Voor de samenstelling van bromiumhydraat, werd uit een groot aantal met de meeste zorg verrichte analysen afgeleid: $Br_2 . 10 H_2O$ †).

De samenstelling van zwaveldioxydhydraat is niet $SO_2 . 15 H_2O$ (SCHÖNFELD), noch $SO_2 . 9 H_2O$ (PIERRE). Zijn de kristallen van alle moederloog bevrijd, dan bezitten zij de samenstelling $SO_2 . 7 H_2O$.

Van het chloorwaterstofhydraat is de door PIERRE en PUCHOT aangegeven zamenstelling — $HCl . 2 H_2O$ bevestigd.

De uitkomsten van het onderzoek omtrent den gang der dissociatie, en het evenwicht tusschen kristallen, vloeistof en gas bij verschillende temperaturen, laat zich aldus samenvatten:

1°. Al deze hydraten gehoorzamen aan de wet van DEBRAY; dus is hunne dissociatiespanning onafhankelijk van de hoeveelheid gedissocieerd hydraat, bij standvastige temperatuur.

2°. De vloeistof, die nevens de kristallen bestaat en alleen bestaan kan, bezit dezelfde dampspanning als het

*) Op geenerlei wijze gelukte het de fijne kristalbrij genoegzaam van ingeslotene oplossing te bevrijden. Geen hooger cijfer dan 27 pCt. chloor werd verkregen. De Heer ROOSEBOOM vond eene geschikte methode om in korten tijd uit deze kristalbrij groote, harde, van de vloeistof goed afgescheiden kristallen te bereiden. Deze leverden, naarmate het beter gelukte hen van alle vocht te bevrijden, 28.1 tot 31.9 pCt. chloor. De laatste uitkomst verschilt slechts 1 pCt. van de samenstelling $Cl_2 . 8 H_2O$ (32.96 pCt. chloor).

†) Berekend 47.0 pCt., gevonden 45.0—46.8 pCt. bromium. Van dit hydraat was slechts ééne analyse bekend, door LÖWIG in 1829 gedaan. LÖWIG verkreeg niet meer dan 45.5 pCt.

hydraat bij dezelfde temperatuur. Hare samenstelling beantwoordt dus aan die spanning. Rijst de temperatuur, dan neemt de oplossing, die bij de kristallen is, in sterkte toe.

3°. Deze hydraten kunnen zich in elke oplossing vormen, die eene grootere dampspanning bezit dan het vaste hydraat bij dezelfde temperatuur.

4°. Daaruit volgt, dat in een open vat de kristallen slechts beneden die temperatuur kunnen ontstaan, bij welke de dampspanning der oplossing gelijk 76 cM. wordt. Die temperatuur is:

Voor	het	hydraat	van	SO_2	7°.1
»	»	»	»	Cl_2	9°.6
»	»	»	»	Br_2	6°.2
»	»	»	»	HCl	— 18°.3

Deze temperatuur mag voor elk hydraat genoemd worden: *het punt van ontleding in een open vat.* Het is te vergelijken met het kookpunt der vloeistoffen. Voor het hydraat van Cl_2 valt dit punt zamen met de temperatuur, bij welke het schijnbare maximum van oplosbaarheid van Cl_2 in water ligt.

Vaste smeltpunten, zooals die door vroegere waarnemers voor de genoemde hydraten zijn opgegeven, bestaan niet.

5°. De samenstelling der vloeistoffen, die nevens de kristallen bestaan, verwijdert zich bij sommigen zeer verre van de samenstelling der kristallen, bij anderen veel minder. Men kan de gashydraten in dat opzicht in twee kategorieën verdeelen: *a.* diegenen, nevens welke de vloeistof nog niet de samenstelling van het hydraat bereikt heeft bij die temperatuur, welke aan de vloeibaarwording van het gas onder de eigen spanning der kristallen beantwoordt; *b.* diegenen, bij welke het omgekeerde het geval is.

De hydraten van SO_2, Cl_2 en Br_2, evenals die van CO_2, H_2S en PH_3, behooren tot de eerste, dat van HCl tot de tweede kategorie.

6°. In een gesloten vat kunnen de hydraten der eerste kategorie bij hoogere temperaturen (dus onder hoogeren druk) dan in een open vat blijven bestaan. Is echter de temperatuur bereikt, bij welke de kristallen dezelfde damp-

spanning verkrijgen als het vloeibare SO_2, Bz_2, enz, dan kunnen zij geene temperatuursverhooging verdragen. Bij deze temperatuur mag dus aangenomen worden: *het punt van ontleding in een gesloten vat.*

Ontledingstemperaturen in een gesloten vat = temperaturen der vloeibaarwording.	pCt. gas in het hydraat.	pCt. gas in de vloeistof.
Hydraat van SO_2 . . . 12°.1	33.68	23.66
„ „ Cl_2 . . . 28°.7	32.96	3.55
„ „ Br_2 . . . 6°.2	47.00	3.55

7°. Wordt een uitwendige sterkere druk op het mengsel van vloeibaar gas en kristallen uitgeoefend, dan kunnen deze bij nog hoogere temperaturen bestaan. Dit is bewezen voor het zwaveldioxydhydraat. De kristallen zijn onder een druk van 225 athmospheeren nog behouden tot de temperatuur van 17°.1 *). De volstrekte (absolute) kritische ontledingstemperatuur, bij welke onder geenen druk de kristallen kunnen blijven bestaan, is niet bereikt. Zij wordt waarschijnlijk bereikt bij dien druk, welke de dichtheid van het vaste hydraat en van de vloeistof gelijk doet worden. De kromme lijn, die de dissociatiespanningen bij verschillende temperaturen voorstelt, vertoont eene discontinuiteit van richting bij de bovenvermelde temperatuur van 12°.1.

8°. Bij het chloorwaterstofhydraat (behoorende tot de tweede kategorie) bereikt de vergezellende vloeistof reeds de samenstelling der kristallen bij — 17°.7; deze temperatuur beantwoordt aan den druk van het hydraat van 108 cM., terwijl de druk van het vloeibare chloorwaterstof

*) De volgende ontledingstemperaturen werden waargenomen:

12°.9	bij	20	Athm.
13°.6	„	40	„
14°.2	„	60	„
14°.8	„	80	„
15°.3	„	100	„
15°.8	„	125	„
16°.2	„	150	„
16°.5	„	175	„
16°.8	„	200	„
17°.1	„	225	„

bij dezelfde temperatuur 15 athm. bedraagt. Het punt van ontleding in een gesloten vat (= onder den eigen druk van het mengsel) ligt dus reeds bij — 17°.7, en niet bij de temperatuur van vloeibaarwording onder den eigen druk. Boven — 17°.7, kan het hydraat nog bestaan bij sterkeren (uitwendigen) druk. Het is gelukt, de kristallen nog tot — 12°.5 te behouden, onder eenen tot 200 atmospheeren toenemenden uitwendigen druk. Het volstrekte (absolute) kritische punt van ontleding is nog niet bereikt. Bij de hoogste ontledingstemperatuur die verkregen werd, was de dichtheid van het hydraat van HCl — evenals dat van SO_2 — nog grooter dan die van de vloeistof.

— De Heer Buys Ballot deelt mede, dat uit de tabellen van den Inspecteur van 's Rijks Waterstaat Caland blijkt, dat de vloed gemiddeld 30 minuten later komt dan de meeste Nederlandsche almanakken aangeven; dat de praktische mannen dit wel zullen opgemerkt hebben, maar dat het toch behoort gezegd te worden. Voorts, dat de Heer J. Bouwmeester, beambte aan het K. N. Met. Instituut, het vermoeden geuit heeft, dat de getijden een halven dag later dan aangenomen wordt, na elke positie der maan, hier aankomen. Spreker vestigt voor de getijden van Vlissingen de aandacht op een tabel, over 1882 door hem opgemaakt, welke aan dit vermoeden voorloopig eenige waarschijnlijkheid geeft.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden: door den Heer Stokvis: *Compte-Rendu du Congrès international de médecins des Colonies*, tenu à Amsterdam dans le mois de Septembre 1883, publié par Mr. van Leent; door den Heer Heynsius: *Onderzoekingen, gedaan in het physiologisch laboratorium der Hoogeschool te Leiden*, Deel VI; door den Heer C. A. J. A. Oudemans: een exemplaar zijner *Revisio Pyrenomycetum in Regno Batavorum hucusque detectorum*, toegelicht door 14 platen (niet in den handel).

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN DEN HEER C. VAN WISSELINGH,

GETITELD:

DE KERNSCHEEDE BIJ DE WORTELS DER PHANEROGAMEN.

(Uitgebracht in de Vergadering van 31 Mei 1884.)

De ondergeteekenden hebben de eer, aangaande de in hunne handen gestelde verhandeling van den Heer C. VAN WISSELINGH, getiteld: »De Kernscheede bij de wortels der Phanerogamen" het volgende aan de Afdeeling te berichten.

Het onderwerp der genoemde verhandeling is de merkwaardige koker van zonder tusschenruimten aaneensluitende cellen, welke gewoonlijk de afzonderlijke vaatbundels of het geheel van vaatbundels bij stengels en wortels van hoogere Cryptogamen, Mono- en Dicotylen omgeeft en vooral bij wortels zeer in het oog vallend is. Deze koker, onder de namen *Schutzscheide*, *Strangscheide*, *Endodermis*, enz. bekend, is herhaaldelijk het voorwerp geweest van anatomisch onderzoek en nog onlangs door SCHWENDENER uit een mechanisch oogpunt nader beschouwd. Maar niettemin is daarvan, vooral wat betreft den bouw en de ontwikkeling der cellen, nog niet alles volledig toegelicht. Zoo wordt b. v. de merkwaardige, zoogenaamde CASPARY'sche vlek, op de radiale wanden der cellen op de dwarssnede voorkomende, door verschillende onderzoekers op verschillende wijzen geduid.

De schrijver der aan ons oordeel onderworpen verhandeling tracht nu door een zelfstandig anatomisch en microchemisch onderzoek onze kennis op dit gebied uit te breiden.

Na een kort, zaakrijk overzicht van de resultaten zijner voorgangers, beschrijft de Heer VAN WISSELINGH den anatomischen bouw van de kernscheede bij een aantal phanerogame, meest monocotyle wortels, met aanwijzing van de verschillen, die onderscheiden planten in dit opzicht vertoonen. Hij staat daarbij voornamelijk stil bij den vorm der cellen; bij den chemischen en physischen aard van haren celwand, die zoowel in aantal en dikte als in uitgebreidheid der lagen eene groote verscheidenheid vertoont; bij het verschijnsel van de CASPARY'sche vlek, waarvan hij de oorzaak niet met den ontdekker zoekt in golvingen, maar veel meer in wijziging van den aard van den radialen celwand. Merkwaardig is ook de verschillende bouw der cellen van de kernscheede, al naar dat zij tegenover de bastbundels of tegenover de primaire houtvaten staan.

Uitvoerig wordt daarna de oorsprong dier golvingen of plooien nagegaan, en de Schrijver betoogt dat deze niet, zooals SCHWENDENER beweert, eerst bij het maken van praeparaten ten gevolge van opheffing van den turgor ontstaan, maar dat zij reeds in de levende plant worden aangetroffen, vermoedelijk als gevolg van de volumenvermeerdering bij cuticularisatie van den celwand, op soortgelijke wijze als waarop, volgens de meening van STRASBURGER, de golvingen of plooiingen op vele opperhuidcellen gevormd worden. Eene voorstelling, die, naar wij gelooven, ook in harmonie is met de uitkomsten van HUGO DE VRIES, volgens welke in de levende plant, juist ten gevolge van den turgor, contractie der wortels plaats heeft, waarbij dan de minder elastische, gecuticulariseerde wanden in plooien worden gelegd.

Op de algemeene beschouwing van de kernscheede volgt in de verhandeling de geschiedenis van hare ontwikkeling bij drie verschillende planten: *Iris Guldenstaedtiana*, *Funckia ovata* en *Luzula sylvatica*. Daarin worden de deelingen der

cellen, het eerste ontstaan van de verdikkingen op den primairen wand en van de CASPARY'sche vlek, de vorming van den secundairen wand, enz. nauwkeurig nagegaan. De laatste ontstaat volgens den Heer VAN WISSELINGH door appositie, op de wijze als onlangs door STRASBURGER is beschreven. Uit een aantal metingen van de lengte van jonge en volwassen cellen tracht verder de Schrijver aan te toonen, dat het ontbreken der golvingen bij sommige wortels niet, zoo als CASPARY en later VAN TIEGHEM beweerd hebben, moet toegeschreven worden aan een verdwijnen der plooien door lateren lengtegroei na vorming van den secundairen wand.

Ook dit gedeelte der verhandeling geeft, evenals het eerste, de blijken van nauwgezette, grondige studie van het gekozen onderwerp, maar het valt niet te ontkennen, dat de voorafgaande algemeene behandeling, gevolgd door de speciale ontwikkeling van enkele gevallen en besloten met algemeene, vrij uitvoerig in 27 stellingen uiteengezette conclusiën, hier en daar wel tot eenige omslachtigheid en herhalingen aanleiding geeft. Misschien kon de schrijver hieraan te gemoet komen door enkele wijzigingen in de redactie aan te brengen, zoodat b. v. òf de ontwikkelingsgeschiedenis van *Iris Guldenstaedtiana* òf de conclusiën wat bekort werden.

De verhandeling gaat vergezeld van een zestal platen met keurig geteekende figuren, die beter dan tot nog toe geschied was, den bouw der bedoelde cellen voorstellen. Wij hebben daarvoor allen lof; alleenlijk zouden wij den Schrijver in overweging willen geven, om, waar hij in dezelfde figuur de door hem opgemerkte verplaatsing van het beeld van den radialen wand bij verschillende instelling onder den mikroskoop wil aanduiden, de twee verschillende standen duidelijk te doen onderscheiden, door b. v. de eene met gestippelde lijnen aan te geven.

Ons eindoordeel is, dat de verhandeling van den Heer VAN WISSELINGH, al leidt zij niet tot nieuwe algemeene gezichtspunten, toch een nauwkeurig en grondig detail-onderzoek met critische bewerking van het vroeger bekende

bevat; een onderzoek, hetwelk onze kennis van een belangrijk orgaan der planten vermeerdert en voor de plantenanatomie van waarde moet geacht worden. Wij aarzelen dan ook niet, om aan de Afdeeling voor te stellen, de genoemde verhandeling in de Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen op te nemen.

Utrecht, 29
Leiden, 23 Mei 1884.

N. W. P. RAUWENHOFF.
W. F. R. SURINGAR.

DE KERNSCHEEDE

BIJ DE

WORTELS DER PHANEROGAMEN,

DOOR

C. VAN WISSELINGH.

INLEIDING.

Weinig weefselvormen hebben steeds zoozeer de aandacht der planten-anatomen tot zich getrokken als de kernscheede en zeker heeft ook zelden een weefselvorm zooveel moeilijkheden opgeleverd om in zijn' anatomischen bouw door te dringen, als met haar het geval is geweest. Vandaar dan ook de zoo uiteenloopende meeningen aangaande de kernscheede, die vroeger bij sommigen ingang hebben gevonden. BISCHOFF *) hield haar bij de *Equiseten* voor een' ring van vaten, »Gefässkranz"; DUVAL-JOUVE †) daarentegen was deze meening niet toegedaan en zag in haar niet anders dan »une guirlande circulaire de petits cellules". MILDE §) beschreef de kernscheede als een' geelachtigen ring verdikte cellen, terwijl hij later **) verklaarde, dat het hem niet gelukt was in hare anatomische details door te dringen.

*) E. PFITZER, Ueber die Schutzsch. d. deutschen Equisetaceen, PRINGSH. *Jahrb.* VI, p. 298.

†) l. c. p. 301.

§) l. c. p. 306.

**) l. c. p. 359 en 360.

Planchon *) merkte het eigenaardige verschijnsel op, hetgeen de radiale lengtewanden op de dwarse doorsnede vertoonen en hetgeen bekend is onder den naam van Caspary'sche, donkere of zwarte vlek of punt; hij hield evenals Bischoff de elementen der kernscheede voor vaten. Caspary †), een dergenen, die veel aan het licht hebben gebracht betreffende onze kennis der kernscheede, merkte ook de zoogenaamde donkere vlek op. In het eerst beschouwde hij haar als »das Profil einer Reihe tüpfelartiger Räume zwischen je zwei Zellwänden". Later verklaart hij haar door de golving, welke aan de radiale lengtewanden op tangentiale doorsneden valt waar te nemen en die het eerst door Nicolai §) is ontdekt geworden. Volgens Caspary **) vertoonen genoemde wanden op dwarse doorsneden bijna over de geheele breedte of slechts in het midden de donkere vlek. Eveneens de boven- en benedenwanden op radiale doorsneden. In overeenstemming hiermede strekt zich volgens hem de golving uit òf bijna over de geheele zij- en dwarswanden òf slechts over het middelste gedeelte daarvan. Deze verklaring van het naar Caspary genoemde verschijnsel is door jongere anatomen algemeen aangenomen geworden. In bijzonderheden ging Caspary ††) de resistentie tegenover geconcentreerd zwavelzuur na, welke aan de celwanden der kernscheede, inzonderheid aan de gegolfde wanddeelen eigen is. Hij §§) is de eerste geweest, die bewezen heeft, dat de dunwandige kernscheede, zooals ze o. a. voorkomt bij de meeste wortels van *Dicotylen*, hetzelfde orgaan is als die, welke gewoonlijk bij de wortels van *Monocotylen* wordt aangetroffen, alwaar ze gekenmerkt is door hare ongelijkmatig verdikte celwanden. Hij toonde nl. aan, dat

---

*) R. Caspary, Die Hydrilleen, Pringsh. *Jahrb.* I, p. 441.

†) l. c. p. 490.

§) Caspary, Bemerkungen über die Schutzsch eiz. Pringsh. *Jahrb.* IV, p. 102.

**) l. c. p. 114.

††) l. c. p. 114.

§§) Die Hydrilleen, l. c. p. 443.

deze laatste in jeugdigen toestand in anatomischen bouw met eerstgenoemde overeenkomt. Volgens CASPARY *) verdwijnt bij vele planten de golving tengevolge eener later plaats grijpende lengtestrekking, welke gepaard gaat met het optreden van secundaire verdikkingslagen. VAN TIEGHEM †) heeft later deze zienswijze gedeeld. Zoo zegt hij bijv. bij gelegenheid, dat hij den anatomischen bouw van den wortel van *Allium Porrum* beschrijft: »Plus tard ces plissements disparaissent parce que la paroi s'épaissit."

VON HÖHNEL §) leerde ons den bouw en de chemische geaardheid van den celwand kennen, welke volgens hem evenals bij de kurkcellen uit drie lamellen is opgebouwd: »Celluloseschlauch, Suberinlamelle" en »Mittellamelle." De verkurking der kernscheede toonde hij aan zoowel met kaliloog als met kaliumchloraat en salpeterzuur.

In eene onlangs verschenen verhandeling vermeldt SCHWENDENER **) merkwaardige bijzonderheden betreffende de golving. Volgens hem is deze geen anatomisch kenmerk en in het levende orgaan meest geheel niet aanwezig. Hij geeft aan, dat ze veroorzaakt wordt door eene vermindering van den oorspronkelijken turgor, welke teweeggebracht wordt door het maken der praeparaten. Deze vermindering gaat gepaard met een korter worden der cel, waarbij de gecuticulariseerde (verkurkte) gedeelten des celwands, welke minder rekbaar en ook minder geneigd zijn zich samen te trekken dan wanden, welke uit cellulose bestaan, zich in plooien leggen. Vooral valt dit duidelijk waar te nemen bij cellen, welke bij de praeparatie beleedigd zijn geworden en waarbij dus de turgor opgeheven is. De onderzoekingen van SCHWENDENER hebben hoofdzakelijk betrekking op de mechanische

---

*) Bemerkungen über die Schutzsch. enz. l. c. p. 114.

†) Recherches sur la symétrie de structure des plantes vascul. *Ann. d. sc. nat.* 5e sér. t. XIII, p. 5, 43 en volg.

§) Uber den kork und verkorkte Gewebe überhaupt, *Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wissensch.* B. 76, 1. Abth. 1877, p. 632.

**) Die Schutzsch. und ihre Verstärkungen, p. 5.

beteekenis van de kernscheede. Hij beschouwt haar van een geheel ander gezichtspunt, als ik in deze verhandeling mij voorneem te doen, om welke reden ik het niet noodig acht de resultaten van zijn onderzoek hier nader te bespreken.

Onder degenen, die onze kennis aangaande de kernscheede vermeerderd hebben, moet vooral ook PFITZER genoemd worden. Deze anatoom onderzocht nauwkeurig de verschillende vormen, waaronder zij bij de *Equiseten* aangetroffen wordt en bracht tevens wetenswaardige bijzonderheden aan het licht den anatomischen bouw der cellen betreffende. Zoo ontdekte hij *) bijv. cellen, welke drie en vier CASPARY-'sche vlekken op de dwarse doorsnede vertoonden. Ook kwam hij †) tot het resultaat, dat het zoogenaamde »bräunliche Band", hetwelk CASPARY §) bij eenige planten tusschen de twee zwarte vlekken eener kernscheedecel het eerst opgemerkt had, uit den samengetrokken celinhoud bestond. Behalve door PFITZER zijn ook door RUSSOW de verschillende vormen der kernscheede onderzocht geworden. Laatstgenoemde **) rekent de kernscheede tot het kritenchym of »Scheidegewebe". Wanneer hare cellen geen secundaire verdikkingslagen bezitten, noemt hij ††) haar »Schutzscheide", terwijl in het tegengestelde geval hij haar den naam van »Steifungsscheide" geeft. Terwijl RUSSOW §§) de kernscheede bij de wortels der *Phanerogamen*, alwaar ze als eene in het rond loopende cellaag het fibrovasaalsysteem omsluit, tot de »Einzel-Schutz-" of »Steifungsscheide" rekent, brengt PFITZER ***) haar tot de »aussere Gesammtschutzscheide". Van »Schutz" en »Steifungsscheide" zijn meermalen overgangsvormen aangetroffen. Dikwijls zijn nl. alleen tegen-

---

*) l. c. p. 349.

†) l. c. p. 309 en 349.

§) Die Hydrilleen, l. c. p. 442.

**) Vergl. Unters. *Mém. de l'Acad. imp. des sciences de St. Pétersb.* VIIe sér. T. XIX p. 166.

††) l. c. p. 168.

§§) l. c. p. 169 en 170.

***) l. c. p. 350.

over de bastbundels de cellen der kernscheede van secundaire verdikkingslagen voorzien. Vandaar dat we bij OLIVIER *) lezen: »L'épaississement a surtout pour but de protéger les faisceaux libériens."

Bij de wortels der *Phanerogamen* wordt de kernscheede thans algemeen beschouwd als de binnenste cellaag der schors. CASPARY †) was ook reeds deze meening toegedaan; hij zegt hieromtrent o. a. »Die Schutzscheide gehört der Rinde an und ist keine unentwickelte Cambialschicht (Verdickungsrohr SCHACHT)". Kort hierop kwam NICOLAI §) langs den weg der ontwikkelingsgeschiedenis bij verschillende wortels eveneens tot het resultaat, dat de kernscheede tot de schors moet gerekend worden.

RUSSOW **) geeft aan, dat inzonderheid bij wortels, waarbij de axile streng eene geringe dikte bezit, de kernscheede voor het optreden der protophloeemcellen wordt aangelegd en dat de donkere vlek zichtbaar is geworden, wanneer de tracheïden hare wanden beginnen te verdikken. Volgens KLINGE ††) ontwikkelt zich bij de wortels der *Gramineen* en *Cyperaceen* de CASPARY'sche vlek gewoonlijk na de differentieering der protophloeem- en protoxyleemcellen. Voor laatstgenoemde familie geeft hij §§) aan, dat ze zich dicht bij het naar binnen gekeerde einde van den radialen wand bevindt.

Algemeen is het bekend, dat bij een aantal *Dicotylen*, in wier wortels een cambiumring tot ontwikkeling komt, de kernscheede later verloren gaat, na eerst tengevolge der ontwikkeling der binnen haar gelegene weefsels in tangentiale richting te zijn uitgerekt; tijdens dit proces treden

---

*) Rech. sur l'app. tégument. d. racines, *Ann. d. Sc. Nat.* T. XI, p. 71.

†) Die Hydrilleen, l. c. p. 491.

§) PFITZER, l. c. p. 353.

**) l. c. p. 186.

††) Vergl. Unters. d. Gram.- u. Cyper.-Wurzeln, *Mém. de l'Acad. Imp. de St. Pétersb.* 7 sér. T. XXVI, n°. 12, p. 22.

§§) l. c. p. 22.

volgens OLIVIER *) in bepaalde gevallen radiale deelingen in de cellen der kernscheede op; volgens SCHWENDENER †) gaat het gepaard met radiale en tangentiale deelingen. Voor de wortels van *Taxus baccata* en *Beta vulgaris* geeft VAN TIEGHEM §) aan, dat de wanden bij bovengenoemde radiale deelingen ontstaan niet gevouwen zijn.

Hierboven heb ik op de voornaamste onderzoekingen over de kernscheede gewezen en de belangrijkste resultaten daarbij verkregen vermeld, in zooverre mijne eigen onderzoekingen daarmede in verband staan. Thans zal ik overgaan tot de behandeling der door mij verkregen resultaten, welke betrekking hebben op den anatomischen bouw der kernscheede bij de wortels van *Di-* en *Monocotylen* en op hare ontwikkelingsgeschiedenis, welke ik in bijzonderheden bij een drietal *Monocotylen* heb nagegaan.

Door mijn' leermeester Prof. N. W. P. RAUWENHOFF werd ik bij mijne onderzoekingen zoowel met raadgevingen als met planten en literatuur bijgestaan.

ANATOMISCHE BOUW **).

De cellen der kernscheede bezitten soms den parenchymatischen vorm, daar hare lengte slechts enkele malen hare andere afmetingen overtreft, zooals bijv. bij *Ficaria ranunculoides* MOENCH. en *Nardosmia fragrans* RCHB.; in andere gevallen zijn ze wat meer gestrekt, bijv. bij *Hemerocallis Kwanso* SIEB.; in de meeste gevallen hebben ze zich aanzienlijk in de lengte ontwikkeld, zooals o. a. bij *Aristo-*

---

*) l. c. p. 38.

†) l. c. p. 62.

§) l. c. p. 190 en 235.

**) Voordat ik tot de beschrijving van den anatomischen bouw en der ontwikkelingsgeschiedenis overga, wijs ik erop, dat ik de uitdrukkingen primairen wand, „Mittellamelle", secundairen wand, cambialen wand, primaire verdikkingslaag, laag, lamel en grenshuidje in dezelfde beteekenis bezig, als STRASBURGER eraan toekent (l. c. p. 6, 11 en volg., 21, 53 en meer plaatsen).

lochia Clematitis L., *Tradescantia subaspera* Ker., *Tradescantia virginica* L., *Convallaria majalis* L., *Funkia ovata* Spr., *Luzula sylvatica* Bichen., *Radix Sarsaparillae de Veracruz* en *de Honduras;* in bijzondere mate is dit het geval bij *Menyanthes trifoliata* L. en *Iris Guldenstaedtiana* Bbrst. Bij bovengenoemde opgave dient opgemerkt te worden, dat bij sommige planten de cellen in hetzelfde orgaan onderling soms aanzienlijk in lengte kunnen verschillen. Op de dwarse doorsnede gezien zijn de cellen nu eens in radiale en tangentiale richting gelijk van afmeting, zooals bijv. bij *Menyanthes trifoliata* en *Radix Sarsaparillae de Honduras*, dan weder in eene van beide richtingen eenigszins gestrekt, bijv. in tangentiale richting bij *Ficaria ranunculoides*, *Tradescantia subaspera*, *Tradescantia virginica*, *Hemerocallis Kwanso* en *Funkia ovata* en in radiale bij *Radix Sarsaparillae de Veracruz* en *Iris Guldenstaedtiana.* De meeste cellen eindigen met horizontale dwarswanden, sommige met min of meer schuins staande, terwijl we bij enkele ook toegespitste uiteinden aantreffen.

Wanneer we letten op den chemischen en physischen aard en op de verdikking van den celwand, dan levert de kernscheede veel merkwaardigs op en zien we, dat ze, wat 't laatst betreft, tevens aan groote verscheidenheid onderhevig is. Ik wil hierom beginnen met de beschrijving van den meest eenvoudigen vorm, waaronder hare cellen kunnen optreden, zooals ik dien aantrof bij *Nardosmia fragrans* en die, zoover mijne onderzoekingen reiken, in jeugdigen toestand bij alle wortels van *Phanerogamen* schijnt voor te komen. In dit geval is slechts eene doorgaans smalle strook der zij- en dwarswanden verkurkt. Deze loopt in overlangsche richting over de zijwanden en in tangentiale over de dwarswanden. In de zij- en dwarswanden bevinden de beide verkurkte strooken, toebehoorende aan twee naast of boven elkaar liggende cellen, zich tegenover elkaar. Wegens de geringe dikte dezer wanden, waaraan zonder gebruik van reagentia geen laagsgewijze bouw waarneembaar is, zijn ze niet van elkaar te onderkennen (zie fig. 4 en 14 c. vl.); evenwel zijn ze door de »Mittellamelle" gescheiden. Soms

zijn ze zeer dicht bij den binnenwand gelegen, als bijv. bij *Nardosmia fragrans* en in jongen toestand bij *Luzula sylvatica* en *Iris Guldenstaedtiana* (fig. 4 c. vl.); in andere gevallen vertoonen ze zich meer op 't midden van den zijwand, doch zoover mijne onderzoekingen reiken, bevinden ze zich altijd op geringeren afstand van den binnenwand dan van den buitenwand; zoo is het o. a. in jongen staat bij *Aristolochia Clematitis*, *Menyanthes trifoliata* en *Funkia ovata* (fig. 14 c. vl.). Op tangentiale doorsneden vertoonen de zijwanden bijna altijd eene duidelijke golving en zoo niet dan toch allicht eenige slingering. De dwarswanden zijn daarentegen in den regel niet gegolfd met uitzondering van de schuins staande, welke gewoonlijk eenige zwakkere golven bezitten; dit is o. a. ook het geval bij *Nardosmia fragrans*. Op radiale doorsneden verraadt de golving zich door talrijke min of meer duidelijk geteekende lichte dwarse streepjes op de zijwanden ter plaatse, waar zich de verkurkte strooken bevinden. Op de dwarse doorsnede vertoonen de zijwanden de zoogenaamde CASPARY'sche vlek (fig. 4 en 14 c. vl.), evenzoo de dwarswanden op radiale doorsneden. Als oorzaak van dit verschijnsel wordt, zooals ik hierboven reeds heb gezegd, de golving beschouwd. Ik geloof echter te moeten aannemen, dat het niet minder afhankelijk is van de wijziging des celwands. Verkurkte wanden vertoonen onder den mikroscoop eene geelachtige tint en zijn veel scherper, als het ware door zwarte lijnen begrensd. Als nu de zijwanden der kernscheede niet gegolfd waren, zouden dus de verkurkte gedeelten zich op de dwarse doorsnede moeten vertoonen als geelachtige streepjes, door donkere lijnen begrensd, welke zich duidelijk van de overige wanddeelen onderscheiden. Zoodanig doet zich dan ook de CASPARY'sche vlek voor bij de dwarswanden op radiale doorsneden gezien. Bij de zijwanden echter maakt de golving het verschijnsel, hetwelk eene dwarse doorsnede ons te zien geeft, mits deze niet eene al te geringe dikte bezit, meer samengesteld en meer opvallend. We zien nl., dat de CASPARY'sche vlek bij verschillend instellen zich in tangentiale richting verplaatst (fig. 14 c. vl.) en bij nauwkeurige be-

schouwing bemerken we, dat dit het geval is met den geheelen zijwand of althans met een grooter gedeelte dan hetwelk de verkurkte strooken draagt; waar de CASPARY'sche vlek zich bevindt, is de verplaatsing het sterkst, terwijl de kanten zich niet verplaatsen. Dit vindt zijne verklaring daarin, dat de golven ter plaatse der CASPARY'sche vlek het sterkst zijn en zwakker worden, naarmate men zich meer van haar verwijdert, terwijl de kanten, die aan buiten- en binnenwand bevestigd zijn, niet gegolfd zijn. Deze niet gegolfde kanten zijn niet zelden ook op tangentiale doorsneden bij juiste instelling van het gegolfde gedeelte te onderkennen. Uit bovenstaande feiten volgt, dat het verschijnsel, bekend onder den naam van CASPARY'sche vlek, niet minder afhankelijk is van de verkurking als van de golving. Werd het alleen door de golving veroorzaakt, dan zou het op radiale doorsneden aan de niet gegolfde dwarswanden niet waarneembaar kunnen zijn, terwijl het op dwarse doorsneden zich verder over de zijwanden zou moeten uitstrekken.

In veel gevallen treffen we in de kernscheede cellen aan, die eene verkurkte membraan bezitten, welke het lumen volkomen omsluit (*Aristolochia Clematitis*, *Tradescantia subaspera*). Van eene dergelijke membraan zijn ook altijd die cellen voorzien, waarin zich een secundaire wand ontwikkeld heeft (*Tradescantia virginica*, *Menyanthes trifoliata*, *Funkia ovata* fig. 15 c. m., *Convallaria majalis*, *Hemerocallis Kwanso*, *Iris Guldenstaedtiana* fig. 8 c. m., *Luzula sylvatica* fig. 21 c. m., *Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*). Onder den mikroscoop is deze membraan gewoonlijk reeds aan zijne geelachtige tint en zijne duidelijke omtrekken te herkennen. Om in hare anatomische bijzonderheden door te dringen maakte ik gebruik van iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur; door behandeling met deze reagentia wordt ze zeer duidelijk bruin gekleurd, terwijl de cellulosewanden opzwellen en eene blauwe kleur aannemen. Aan eene dwarse doorsnede kunnen we dan bij buiten- en binnenwand waarnemen, dat ze door het binnenste gedeelte van den primairen wand gevormd is. Dikwijls

vertoont ze aldaar na de behandeling plooien of kronkelingen, terwijl de »Mittellamelle" tevens zichtbaar is geworden. (*Funkia ovata*, *Tradescantia subaspera* en *virginica*, *Aristolochia Clematitis*, *Menyanthes trifoliata;* zie fig. 4 en 18); soms valt er tusschen haar en de »Mittellamelle" blauw gekleurde cellulose waar te nemen (vooral duidelijk bij *Funkia ovata*). In andere gevallen legt ze zich niet in plooien, maar blijft ze innig met de »Mittellamelle" verbonden (*Iris Guldenstaedtiana* fig. 9, *Luzula sylvatica* fig. 22, *Convallaria majalis*, *Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*).

Met behulp van iodium en zwavelzuur kunnen we niet den laagsgewijzen bouw der primaire zij- en dwarswanden aantoonen. Dit gelukt ons wel, wanneer we gebruik maken van kaliumchloraat en salpeterzuur Verwarmen we hiermede eene dwarse doorsnede der kernscheede, dan neemt de verkurkte membraan dadelijk eene gele kleur aan, welke bij sterkere verwarming toeneemt en zelfs bruinachtig wordt. Ze raakt bij buiten- en binnenwand en vervolgens bij de zijwanden vrij, terwijl ze zich tevens in plooien legt. Bij laatstgenoemde wanden wordt nu ook gewoonlijk de »Mittellamelle" zichtbaar (*Iris* en *Funkia* fig. 23 m); ze doet zich dan altijd voor als een gewone cellulosewand, daar ze, ingeval ze verhout is, door het reagens van hare lignine beroofd wordt; zeer gemakkelijk waarneembaar wordt ze, wanneer we thans de verkurkte membranen met kaliloog verwijderen. Soms lost ze in het mengsel van kaliumchloraat en salpeterzuur volkomen op en kunnen we bijgevolg haar niet waarnemen (*Luzula sylvatica*). Zet men de verwarming met salpeterzuur en kaliumchloraat eenigen tijd voort, dan zwellen de verkurkte wanddeelen plotseling op en smelten tot gele ballen of klompen van cerinezuur te samen (zie fig. 24 c. b.). Deze reactie door von Höhnel *) voor verkurkte celwanden in het algemeen aangegeven en door hem cerinezuur-reactie genoemd, vond ik ook steeds voor de verkurkte deelen der kernscheede zeer kenmerkend. Minder

*) l. c. p. 522.

gunstige resultaten leverde mij in enkele gevallen zijne kalireactie op. Bij den wortel van *Iris* werd de verkurkte membraan, wanneer we eene dwarse doorsnede met kaliloog verwarmden, wel geel en zelfs bruin gekleurd; ook werden sommige verkurkte membranen met den ingesloten secundairen wand uit de kernscheede geisoleerd, doch den zoogenaamden korreligen toestand nam ik niet waar; de verkurkte membraan bleef even scherp begrensd als te voren. Verwarmde ik nu de doorsnede met kaliumchloraat en salpeterzuur, zoo smolt ze tot talrijke balletjes en korrels te samen, welke ten deele aan de »Mittellamelle" en aan de vrij geraakte secundaire wanden gehecht bleven.

In veel gevallen, waaronder ook zulke, waarbij een secundaire wand tot ontwikkeling is gekomen, vertoonen de verkurkte primaire zij- en dwarswanden na behandeling met iodum en geconcentreerd zwavelzuur twee zich dicht bij elkaar bevindende streepjes, welke in hun beloop eenige onregelmatigheid vertoonen en veelal min of meer gelijken op twee rijen onmiddellijk op elkaar volgende punten (*Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*, *Funkia ovata*, *Convallaria majalis*, *Tradescantia virginica*, *Menyanthes trifoliata*, *Iris Guldenstaedtiana* fig. 12 s). Deze beide streepjes zijn op de zijwanden niet alleen aan radiale doorsneden waarneembaar, maar ook aan dwarse doorsneden, wanneer nl. de zijwanden tengevolge van bovengenoemde behandeling eenigszins uit hunnen horizontalen stand geraken. Op de dwarswanden zijn ze aan dwarse doorsneden waarneembaar. De beide streepjes zijn nu eens dicht bij den primairen binnenwand gelegen (*Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*, *Iris Guldenstaedtiana*), dan weder meer op het midden van den primairen zijwand; doch altijd bevinden ze zich op geringeren afstand van den binnenwand dan van den buitenwand (*Funkia ovata*, *Convallaria majalis*, *Menyanthes trifoliata*, *Tradescantia virginica*). Niet zelden zijn reeds zonder toevoeging van reagentia op de primaire zijwanden aan dwarse doorsneden en op de primaire dwarswanden aan radiale doorsneden ter plaatse van beide bovengenoemde streepjes een paar puntjes te onderkennen, die

soms wel eenigszins op geringe aanzwellingen van den primairen wand gelijken (*Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*, *Funkia ovata* fig. 15 pu, *Convallaria majalis*, *Tradescantia virginica*). Soms zijn na behandeling met iodium en zwavelzuur de streepjes duidelijk zichtbaar, alhoewel te voren de bovengenoemde puntjes niet te onderkennen waren (*Iris Guldenstaedtiana* fig. 12 s). Ook komt het wel voor, dat ze geen van beide zijn waar te nemen (o. a. bij *Luzula sylvatica*). Wat de hier beschreven streepjes en puntjes zijn, zal de ontwikkelingsgeschiedenis ons leeren.

Zoo de primaire verdikkingslaag bij buiten- en binnenwand van stippels voorzien is, hetgeen dikwijls voorkomt (*Funkia ovata* fig. 15 en 16 po, *Hemerocallis Kwanso*, *Tradescantia virginica*, *Menyanthes trifoliata*), dan buigt de verkurkte membraan zich buitenwaarts en zet zich over de dunnere plaatsen van den wand voort.

Wat de »Mittellamelle" aangaat, zoover mijne onderzoekingen reiken, is deze nimmer verkurkt; wel komt het dikwijls voor, dat ze verhout is.

Ingeval de cellen der kernscheede eene verkurkte membraan bezitten, zooals deze hierboven beschreven is, valt, wat de golving betreft, het volgende op te merken. De primaire zijwanden zijn meest duidelijk gegolfd; onder de gevallen, waarin een secundaire wand tot ontwikkeling is gekomen, komen er evenwel verscheidene voor, waarbij de primaire zijwanden niet gegolfd zijn of slechts eene zwakke slingering vertoonen (*Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*, *Luzula sylvatica*, *Convallaria majalis*). Ook gebeurt het wel, dat de primaire zijwanden bij sommige wortels duidelijk gegolfd zijn, terwijl ze bij andere van de zelfde plant niet gegolfd zijn of slechts eene geringe slingering vertoonen (*Iris Guldenstaedtiana*, *Funkia ovata*). De secundaire zijwanden vertoonen hoogstens eene geringe slingering, zelfs ingeval de primaire zijwanden eene duidelijke golving bezitten (fig. 10 s. w.). De primaire dwarswanden zijn van enkele golven voorzien, wanneer ze een' schuinen stand aangenomen hebben. Zijn bij *Nardosmia fragrans* en in andere gevallen de golven ter plaatse der

CASPARY'sche vlek sterker, thans zijn ze over den geheelen primairen zijwand even sterk, hetgeen we kunnen opmaken uit de wijze, waarop bij verschillend instellen de zijwand, op eene dwarse doorsnede gezien, zich in tangentiale richting verplaatst (fig. 15); de kanten alleen zijn niet gegolfd; we kunnen deze op tangentiale doorsneden van het gegolfde deel van den zijwand veelal onderscheiden. Het eigenaardige verschijnsel, wat bij *Nardosmia fragrans* slechts een klein gedeelte van den zijwand, op eene dwarse doorsnede gezien, vertoont, is thans langs den geheelen zijwand waarneembaar, wanneer zich nl. tegen denzelve geen secundaire verdikkingslagen hebben gelegd. Is dit wel het geval (*Funkia ovata*, *Hemerocallis Kwanso*, *Menyanthes trifoliata*, *Tradescantia virginica*, *Iris Guldenstaedtiana*) dan zijn de zwarte lijnen langs den primairen zijwand aanmerkelijk zwakker of ontbreken geheel. De verplaatsing bij verschillende instelling is echter te midden van den secundairen wand nog duidelijk waarneembaar (fig. 15). Op radiale doorsneden verraadt de golving zich door talrijke min of meer duidelijk geteekende lichte dwarse streepjes, welke zich nagenoeg over den geheelen zijwand uitstrekken. In enkele gevallen vertoonen sommige dezer streepjes eene geelachtige tint en zijn scherp, als het ware door donkere lijnen begrensd. Ook ingeval zich een secundaire wand ontwikkeld heeft, verraadt zich de golving op radiale doorsneden, doch het beeld, wat deze nu te aanschouwen geven, verschilt min of meer van het hierboven beschrevene. We nemen thans op den zijwand gewoonlijk afwisselend lichte en donkere minder scherp geteekende dwarse streepen waar, welke zich nagenoeg over zijne geheele breedte uitstrekken (zie fig. 11).

Soms komt het bij de zij- en dwarswanden voor, dat slechts eene smalle strook verkurkt is, maar dat hunne »Mittellamelle" sterk verhout is (sommige zij- en dwarswanden bij *Funkia ovata*). Het beeld, dat dergelijke wanden bij al of niet aanwezige golving op dwarse doorsneden ons te aanschouwen geven, verschilt niet aanmerkelijk van dat, hetwelk we bij de zoodanige hebben waargenomen, waarbij de verkurking zich over de geheele breedte van den

wand uitstrekte. Eene verhouting der »Mittellamelle" kan dus ook op de wijze, waarop het bekende verschijnsel zich aan ons voordoet, van invloed zijn.

Door verschillende anatomen is erop gewezen, hoe de golving bij behandeling van overlangsche doorsneden met zwavelzuur of kaliloog sterker wordt of te voorschijn treedt, waar ze tevoren gemist werd. Bij *Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz* nam ik bij behandeling der kernscheede met geconcentreerd of eenigszins verdund zwavelzuur daarenboven nog een eigenaardig verschijnsel waar. Aan radiale doorsneden zag ik nl. in de primaire zijwanden dwarse spleten ontstaan, welke zich niet zelden bijna over den geheelen primairen zijwand uitstrekten en soms zeer wijd werden; dikwijls waren ze tamelijk gelijkmatig over den wand verspreid. Ook aan tangentiale doorsneden waren ze waarneembaar.

Dikwijls bevinden zich in de kernscheede nevens cellen, die eene duidelijk verkurkte membraan bezitten, zooals hierboven beschreven is, ook zulke, waarbij dit niet het geval is (*Aristolochia Clematitis*, *Tradescantia subaspera*). In sommige gevallen zijn alle cellen der kernscheede van een' secundairen wand voorzien (*Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*, *Luzula sylvatica*, *Hemerocallis Kwanso*, *Iris Guldenstaedtiana*); in andere is deze slechts bij een deel tot ontwikkeling gekomen (*Funkia ovata* fig. 15 c. m., *Convallaria majalis*, *Menyanthes trifoliata*, *Tradescantia virginica*). In dit laatste geval bezitten in den regel alleen de secundair verdikte cellen eene verkurkte membraan.

De secundaire wand heeft zich zelden gelijkmatig ontwikkeld (*Menyanthes trifoliata*); gewoonlijk zijn het de binnenwand en de zij- en dwarswanden (*Iris Guldenstaedtiana* fig. 8, 10 en 11 s. w., *Radix Sarsaparillae de Honduras* en *de Veracruz*, *Hemerocallis Kwanso*, *Funkia ovata* fig. 15 s. w., *Convallaria majalis*, *Tradescantia virginica*) of de binnenwand alleen (*Luzula sylvatica* fig. 21 s. w.), die zich uitsluitend of voornamelijk verdikt hebben. De secundaire wand is meest van poriën voorzien, welke dikwijls zeer wijd zijn; komen er in den primairen wand ook poriën voor dan staan beide tegenover elkaar.

Wanneer er in de kernscheede cellen voorkomen, die geen verkurkte membraan bezitten, nevens zulke, die er wel eene bezitten, dan bevinden zich de laatste, onverschillig of deze al of niet van een' secundairen wand voorzien zijn, doorgaans tegenover de bastbundels, terwijl eerstgenoemde eene plaats tegenover de primaire houtvaten hebben ingenomen. Dit verschijnsel is echter niet altijd even sprekend; soms zelfs schijnen beide celvormen in het geheel aan geene plaats gebonden. Bij een tweetal planten, welke ik nader onderzocht, vond ik, dat de cellen, welke eene verkurkte membraan en een' secundairen wand bezaten, doorgaans eene veel aanzienlijker lengte bereikten dan degenen, waarbij dit niet het geval was (*Funkia ovata* en *Convallaria majalis*).

Reeds in het historisch overzicht wees ik erop, dat SCHWENDENER *) de golving beschouwt als veroorzaakt door eene vermindering van den turgor, een gevolg van het maken der doorsneden. Hoofdzakelijk door zijne waarnemingen aan den wortel eener *Iris* en aan den stengel van *Elodea canadensis* is hij tot dit resultaat gekomen. Bij laatstgenoemde plant vond hij op tangentiale doorsneden, dat eene kernscheedecel, welke doorgesneden en uit haar verband met de schorscellen gerukt was, de golving vertoonde, terwijl dit niet het geval was met ongeschonden cellen, die nog met de schors verbonden waren. Eveneens trof ik bij ongeschonden cellen, welke met de schors in verband gebleven waren, geen golving aan, alhoewel er meestal toch reeds eene geringe slingering was te bemerken. Bij doorgesneden cellen waren daarentegen de golven duidelijk waarneembaar, ofschoon ze niet bijzonder sterk waren. De zeer levendige protoplasma-stroompjes, welke ongeschonden cellen vertoonen, bewijzen ons bij bovengenoemde waarnemingen geen geringen dienst. Wat *Elodea canadensis* aangaat stemmen dus mijne resultaten grootendeels met die van SCHWENDENER overeen. Geenszins was dit echter het geval bij den wortel eener *Iris*-soort. SCHWENDENER nam aan tangentiale doorsneden van een' van de schors bevrijden

*) l. c. p. 43 en volg.

wortel geen golving waar; daarentegen wel wanneer de kernscheedecellen nog met de schors in verband gebleven waren. Bij *Iris Guldenstaedtiana* vond ik nu eens den primairen zijwand sterk gegolfd, terwijl ik in andere gevallen geen golving of slechts eene geringe slingering waarnam. Tevergeefs trachtte ik mij te overtuigen, dat dit toegeschreven moest worden aan de wijze van praepareeren. Bij sommige wortels of gedeelten van wortels vond ik den primairen zijwand bij alle cellen der kernscheede altijd duidelijk gegolfd, terwijl de secundaire wand eene geringe slingering vertoonde. Op wat voor wijze, dat de doorsneden ook uitgevallen waren, onverschillig of de kernscheede al of niet met de schors in verband gebleven was, hetzij dat de cellen doorgesneden, hetzij dat ze nog ongeschonden waren, steeds vertoonde zich de golving op de wijze zooals bovenbeschreven. Ook op radiale doorsneden was zij steeds aan afwisselend donkere en lichte dwarse streepen op den zijwand te herkennen. Evenals SCHWENDENER beproefde ik door behandeling eener tangentiale doorsnede met een wateronttrekkend middel de golving te doen verdwijnen, doch tevergeefs. Bij andere wortels daarentegen nam ik nimmer eene golving waar, op wat voor eene wijze dat de doorsneden ook gemaakt waren. Ook op radiale doorsneden ontbraken in dit geval de donkere en lichte dwarse streepen. Ik kan dus voor *Iris Guldenstaedtiana* niet aannemen, dat de praeparatie merkbaren invloed op de golving uitoefent. Dat de kernscheede nu eens eene duidelijke golving vertoont en dan weder niet, schrijf ik toe aan anatomische verschillen eigen aan verschillende organen eener zelfde plant. Tot het zelfde resultaat kwam ik bij *Funkia ovata.*

Moet ik SCHWENDENER toegeven, dat de praeparatie in zekere gevallen van invloed is op de golving, zoo kan ik toch niet als regel aannemen, dat de golving steeds door het praepareeren teweeggebracht wordt. Ik geloof veeleer, dat daar waar we onder den mikroscoop eene duidelijke golving waarnemen, zij ook in het levende orgaan voorhanden is. In dit gevoelen word ik versterkt door de

onderzoekingen van Ed. Strasburger *) over volumentoeneming bij cuticularisatie (verkurking).

Zoowel door de studie der optische eigenschappen van gecuticulariseerde lagen als langs den weg der ontwikkelingsgeschiedenis, kwam Strasburger tot het resultaat, dat cuticularisatie met volumenvermeerdering gepaard gaat. Volgens zijne opvatting is dit de oorzaak der menigvuldige, dikwijls zeer karakteristieke, teekeningen, die de cuticula bij vele planten vertoont. Deze teekeningen worden nl. teweeggebracht door vouwen, welke in de gecuticulariseerde lagen bij hare volumentoeneming ontstaan zijn. In verscheidene gevallen is deze volumentoeneming zoo sterk, dat de gecuticulariseerde gedeelten den wand loslaten. De resultaten van Strasburger zijn zeker ook van gewicht voor de kernscheede. Blijkt het, dat we ook hier moeten aannemen, dat cuticularisatie (verkurking) met volumenvermeerdering gepaard gaat, hetgeen zeer waarschijnlijk is, dan is de golving der dunne primaire zijwanden en der schuins staande dwarswanden op eene eenvoudige wijze verklaard. Wel is waar ontbreekt de golving in den regel bij de horizontale dwarswanden, bij buiten- en binnenwand, en in sommige gevallen ook bij de zijwanden, doch naar alle waarschijnlijkheid moet dit aan verschillende bijkomende omstandigheden toegeschreven worden. Dat bijv. de verkurkte membraan bij den buiten- en binnenwand nimmer golven vertoont, vindt misschien zijne reden daarin, dat daar ter plaatse de niet verkurkte wanddeelen, waaraan ze bevestigd is, eene aanzienlijker dikte bezitten dan in de zijwanden. Op dwarse doorsneden gezien, legt ze zich echter in plooien, indien het bijv. door toevoeging van zwavelzuur gelukt haar van de niet verkurkte deelen los te maken.

Na de golving in bijzonderheden besproken en op hare vermoedelijke oorzaak gewezen te hebben, laat ik hieronder eenige opgaven volgen, betrekking hebbende op hare sterkte.

---

*) Ueber den Bau und das Wachsthum der Zellhäute, p. 146, 199 en 210 en volg.

Onderstaande cijfers geven de gemiddelde uitkomsten aan, ieder bij minstens vijf metingen verkregen.

Bij	Aristolochia Clematitis	op	één	mM	109 golven.
»	Iris Guldenstaedtiana	»	»	»	190 »
»	Tradescantia subaspera	»	»	»	215 »
»	Ficaria ranunculoides	»	»	»	221 »
»	Tradescantia virginica	»	»	»	279 »
»	Funkia ovata	»	»	»	285 »
»	Nardosmia fragrans	»	»	»	335 »
»	Hemerocallis Kwanso	»	»	»	386 »
»	Menyanthes trifoliata	»	»	»	503 »

Reeds vroeger wees ik erop, dat bij sommige planten de zijwanden geen golving of slechts eene geringe slingering bezitten; bij een paar der bovengenoemde planten, nl. *Iris Guldenstaedtiana* en *Funkia ovata*, waar dit slechts nu en dan het geval is, zijn de metingen gedaan bij praeparaten, welke eene duidelijke golving vertoonden.

Terwijl de kernscheede bij vele *Monocotylen* secundaire verdikkingslagen verkrijgt, wordt ze bij die *Dicotylen*, waar zich een cambiumring vormt, tengevolge der ontwikkeling der binnen haar gelegene weefsels, in tangentiale richting uitgerekt en gaat ze er ten slotte verloren. In sommige gevallen gaat dit proces gepaard met celdeelingen in de kernscheede, zooals bijv. bij *Nardosmia fragrans*, waar we talrijke radiale wanden zien ontstaan; in andere gevallen daarentegen treffen we geen celdeelingen aan, zooals bijv. bij *Aristolochia Clematitis*. Bij eerstgenoemde plant is het opmerkelijk, hoe spoedig op de nieuw gevormde wanden zich eene CASPARY'sche vlek vormt. Ze bevindt zich zeer dicht bij den binnenwand en is iets kleiner dan de reeds bestaande. Op tangentiale doorsneden vertoonen de nieuw gevormde radiale wanden spoedig eene slingering, terwijl de oudere duidelijk gegolfd zijn. Dit verschijnsel schijnt tot heden nog bij geen andere planten opgemerkt te zijn; VAN TIEGHEM o. a. vermeldt voor enkele planten alleen, dat de later gevormde radiale wanden niet gevouwen zijn *). Bij *Aris-*

*) l. c. p. 5.

tolochia Clematitis levert het proces weinig belangrijks op; alleen is het opvallend, hoezeer de verkurkte membranen in tangentiale richting uitgerekt worden.

Ontwikkelingsgeschiedenis.

Iris Guldenstaedtiana Bbrst.

Voordat de eerste houtvaten zich beginnen te differentieeren, valt bij den wortel van *Iris Guldenstaedtiana* aan eene dwarse doorsnede het volgende waar te nemen.

Het binnenste gedeelte van het peribleem wordt ingenomen door cellen, welke in radiale rijen zijn gelegen (zie fig. 1 per.). Deze hebben haar ontstaan te danken aan tangentiale deelingen (fig. 1 t. d.) in de binnenste cellaag van het peribleem. De wanden, daarbij gevormd, hebben zich niet tegenover elkander geplaatst, maar zoodanig, dat de cellen van twee naast elkander gelegene rijen met elkander afwisselen. De grens tusschen peribleem en pleroom is duidelijk waarneembaar, doordien de radiale wanden van de binnenste cellaag van het peribleem en van de buitenste van het pleroom (fig. 1 p) zich nimmer tegenover elkander plaatsen. Nadat de laatste radiale deelingen in eerstgenoemde cellaag hebben plaats gehad, zijn de cellen van beide lagen even talrijk en wisselen ze regelmatig met elkander af. Uit eerstgenoemde cellaag ontstaat de kernscheede, terwijl uit laatstgenoemde zich het pericambium differentieert.

Tusschen de cellen van het peribleem hebben zich kleine driehoekige intercellulaire ruimten gevormd (fig. 1 i), die langzamerhand grooter worden en bij voortgaande splijting des celwands ook enkele vierhoekige doen ontstaan. Aan de buitenzijde der toekomstige kernscheede vormen ze zich, nadat de celdeelingen nagenoeg zijn opgehouden en de eerste

houtvaten, welke zich onmiddellijk tegen de buitenste laag van het pleroom aanleggen, zijn ontstaan, en wel uitsluitend bij de radiale wanden der aangrenzende schorscellen; ze verkrijgen hier meestal eene driehoekige gedaante (zie fig. 2). Aan de binnenzijde worden eerst na het zichtbaar worden der CASPARY'sche vlek in alle celhoeken kleine driehoekige intercellulaire ruimten aangetroffen.

Het proces, dat na het ophouden der deelingen in de cellen der toekomstige kernscheede het eerst onze aandacht trekt, is eene verdikking van den buiten- en van den binnenwand (fig. 2); bij eerstgenoemden is ze verreweg het sterkst. Nadat bovengenoemde wanden met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur behandeld zijn, heeft de gevormde verdikkingslaag (fig. 3 p. v.) zich blauw gekleurd en is ze opgezwollen; ze doet zich dan voor als een blauwe zoom langs den cambialen wand, welke niet merkbaar gekleurd is en aan de inwerking van het zwavelzuur beter weerstand heeft geboden. Langs den buitenwand is de blauwe zoom breeder dan langs den binnenwand. De buitenste rand der verdikkingslaag (fig. 3 g) ondergaat zoowel bij den buiten- als bij den binnenwand eene chemische en physische wijziging, hetgeen zich verraadt door zijne meerdere resistentie tegen zwavelzuur. Hij doet zich derhalve kennen als een grenshuidje. De hierboven beschreven verdikkingslaag moeten wij als de primaire beschouwen. De zijwanden hebben zich thans gewoonlijk aanzienlijk in radiale richting verlengd; wegens hunne buitengewoon geringe dikte kunnen we bezwaarlijk hun diktegroei nagaan; bij bovengenoemde behandeling met iodium en zwavelzuur worden ze licht blauw gekleurd.

Wat in jeugdigen toestand de kernscheede het meest kenmerkt, is de reeds genoemde CASPARY'sche vlek. Wanneer we hare vorming aan dwarse doorsneden nagaan, bemerken we in het eerst op de radiale wanden dicht bij den binnenwand een geelachtig puntje, dat zich weldra verlengt tot een geelachtig streepje (fig. 4 c. vl.), hetwelk door zwarte lijnen begrensd is en bij verschillend instellen zich niet zelden in tangentiale richting verplaatst. Waardoor

het verschijnsel teweeggebracht wordt, hebben we reeds vroeger bij eenige planten besproken *). Spoedig ondergaan de zijwanden nu ook eene wijziging aan hunne beide uiteinden (fig. 4 w). Aanvankelijk ziet men aldaar lichtgele puntjes. Het puntje aan de binnenzijde en de CASPARY'sche vlek zijn afzonderlijk te herkennen. De celinhoud blijft nu niet alleen gehecht aan de CASPARY'sche vlek, maar ook in de celhoeken bij den buitenwand. De gewijzigde deelen aan de beide uiteinden van den radialen wand zijn evenals de CASPARY'sche vlek zeer resistent tegen geconcentreerd zwavelzuur.

Een proces, slechts weinig minder belangrijk dan de vorming der CASPARY'sche vlek, grijpt nu in de cellen der kernscheede plaats, nl. de vorming eener verkurkte membraan, waardoor het cellumen aan alle zijden omsloten wordt (fig. 4 c.m.). Deze wordt door het binnenste gedeelte van den primairen wand gevormd; door de »Mittellamelle" wordt aan hare vorming geen deel genomen. Dit proces openbaart zich in enkele cellen tegenover de bastbundeltjes en breidt zich vervolgens over de geheele kernscheede uit.

De plaats, waar zich vroeger de CASPARY'sche vlek bevond, is thans zonder behulp van reagentia niet meer aan te wijzen; wanneer men echter de kernscheede met iodium en geconcentreerd zwavelzuur behandelt, verraadt ze zich door de beide reeds vroeger beschrevene streepjes †). Ook in volwassen toestand, wanneer zich secundaire verdikkingslagen gevormd hebben, kan men, door gebruik te maken van genoemde reagentia, haar weder terugvinden (zie fig. 12 s).

Dat de »Mittellamelle" bij buiten- en binnenwand geen deel uitmaakt van de verkurkte membraan, daarvan kan men zich overtuigen door behandeling der jeugdige kernscheede met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur. De verkurkte membraan (zie fig. 4 en 6 c. m.) wordt hierbij bruin of geel gekleurd en legt zich bij buiten- en binnenwand in een grooter of kleiner aantal plooien, waardoor ze uit haar verband met de »Mittellamelle" (fig. 4 en 6 m) geraakt.

---

*) Zie pag. 148.

†) Zie pag. 151 en 152.

Deze wordt thans duidelijk zichtbaar en onderscheidt zich daardoor van de blauw gekleurde en gezwollen wanden der aangrenzende cellen, doordat ze niet merkbaar gekleurd is. Bij iets oudere ontwikkelingstoestanden ziet men haar bij de buitenwanden, onder genoemde behandeling, eene groene en in volwassen staat eene gele kleur aannemen, tengevolge eener toenemende verhouting. Ook zag ik bij den buitenwand, wanneer de verkurkte membraan de »Mittellamelle" losliet, tusschen beiden eene blauw gekleurde stof (fig. 6 cell.), afkomstig van het buitenste, nog niet verkurkte, gedeelte der primaire verdikkingslaag, hetwelk nu opgezwollen was en cellulose-reactie vertoonde. In volwassen toestand nam ik ze niet meer waar; de verkurkte membraan bleef dan aan de »Mittellamelle" gehecht en legde zich niet meer in plooien (zie fig. 9 m). Hieruit meen ik te mogen afleiden, dat het eerst de binnenrand der primaire verdikking eene verkurking ondergaat, welk proces, van binnen naar buiten gaande, in de primaire verdikking zich voortzet. Willen we de »Mittellamelle" bij de zij- en dwarswanden waarneembaar maken, zoo moeten we de kernscheede verwarmen met kaliumchloraat en salpeterzuur of met kaliloog; vooral eerstgenoemd reagens is tevens zeer geschikt om de verkurking aan te toonen *).

Voordat alle cellen eene verkurkte membraan verkregen hebben, neemt het laatste proces, dat tot de ontwikkelingsgeschiedenis der kernscheede behoort, nl. de vorming van den secundairen wand, een aanvang. Deze vertoont zich het eerst in enkele cellen tegenover de bastbundeltjes, vervolgens in de aangrenzende, doch steeds in zulke, welke eene verkurkte membraan verkregen hebben (zie fig. 5 s. w.). Wanneer het proces eenmaal in eene cel een' aanvang heeft genomen, gaat het zonder merkbare tusschenpoozen voort; bij enkele cellen duurt het echter lang, voordat het tot ontwikkeling komt, zoodat het kan voorkomen, dat tegenover het phloëem één of twee cellen der kernscheede nog volstrekt geen secundaire verdikkingslagen bezitten, terwijl

*) Zie pag. 150.

alle andere zich reeds vrij sterk verdikt hebben. Eene enkele maal komen in de kernscheede cellen met naar buiten en met naar binnen gebogen radiale wanden voor. Eerstgenoemde schijnen geneigd zich eerder te verdikken dan laatstgenoemde.

Met behulp van iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur kwam ik tot het resultaat, dat de secundaire wand ontstaat en zich verdikt door appositie. Zijne eerste of buitenste laag legt zich tegen de verkurkte membraan, de volgende leggen zich achtereenvolgens op elkander. Het binnenste gedeelte van elke laag ondergaat, voordat ze door eene volgende bedekt wordt, eene chemische en physische wijziging; het differentieert zich nl. tot een grenshuidje. Wanneer men cellen der kernscheede, waarin de secundaire verdikking tot eenige ontwikkeling is gekomen, met SCHULTZE's reagens behandelt, worden de gevormde verdikkingslagen blauw gekleurd; vooral is dit het geval met de binnenste of jongste laag, die hierbij dikwijls een weinig schijnt op te zwellen. Door voorzichtige behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, kan men de jongste laag (fig. 7 j. l.) laten opzwellen zonder eene sterke zwelling in de oudere lagen te veroorzaken. Ze vertoont zich dan, wanneer ze nog geen grenshuidje bezit, als een blauwe *) zoom van meerdere of mindere breedte, al naarmate van de dikte, welke ze bereikt heeft; ze onderscheidt zich duidelijk van de overige lagen, welke meestal groen of blauwachtig groen gekleurd zijn. De huidlaag van het protoplasma met hare talrijke mikrosomen (fig. 6 mkrs.) is meestal, evenals vóór de zwelling, innig aan den celwand gehecht. In sommige gevallen vertoont de opgezwollen laag lichte en donkere strepen (zie fig. 6), welke ten opzichte der cel in radiale richting loopen. Nu en dan vertoont de jongste laag een grenshuidje, dat aan de in-

---

*) Soms vertoonen de gezwollen gedeelten der celwanden in plaats van eene blauwe eene violette kleur, hetgeen waarschijnlijk aan de wijze van behandeling moet toegeschreven worden.

werking van het zwavelzuur langer weerstand biedt; in dit geval is hare opzwelbaarheid geringer. Bij een weinig sterkere inwerking van het zwavelzuur zwellen ook de oudere lagen op; voornamelijk is dit het geval met de buitenste gedeelten (fig. 6 c), welke na de zwelling eene duidelijke cellulose-reactie vertoonen; de grenshuidjes (fig. 6 g), welke meer resistent tegen zwavelzuur zijn, hebben geen sterke zwelling ondergaan en hebben zich slechts weinig gekleurd. De wijziging, welke de binnenste gedeelten der lagen ondergaan, is eene verhouting; men kan zich hiervan door middel van zoutzuur en phloroglucine overtuigen; wanneer de secundaire wand nog slechts enkele lagen dik is, neemt hij hiermede reeds eene roode kleur aan.

In volwassen toestand (fig. 8) bezitten de cellen der kernscheede langs den binnenwand, de zijwanden, den boven- en den benedenwand, eene sterk ontwikkelde secundaire verdikking, welke duidelijk een' laagsgewijzen bouw vertoont; soms valt ook langs den buitenwand eene zeer geringe verdikking waar te nemen. Langs de zijwanden, den boven- en den benedenwand is de secundaire verdikking (fig. 8 en 11 s. w.) ten opzichte van het lumen eenigszins convex; ze wordt minder sterk, naarmate ze den buitenwand nadert. Het lumen, dat in volwassen toestand is overgebleven, bezit, op de dwarse doorsnede gezien, een' min of meer duidelijk driehoekigen vorm.

De secundaire lagen breiden zich uit langs den binnenwand, de zij- en de dwarswanden. De eerste of buitenste laag omgeeft dikwijls ook het lumen aan de buitenzijde; soms is dit ook het geval met een paar der volgende. Men kan zich hiervan overtuigen door de kernscheede in jeugdigen toestand met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur te behandelen; men neemt dan tevens waar, dat de lagen aan de binnenzijde de grootste dikte verkrijgen (fig. 6 en 7 j. l. en e. l.).

Bij behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur kleuren de secundaire lagen zich blauw, behalve bij den binnenwand, waar ze eene meer gele kleur aannemen. Vervolgens (zie fig. 9) zwellen ze op, tengevolge

waarvan de verkurkte membraan op 't midden van den buitenwand of in de celhoeken bij den binnenwand breekt. Hierdoor komen de lagen der secundaire verdikking in de gelegenheid zich uit te strekken, waarbij ze meestal min of meer gezamenlijk uit de cel geraken. Men kan zich nu overtuigen, dat het aantal lagen veel grooter is, dan het zonder toevoeging van reagentia schijnt; dikwijls kan men er tot twintig tellen. De grenshuidjes (fig. 9 g) zijn in het midden tengevolge der verhouting sterk geel gekleurd, terwijl ze aan de einden meestal eene gele tint aangenomen hebben. Dikwijls kan men waarnemen, dat ze met de uiteinden aan elkaar bevestigd zijn; bij het opzwellen echter wordt dit verband niet zelden verbroken. In haar beloop vertoonen ze onregelmatige bochten. De zich tusschen haar bevindende stof (fig. 9 c) is blauw of violet gekleurd; deze is het vooral, welke het opzwellen veroorzaakt. Aan de lagen heb ik geen lamelleuse structuur kunnen waarnemen. Met zoutzuur en phloroglucine wordt de secundaire verdikking rood gekleurd, vooral sterk aan de binnenzijde, waar de grenshuidjes het meest verhout zijn. Met SCHULTZE's reagens vertoont de secundaire verdikking langs de radiale wanden eene duidelijke cellulosereactie, terwijl ze aan de binnenzijde niet opvallend gekleurd wordt. De secundaire verdikking schijnt gewoonlijk zonder poriën; toch geloof ik, dat ze van fijne poriën voorzien is, daar sommige mijner praeparaten, waarbij ze nog niet sterk ontwikkeld was, talrijke zeer fijne poriën in den binnenwand en in de zijwanden vertoonden. Ook geloof ik, dat de donkere en lichte strepen, welke de lagen in jeugdigen toestand na behandeling met iodium en zwavelzuur vertoonen (zie fig. 7), moeten beschouwd worden als een gevolg der aanwezigheid van fijne poriën.

Langs de binnenzijde der kernscheede komen in volwassen toestand geen intercellulaire ruimten meer voor. Ze zijn meestal met eene het licht weinig brekende stof gevuld; bij de radiale pericambiumwanden tegenover de primaire houtvaten is hare plaats dikwijls door geelachtige glin-

sterende driehoekjes ingenomen, welke door phloroglucine en zoutzuur rood gekleurd worden.

In volwassen staat zijn de cellen der kernscheede zeer in de lengte uitgerekt (zie fig 10 en 11). Bij sommige wortels zijn de primaire zijwanden duidelijk gegolfd (fig. 10) en telde ik gemiddeld 190 golven op den mM; bij andere wortels of gedeelten daarvan daarentegen, vertoonden de primaire zijwanden geen golving of waren ze slechts eenigermate geslingerd. Op grond van door mij gedane metingen neem ik aan, dat het ontbreken der golving bij sommige wortels niet moet toegeschreven worden aan een uitrekken in de lengte der cellen na de vorming van den secundairen wand, zooals CASPARY *) en na hem VAN TIEGHEM *) aangenomen hebben voor die planten, waarbij een secundaire wand tot ontwikkeling komt. Bij 7 volwassen cellen, welke van eene duidelijke golving voorzien waren, verkreeg ik voor hare lengte als gemiddelde uitkomst 0,345 mM, bij 28 andere eveneens volwassen cellen, welke echter geen golving of slechts eene geringe slingering vertoonden, 0,3375 mM. Zeven metingen bij een praeparaat, waarbij de kernscheedecellen gemiddeld 194 golven op den mM bezaten, maar nog van geen secundaire lagen voorzien waren, gaven tot gemiddelde uitkomst voor de lengte eener cel 0,273 mM. Dit laatste cijfer is wel iets geringer dan die, welke ik bij volwassen cellen verkreeg, doch men moet hierbij in aanmerking nemen, dat de cellen der kernscheede onderling zoozeer verschillen, dat sommige eene meer dan dubbel zoo groote lengte verkrijgen als andere.

Het verdwijnen der zwarte lijnen langs de primaire zijwanden bij de vorming van den secundairen wand, schrijf ik toe aan het groote verschil in lichtbrekend vermogen tusschen dezen laatsten en de middelstof, waarin de primaire wand zich voorheen bevond.

---

*) Zie pag. 143.

Funkia ovata Spr.

Vóór de vorming der eerste houtvaten, valt bij *Funkia ovata* aan eene dwarse doorsnede van den wortel in hoofdzaak hetzelfde waar te nemen als bij *Iris Guldenstaedtiana*. De binnenste cellen van het peribleem liggen in radiale rijen, op dezelfde wijze ontstaan als bij *Iris*. Wat de grens tusschen peribleem en pleroom aangaat, valt ook weder hetzelfde op te merken. In de binnenste cellaag van het peribleem komen echter minder radiale deelingen voor; het gevolg hiervan is, dat het aantal cellen der kernscheede, welke uit genoemde laag ontstaat, geringer wordt dan dat van het pericambium. De cellen van deze beide lagen wisselen dan ook niet zoo regelmatig met elkander af, als dit bij *Iris* het geval is. Tusschen de jonge cellen van het peribleem vormen zich driehoekige en weldra ook vierhoekige intercellulaire ruimten. Wanneer de celdeelingen ophouden, beginnen ze zich te vormen langs de buitenzijde der toekomstige kernscheede, wier cellen zich meestal een weinig in tangentiale richting hebben uitgerekt. Na de vorming der eerste houtvaten, welke zich hier tegen het pericambium aanleggen, openbaren ze zich algemeen bij de radiale wanden der aangrenzende schorscellen, waar ze meest eene driehoekige, doch niet zelden ook eene vierhoekige gedaante aannemen. Ook aan de binnenzijde vormen zich dan in bijna alle celhoeken kleine driehoekige intercellulaire ruimten (zie fig. 13 en 14). Ten tijde van de ontwikkeling der kernscheede worden deze laatsten, waar ze zich tegenover de bastbundeltjes bevinden, met eene het licht weinig brekende stof gevuld; aanvankelijk worden ze kleiner en ronden ze zich af; ten slotte verdwijnen ze geheel.

Na het ophouden der celdeelingen, nemen de celwanden aan de buiten- en binnenzijde der kernscheede meer in dikte toe dan die der aangrenzende cellagen; vooral is dit het geval aan de buitenzijde (fig. 13 en 14). Deze sterkere wandverdikking, die veel punten van overeenkomst heeft met die, welke we bij *Iris* aangetroffen hebben, is ook hier voornamelijk het gevolg van de aanzienlijke dikte, welke

de primaire verdikking der kernscheedecellen bij den buiten- en binnenwand verkrijgt (zie fig. 13 en 14). Bij de buitengewoon dunne radiale wanden is 't mij niet gelukt den diktegroei te bestudeeren. Zeer vroegtijdig vertoonen deze de CASPARY'sche vlek, die op de dwarse doorsnede gezien in het eerst zich voordoet als een klein geelachtig puntje (fig. 13 c. vl.), bij latere ontwikkelingstoestanden als een geelachtig streepje, door donkere lijnen begrensd (fig. 14 c. vl.). Ze bevindt zich altijd dichter bij den binnenwand dan bij den buitenwand.

Tegenover de bastbundels verkrijgen aanvankelijk eene enkele, ten slotte twee en meer kernscheedecellen eene verkurkte membraan (fig. 15 c.m.), door welke het lumen aan alle zijden omsloten wordt, terwijl tegenover de primaire houtvaten dikwijls een of een paar cellen van zulk eene membraan verstoken blijven. Ze wordt gevormd door het binnenste gedeelte van den primairen wand; door de »Mittellamelle" wordt aan hare vorming geen deel genomen; deze heeft eene verhouting ondergaan. Bij buiten- en binnenwand is slechts de binnenste rand der primaire verdikking verkurkt; tusschen de »Mittellamelle" en den verkurkten rand bevindt zich nog onveranderde cellulose. Bij laatstgenoemde wanden, waarbij de primaire verdikking van zeer wijde poriën voorzien is, zet de verkurkte membraan zich over de dunnere plaatsen van den wand voort. Hare verhouding tegenover reagentia is reeds beschreven op pag. 149 en 150. Ten opzichte der ontwikkelingsgeschiedenis dient opgemerkt te worden, dat vóór hare vorming de »Mittellamelle" in de zij- en dwarswanden reeds eene sterke verhouting ondergaan heeft, welke met phloroglucine en zoutzuur gemakkelijk is aan te toonen Ook bij cellen der kernscheede, welke zich niet voorzien van eene verkurkte membraan, is de »Mittellamelle" sterk verhout. Bij buiten- en binnenwand kunnen we bij deze cellen, met behulp van iodium en eenigszins verdund zwavelzuur, aan de primaire verdikking een grenshuidje waarnemen (fig. 16 g).

De plaats, waar zich voorheen de verkurkte strooken bevonden, is na de vorming van de verkurkte membraan en

ook nog na die van den secundairen wand niet alleen met behulp van iodium en zwavelzuur, maar ook zonder toevoeging van reagentia te herkennen, en wel aan de op pag. 151 en 152 beschreven puntjes en streepjes (zie fig. 15 pu).

In de cellen der kernscheede, welk zich tegenover de bastbundels bevinden en eene verkurkte membraan verkregen hebben, vormt zich een secundaire wand. Deze vertoont zich aanvankelijk in enkele cellen tegenover de bastbundels, vervolgens in de aangrenzende. Wanneer men zijne ontwikkeling aan dwarse doorsneden met behulp van iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur nagaat, ziet men, dat zich in het eerst alleen de zijwanden verdikken, later de zijwanden en de binnenwand. In volwassen toestand (fig. 15) worden alleen aan den buitenwand de secundaire lagen gemist. Langs de zijwanden verkrijgt de secundaire wand eene meer aanmerkelijke dikte dan langs den binnenwand. Aan de binnenzijde is hij van wijde poriën voorzien, welke zich tegenover de poriën in den primairen wand bevinden. Zijn' laagswijzen bouw kan men, zonder reagentia aan te wenden, waarnemen. Door SCHULTZE's reagens wordt hij blauw gekleurd, door phloroglucine en zoutzuur rood; na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, is hij blauw gekleurd en opgezwollen (fig. 16 s. w.) en kan men de grenshuidjes onderscheiden.

In volwassen staat zijn de cellen der kernscheede doorgaans zeer in de lengte uitgerekt. Opmerkelijk is het, dat die cellen, welke van een' secundairen wand voorzien zijn, meestal eene veel aanzienlijker lengte bezitten dan diegenen, waarbij dit niet het geval is; 44 cellen, welke geen secundairen wand bezaten, hadden eene gemiddelde lengte van 0,128 mM, terwijl 57 andere, waarbij zich wel zulk een wand ontwikkeld had, eene gemiddelde lengte van 0,220 mM bereikten. Bij vele wortels zijn de primaire zijwanden duidelijk gegolfd; 285 golven telde ik op den mM. Bij andere komt het echter voor, dat de primaire zijwanden geen golving vertoonen of slechts eenigermate geslingerd zijn. Het ontbreken hiervan mag hier evenmin

als bij *Iris* toegeschreven worden aan een langer worden der cellen, plaats vindende na het ontstaan der secundaire verdikking; dit blijkt uit de hieronder vermelde cijfers, welke de gemiddelde lengte aangeven voor verschillende door mij gemeten cellen.

Voor volwassen cellen van een' secundairen wand voorzien:

24	met duidelijke golving	0,2135	mM
33	zonder » »	0,225	»

Voor volwassen cellen zonder secundairen wand:

22	met duidelijke golving	0,120	mM
22	zonder » »	0,136	»

Het geringe verschil in lengte tusschen cellen, welke eene duidelijke golving vertoonen en zoodanige, waarbij ze ontbreekt of waarbij de radiale wanden slechts eene slingering vertoonen, kan niet als van overwegende beteekenis beschouwd worden.

Terwijl de 101 bovengenoemde cellen eene gemiddelde lengte van 0,204 mM bezitten, gaven 15 metingen bij een praeparaat, waarbij de kernscheede nog geen secundaire lagen vertoonde, als gemiddelde uitkomst voor de lengte eener cel 0,1805 mM.

Luzula sylvatica BIGHEN.

Het peribleem bij *Luzula sylvatica* (zie fig. 17) komt in sommige opzichten overeen met dat van *Iris* en *Funkia*, in andere wijkt het daarvan af. Zijne grens aan de zijde van het pleroom is op de dwarse doorsnede weder te herkennen aan den stand der radiale celwanden, die aldaar zich nimmer tegenover elkander bevinden. Wat ons het meest opvalt, is, dat de binnenste cellen van het peribleem niet alleen in radiale, maar ook in concentrische rijen zijn gelegen. Ook hier hebben de radiale rijen haar ontstaan te danken aan tangentiale deelingen in de binnenste laag van het peribleem, doch, in tegenstelling van de beide reeds be-

handelde planten, plaatsen zich bij *Luzula* de tangentiale wanden nagenoeg tegenover elkander, waardoor het ontstaan der concentrische rijen verklaard wordt. Behalve tangentiale deelingen, treffen we in de binnenste laag van het peribleem ook radiale aan. Het aantal cellen dezer laag blijft echter iets geringer dan dat der buitenste cellaag van het pleroom. Wanneer de celdeelingen hebben plaats gehad, treffen we in het binnenste gedeelte van het peribleem in alle celhoeken interstitiën aan, welke bijna zonder uitzondering eene vierhoekige gedaante bezitten (fig. 17 i); op de grens van pleroom en peribleem vormen zich weldra driehoekige interstitiën.

Evenals elders ontstaat ook bij *Luzula sylvatica* de kernscheede uit de binnenste cellaag van het peribleem. In tegenstelling van hetgeen we bij *Iris* en *Funkia* hebben gezien, zijn de buiten- en binnenwanden dezer cellaag minder verdikt dan de wanden der aangrenzende peribleemcellen. Na behandeling met iodium en weinig verdund zwavelzuur, gelukt het bij buiten- en binnenwand de weinig ontwikkelde primaire verdikking waar te nemen. Deze is dan eenigszins opgezwollen en blauw gekleurd en hierdoor van de weinig gekleurde »Mittellamelle" te onderscheiden. Bij de dunne zijwanden is het mij evenmin als bij *Iris* en *Funkia* gelukt den diktegroei te bestudeeren. Na de vorming der primaire houtvaten vertoonen de zijwanden, op de dwarse doorsnede gezien, spoedig de CASPARY'sche vlek. Deze vormt zich dicht bij de driehoekige intercellulaire ruimten, welke zich aan de binnenzijde der kernscheede bevinden; aanvankelijk neemt men aldaar een geelachtig puntje waar, dat zich weldra tot een geelachtig streepje verlengt, hetwelk door donkere lijnen begrensd is.

Later verkrijgen de kernscheedecellen eene verkurkte membraan, welke het geheele lumen omsluit. In tegenstelling van hetgeen we bij *Iris* en *Funkia* gezien hebben, ontwikkelt ze zich hier bij alle cellen gelijktijdig. Zij wordt gevormd door het binnenste gedeelte van den primairen wand; de »Mittellamelle" neemt aan hare vorming geen deel. Onder behandeling met iodium en niet te geconcen-

treerd zwavelzuur (fig. 18 c.m.), legt ze zich in jongen toestand bij buiten- en binnenwand in kronkels, waardoor ze min of meer van de »Mittellamelle" losraakt. Deze (fig. 18 m) is dan, doordien ze niet merkbaar gekleurd wordt, tusschen de bruin gekleurde en gekronkelde verkurkte membraan en de blauw gekleurde en opgezwollen primaire verdikking der aangrenzende cellen duidelijk waarneembaar. In volwassen toestand echter (fig. 22) met bovengenoemde reagentia behandeld, blijft de verkurkte membraan innig met de »Mittellamelle" verbonden en vertoont ze geen kronkels.

Om nader in den bouw der zijwanden door te dringen, moeten we gebruik maken van kaliumchloraat en salpeterzuur; wanneer we de volwassen kernscheede hiermede verwarmen, wordt, voordat de cerinezuur-reactie zich vertoont, de »Mittellamelle" opgelost, zonder dat de verkurkte membraan zich in plooien legt, tengevolge waarvan het moeilijk is waar te nemen of de cellen der kernscheede geïsoleerd zijn geworden. Om dit te weten te komen, behandelde ik haar met iodium en zwavelzuur, waardoor de verkurkte membranen geel gekleurd werden en kronkelingen aannamen, tengevolge waarvan de cellen van elkaar verwijderd werden. Het gelukte me niet, zooals in andere gevallen, de plaats, waar zich vroeger de CASPARY'sche vlek bevond, terug te vinden, ook niet met behulp van iodium en zwavelzuur.

Na de vorming der verkurkte membraan, komt bij de kernscheedecellen een secundaire wand tot ontwikkeling. In volwassen toestand (zie fig. 21 s. w.) bezit deze langs den buitenwand, de zij- en de dwarswanden, slechts eene geringe dikte, daarentegen bereikt hij eene aanzienlijke dikte langs den binnenwand. Langs alle wanden is de secundaire verdikking van poriën voorzien (fig. 21 po); bij den binnenwand zijn ze nu eens wat wijder, dan weder wat nauwer, dikwijls aan beide uiteinden wat verwijd, zelden vertakt. Met SCHULTZE's reagens wordt de secundaire wand groenachtig blauw gekleurd, terwijl men langs het lumen een' groenen rand kan onderscheiden. Met phloroglucine en zoutzuur neemt hij eene roode tint aan, tengevolge eener ver-

houting. Onder behandeling van iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur zwelt de secundaire wand op (zie fig. 22). Langs den buitenwand en de zijwanden kan men aan eene dwarse doorsnede slechts eene enkele laag waarnemen, door een grenshuidje aan de binnenzijde begrensd. Deze laag kan men langs den primairen binnenwand vervolgen, alwaar ze nog door verscheidene (soms door een zestal) andere overdekt is, die alle aan de binnenzijde van een grenshuidje voorzien zijn. Terwijl de grenshuidjes (fig. 22 g) onder genoemde behandeling eene groene kleur aannemen, worden de overige gedeelten der secundaire lagen, die voornamelijk het opzwellen veroorzaken, blauw gekleurd. De gezamenlijke grenshuidjes omsluiten de stippelkanalen; waar ze aan het lumen grenzen, zijn ze sterker ontwikkeld; aan dat der buitenste laag, die aan alle zijden de verkurkte membraan bedekt, zijn die der overige lagen bevestigd.

Vooral leerzaam is de studie der ontwikkelingsgeschiedenis van den hierboven beschreven secundairen wand. In de eerste plaats valt het ons op, dat deze, evenals de verkurkte membraan, bij alle cellen zich gelijktijdig vormt. Evenals bij *Iris* kwam ik ook hier tot het resultaat, dat de secundaire wand ontstaat en zich verdikt door appositie. Zijne eerste laag is in jongen toestand na behandeling met iodium en weinig verdund zwavelzuur (zie fig. 19 e. l.) blauw gekleurd en opgezwollen, zoodat ze, op eene dwarse doorsnede gezien, zich voordoet als een breede blauwe zoom langs de verkurkte membraan; de opgezwollen laag is gewoonlijk langs den binnenwand het breedst en langs de zijwanden het smalst. Haar binnenste rand ontwikkelt zich tot een grenshuidje, dat meer weerstand biedt aan de inwerking van het zwavelzuur. Na de differentieering van dit grenshuidje legt zich tegen den binnenwand eene tweede laag, welke, nadat ze zich ook van een grenshuidje voorzien heeft, door eene volgende bedekt wordt; terwijl dit proces zich nog eenige malen herhaalt, ondergaan de reeds gevormde lagen eene verdere wijziging. Tijdens den diktegroei van den secundairen wand gelukt het, bij voorzichtige behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, de

jongste laag te doen opzwellen (zie fig. 20 j. l.), zonder eene merkbare opzwelling in de oudere lagen teweeg te brengen; na genoemde behandeling heeft ze eene blauwe kleur aangenomen; nu en dan kan men aan de binnenzijde een grenshuidje onderscheiden, terwijl donkere strepen in radiale richting der cel de aanwezigheid van poriën verraden (fig. 20 po). Bij sterkere inwerking van het zwavelzuur ziet men ook de oudere lagen opzwellen, welke duidelijk ontwikkeldc grenshuidjes verkregen hebben.

In volwassen toestand bestaat de kernscheede uit in de lengte uitgerekte cellen. De primaire zijwanden zijn niet gegolfd; ze vertoonen slechts eene geringe slingering. Ook voor *Luzula sylvatica* geloof ik te moeten aannemen, dat de golving niet tengevolge van eene uitzetting in de lengte na het ontstaan der secundaire lagen verdwenen is, en wel omdat ik vóór het ontstaan van deze nooit eene duidelijke golving heb waargenomen; gewoonlijk waren op tangentiale doorsneden de zijwanden in meerdere of mindere mate geslingerd; alsook omdat de gemiddelde lengte der cellen, na en vóór de vorming van den secundairen wand, slechts weinig verschilt; 0,1537 mM vond ik voor de gemiddelde lengte van 65 volwassen cellen, tegen 0,1456 mM voor die van 7 cellen, welke nog van geen secundaire lagen voorzien waren.

Hoofduitkomsten van het onderzoek.

1. Naar den aard en de verdikking van den celwand kunnen we bij de kernscheede de volgende drie hoofdvormen onderscheiden:

a. De kernscheede bestaat uit cellen, waarvan slechts eene smalle strook der zij- en dwarswanden verkurkt is.

b. De cellen hebben eene verkurkte membraan, die het lumen aan alle zijden omgeeft.

c. De cellen hebben, behalve zulk eene membraan, een' secundairen wand.

2. De verkurkte strook loopt bij de zijwanden in overlangsche en bij de dwarswanden in tangentiale richting. Bij beide bevinden de verkurkte deelen, toebehoorende aan twee naast of boven elkaar liggende cellen, zich tegenover elkaar. Wegens de geringe dikte van bovengenoemde wanden, zijn de beide nevens elkander loopende strooken, ofschoon door de »Mittellamelle" gescheiden, niet afzonderlijk waarneembaar, maar doen zich gezamenlijk, bij de zijwanden op dwarse doorsneden en bij de dwarswanden op radiale doorsneden gezien, voor als een scherp begrensd geelachtig plekje, dat zich duidelijk van het overige deel van den wand onderscheidt.

3. De verkurkte membraan wordt gevormd door het binnenste gedeelte van den primairen wand; de »Mittellamelle" neemt aan hare vorming geen deel Bij de dunne zij- en dwarswanden zijn de beide verkurkte membranen niet afzonderlijk te onderkennen.

4. De verkurkte wanddeelen zijn vooral duidelijk aan te toonen door de kernscheede te verwarmen met kaliumchloraat en salpeterzuur (cerinezuur-reactie van von Höhnel).

5. De primaire zijwanden vertoonen op tangentiale doorsneden meestal eene duidelijke golving, en, zoo niet, dan toch allicht in meerdere of mindere mate eene slingering.

De horizontale dwarswanden zijn in den regel niet gegolfd, terwijl de schuins staande meestal van golven voorzien zijn, die zwakker zijn dan die der zijwanden.

De secundaire wand vertoont op tangentiale doorsneden hoogstens eene geringe slingering.

6. Waar zich de verkurkte strook bevindt, zijn de golven het sterkst, terwijl de kanten der zijwanden niet gegolfd zijn.

Wanneer de cellen eene verkurkte membraan bezitten, zijn de primaire zijwanden met uitzondering der kanten over hunne geheele breedte even sterk gegolfd.

7. De wijze, waarop het verschijnsel, bekend onder den naam van Caspary'sche vlek, zich aan ons voordoet, is afhan-

kelijk van de verkurking der primaire zij- en dwarswanden, van de golving, van het al of niet aanwezig zijn van een' secundairen wand en soms van eene verhouting der »Mittellamelle".

8. Aan radiale doorsneden is de golving steeds te herkennen aan dwarse strepen op de zijwanden.

9. Ingeval de primaire zijwanden duidelijk gegolfd zijn, kunnen er op den mM 100 tot 500 golven voorkomen.

10. Ofschoon mij gebleken is, dat het praepareeren in sommige gevallen invloed uitoefent op de golving, zoo kan ik toch niet met SCHWENDENER aannemen, dat zij steeds daardoor wordt teweeggebracht. Ik geloof veeleer, dat in die gevallen, waar we onder den mikroskoop eene duidelijke golving waarnemen, zij ook in het levende orgaan aanwezig is.

11. Ik veronderstel, dat de golving een gevolg is van volumenvermeerdering, waarmede volgens STRASBURGER cuticularisatie (verkurking) van den celwand gepaard gaat.

12. De resultaten, verkregen bij lengtemetingen van gegolfde en niet gegolfde en van volwassen en niet volwassen cellen, pleiten niet voor de voorstelling van CASPARY, volgens wien de golving, ingeval er een secundaire wand tot ontwikkeling komt, door eene uitzetting in de lengte zou opgeheven worden.

13. De kernscheede ontstaat uit de binnenste cellaag van het peribleem.

14. Eene smalle strook der dunne primaire zij- en dwarswanden ondergaat in jeugdigen toestand eene verkurking; dit proces, waaraan de »Mittellamelle" geen deel neemt, gaat gepaard met het zichtbaar worden van de CASPARY'sche vlek, welke in 't eerste stadium harer ontwikkeling, op eene dwarse doorsnede gezien, zich voordoet als een geelachtig puntje.

15. De CASPARY'sche vlek bevindt zich soms zeer dicht bij den binnenwand, terwijl ze in andere gevallen, waar we haar ongeveer op 't midden van den wand aantreffen, altijd eer op geringeren afstand van den binnenwand dan van den buitenwand gelegen is.

16. Wanneer later eene verkurkte membraan tot ont-

wikkeling komt, is de plaats, waar zich vroeger de CASPARY'sche vlek bevond, in veel gevallen nog te onderkennen, vooral na aanwending van iodium en zwavelzuur. Dit is ook nog 't geval, wanneer zich daarenboven een secundaire wand gevormd heeft.

17. Soms is in volwassen of in jeugdigen toestand bij buiten- en binnenwand slechts het binnenste gedeelte der primaire verdikking verkurkt.

18. Zoo de primaire verdikking bij buiten- en binnenwand van poriën is voorzien, zet de verkurkte membraan over de dunnere plaatsen van den wand zich voort.

19. Ingeval een secundaire wand tot ontwikkeling komt, vormt deze zich altijd in cellen, welke zich reeds van eene verkurkte membraan voorzien hebben.

20. De secundaire wand bij *Iris Guldenstaedtiana* en *Luzula sylvatica* ontstaat en verdikt zich door appositie. De cellulose, door het protoplasma voortgebracht, legt zich laagsgewijs op elkaar; het binnenste gedeelte van elke laag ondergaat eene chemische en physische wijziging, het differentieert zich tot een grenshuidje.

Deze voorstelling van den diktegroei van den celwand komt overeen met de resultaten, door STRASBURGER *) bij de cellen uit het merg van *Clematis vitalba* verkregen.

21. De cellen, welke zich tegenover de bastbundels bevinden, onderscheiden zich in volwassen toestand in vele gevallen van die, welke zich tegenover de primaire houtvaten bevinden, door het bezit van eene verkurkte membraan en daarenboven dikwijls ook nog door dat van een' secundairen wand, alsmede door eene meer aanzienlijke lengte.

22. Soms komen bij alle cellen der kernscheede de verschillende processen, nl. de vorming der verkurkte membraan en die van den secundairen wand, gelijktijdig tot ontwikkeling (*Luzula sylvatica*). In andere gevallen daarentegen zijn de cellen, welke tegenover de bastbundels gelegen

*) l.

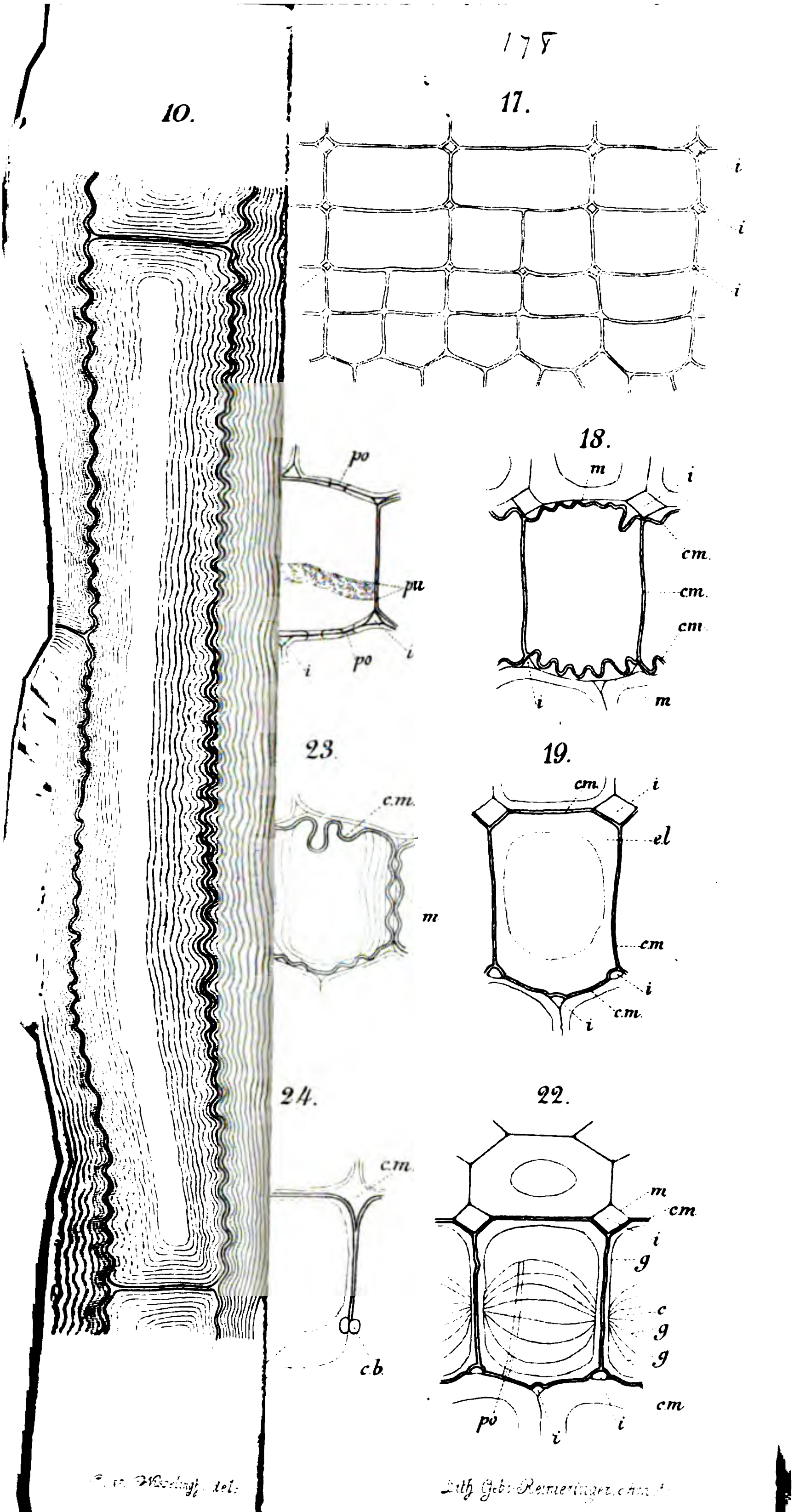
zijn, degenen, welke zich tegenover de primaire houtvaten bevinden, in ontwikkeling vooruit. Bij eerstgenoemden komt spoediger eene verkurkte membraan tot ontwikkeling en vormt zich eerder een secundaire wand. Soms bereiken de cellen tegenover de primaire houtvaten nog denzelfden trap van ontwikkeling als de andere (*Iris Guldenstaedtiana*), doch dikwijls blijven ze op een' lageren trap staan (*Funkia ovata*).

23. Uit de resultaten, verkregen bij de studie der ontwikkelingsgeschiedenis, blijkt dat de verschillen, welke de kernscheede bij verschillende planten in volwassen toestand ons toont, meerendeels moeten beschouwd worden als verschillen in graad van ontwikkeling. Zoo geeft bijv. de kernscheede bij *Iris Guldenstaedtiana* in verschillende stadiën van hare ontwikkeling in hoofdzaak ons al de vormen te aanschouwen, waaronder ik in volwassen toestand de kernscheede bij andere planten aantrof.

24. Wanneer de kernscheede, tengevolge der ontwikkeling der binnen haar gelegene weefsels, in tangentiale richting wordt uitgerekt, gaat dit soms gepaard met de vorming van radiale wanden, welke op de dwarse doorsnede gezien zeer spoedig eene Caspary'sche vlek vertoonen (*Nardosmia fragrans*).

Edam, December 1884.

178



F. v. Weeding del.   Lith. Geb. Reimeringer, e. Am.

VERKLARING DER FIGUREN.

Alle figuren zijn geteekend bij eene liniaire vergrooting van 1390 maal.

De beteekenis der meest voorkomende letters is de volgende: c. vl CASPARY'sche vlek, c. m. verkurkte (gecuticulariseerde) membraan, s. w. secundaire wand, m „Mittellamelle", p. v. primaire verdikking, g grenshuidje, c cellulose-reactie vertoonend, po poriën, i intercellulaire ruimte. De beteekenis der overige letters is bij elke figuur afzonderlijk opgegeven.

De CASPARY'sche vlek en de verkurkte membraan zijn steeds door twee dikkere lijnen aangegeven.

In de eerste 22 figuren is bij de zij- en de dwarswanden de „Mittellamelle" niet aangegeven, omdat deze niet waarneembaar was, terwijl bij de buiten- en binnenwanden in vele gevallen slechts hare plaats kon aangeduid worden.

Iris Guldenstaedtiana BERST.

Fig. 1. Dwarse doorsnede, celdeelingen in de binnenste cellaag van het peribleem, per. peribleem, p buitenste cellaag van het pleroom, t. d. tangentiale celdeeling, r. d. radiale celdeeling.

Fig. 2. Dwarse doorsnede, vóór het zichtbaar worden der CASPARY'sche vlek.

Fig. 3 = fig. 2, doch na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur.

Fig. 4. Dwarse doorsnede, CASPARY'sche vlek en verkurkte membraan, na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, w wijziging aan de beide uiteinden van den radialen wand.

Fig. 5. Dwarse doorsnede, vorming van den secundairen wand, verkurkte membraan.

Fig. 6 = fig. 5, doch na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, cell. cellulose-reactie vertoonende, j. l. jongste laag blauw gekleurd en opgezwollen, e. l. eerste laag, mkrs. mikrosomen.

Fig. 7. Dwarse doorsnede, vorming van den secundairen wand, na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, j. l.

jongste laag blauw gekleurd, opgezwollen en radiale strepen vertoonende, o. l. oudere lagen.

Fig. 8. Dwarse doorsnede, volwassen.

Fig. 9 = fig. 8, doch na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur.

Fig. 10. Tangentiale doorsnede, volwassen.

Fig. 11. Radiale doorsnede, volwassen.

Fig. 12. Radiale doorsnede, volwassen, na behandeling met iodium en zwavelzuur; s de beide streepjes, welke de plaats aanduiden, waar vroeger de CASPARY'sche vlek zich bevond.

Funkia ovata SPR.

Fig. 13. Dwarse doorsnede, CASPARY'sche vlek.

Fig. 14. Dwarse doorsnede, CASPARY'sche vlek.

Fig. 15. Dwarse doorsnede, volwassen; pu puntjes, welke de plaats aanwijzen, waar zich voorheen de CASPARY'sche vlek bevond; s. i. samengetrokken inhoud.

Fig. 16 = 15, doch na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur, pu zie bij fig. 15.

Luzula sylvatica BICHEN.

Fig. 17. Dwarse doorsnede van het peribleem (per.), p buitenste laag van het pleroom.

Fig. 18. Dwarse doorsnede, verkurkte membraan, na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur.

Fig. 19. Dwarse doorsnede, eerste secundaire laag (e. l.), na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur.

Fig. 20. Dwarse doorsnede, vorming van den secundairen wand, na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur; j. l. jongste laag opgezwollen en blauw gekleurd, o. l. oudere lagen, e. l. eerste laag.

Fig. 21. Dwarse doorsnede, volwassen.

Fig. 22 = fig. 21, doch na behandeling met iodium en niet te geconcentreerd zwavelzuur.

Fig. 23. *Funkia ovata*, dwarse doorsnede eener volwassen cel, behandeld met kaliumchloraat en salpeterzuur.

Fig. 24. *Luzula sylvatica*, dwarse doorsnede eener volwassen cel, behandeld met kaliumchloraat en salpeterzuur; c. b. cerinezuur-ballen.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 Juni 1884.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, KAMERLINGH ONNES, LORENTZ, VAN RIEMSDIJK, MULDER, FRANCHIMONT, HOEK, MARTIN, HOFFMANN, BEIJERINCK, DE VRIES, ZAAIJER, KOSTER, HEYNSIUS, VAN DIESEN, SURINGAR, STOKVIS, RAUWENHOFF, DONDERS, ZEEMAN, ENGELMANN, HUBRECHT, PLACE, VON BAUMHAUER, KORTEWEG, MAC GILLAVRY, VAN DER WAALS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— De Heeren VAN HASSELT, BOSSCHA, GUNNING, A. C. OUDEMANS JR., J. A. C. OUDEMANS en BEHRENS hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— Wordt gelezen een brief van Z.E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (21 Juni 1884), waarin der Akademie mededeeling wordt gedaan van het overlijden van Z. K. H. den Prins van Oranje op den 21sten Juni 1884, des namiddags te twee uren.

De Voorzitter vindt hierin aanleiding, eenige woorden van deelnemende hulde te wijden aan de nagedachtenis van den overledene. Op zijn voorstel betuigt de Vergadering hare instemming met het gesprokene, door van hare zetels op te rijzen.

De Algemeene Secretaris bericht, dat de missive van Z.E. den Minister van Binnenlandsche Zaken bereids met een adres van rouwbeklag is beantwoord.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. C. L. VAN DER BURG, Batavia, 3 Mei 1884; 2°. den Secretaris der Royal Society te Londen, 24 April 1884; 3°. den Bibliothecaris der Royal Medical Chirurgical Society te Londen, 5 Juni 1884; 4°. den Secretaris der Académie Hongroise des Sciences te Budapest, 20 Juni 1884; 5°. H. L. FLEISCHER, Leipzig, 3 Juni 1884; 6°. ACKERMANN, Secretaris van het Verein für Naturkunde te Cassel, 1884; 7°. D. CARUTTI, Rome, 9 Juni 1884; 8°. H. G. ZEUTHEN, Secretaris der Kong. Danske Videnskabernes Selskab te Kopenhagen, 31 Mei 1884; 9°. E. REGEL, Directeur du Jardin impérial de botanique te St. Petersburg, 22 Mei 1884; 10°. M. BARCENO, Directeur van het Observaterio Meteorologico Central te Mexico, 29 Mei 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, 's Gravenhage, 3, 20, 21 Juni 1884; 2°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 3 Juni 1884; 3°. J. J. H. FRANTZEN, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche letterkunde te Leiden, Mei 1884; 4°. J. J. F. NOORDZIEK, Bibliothecaris van de Tweede Kamer der Staten Generaal te 's Gravenhage, 18 Juni 1884; 5°. R. HOERNES, Secretaris van het Naturwissenschaftliche Verein für Steiermark te Gratz, 15 Maart 1884; 6°. DRAGENDORFF, Secretaris der Naturforscher Gesellschaft te Dorpat, April 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. een schrijven van den Gemeenteraad van Delft (31 Mei 1884), waarin de Algemeene Voorzitter der Akademie wordt uitgenoodigd, de plechtige herdenking van den 300sten sterfdag van Prins WILLEM I op den 10den Juli a. s. in de Nieuwe Kerk te Delft bij te wonen. De Secretaris deelt mede, dat de Algemeene Voorzitter, de Heer OPZOOMER, de tot hem gerichte uitnoodiging heeft aangenomen; 2°. eene missive van Z.E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (27 Juni 1884), de kennisgeving behelzend, dat de Heer Dr. H. M. DUPARC te Amsterdam het adres, waarin hij ten eigen behoeve eene Rijks-subsidie voor de studie der bacteriën gevraagd had en dat door den Minister bij een schrijven van 9 Juni 1884 aan de Afdeeling was toegezonden om advies, verklaart in te trekken. De Voorzitter deelt mede, dat hij, met het oog op het zomerreces, des Ministers schrijven, met de daarbij behoorende bescheiden, tusschentijds om voorlichting in handen gesteld had van de Heeren ENGELMANN, MAC GILLAVRY en STOKVIS, die zich dan ook bereid hadden verklaard, aan de hun verstrekte opdracht gevolg te geven. Na de laatste kennisgeving van den Minister schijnt het hem wenschelijk, het door den Heer MAC GILLAVRY als rapporteur gereed gemaakte, hoewel door den loop der omstandigheden door de Commissie nog niet gearresteerde, Verslag, nevens het adres van Dr. DUPARC en 's Ministers eerste schrijven, ter visie voor de leden te leggen.

— De Voorzitter leest een adres van dankzegging voor de betoonde belangstelling van de zijde der Akademie in de viering van het 300-jarig bestaan van de Universiteit te Edinburg. Dit adres, gedagteekend van Mei 1884, is onderteekend door de Heeren JOHN INGLIS, STAFFORD NORTHCOTE en GRANT.

— De Heer LORENTZ biedt, namens den Heer VAN BEMMELEN, de volgende mededeeling aan, betreffende een onderzoek, door den Heer C. HENSGEN, assistent aan het Anorganisch Scheikundig Laboratorium der Universiteit te Leiden, in

dat laboratorium verricht, zijnde een vervolg op vroegere mededeelingen over de werking van chloorwaterstof op sulfaten.

De Heer H. heeft thans het sulfaat van bismuth en van antimonium aan de werking van chloorwaterstof onderworpen, en ook de samenstelling dier sulfaten nader onderzocht.

De bereiding der beide normale sulfaten, die met eigenaardige moeilijkheden gepaard gaat, is door SCHULZ-SELLACK op eene wijze beschreven, die onzekerheden overlaat. Het gelukte om ze in zuiveren toestand te verkrijgen, door voorzichtige verhitting met eene overmaat van zwavelzuur. Het normale bismuthsulfaat $Bi_2(SO_4)^3$ neemt onder sterke warmte-ontwikkeling water op, welke verbinding in eene luchtvrije en droge ruimte beantwoordt aan de formule $2[Bi_2(SO_4)^3] . 7H_2O$ *); deze verliest bij 100° slechts 1 mol. H_2O en verkrijgt dus de samenstelling $Bi_2(SO_4)^3 . 3H_2O$ †). Door behandeling met eene groote overmaat zoowel van koud als van kokend water, gaan deze zouten tot $Bi_2O_3 . SO_3 . H_2O$ over §). Voor alle waterbepalingen is het water als zoodanig gewogen, en niet uit het gloeiverlies of uit het aan 100 pCt. ontbrekende berekend.

Het normale geheel watervrije sulfaat **) neemt geheel droog zoutzuurgas onder warmteontwikkeling op (3 à 4 mol. HCl), wordt daarbij vloeibaar, en bij bekoeling weder vast. Nadere proefnemingen moeten leeren, of het mogelijk is eene hoeveelheid van 6 mol. HCl te doen opnemen.

Het normale antimoonsulfaat $Sb_2(SO_4)^3$ neemt bij de gewone temperatuur 3 mol. H_2O op, en is dan in eene droge luchtvrije ruimte, en ook bij 100°, bestendig. Door kokend water in overmaat verliest het al het zwavelzuur.

---

	*) Gevonden.	Berekend	†) Gevonden.	Berekend	§) Gevonden.	Berekend.
Bi_2O_3	60.38	60.49. . .	61.56	61.22. . .	82.46	82.56
SO_3	31.41	31.29. . .	32.20	31.66. . .	14.69	14.24
H_2O	8.75	8.22. . .	7.05	7.12. . .	3.53	3.20

**)	Gevonden.	Berekend.
Bi	59.18	59.12
SO_4	41.14	40.88

Het terugblijvend oxyde houdt nog eene kleine hoeveelheid water terug, 0.7 pCt., dat bij 180° nog niet wordt uitgedreven. Het is zeer moeilijk om door koud water, ondanks langdurig schudden en ondanks gedurige ververseling, al het zwavelzuur aan het sulfaat te onttrekken.

Droog zoutzuurgas wordt door het normale, geheel watervrije, zout *) onder sterke verwarming opgenomen, waarbij de massa vloeibaar en na afkoeling weder vast wordt. De opgenomen hoeveelheid HCl nadert 6 moleculen (ruim 5 werden waargenomen). Eene geringe hoeveelheid sublimaat ontstaat daarbij, hetwelk vrij van zwavelzuur bevonden en als antimoontrichloruur (bij 70° smeltend) herkend werd.

De verbindingen van chloorwaterstof met de normale sulfaten van antimonium en van bismuth bieden veel overeenkomst aan met de door Ditte ontdekte verbinding van chloorwaterstof met kwiksulfaat. De onderlinge vergelijking dier verbindingen zal het onderwerp van een nader onderzoek uitmaken.

De zure en basische bismuthsulfaten, door Heintz en door Leist bereid, en evenzoo die van antimonium door Péligot, beantwoorden niet aan de door deze waarnemers gegeven formulen. Zij bestaan als zoodanig niet, maar zijn, blijkens gedane analysen, mengsels van verschillende zouten.

— De Heer Engelmann deelt een reeks van nieuwe uitkomsten mede betreffende *de bewegingen van kegels en pigment in de retina onder den invloed van het licht*, in gemeenschap met den Heer van Genderen Stort door hem verkregen (zie Proc.-Verb. v. 29 Maart 1884).

Behalve bij kikvorschen en duiven, werden de bewegingen der kegels waargenomen bij visschen (Abramis brama — zeer in 't oog vallend) en reptiliën (Tropidonotus natrix — minder sterk sprekend).

---

*)

	Gevonden.	Berekend.
Sb_2O_3	54.69	54.55
SO_3	45.22	45.45

Bij den kikvorsch bleek van de tweelingkegels degene, die geen sterk lichtbrekend kogeltje in het uiteinde van het binnenlid bevat, niet bewegelijk, althans niet in vergelijking met den anderen tweeling (kogel-kegel). Een derde, kleinere soort van kegels, tot dusverre onbekend, gedroeg zich meer als de laatste. Er schijnen overgangen tusschen beiden voor te komen. Spreker houdt het voor niet onmogelijk, dat het jonge kogelkegels zijn, bestemd de oude, die in het leven te gronde gaan, te vervangen. Omtrent normale degeneratie en regeneratie in het netvlies zullen afzonderlijke onderzoekingen moeten worden ingesteld.

Bij alle kegels is slechts het door Spreker als »protoplasmatisch gedeelte" gekenmerkte bestanddeel van het binnenlid actief bewegelijk. Het »opticus-ellipsoid" behoudt nagenoeg zijn constanten vorm en afmetingen.

Het absoluut en relatief bedrag der photomechanische reacties der kegels hangt, behalve van de diersoort, voornamelijk af van de intensiteit en den duur der verlichting en van de golflengte. Bij het klimmen van de intensiteit en den duur, van nul af, neemt de lengte der binnenleden eerst snel, dan langzamer af. Reeds matig diffuus daglicht kan binnen 10—15 minuten (kikvorsch) eene nagenoeg maximale contractie voortbrengen: den toestand, waarin de kegels tot nu toe bijna zonder uitzondering werden afgebeeld en beschreven.

Proeven, waarin de dieren minuten tot uren lang achter rood of groen glas vertoefden, waarvan het absorptievermogen met behulp van Spreker's mikrospectraalphotometer bepaald was, bewezen dat de werking der meer breekbare stralen op de kegels gemiddeld grooter is dan die der minder breekbare. Toch kunnen ook deze bij langeren duur eene maximale verkorting voortbrengen. Het pigment kon in rood licht, ook bij eene maximale verkorting der kegels, boven en buiten de kegellaag blijven zitten, evenals in volkomen duisternis: een nieuw bewijs van de betrekkelijke onafhankelijkheid van beide verschijnselen van elkander. Het daalde daarentegen achter groen glas betrekkelijk zeer sterk (reeds door Angelucci opgemerkt).

Ook met prismatische kleuren werden proeven genomen, waarover Spreker later uitvoerig hoopt te kunnen handelen. Heden vermeldt hij ze slechts, in zooverre zij beteekenis hebben voor de vraag naar de *plaats* in het netvlies, van waar de prikkel tot contractie der binnenleden uitgaat. Het netvlies van vogels, wier kegel-binnenleden op de grens van het buitenlid, soms ook in het binnenlid, intensief gekleurde olierijke droppels bevatten, scheen eenig uitzicht op de beantwoording dezer vraag te openen. Immers, hier kunnen slechts die golflengten de buitenleden bereiken, die door de gekleurde kogels worden doorgelaten. Indien nu uitsluitend dusdanige lichtstralen photomechanisch prikkelden, mocht men het voor bewezen houden, dat deze prikkeling niet in een der naar binnen van de buitenleden gelegen gedeelten van het netvlies plaats greep. Spreker bepaalde spectrometrisch de lichtabsorptie in de gekleurde bolletjes der duif, waarbij het bleek dat *alle* bolletjes *alle* stralen van het zichtbare spectrum doorlaten. Door de intensief roode kogels, die nog het meest geschikt zijn, wordt op de plaats van het maximum der absorptie (in 't geel-groen) steeds nog 5—15 pCt. licht doorgelaten; van blauw en violet in den regel veel meer. Spreker belooft hierover nadere mededeelingen. Reeds nu echter moet het als hoogst waarschijnlijk gelden, dat het licht de *binnenleden onmiddellijk prikkelt*. Immers, *groen* licht (intensiteit bij λ 630 = 0, bij λ 530 maximaal, bij λ 462 = 3 pCt) gaf eene maximale werking bij alle roode kegels, onder voorwaarden, waaronder *rood* licht bijna geen effect uitoefende, uitgezonderd die gevallen, waar de binnenleden over hunne geheele lengte roode droppels bevatten (rood veld). Hier was de werking van groen licht zeer zwak, die van rood betrekkelijk sterk.

Bij kegels met een ellipsoïde, begint de verkorting — resp. de verlenging — steeds in de onmiddellijke nabijheid van deze, en schrijdt zij bij klimmende prikkeling van daar langzaam naar de basis voort.

Over talrijke andere, de bewegingen der kegels betreffende, punten (afhankelijkheid van electrische, mechanische, thermische, enz. prikkels, van circulatie, enz., verband tot de

galvanische, door Holmgren ontdekte, verschijnselen, van het netvlies, enz.), zal Spreker heden niet uitwijden. Alleen wenscht hij nog de aandacht te vestigen op eene reeks van feiten, die voor het eerst het bestaan bewijzen van een *physiologische associatie der beide netvliezen* en verder van een *verband tusschen den verlichtingsgraad der huid van het lichaam en den toestand van het pigment en de kegels der beide retinae.*

Wanneer men bij een gedurende 12 uren of langer in 't duister gehouden kikvorsch (»donkervorsch") of duif (»donkerduif") slechts in één oog licht laat vallen, dan daalt het pigment en contraheeren zich de binnenleden der kegels ook in het andere, niet door licht getroffen oog, en wel gelijktijdig en in denzelfden (in onze proeven dikwijls maximalen) omvang als in het verlichte oog.

Bij kikvorschen gebeurde dit ook nog na de onthoofding, niet meer na de vernietiging van den inhoud der schedelholte. Het staafjesrood bleef in 't bedekte oog bestaan, ook wanneer het in 't andere volkomen was verbleekt.

De bewegingen van kegels en pigment der retinae van beide oogen zijn dus geassocieërd, evenals die der beide pupillen.

Hieruit, in verband met de tot heden bekende anatomische feiten, volgt, *dat de nerv. opticus niet slechts als lichtpercipieerende, centripetaal geleidende, maar ook als centrifugaal geleidende, motorische zenuw voor kegels en pigment van het netvlies functioneert.*

De zenuwvezelen, door welke de associatie van beide netvliezen tot stand komt, zouden reeds in 't chiasma nn. opticorum zich kunnen overkruisen (fibrae arcuatae orbitales Arnold; vezelen der commissura arcuata anterior van Hannover?). In dit geval zoude de inter-retinale zenuwverbinding uit een zuiver anatomisch oogpunt een *interperipherische* verbinding zijn, op bekende genetische gronden echter tot de *intercentrale* kunnen teruggebracht worden.

Een andere mogelijkheid is, dat de associatorische geleidingsbanen zich door de tractus optici heen naar de hersenen begeven, waar dan, vermoedelijk door tusschenkomst van gangliëncellen, de overkruising zoude plaats hebben. Spreker hoopt dit spoedig te kunnen beslissen.

Zeker is het, dat ook van de hersenen uit, *zonder de minste inwerking van licht, ook op slechts één der beide oogen, pigment en kegels van beide oogen in beweging kunnen gebracht worden*, evenals door directe verlichting van het netvlies.

Werden kop en voorste extremiteiten van een donkervorsch met een geheel ondoorschijnende kap bedekt en alleen de rug en achterste extremiteiten gedurende ongeveer $^1/_2$ uur aan zeer helder dag- of aan zonlicht blootgesteld, onmiddellijk daarna de oogen in 't duister geëxstirpeerd en op de gewone wijze gehard, dan bleken in beide oogen het pigment zeer sterk (tot tusschen de binnenleden der staafjes) gedaald en de binnenleden der kegels verkort te zijn (in één geval maximaal). Het staafjesrood was niet merkbaar aangetast, zooals ook niet te verwachten was.

Door licht op de *huid van den romp en de extremiteiten* te laten vallen, kan men dus in de netvliezen van in absoluut donker gehouden oogen de typische photomechanische reacties opwekken. Evenals bij de werking van het éene netvlies op het andere, hebben wij hier met eene soort van reflex van sensibele (huid-) op sensibele (nn. optici) zenuwen te doen. Zouden dergelijke rapporten meer, misschien algemeen bestaan? Hoe vreemd ook voorloopig deze feiten mogen schijnen — het bestaan bij vele, ook gewervelde, dieren van een vermogen om door middel van de huid, ook na exstirpatie der oogen, lichtstralen van verschillende intensiteit en golflengte te percipiëeren (zie vooral VITUS GRABER), de kleursveranderingen der huid van visschen, amphibiën, enz., onder den invloed van licht, dat op de retina valt (LISTER, POUCHET e. a.), bewijzen althans reeds het bestaan van lichtpercipiëerende vezelen in de huid, en van reflectorische zenuwwerkingen tusschen retina en huid, al is het dan ook in tegenovergestelde, dan de door Spreker gevondene richting.

Spreker belooft van tijd tot tijd verdere mededeelingen te zullen doen omtrent de heden besproken feiten en de uitkomsten der daaruit voortvloeiende nieuwe onderzoekingen.

— De Secretaris leest eene mededeeling van den Heer TREUB (te Buitenzorg): *Over prothalliën van Lycopodium.*

»Bij uitzondering neem ik de vrijheid, de aandacht der Akademie in te roepen voor een onderwerp, omtrent hetwelk mijne onderzoekingen nog slechts gedeeltelijk zijn afgeloopen. Zoo ik mij dit veroorloof, is het in de eerste plaats, dewijl het onderzoek in quaestie, naar het mij voorkomt, van een botanisch standpunt, belangrijk genoemd mag worden; in de tweede plaats, omdat beroepsbezigheden mij beletten het zoo spoedig ten einde te brengen als ik wel wenschte.

Sedert een veertigtal jaren zijn door vele kruidkundigen pogingen in het werk gesteld, de geslachtlijke generatie: het prothallium der Lycopodieeën, te leeren kennen; pogingen, welke met geringen uitslag zijn bekroond. Men zoude dan ook bijna gerechtigd zijn te herhalen, hetgeen DE BARY in 1858 verklaarde, namelijk, dat het weinige succes, hetwelk werd verkregen »laisse une lacune importante et très-regrettable dans l'histoire du développement des Cryptogames Vasculaires" (*Ann. Sc. Nat.* 4ième Série, Botan. T. IX, p. 30).

Bij DE BARY's bekende uitzaaiproeven, met sporen van *Lycopodium inundatum*, werden eivormige lichaampjes verkregen, bestaande uit ten hoogste elf cellen, welke fijne chlorophylkorrels inhielden. De lichaampjes stierven allen af, en DE BARY verkeerde zelf in onzekerheid er over, of zij rudimentaire prothalliën voorstelden, dan wel jonge archegoniën.

Vijftien jaar later (*Bot. Zeitung* 1873), kwam, geheel onverwachts, de Zwitsersche student FANKHAUSER met de mededeeling voor den dag, dat door hem kiemplantjes en prothalliën van *Lycopodium annotinum* gevonden waren; de laatsten beschreef hij als onderaardsch en van chlorophyl verstoken. Uit die mededeeling viel, ten hoogste, af te leiden, dat de Lycopodia inderdaad nog prothalliën kunnen vormen, hetgeen sommigen ten slotte reeds waren gaan betwijfelen, en bovendien, dat hunne antheridiën in het inwendige van het prothallium schijnen te ontstaan.

FANKHAUSER's pogingen om nu ook, door uitzaaiing der sporen, prothalliën van *Lycopodium annotinum* te kweeken, bleven zonder gevolg; na eene enkele celdeeling in de spore, hield hare verdere ontwikkeling geheel op.

Na FANKHAUSER slaagde niemand er meer in, prothalliën van eenige Lycopodiumsoort te vinden of te kweeken; misschien ontstond er zelfs eenig, zooals thans blijkt geheel ongegrond, scepticisme ten opzichte der juistheid zijner waarneming.

De eenige, die nog iets omtrent het prothallium eener Lycopodiumsoort heeft medegedeeld, is de Oostenrijksche botanist BECK. Deze berichtte in 1880 over uitzaaiproeven met sporen van *Lycopodium inundatum* en van *Lycopodium clavatum*. De sporen der laatste soort leefden na tweejarige cultuur nog wel, doch brachten het zelfs niet tot eene enkele celdeeling. Die der eerste soort vormden eironde lichaampjes zooals die, in 1858 door DE BARY verkregen; de grootsten, welke BECK waarnam, telden echter slechts tien cellen.

Vroeger had ik reeds getracht, door uitzaaiing van sporen van tropische Lycopodium's uit de Leidsche plantenkassen, prothalliën te kweeken, doch zonder het minste gevolg.

Sedert mijn verblijf te Buitenzorg, heb ik bij herhaling er naar gestreefd, Lycopodium-prothalliën te vinden; eindelijk is de verlangde uitkomst verkregen.

Thans kan ik verklaren, dat, in den loop van dit jaar, in de Buitenzorger *Annales* eene volledige beschrijving zal verschijnen der prothalliën van ten minste drie verschillende soorten van Lycopodium.

Hier mogen eenige hoofdzaken vermeld worden betreffende de prothalliën van *Lycopodium cernuum*, welke ik in het wild gevonden en later ook gekweekt heb; de gevondene en de gekweekte stadiën sluiten zich aan elkander aan, zoodat ik, in mijne latere uitvoerige behandeling, de geheele ontwikkelingsgeschiedenis, van de kieming der sporen af, zal kunnen beschrijven.

Het prothallium van *Lycopodium cernuum* is uiterst klein; in den regel bestaat het uit een meest vertikaal staand asje, bedekt met een kroontje van kleine, bladachtige, meer of minder gekrulde lobben. Het onderste gedeelte van het asje, wortelharen dragend, steekt *in* den bodem, en is niet zeer chlorophylhoudend; het bovenste gedeelte, met het kroontje van lobben, staat vrij boven de opppervlakte van

den grond en is sterk chlorophylhoudend. De geslachtsorganen der monoecische prothalliën staan ongeveer in een krans onder het kroontje van lobben; slechts bij uitzondering treft men ze op het basale gedeelte der lobben zelven aan.

De antheridiën gelijken op die der Marattiaceeën; de aanduiding, door FANKHAUSER vroeger gegeven, was dus juist. De archegoniën hebben den gewonen vorm, zoomede de gewone ontwikkelingswijze; hunne halzen zijn iets meer vooruitstekend dan bij de Marattiaceeën. Omtrent de jonge kiemplanten van *Lycopodium cernuum* zij hier alleen vermeld, dat zij, behalve andere bijzonderheden, de merkwaardigheid doen zien, geheel van een embryonairen wortel verstoken te zijn.

De prothalliën van *Lycopodium Phlegmaria*, *larum* en vermoedelijk ook *nummularifolium*, gelijken in geen enkel opzicht op die van *Lycopodium cernuum*. Zij doen zich voor als dunne, witte, in het substraat kruipende strengen, welke in vorm en leefwijze aan schimmel-myceliën doen denken. Aan de toppen voortgroeiend en zich vertakkend, sterven zij aan de achtereinden af, op de wijze van rhizomen. Deze groeiwijze is tegelijk eene wijze van vermenigvuldiging. Bovendien worden aan eigenaardige haren eene soort van broedknoppen voortgebracht, welke zonder eenigen twijfel als vermeerderingsorganen dienst doen.

De geslachtsorganen, ten minste de archegoniën, worden bij voorkeur gevormd aan korte, knopvormige, zijtakken der myceliumachtige prothalliën.

De met groote inspanning verzamelde bouwstoffen voor verder onderzoek, thans in mijn bezit, zijn voldoende om eene volkomene studie dezer belangwekkende prothalliën mogelijk te maken.

— De Heer LORENTZ biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan eene verhandeling van den Heer V. A. JULIUS, getiteld: »Bijdrage tot de theorie der capillaire verschijnsels". Tot rapporteurs over dien arbeid benoemt de Voorzitter de Heeren LORENTZ en KORTEWEG.

— De Heer Mulder biedt een vervolg aan zijner vroegere onderzoekingen, getiteld: »Bijdrage tot de kennis van normaal cyaanzuur en afgeleiden."

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

BIJDRAGE

TOT DE

KENNIS VAN NORMAAL CYAANZUUR EN AFGELEIDEN,

DOOR

E. MULDER.

Vervolg *).

Een verzeepen bij *gewone* temperatuur zou wellicht kunnen leiden tot meer kennis van ruw product en aethylcyanaat. Daar n. cyanuurzuur aethyl een aanmerkelijk deel vormt van ruw product, zoo werden daarmede de noodige proeven genomen.

Verzeepingsproducten van n. cyanuurzuur aethyl met soda bij gewone temperatuur †). De verhouding was aanvankelijk die, gegeven door 6 Na OH en $N_3 C_3 . 3 OC_2 H_5$ (0,305 gr. cyanuraat met sodaloog van 0,2 gr. natrium en 3 C.C. water). De betreffende stoffen werden gedaan in een glazen buis, deze toegesmolten en nu en dan geschud. Na eenigen tijd ontstond een geleiachtige massa, bestaande uit fijne naaldjes; het geheel was oplosbaar in 3 C.C. water, welke oplossing geen neêrslag gaf met 160 C.C. alkohol. Het vroeger meergemelde lichaam met eigenaardigen reuk wordt hierbij niet gevormd. Bij neutralisatie met zoutzuur zet zich een

*) *Versl. en Meded.* Afd. Natuurk. 2de Reeks, Deel XX, pag. 1 (verkort B. V).

†) B. V. 382.

krystallijne stof af, oplosbaar in sodaloog, welke oplossing door alkohol niet wordt neêrgeslagen. Wordt als verhouding genomen die van 3 Na OH op $N_3 C_3 . 3 OC_2 H_5$ (0,292 gr. n. cyanuurzuur aethyl met sodaloog van 0,095 gr. natrium en 6 C.C. water), dan is de uitkomst genoegzaam dezelfde.

Een hoeveelheid van 1 gr. n. cyanuurzuur aethyl, verzeept met sodaloog in laatstgenoemde verhouding en daarna geneutraliseerd met zoutzuur, gaf een afzetsel (na drogen onder een exsiccator) van 0,837 gr.. Bij analyse gaf 0,3228 gr. dezer stof (niet nader gezuiverd) aan kooldioxyde 0,5434 gr. en water 0,1858 gr., op 100 gew.-d. overeenkomende met:

koolstof	45,9
waterstof	6,3.

Bij gloeien liet 0,4819 gr. terug aan onverbrandbare deelen 0,0064 gr., blijkbaar afkomstig van verontreinigingen. Tot nader onderzoek werd dit lichaam gemaakt door ruw product te verzeepen met soda bij gewone temperatuur (ruw product verondersteld te bestaan uit 40 gew.-d. alcohol en 60 gew.-d. aan $_\ast$ N C . O $C_2 H_5$; overigens als bij de proef met n. cyanuurzuur aethyl).

Een hoeveelheid van 0,3206 gr. stof gaf 0,5314 gr. kooldioxyde en 0,1829 gr. water; van een andere bereiding gaf 0,3192 gr. aan stikstof 63,8 C.C. bij 762,99 mm. (gecorr.) en 19,3°. Op 100 gew.-d. komt dit overeen met:

		$C_3 N_3 H (C_2 H_5)_2 O_3$ vordert:
koolstof . . .	45,2	45,3
waterstof . . .	6,3	5,9
stikstof. . . .	23,0	22,7.

Het lichaam bezit een zure reactie. Het is weinig oplosbaar in alcohol, en zeer weinig in aether. Het smeltpunt is niet nauwkeurig te bepalen. Reeds bij ongeveer 147° vangt het aan met wat veranderd te worden, om meer bepaald aan te vangen met te smelten bij 152° en bij ongeveer 155° geheel te zijn gesmolten; bij 157° wordt de

vloeistof troebel, verhit tot 161° neemt dit eenigermate toe, om niet merkbaar te veranderen tot 191°; hierbij ontstaat een kleine hoeveelheid van een sublimaat.

De vraag is of het diaethylcyanuurzuur van HABICH en LIMPRICHT *) hiermede identisch is. Dit zuur schijnt nog al veel te worden beschouwd †) hetzelfde te zijn als het diaethylcyanuurzuur van WURTZ §), maar deze identiteit is niet bewezen; WURTZ toch geeft van zijn lichaam behalve de formule slechts zeer weinig van den krystalvorm en niets meer. PONOMAREFF **) maakt melding van een diaethylcyanuurzuur, verkregen door n. cyanuurzuur aethyl te verhitten met een waterige oplossing van baryt, dat isomeer zou zijn met dat van HABICH en LIMPRICHT, en te beschouwen als diaethyl*iso*cyanuurzuur dus als; $3\,CO\,.\,2\,NC_2\,H_5\,.\,NH$. Van dezen laatsten arbeid is mij tot dusverre alleen bekend een kort uittreksel. Als smeltpunt geven HABICH en LIMPRICHT voor hun diaethylcyanuurzuur 173°; deze scheikundigen deden slechts een koolstof- en een waterstof bepaling, terwijl het niet duidelijk schijnt, op welke wijze zij hun diaethylcyanuurzuur hebben gezuiverd van tevens gevormd isocyanuurzuur. Naar HABICH en LIMPRICHT geeft hun diaethylcyanuurzuur de reactie (van isocyanuurzuur) met een cuprizout en ammoniak, niet het geval met ons diaethylcyanuurzuur, waarvan daarenboven het smeltpunt zeer afwijkt. Ons diaethylcyanuurzuur, betrekkelijk weinig oplosbaar in water, *addeert geen broom*. Hieruit zou men als waarschijnlijk kunnen afleiden, dat er geen dubbelbinding van koolstofatomen in voorkomt; het additievermogen zou evenwel een weinig verzwakt kunnen wezen (terwijl reeds van n. cyanuurzuur aethyl dit vermogen zwak is) en zich bij gewone temperatuur niet meer vertoonen. Verzeeping scheen ook hier aangewezen. Er werd verzeept met sodaloog en wel 0,3 gr. diaethylcya-

---

*) *Ann. Chem. Pharm.* 109, 112.

†) Zie bijv. *Handb. der Org. Chem.* VON BEILSTEIN (1881) S. 694.

§) *Ann. de Ch. et de Phys.* [3] 2, 120.

**) *Bull. Soc. Chem.* T. 41, 315.

nuurzuur met loog van 0,2 g. natrium en 6 C.C. water bij 80° gedurende 17 uur (in een platinabuis, zie vroeger). De uitkomst was een weinig gekleurde vloeistof, na filtratie genoegzaam kleurloos, met alkohol een geelachtig neêrslag gevende en bij neutralisatie een lichaam afzettende (ongeveer 0,1 gr.) in eigenschappen overeenkomende met isocyanuurzuur. Gaat men uit van n. cyanuurzuur aethyl (in den grond op hetzelfde neêrkomende) en verhit dit als boven met sodaloog korten tijd, dan zet zich bij neutralisatie *niet* af isocyanuurzuur, *tenzij vele uren wordt verwarmd;* overigens was de vloeistof als bij de vorige proef eenigermate gekleurd. Een glazen staaf met zoutzuur deed een nevel ontstaan; een lichaam met *doordringenden reuk* werd ook onder deze omstandigheden *niet* gevormd. Zeer in 't voorbijgaan worde medegedeeld, dat na verzeepen van n. cyanuurzuur aethyl met sodaloog, bij gewone temperatuur, na toevoegen van eenig zilvernitraat, het ontstane zilveroxyde bij schudden geeft een kleurloos geleiachtige verbinding.

Uit het medegedeelde volgt als waarschijnlijk, dat het diaethylcyanuurzuur, ontstaan door verzeepen met sodaloog bij gewone temperatuur, van n. cyanuurzuur aethyl is: $N_3C_3 . 2\,OC_2H_5 . OH$ of $N_2C_2 . 2\,OC_2H_5 . CO . NH$, maar dit zal later nader worden nagegaan.

VERZEEPEN VAN RUW PRODUCT MET SODALOOG. Ruw product werd geschud met sodaloog in een toegesmolten buis in de verhouding van 1 gr. ruw product en sodaloog van 0,4 gr. natrium in 12 C.C. water. Ter geheele verzeeping werd veel meer tijd vereischt dan het geval is met n. cyanuurzuur onder overigens gelijke omstandigheden. Na verzeepen gaf een kleine hoeveelheid, gedaan in een reageerbuis, met een met zoutzuur bevochtigde glazen staaf een nevel. Zelfs na lang staan en schudden bleef de vloeistof een weinig troebel door niet verzeept product. Met zilvernitraat werd het zilveroxyde bij schudden spoedig tot een kleurlooze verbinding omgezet.

In gemelde verhouding (veelal werden genomen 6. C.C. water) werd getracht de verhouding te naderen van 3 Na

OH op $N_3C_3 . 3 OC_2H_5$, aethylcyanaat gedacht als cyanuraat, alkoholgehalte afgetrokken.

Verbindingen gevormd bij verzeepen. Deze zijn:

Natriumcarbonaat. Na verzeepen op de wijze zoo even medegedeeld, waartoe eenige dagen worden gevorderd, en toevoegen van ongeveer 7 C.C. abs. alkohol (na aanvankelijk te hebben gefiltreerd), werd natriumcarbonaat afgezet. Van 2 gr. ruw product bedroeg dit 0,582 gr.. Bij een andere proef werd slechts ten deele verzeept (zie later) en van 8 gr. ruw product eener zelfde bereiding erlangd 0,883 gr., dus betrekkelijk veel minder.

Dit natriumcarbonaat zou afkomstig kunnen zijn van n. aethylcyanaat $NC . OC_2H_5$, maar nog is niet voldoende aangetoond, dat in ruw product niet bevat zijn aethylurethaan $NH_2 . CO . OC_2H_5$ en aethylcarbonaat: $CO . 2 OC_2H_5$. Ten einde dit eenigermate na te gaan werden met broomcyaan, alkohol en aether alle bewerkingen gedaan als bij de bereiding van ruw product, alleen werd geen natrium bijgevoegd. De uitkomst der proef was, dat uiterst weinig van eenig gekleurd product terug bleef (zie later).

Diaethylcyanuurzuur. Bij verzeepen van ruw product met sodaloog bij gewone temperatuur en neutralisatie met zoutzuur (of azijnzuur enz.), wordt afgezet een diaethylcyanuurzuur, te beschouwen als: $N_2C_2 \; 2 OC_2H_5.CO.NH$ of $N_3C_3.2 OC_2H_5.OH$. Bij *gedeeltelijk* verzeepen, naar de methode vroeger medegedeeld, werd van 24 gr. ruw product afgezet 2,19 gr.. Bij genoegzaam verzeepen gaf in een andere proef 12 gr. ruw product aan afzetsel 1,5 gr., dus betrekkelijk wat meer. Nog werden 24 gr. ruw product eerst geplaatst onder een exsiccator en na verdampen van den alcohol op dezelfde wijze behandeld; afgezet werden 2,32 gr. diaethylcyanuurzuur (deze bepaling zou het weder minder waarschijnlijk maken, dat bij het uittreden van den alcohol uit ruw product polymerisatie intreedt van n. aethylcyanaat). Vroeger werd medegedeeld, dat 1 gr. n. cyanuurzuur aethyl bij verzeepen onder genoegzaam dezelfde omstandigheden gaf 0,837 gr. aan diaethylcyanuurzuur. Hieruit volgt tevens, dat de oplosbaarheid in water betrekkelijk gering is, zooals dan

ook bleek bij gedeeltelijk indampen der moederloog uitgaande van ruw product.

VLOEIBAAR PRODUCT BIJ GEDEELTELIJK VERZEEPEN. Bij verzeepen van ruw product met sodaloog naar de wijze vroeger medegedeeld, wordt dit eerst omgezet in een zwaardere vloeistof, zich op den bodem verzamelende bij staan, en later een ligtere vloeistof afgezet op de oppervlakte. De glazen buis was dun uitgetrokken voor een deel, ten einde dit laatste product beter te kunnen verzamelen. Het bleek toch nog in water onder te zinken. Van 2 gr. ruw product werd erlangd 0,66 gr., bij staan onder een exsiccator herleid tot 0,22 gr.. Het terugblijvende, dat vast was, verhield zich als n. cyanuurzuur aethyl. Bij een tweede proef werd van 24 gr. ruw product verkregen 2,2 gr. der ligtere vloeistof (en werd als bij de vorige proef verzeept tot deze zich had gevormd). Het product heeft niet den aetherischen reuk van ruw product (of dit na staan). Een kleine hoeveelheid, gedaan in een reageerbuis, gaf een nevel (ook na herhaald wasschen met water).

Na een paar dagen te hebben gestaan in een buisje onder een exsiccator, werd geanalyseerd.

Een hoeveelheid van 0,4505 gr. gaf 0,8125 kooldioxyde en 0,3278 gr. water;

van 0,4288 gr. werden erlangd aan stikstof 38 C.C. bij $14{,}5^0$ en $767{,}3^{mm.}$ bar. (gecorr.). Op 100 gew.-d. overeenkomende met:

koolstof	49,2
waterstof	8,0
stikstof.	10,5

Deze uitkomst doet denken aan aanwezigheid van aethylcarbonaat: $CO . 2\, OC_2\, H_5$; in ieder geval scheen het zeer wenschelijk dit na te gaan. Daartoe diene het volgende.

Bij het maken van ruw product werd een betrekkelijk geringe overmaat genomen van broomcyaan. Dit lichaam toch zou tot vele nevenreacties aanleiding kunnen geven, als tot het doen ontstaan van $CO . 2\, OC_2\, H_5$, $NH_2 . CO$.

OC_2H_5, C_2H_5Br, $NH_3 . HBr$ enz.. Om dit na te gaan werden 19 gr. broomcyaan opgelost in aether, hierbij alkohol gedaan en in 't geheel te werk gegaan als bij het maken van ruw product, maar werd geen natrium genomen. Na verdampen van aether en alkohol bleef slechts 0,3 gr. terug van een donker gekleurde vloeistof. De storende invloed van broomcyaan bij het maken van ruw product schijnt dus zoo goed als niet te bestaan.

Terugkeerende tot het uitgangspunt, de laatste verzeepingsproef werd herhaald met ruw product *na staan*. Thans bleef bij gedeeltelijk verzeepen als vroeger betrekkelijk veel minder terug van de ligtere vloeistof, en wel zoo weinig, dat aan een nader onderzoek wel niet viel te denken. Dit onderzoek zou dan ook weinig licht doen opgaan, in zooverre als alkohol een goed deel dezer vloeistof schijnt uit te maken, en nevenprodukten slechts een zeer ondergeschikt deel er van zullen vormen.

Aminen. N. cyanuurzuur aethyl geeft bij verzeepen met sodaloog onder meer gemelde omstandigheden, geen ammoniak noch amine. Daarentegen geeft ruw product of dit na ontstaan en uitkrystallisatie van amido-verbinding ammoniak of amine, terwijl de tamelijk doordringende reuk eenigermate doet denken aan een carbylamine; bij neutralisatie bijv. met zoutzuur schijnt deze niet te verminderen, Bij inwerking van broomcyaan op een alkoholische oplossing van potassa vertoont zich deze eigenaardige reuk eveneens, en tevens bij ontleding van $NH_2 . CS . O C_2H_5$ in water met mercurioxyde.

Wordt ruw product verzeept onder verwarming bij 80^0 in een toegesmolten buis, dan wordt de massa ten deele vast, en vertoont zich bij openen de meergemelde kenmerkende reuk.

Het vervolg zal later worden medegedeeld.

Verzeepen bij gewone temperatuur met potassa in alkohol. Een hoeveelheid van 6 gr. ruw product en 3 gr. kaliumhydroxyde in 36 C.C. alkohol (gewone absol.) gaf bij gewone temperatuur in een toegesmolten buis langzamerhand een afzetsel, bedragende ongeveer 0,3 gr., dus afkomstig

van 3,6 gr. ruw product na aftrek van alkoholgehalte. Met ammoniumsulfaat scheen het geen ureum te vormen (een vergelijkende proef werd gedaan met kaliumcyanaat onder genoegzaam dezelfde omstandigheden). N. cyanuurzuur aethyl geeft onder deze omstandigheden zeer weinig van eenig neêrslag. Nog zou kunnen toegevoegd worden, dat de moederloog van het afzetsel bij koken met staanden afkoeler slechts zeer weinig afzet (naar ARTH *) kan $NH_2 . CO_2 . OC_2 H_5$ met potassa in alkohol geven OCNK). Gemeld afzetsel geeft eerst na toevoeging van zoutzuur de reactie op ammoniak met de vloeistof van NESSLER onder vrijkomen van kooldioxyde, zooals kaliumcyanaat. De waterige oplossing geeft een overvloedig neêrslag met baryumnitraat (niet het geval met kaliumcyanaat). Ook dit onderzoek zal worden voortgezet.

N. cyanuurzuur aethyl en chloorwaterstof. Reeds vroeger †) werd medegedeeld, dat dit cyanuraat chloorwatestof opneemt, terwijl 0,349 gr. bij een proef in gewicht vermeerderde tot 0,445 gr. Ten einde het cyannaat beter te kunnen verzadigen met dit gas, werd het opgelost in aether (zuiver). Bij doorleiden zetten zich weldra kristallen af (van additieproduct). Na staan onder een exsiccator bleek, dat 1,043 gr. cyanuraat was vermeerderd tot 1,335 gr.. In het eerste geval zou dan 21,5 p. c. aan chloorwaterstof zijn opgenomen en in het andere 21,8 p. c., zoodat het nemen van aether niet veel had gebaat. Daarom werd n. cyanuurzuur aethyl aanvankelijk gesmolten en alzoo gehouden, en eerst toen chloorwaterstof doorgeleid; 0,914 gr. cyanuraat was vermeerderd tot 1,097 gr.. Het bleek evenwel, dat bij gewone temperatuur het additieproduct langzaam wordt ontleed, en daar het geheel minder bedraagt in gewicht dan de oorspronkelijke stof, trad blijkbaar $C_2 H_5 Cl$ uit. Zoo werd de 1,043 gr. cyanuraat na eerst te zijn vermeerderd tot 1,335 bij staan gedurende vele dagen 0,867 gr., en de 0,914 gr.

---

*) *Bull. Soc. Chim.* T. 41, 334 (1884).

†) Zie B. V, 400.

cyanuraat (zie boven) eerst 1,097 gr. en bij staan (onder een exsiccator) 0,807 gr..

Een hoeveelheid van 0,494 gr. cyanuraat werd opgelost in rookend zoutzuur en de oplossing geplaatst onder een exsiccator eerst met kalk, daarna met zwavelzuur, waarna het woog 0,305 gr.. Alzoo waren 100 gew.-d. der oorspronkelijke hoeveelheid stof herleid tot 61,7 gew.-d., de omzetting van $N_3 C_3 . 3 OC_2 H_5$ in $3 CO . 3 NH$ eischt 60 gew.-d., het product vertoont dan ook de reacties van isocyanuurzuur. Ruw product, op dezelfde wijze behandeld, liet betrekkelijk meer terug, en wel werden 2 gr. herleid tot 0,862 gr., of alkoholgehalte afgetrokken lieten 1,2 gr. terug 0,862 gr.. Ook dit zal worden vervolgd.

N. cyanuurzuur aethyl in waterige oplossing, met een waterige oplossing van chloorwaterstof in de verhouding van HCl, 2 HCl, 3 HCl (en 6 HCl) op $N_3 C_3 . 3 OC_2 H_5$, werd ontleed en gevormd isocyanuurzuur (in oplossing bleek, met 2 HCl meer bepaald nagegaan, nog te zijn van het oorspronkelijke cyanuraat). Soms zetten zich bij staan der oplossing onder een exsiccator betrekkelijk groote krystallen af. Opgelost in sodaloog ontstaat met alkohol een geleiachtig neêrslag, met cupri-sulphaat en ammoniak tevens de reactie gevende als isocyanuurzuur, en als dit effloresceerende onder een exsiccator.

Een weinig ruw product in een reageerbuis deed, met een glazen staaf bevochtigd met zoutzuur, een nevel ontstaan, niet het geval met het product eener bereiding van ruw product *na staan* (en uit krystallisatie van amido-verbinding).

Product na staan nader. Verhit bij 35°—40° verhield zich ruw product na staan (en uit krystallisatie van amidoverbinding) niet als vroeger *) het geval was met het lichaam van Cloëz (welke proef trouwens slechts eenmaal was gedaan). Soms vormt zich bij staan van ruw product onder een exsiccator een aanslag (vervluchtigt aan de lucht), in den regel echter niet het geval.

---

*) Bv.

Verbindingen met sublimaat ontleed. Als vervolg op de proeven vroeger *) medegedeeld strekke, dat na ontleding der betreffende verbindingen met natriumcarbonaat, en wegen van het terugblijvende van het filtraat onder een exsiccator verkregen werd van:

a. 0,5851 gr. (afkomstig van n. cyanuurzuur aethyl).
b. 0,4172 »
c. 0,434 »
d. 0,3938 »
e. 0,494 »
(*b*–*e*) heeft betrekking op ruw product, ruw product na staan en lichaam van CLOËZ.

Na behandeling van dit met abs. alkohol (ieder met 20 C.C.), filtratie en verdampen onder een exsiccator bleef terug van:

a. 0,2668 gr.
b. 0,19 »
c. 0,1955 »
d. 0,1701 »
e. 0,2292 »

De producten vertoonden de reacties van n. cyanuurzuur aethyl.

N. monamidecyanuurzuur aethyl †). Een zeer verdunde waterige oplossing van ammoniak met n. cyanuurzuur aethyl in een gesloten buis ($3\, NH_3$ op $N_3 C_3 . 3\, OC_2 H_5$) werd bij gewone temperatuur omgezet tot genoemde verbinding; lettende op den krystalvorm schijnt aanvankelijk nog een andere verbinding te ontstaan. Alhoewel de formule $N_3 C_3 . 2\, OC_2 H_2 . NH_2$ wel de meeste waarschijnlijkheid bezit, is toch die van: $N_2 C_2 . 2\, OC_2 H_5, NH . CNH$ voor het oogenblik niet buitengesloten.

De voorgaande onderzoekingen leiden tot deze uitkomsten:

1. N. cyanuurzuur aethyl geeft verzeept *bij gewone temperatuur* met sodaloog een diaethylcyannurzuur, dat niet

*) B. V, 388.
†) B. V, 398.

onwaarschijnlijk tot formule heeft: $N_3 C_3 . 2 OC_2 H_5 . OH$ of $N_2 C_2 . 2 OC_2 H_5 . CO . NH$; hetzelfde geldt van ruw product.

2. Bij verzeepen van ruw product bij gewone temperatuur met sodaloog ontstaat daarenboven natriumcarbonaat.

3. Wordt ruw product, bij gewone temperatuur verzeept, met potassa opgelost in absoluten alkohol, dan schijnt geen kaliumisocyanaat gevormd te worden, tenzij in uiterst geringe hoeveelheid.

4. Sterk en verdund zoutzuur verzeepen bij gewone temperatuur n. cyanuurzuur aethyl tot isocyanuurzuur.

5. N. cyanuurzuur aethyl addeert chloorwaterstof tot een weinig bestendige verbinding, die reeds bij gewone temperatnur langzaam wordt ontleed.

Onderzoekingen met betrekking tot normaal cyaanzure en cyanuurzure esters en afgeleiden zullen worden voortgezet.

Utrecht, 28 Juni 1884.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 27 September 1884.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, BEHRENS, KORTEWEG, MAC GILLAVRY, LORENTZ, HUBRECHT, HOEK, MICHAËLIS, BAEHR, MULDER, BEYERINCK, HOFFMANN, KOSTER, HEYNSIUS, BOSSCHA, BIERENS DE HAAN, SCHOLS, VAN DIESEN, J. A. C. OUDEMANS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, SURINGAR, STOKVIS, DE VRIES, DONDERS, RIJKE, RAUWENHOFF, DIBBITS, A. C. OUDEMANS JR., PLACE, VON BAUMHAUER, ZEEMAN en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Afwezig met kennisgeving de Heer GUNNING.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 19 Juli, 27 Augustus 1884; 2°. A. J. ENSCHEDE, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 30 Juli 1884; 3°. E. H. VON BAUMHAUER, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der wetenschappen te Haarlem, 30 Juli 1884; 4°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator der Bibliotheek van TEYLER's Stichting te Haarlem, 9 Augustus 1884; 5°.

H. G. van de Sande Bakhuyzen, Directeur van de Sterrewacht te Leiden, Augustus 1884; 6°. J. Tideman, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 29 Juli 1884; 7°. Th. van Doesburgh, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam, 4 September 1884; 8°. van Naamen van Eemnes, Secretaris der Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale welvaat te Zwolle, 11 Augustus 1884; 9°. den Beer Poortugael, Gouverneur der Koninklijke Militaire Akademie te Breda, 5 September 1884; 10°. J. E. Albrecht, Bibliothecaris van het Bataviaasch Genootschap der kunsten en wetenschappen te Batavia, 3 Mei 1884; 11°. Treub, Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, 25 Juni 1884; 12°. D. Stur, Directeur der k. k. Geologische Reichsanstalt te Weenen, 23 Juli 1884; 13°. Auwer, Bibliothecaris der k. bayr. Akademie der Wissenschaften te Munchen, 14 Mei 1884; 14°. F. E. Koch, Secretaris van het Verein der Freunde der Naturwissenschaften in Mecklenburg te Gustrow, Juli 1884; 15°. den Directeur der Grossherzogliche Sternwarte te Karlsruhe, 1 Augustus 1884; 16°. D. Stricker, Bibliothecaris der Dr. Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft te Frankfort a/M., 15 Augustus 1884; 17°. H. Kapp, Bibliothecaris der kais. Universitäts-Bibliothek te Dorpat, 14 Augustus 1884; 18° J. C. Wilsen, Bibliothecaris van het U. S. Naval Observatory te Washington, 4 Augustus 1884; 19°. J. C. Pilling, Chef der U. S. Geological Survey te Washington, 6 Augustus 1884; 20°. J. P. Lesley, Bibliothecaris der American Philosophical Society te Philadelphia, 1884; 21°. E. C. Pickering, Directeur van Harward College Observatory te Cambridge U. S., 19 Juli 1884; 22°. W. Macleay, Secretaris der Linnean Society of N. S. W. te Sydney, 23 Juli 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden; 1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 21 Juli, 14, 25 Augustus, 6 September 1884; 2°. den Commissaris des Konings in de provincie

Friesland te Leeuwarden, 3 Juli 1884; 3°. J. F. W. CONRAD, 's Gravenhage, 4 Augustus 1884; 4°. H. D. H. BOSBOOM en J. J. A MULLER, Utrecht, 17 Juli 1884; 5°. BUYS BALLOT, Directeur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut te Utrecht, 8 September 1884; 6°.. R. D. M. VERBEEK, Buitenzorg, 7 Augustus 1884; 7°.J. A. GOALBY, Undersecretary of State for India te Londen, 10 Juli 1884; 8°. E. E. BOND, Bibliothecaris van het British Museum te Londen, 24 Juli 1884; 9°. W. H. M. CHRISTIE, Directeur van het Royal Observatory te Greenwich, 1884; den Directeur van het Institut Royal Géologique de Hongrie te Budapest, 22 Maart 1884; 11°. A. AUWERS, Secretaris der kön. preuss. Akademie der Wissenschaften te Berlijn, Mei 1884; 12°. FISCHER, Bibliothecaris der kön. Oeffentliche Bibliothek te Stuttgart, 7 Juli 1884; 13°. G. BIZIO, Secretaris van het R. Instituto Veneto di scienze, lettere ed arti te Venetië, 16 Juli 1884; 14°. E. C. PICKERING, Directeur van Harvard College Observatory te Cambridge, U. S., 19 Juli 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. het bericht van het overlijden van wijlen het rustend lid der Akademie, den Heer J. W. L. VAN OORDT. De Voorzitter brengt hulde aan de nagedachtenis van den overledene en geeft kennis dat de Afdeeling schriftelijk van hare deelneming in het verlies aan de familie heeft doen blijken; 2°. een schrijven van het correspondeerend lid der Akademie, den Heer VERBEEK, ter begeleiding van het 1ste stuk van zijn werk over Krakatau, uitgegeven op last van het Ministerie van Koloniën; 3°. een brief van den Heer SLUITER, waarin hij dank zegt voor zijne benoeming tot correspondeerend lid.

— De Heeren LORENTZ en KORTEWEG oordeelen gunstig over den arbeid van den Heer V. A. JULIUS, getiteld: »Bijdrage tot de theorie der capillaire verschijnselen" en stellen voor, dien in de werken der Akademie op te nemen. Zij wenschen echter den schrijver de gelegenheid gegeven te zien

om enkele — nader door hen aangegeven — paragrafen te bekorten, wat, zonder aan de duidelijkheid te schaden, geschieden kan. In dien zin wordt door de Afdeeling besloten.

— De Heer SCHOLS spreekt over *Conforme kaartprojectiën.* In zijne *Studiën over kaartprojectiën* (Nieuw Archief voor Wiskunde, Deel VIII) heeft hij nagegaan aan welke voorwaarden voldaan moet worden om de afwijkingen in de kaartprojectie zoo gering mogelijk te maken. Behalve dat de kaartprojectie een centraal punt moet bezitten, dat men met een willekeurig punt van het terrein moet kunnen doen samenvallen, moet men bij eene symetrische projectie over het derde differentiaal-quotiënt van de abscis x ten opzichte van de lengte λ naar willekeur kunnen beschikken, om hierdoor de projectie zoo goed mogelijk aan den vorm van het terrein te kunnen aansluiten.

Onder de algemeene projectiën, die in de handboeken over kaartprojectiën, zooals b. v. LITTROW, *Chorographie*, GERMAIN, *Traité des Projections des Cartes Géographiques*, GRETSCHEL, *Lehrbuch der Karten-Projektion*, behandeld worden, treft men slechts eene aan, de zoogenaamde cirkelprojectie van LAGRANGE, die aan deze voorwaarden voldoet. De overige projectiën, die men behandeld vindt, zijn voor het grootste gedeelte slechts bijzondere gevallen daarvan. In zijne *Studiën over kaartprojectiën* heeft spreker daaraan een tweetal projectiën toegevoegd; bij de eene worden de meridianen en parallellen voorgesteld door homofocale ellipsen en hyperbolen, terwijl de tweede steunt op de eenvoudige formules $X = p_1 \lambda + p_3 \lambda^3$, $Y = q_0 + q_2 \lambda^2$; hij verkreeg daardoor voor ieder terrein van willekeurigen vorm drie verschillende projectiën, die ieder, wat de waarde van de vergrooting betreft, dezelfde voordeelen opleveren.

Thans heeft hij zich de vraag gesteld, welke van die projectiën in een bepaald geval de voorkeur verdient. Daartoe was het noodig de verdere eigenschappen der projectiën na te gaan, en wel in hoeverre of deze projectiën geschikt geacht konden worden om de op het terrein verrichte driehoeksmetingen in de kaartprojectie te kunnen berekenen.

Hiertoe is het noodig dat de vergrooting voor een bepaald punt en de correctiën, die aan de lengte van een lijn of de grootte van een hoek bij den overgang van het aardoppervlak in de projectie moeten worden aangebracht, zich door eenvoudige formules laten berekenen. Daar de laatstgenoemde correctiën afgeleid kunnen worden uit de formule voor de logarithme van de vergrooting, en de vergrooting natuurlijk door middel van logarithmen berekend wordt, zoo was het in de eerste plaats noodig de formule voor die logarithme te ontwikkelen.

Voor het geval van de bolvormige aarde vindt men voor die logarithme tot op grootheden van de 5de orde na:

$$Nep\ log\ m = \frac{1+P}{4NR}X^2 + \frac{1-P}{4NR}Y^2 - \frac{1}{2}KX^2Y + \frac{1}{6}KY^3 +$$
$$+\frac{1}{24}\left(L - \frac{3+4P}{4N^2R^2}\right)X^4 - \frac{1}{4}\left(L + \frac{1}{4N^2R^2}\right)X^2Y^2 + \frac{1}{24}\left(L - \frac{3-4P}{4N^2R^2}\right)Y^4$$

waarin P, K en L afhangen respectievelijk van:

$$\left(\frac{d^3X}{d\lambda^3}\right)_0 \quad \left(\frac{d^4Y}{d\lambda^4}\right)_0 \quad \text{en} \quad \left(\frac{d^5X}{d\lambda^5}\right)_0$$

[Voor den bol zijn N en R beiden gelijk aan den straal. De waarden van N en R zijn in de formule behouden om straks den overgang tot de spheroïde gemakkelijker te maken].

De coëfficient P, voorkomende in de twee termen van de tweede orde, wordt bepaald in verband met den vorm van het terrein, op de wijze als in spreker's meer genoemde *Studiën over kaartprojectiën* is aangewezen; zoodat deze grootheid bij een bepaald terrein als gegeven moet beschouwd worden. De termen van de tweede orde zijn dus bij al de hier onderling te vergelijken projectiën dezelfde; niet alzoo wat betreft de termen van de derde en vierde orde. De beide termen van de derde orde, die bij een terrein van de grootte als Nederland niet verwaarloosd kunnen worden, kunnen gelijktijdig wegvallen, wanneer de coëfficient K gelijk

nul wordt, waardoor alsdan bovenstaande formule en al de daaruit afgeleide formules aanmerkelijk eenvoudiger worden. De termen van de vierde orde kunnen nooit geheel wegvallen, ook al kan men naar willekeur over de grootheid L beschikken. Men zal daardoor alleen kunnen verkrijgen, óf dat de invloed van die termen zoo gering mogelijk is, óf dat hun invloed zich zoo gemakkelijk mogelijk laat berekenen.

Die projectie zal dus in het algemeen de voorkeur verdienen, waarbij K gelijk is aan nul (of eene zeer geringe waarde verkrijgt), terwijl men, wat de grootheid L betreft, in ieder bijzonder geval dient te onderzoeken welke waarde van die grootheid de meeste voordeelen oplevert. In het algemeen zij hier echter opgemerkt, dat indien L gelijk is aan nul of eene kleine waarde verkrijgt bij een terrein van de grootte als Nederland, de termen van de vierde orde een zoo geringe waarde verkrijgen, dat zij verwaarloosd kunnen worden.

Wat nu de grootheid K betreft, daarvoor vindt men bij de cirkelprojectie van LAGRANGE de waarde:

$$K = - P \frac{tang\, \varphi}{N^2 R}$$

bij die met homofocale ellipsen en hyperbolen als meridianen en parallellen:

$$K = - \frac{3 + 5 P}{2 N^2 R} tang\, \varphi$$

en bij de derde van de bovengenoemde projectiën:

$$K = - \frac{2 + 3 P}{N^2 R} tang\, \varphi + \frac{1}{N^3} tang^3\, \varphi$$

waaruit blijkt, dat bij ieder van deze projectiën slechts voor eene bepaalde waarde van P de termen in K werkelijk wegvallen en wel bij de eerste voor $P = 0$, bij de tweede voor $P = - \frac{3}{5}$ en bij de derde voor $P = \frac{1}{3} tg.^2 \varphi - \frac{2}{3}$.

Geen van de drie projectiën geeft dus voor eene willekeurige waarde van P de gewenschte eenvoudige formules, die voortvloeien uit de voorwaarde: $K = 0$. Uit de laatste projectie kan men echter gemakkelijk eene andere afleiden, waarbij dit wel het geval is, door namelijk aan de formule voor Y een term van den vorm $q_4 \lambda^4$ toe te voegen. Voegt men ook aan de formule voor X een term toe van den vorm $p_5 \lambda^5$, dan kan men ook over de waarde van L naar willekeur beschikken; zoodat eene projectie volgens de formules:

$$X = p_1 \lambda + p_3 \lambda^3 + p_5 \lambda^5 \qquad Y = q_0 + q_2 \lambda^2 + q_4 \lambda^4$$

voor ieder terrein van niet te groote uitgebreidheid, behalve de geringste afwijking in de vergrooting, tevens de eenvoudigste formules voor de verschillende bovengenoemde correctiën oplevert.

Past men het hier ontwikkelde toe op de kaart van Nederland, dan moet men, volgens § 23 van meergenoemde *Studiën over kaartprojectiën*, voor P de waarde nul nemen; waaruit volgt, dat, behalve bij de laatst voorgestelde projectie, ook bij de cirkelprojectie van Lagrange de termen met K wegvallen, zoodat in dit bijzondere geval ook deze projectie, welke hier overgaat in de stereographische projectie, aan te bevelen is. Opmerking verdient nog, dat in dit geval ook de waarde van L gelijk aan nul wordt.

Ten einde eenig denkbeeld te geven van de waarden, die de termen van de derde en van de vierde orde kunnen verkrijgen, zij hier opgemerkt, dat bij de projectie met homofocale ellipsen en hyperbolen als meridianen en parallellen, die in dit geval van de genoemde projectiën de minst gunstige zou zijn, die termen in de logarithme van de vergrooting zouden opklimmen tot 26,4 en 1,7 eenheden van de zevende decimaal en in de correctiën van de hoeken van een driehoek met zijden van 64 K.M. tot 0",707 en 0",059.

Tot hiertoe is de aarde als een bol beschouwd. Neemt men de afplatting der aarde in aanmerking, dan zijn de factoren K in de termen van de derde orde niet meer aan

elkaar gelijk, maar hebben een klein verschil, dat gelijk is aan $4 \frac{e^2}{1-e^2} \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{N^2 R}$ en tengevolge waarvan beide termen niet gelijktijdig kunnen wegvallen. Blijft men in den term met $X^2 Y$ de coëfficiënt door K voorstellen, dan moet men in den term met Y^3, K vervangen door $K - 4 \frac{e^2}{1-e^2} \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{N^2 R}$. Ook in de termen van de vierde orde bestaan er tusschen de drie daarin voorkomende waarden van L dergelijke kleine verschillen, die hier echter wegens hunne geringe waarden buiten rekening kunnen blijven. Niet alzoo het verschil in de termen van de derde orde. Maakt men namelijk de grootheid K gelijk nul, zoo als dat werkelijk gedaan kan worden bij de projectie

$$X = p_1 \lambda + p_3 \lambda^3 + p_5 \lambda^5 \qquad Y = q_0 + q_2 \lambda^2 + q_4 \lambda^4,$$

dan verkrijgen de termen van de derde orde, bij een terrein zooals Nederland, in de logarithme van de vergrooting eene waarde van 0,178 van de eenheid van de 7[de] decimaal en in de correctie voor de hoeken bij een afstand van 64 K.M. 0'',0047. Maakt men $K = \frac{e^2}{1-e^2} \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{N^2 R}$ dan worden deze waarden respectievelijk 0,133 en 0'',0036. In het laatste geval zijn die termen dus iets kleiner, waar echter tegenover staat dat, wanneer zij in rekening gebracht moeten worden, die berekening in het laatste geval iets omslagtiger is dan in het eerste geval. Dit in rekening brengen kan echter alleen voorkomen wanneer men bij een primair net de uiterste nauwkeurigheid verlangt, bij het secundaire net kunnen die termen altijd verwaarloosd worden.

Eene andere vraag, die zich hier voordoet, is deze. Wanneer men bij de toepassing op de kaart van Nederland de aarde als een ellipsoïde beschouwt, dan kan men de stereographische projectie niet meer toepassen, maar moet daarvoor een bijzonder geval van de Lagrange-projectie nemen; welk bijzonder geval moet men dan kiezen? Neemt men P gelijk nul, dan wordt de coëfficiënt c, die bij die projectie

voorkomt, niet juist gelijk aan de eenheid (zie § 32 van spreker's *Studiën over kaartprojectiën*) ten gevolge waarvan de formules voor de berekening van de coördinaten uit de geographische lengten en breedten samengestelder worden, dan wanneer men c juist gelijk aan de eenheid neemt. In dit laatste geval wordt echter P niet juist gelijk aan nul, maar gelijk aan: $-\frac{e^2}{1-e^2}\frac{R}{N}\cos^2\varphi$, tengevolge waarvan de formules voor de berekening van de vergrooting en van de correctiën voor de hoeken iets, hoewel niet veel, omslagtiger worden. Op de termen van de derde orde hebben deze twee gevallen juist denzelfden invloed als de twee hierboven beschouwde waarden van K; want voor $P = 0$ wordt $K = 0$ en voor $c = 1$ wordt:

$$K = -P\frac{tang\,\varphi}{N^2R} = \frac{e^2}{1-e^2}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{N^3}$$

dat is op zeer weinig na de tweede van de boven beschouwde waarden van K.

Beide stelsels $P = 0$ en $c = 1$ hebben dus hunne voor- en nadeelen. Spreker meent echter dat, met het oog op de grootere eenvoudigheid van de formules, voor de berekening van de coördinaten het laatste stelsel de voorkeur verdient, vooral in het geval, dat men de geringe waarde van de termen van de derde orde kan verwaarlozen.

In dit laatste geval, dus voor $c = 1$ en bij een graad van nauwkeurigheid zooals die bij de nauwkeurigste secundaire driehoeksmetingen in acht genomen wordt, vindt men voor het geval van Nederland de volgende eenvoudige formules:

$$Nep\log m = \frac{1-P}{4NR}Y^2 + \frac{1+P}{4NR}X^2$$

$$Nep\log S = \log\frac{s}{m} - \frac{1-P}{48NR}\eta^2 - \frac{1+P}{48NR}\xi^2$$

$$\psi = \frac{1-P}{4NR}Y\xi - \frac{1+P}{4NR}X\eta$$

Voor het geval dat men $P = 0$ neemt, waardoor de coëfficiënt c gelijk wordt aan $\sqrt{1 + \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^4 \varphi}$ of voor het geval van de projectie:

$$X = p_1 \lambda + p_3 \lambda^3 + p_5 \lambda^5 \qquad Y = q_0 + q_2 \lambda^2 + q_4 \lambda^4$$

vindt men:

$$Nep \log m = \frac{1}{4 N R} Y^2 + \frac{1}{4 N R} X^2$$

$$Nep \log S = Nep \log \frac{s}{m} - \frac{1}{48 N R} \eta^2 - \frac{1}{48 N R} \xi^2$$

$$\psi = \frac{1}{4 N R} Y \xi - \frac{1}{4 N R} X \eta$$

Waarin X en Y de arithmetische gemiddelden van de coördinaten der beide punten, ξ en η de verschillen van die coördinaten, S de lengte van de geodesische lijn op de aarde, s den afstand der beide punten op de kaart en ψ de correctie van het azimuth voorstellen.

Ten slotte staat spreker nog een oogenblik stil bij de niet symetrische projectiën. Bij de toepassing daarvan op de kaart van Nederland kan men de afwijking van de vergrooting, die bij de symetrische $\frac{1}{11275}$ste bedraagt, terugbrengen tot $\frac{1}{17500}$ste. Het is echter de vraag of de geringere afwijking in de vergrooting wel opweegt tegen de grootere samengesteldheid der formules. Spreker meent dat dit voor de kaart van Nederland niet het geval is, te meer daar de afwijking van $\frac{1}{11275}$ste in de vergrooting bij de symetrische projectie reeds zoo klein is, dat zij bij gewone metingen kan verwaarloosd worden. In andere gevallen, zooals bij eene kaart van Java of Sumatra, is dit niet meer het geval.

De spreker biedt ten slotte voor het verslag der zitting een resumé van zijne voordracht aan en maakt van die gelegenheid gebruik om eene fout te verbeteren, die in het verslag van zijne voordracht in de zitting van 29 September 1883 is ingeslopen, aldaar staat:

$$log\,[4] = 1{,}9254-10 \text{ en } log\,[5] = 1{,}6215-10$$

dit moet zijn:

$$log\,[4] = 5{,}5347-10 \text{ en } log\,[5] = 5{,}2308-10.$$

— De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN leest en licht toe eene bijdrage van den Heer VERBEEK, waarin getracht wordt den tijd te bepalen, waarop de grootste explosie van Krakatau op 27 Augustus 1883 heeft plaats gehad (10 u. 15 m.). De bijdrage wordt afgestaan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer BIERENS DE HAAN doet, als Voorzitter der HUYGENS-Commissie, mededeeling over den loop der werkzaamheden, aan deze toevertrouwd. Daaruit blijkt dat met het overschrijven en collationeeren der noodige bescheiden met ijver wordt voortgegaan.

De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN vult het gesprokene aan door te zeggen, dat hij, in de zomervacantie te Parijs vertoevende, de gelegenheid gehad heeft eenige oude notulen-boeken der Fransche Akademie te onderzoeken, en daarin, zooals hij vermoed had, talrijke wetenschappelijke mededeelingen, door HUYGENS aan dat lichaam gedaan, vond opgeteekend. Van alles, wat hem voor den arbeid der Commissie belangrijk genoeg toescheen, werd door den spreker een afschrift vervaardigd.

De Voorzitter verheugt zich over de voortvarendheid, waarvan de Commissie blijk geeft en dankt haar voor de vele diensten, tot hiertoe aan de goede zaak bewezen.

— Door den Heer VAN DIESEN wordt de aandacht der Vergadering gevestigd op eene schommeling, die in de Zuiderzee is waargenomen.

Was reeds lang, uit de getijlijnen van den mareograaf van Urk, gebleken dat bij die plaats herhaaldelijk schommelingen van de zee zich voordeden; in den nacht van den 17den op den 18den Mei van dit jaar vertoonde zoodanig verschijnsel zich op zes plaatsen, blijkens de bladen der mareografen, waarvan spreker doortrekken vertoont — daartoe in de gelegenheid gesteld door de welwillendheid van den ingenieur VERWEIJ, thans belast met den algemeenen dienst van den Waterstaat.

Die plaatsen, gerangschikt naar den tijd, waarop de schommeling aanving, zijn: Stavoren, Urk, Schokland, Nijkerk, Elburg en Kraggenburg.

Bij Stavoren was het begin en tevens de sterkste op- en neergang ongeveer op het tijdstip van hoogwater. Bij al de overige punten gebeurde het tijdens het wassen van het water.

Daar de waarneming van een enkel geval van het verschijnsel zich weinig leent tot het trekken van gevolgen omtrent oorsprong of oorzaak, bepaalt spreker zich tot de vermelding van het feit Hij doet alleen nog opmerken, dat de oorsprong niet in de Noordzee schijnt gezocht te moeten worden, daar de getijlijnen volgens de mareografen van den Helder en van Harlingen gedurende den tijd van het verschijnsel, zoo als blijkt uit de doortrekken, die hij mede laat zien, door effenheid uitmunten.

De getijlijn van Enkhuizen is wel oneffen, maar de schommeling van die der andere plaatsen is er niet aan weer te vinden.

De onderstaande tabel bevat een overzicht van de tijdstippen, den duur, het aantal schommelingen enz.

Plaats.	Tijdperk. Begin.	Tijdperk. Einde	Duur.	Aantal schommelingen.	Gemidd. duur van een schommeling.	Grootste op en neergang. Hoogte.	Grootste op en neergang. Tijdstip.
	u.m.	u.m.	u.m.			M.	u.m.
Stavoren . . .	11.40 n.	6 v.	6.20	15	25′	0.10	0.12
Urk.	12.50 v.	3 v.	2 10	11	12′	0 05	1.30
Schokland . .	1.30 v.	3 v.	1.30	23	4′	0.07	2.5
Nijkerk	2. v.	5.45 v.	3.45	14	16′	0.10	2.30
Elburg	2.30 v.	7.30 v.	5	11	27′	0.07	2.45
Kraggenburg.	2.40 v.	3.30 v.	0.50	15	3′	0.07	2.35

— De Heer DE VRIES biedt voor de Bibliotheek der Akademie eene verhandeling aan van den Heer J. H. WAKKER, getiteld: »*Onderzoek der ziekten van hyacinthen en andere bol- en knolgewassen.*" Dit stuk vormt het eerste jaarverslag, door den Heer WAKKER uitgebracht aan de Algemeene Vereeniging voor Bloembollencultuur te Haarlem: over het wetenschappelijk onderzoek naar de oorzaken der bedoelde ziekten, hem door genoemde Vereeniging opgedragen.

Spreker wijst er op, dat de groote verwoestingen, die vóór een drietal jaren door het toen geheel nieuwe geelziek der hyacinthen op de bloembollenvelden werden aangericht, en die zelfs de geheele cultuur met ondergang dreigden, aanleiding zijn geweest, dat de kweekers begonnen in te zien, dat, in de plaats der sints lang gevolgde empirische handelwijzen, een methode van bestrijding der ziekten moest treden, die op een grondige kennis van den aard en den loop der ziekten zelven berustte.

Op initiatief van den Voorzitter der Vereeniging, den Heer J. H. KRELAGE, werd toen besloten, deze ziekten wetenschappelijk te doen onderzoeken, en met dit onderzoek de Heer WAKKER belast.

Onder de tot nu toe verkregen uitkomsten, verdienen als van meer algemeen belang de volgende de aandacht.

De ziekten der hyacinthen worden door de meest uiteenloopende parasieten veroorzaakt: het ringziek door Nematoden (Tylenchus Hyacinthi), het zwartsnot door een fungus (Peziza bulborum), en het geelziek door een bacterie (Bacterium Hyacinthi), terwijl in het witsnot nog geen parasiet met zekerheid kon worden aangewezen.

De zoogenaamde aaltjes van het ringziek ziet men zoowel in de aangetaste gedeelten der bollen, als in de gele vlekken der zieke bladeren in allerlei toestanden van ontwikkeling, van het ei tot aan de geslachtsrijpe dieren. Zij komen uit de bolschubben in de schijf, van deze in den jongen knop, en dus ook in de bladeren. Zij kunnen zich in den grond van den eenen bol naar den anderen begeven, en zonder schade voor hun leven uitdrogen en weken lang in drogen toestand verkeeren.

De bollen, die door het zwartsnot zijn aangetast, plegen inwendig geheel vergaan, en met het mycelium van den fungus doortrokken te zijn. Dit draagt aan de oppervlakte talrijke kleine zwarte sclerotiën, waaruit in het volgend jaar de bekervormige Peziza-vruchten voortkomen. De besmetting kan én door de ascosporen plaats vinden én door het mycelium, dat door den grond voortwoekert. Het zwartsnot van Hyacinthus, Scilla, Crocus e. a. bolgewassen, wordt waarschijnlijk door dezelfde parasiet (P. bulborum), dat der Anemonen door een andere soort (P. tuberosa) veroorzaakt.

De bacteriën van het geelziek, in onnoemelijk aantal in een dik geel slijm weggedoken, bewegen zich in de schubben en in de bladeren hoofdzakelijk in de vaatbundels. Van deze uit dringen zij in het parenchym-weefsel, tasten ook dit aan, en komen door spleten in de epidermis naar buiten. Het gelukte om de eerste verschijnselen der ziekte op gezonde bladeren te voorschijn te roepen, door deze met kleine hoeveelheden van dit slijm te besmetten; na verloop van eenige weken had zich dit slijm daarin in zeer sterke mate vermeerderd en zoowel het parenchym als de vaatbundels aangetast.

Het onderzoek van deze en de andere ziekten wordt door den Heer WAKKER geregeld voortgezet.

— De Heer BIERENS DE HAAN biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan: N°. XXVIII zijner Bouwstoffen, enz., inhoudende »iets over DOMINICUS JUSTUS BOTHNIA VAN BURMANIA", en verder, voor de Bibliotheek der Akademie, een exemplaar van de afzonderlijk gedrukte verhandelingen van SIMON STEVIN: »Van de Spiegeling der Singkonst" en »Van de Molens", en, uit naam van den Heer LE PAIGE, diens: »Nouvelles recherches sur les surfaces du 3e ordre" en »Sur quelques questions relatives aux quartiques planes".

De Heer J. A. C. OUDEMANS geeft aan dezelfde Bibliotheek ten geschenke een exemplaar zijner »Handleiding voor Tijds-, Breedte- en Azimuthbepaling met het universaal-

instrument, samengesteld ten dienste der triangulatie van Java en Sumatra, en gedrukt voor rekening van het Departement van Koloniën.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN DEN HEER V. A. JULIUS,

GETITELD:

BIJDRAGE TOT DE THEORIE DER CAPILLAIRE VERSCHIJNSELS.

(Uitgebracht in de Vergadering van 24 Sept. 1884).

De in onze handen gestelde verhandeling van den Heer V. A. Julius, getiteld: »Bijdrage tot de theorie der capillaire verschijnsels" bevat eene poging tot uitbreiding dezer theorie, die bij den tegenwoordigen stand der moleculaire theorieën noodzakelijk mag worden geacht Hij behandelt nl. de vraag, in hoeverre de door Laplace en Gauss verkregen uitkomsten blijven bestaan, wanneer men aan de grens van twee lichamen niet eene scherpe afscheiding aanneemt, maar een geleidelijken overgang. Eene beschouwing van het arbeidsvermogen van plaats in een stelsel lichamen, eene toepassing dus (zooals Gauss die het eerst maakte) van het beginsel der virtueele snelheden, dient hem om deze vraag te beantwoorden.

De Heer Julius ontveinst zich niet, dat, strikt genomen, een beginsel uit de statica niet toereikend is om een verschijnsel, waarbij moleculaire bewegingen in het spel zijn, geheel te onderzoeken en hij erkent, dat het principe van Hamilton of de tweede wet der mechanische warmtetheorie beter voor het onderwerp zoude passen. Eene korte bespreking van de gevolgen dezer laatste wet gaat aan de nadere beschouwing van het arbeidsvermogen van plaats vooraf.

Wordt een stationaire toestand van een stelsel vloeistoffen en vaste lichamen bepaald door eenige grootheden, waaronder de absolute temperatuur, T, en het grensvlak O van twee vloeistoffen voorkomen, is U het inwendige arbeidsvermogen van plaats van het stelsel, V het arbeidsvermogen van beweging, H de oppervlakte-spanning van het genoemde grensvlak — dan leert de thermodynamica, dat:

$$H - T\frac{\partial H}{\partial T} = \frac{\partial (U + V)}{\partial O} \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

is terwijl het principe der virtueele snelheden zou voeren tot de betrekking:

$$H = \frac{\partial U}{\partial O}.$$

Daaruit volgt, zooals de schrijver opmerkt, dat, wanneer men $T\frac{\partial H}{\partial T}$ tegenover H mag verwaarloozen, en $\frac{\partial V}{\partial O}$ tegenover $\frac{\partial U}{\partial O}$, het principe der virtueele snelheden tot juiste uitkomsten voert. Kan, wat uit verschillende experimenteele bepalingen volgt, $T\frac{\partial H}{\partial T}$ eene waarde verkrijgen, welke met die van H vergelijkbaar is, dan verliezen de resultaten van den schrijver hunne numerieke nauwkeurigheid, maar zelfs dan mag men aannemen, dat H van dezelfde orde van grootte is als $\frac{\partial U}{\partial O}$, hetgeen voldoende is voor alle conclusies, die in de verhandeling worden afgeleid.

En in elk geval, wanneer het alleen de vraag is, of H al dan niet bestaat, is het voldoende te bewijzen, dat $\frac{\partial U}{\partial O}$ niet verdwijnt.

De toepassing van de mechanische warmtetheorie is ook in zooverre van belang, als zij allen twijfel wegneemt omtrent de vraag, *welke* toestandsveranderingen men bschouwen mag. In de vergelijking (1) toch hebben U en V betrek-

king op den stationairen toestand, dien het stelsel door het spel der moleculaire krachten en bewegingen aanneemt, en men moet zich voorstellen, dat; wanneer het oppervlak vergroot wordt, langs het geheele veranderde oppervlak eene grenslaag van dezelfde constitutie optreedt als langs het oorspronkelijke oppervlak. Het is steeds in deze onderstelling, dat de schrijver $\frac{\partial U}{\partial O}$ bepaalt.

Zeer uitvoerig wordt thans het arbeidsvermogen van plaats van een stelsel lichamen berekend en worden de uitkomsten op verschillende gevallen toegepast. Het blijkt, dat $\frac{\partial U}{\partial O}$ steeds een dergelijke waarde heeft als in de theorie van Gauss, en dat dus ook bij geleidelijken overgang capillaire verschijnselen blijven bestaan.

Eenigen tijd geleden was Lord Rayleigh, door eene in het kort aangeduide berekening, tot het besluit gekomen, dat, bij genoegzaam geleidelijken overgang de capillaire krachten zeer klein zouden worden. Hij had daarbij de methode van Laplace gevolgd, bestaande in de rechtstreeksche berekening van de kracht, die op een vloeistofzuiltje werkt. De Heer Julius preciseert nader Rayleigh's uitkomst; eene zelfstandige berekening leert hem, dat alles afhangt van de verhouding tusschen de dikte der grenslaag en den straal der werkingssfeer. Terwijl, wanneer beide grootheden van dezelfde orde zijn, capillaire krachten, zooals Laplace die vond, blijven bestaan, zullen die krachten zeer klein worden, wanneer de eerste der bovengenoemde grootheden de tweede verre overtreft.

Daartegenover staat, dat de eerst door den schrijver gevolgde methode van Gauss juist in dit geval tot eene zeer groote capillairiteits-constante zou leiden. Zoo komt de schrijver tot eene vergelijking van de uitkomsten der twee beschouwingswijzen en geraakt tot de slotsom, dat in den stationairen toestand, die van zelf optreedt, de dikte der grenslaag van dezelfde orde moet zijn, als de straal der werkingssfeer.

In eene noot, die wij nog van den Heer Julius ontvingen,

wordt het geval behandeld van twee stoffen, die in elkander diffundeeren. Daar hier geen stationaire toestand is ingetreden, kan de overgangslaag zeer dik worden; de berekeningswijze van LAPLACE (de eenige, die thans gevolgd kan worden) voert dan ook tot kleine capillaire krachten.

De uit den aard der zaak lange berekeningen van het arbeidsvermogen der grenslagen zijn met groote nauwgezetheid en nauwkeurigheid verricht. Wellicht ware intusschen eenige bekorting mogelijk; zoo bijv. wat betreft § 5, waarvan het resultaat verder niet wordt toegepast, en § 13, waarvan de uitkomst, zooals vooraf is in te zien, met die van § 12 moet overeenstemmen.

Wij stellen de Afdeeling voor, zoowel de verhandeling als de noot in de werken der Akademie op te nemen, nadat vooraf den Heer JULIUS de vraag is gesteld, of hij wellicht, zonder aan de verstaanbaarheid van zijn opstel te schaden, eenige verkortingen meent te kunnen aanbrengen.

H. A. LORENTZ.
D. J. KORTEWEG.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

N°. XXVIII. Iets over Dominicus Justus Bothnia van Burmania.

1. Deze natuurkundige, wiens eigenlijke naam is Douwe Botnia van Burmania, werd den 14den Februari 1664 geboren. Zijn vader, Gemme van Burmania was eerst dijkgraaf van Wijmbritseradeel, Sneek en Vlie, later houtvester en pluimgraaf van Friesland. Zijne moeder heette Foeck Eysinga.

Hij bleef ongehuwd en overleed op zijn landgoed Mammema-Slote den 11den April 1726. Zijn spreuk, naar de gewoonte dier dagen, was »Ne te quaesiveris extra".

Hij zelf was een wetenschappelijk man, maar is vooral vermaard door zijne meteorologische studiën. Een getrouwe waarnemer van de weersgesteldheid en hare veranderingen, meende hij daarvoor een bepaald wetenschappelijk stelsel te hebben gevonden, dat hem in staat stelde het weder voor korter of langer tijd vooruit te kunnen voorspellen: en dit, volgens de overlevering, meestal met goed gevolg. Hij geraakte echter daarbij, wat niet zoozeer te verwonderen is, in strijd met Hoogleeraren van dien tijd, die uit hunne

catheters laag nederzagen op iemand, die voornamelijk de praktijk tot richtsnoer had gekozen, zonder zich aan de meer wetenschappelijke vormen te storen.

Als einduitkomst van zijne onderzoekingen gaf hij twee platen in het licht, gedrukt op folio schrijfpapier, waarvan de beschrijving — Nieuwe manier van onderstellingen over het weer [8]) — in 1715 het licht zag. Bovendien geeft hij in de Epistola van Noot 1 eene afteekening van den deksel eener tabaksdoos, waar hij het voorgaande in het kort bijeenbracht [9]).

2. Dat onze DOMINICUS J. BOTHNIA VAN BURMANIA zich met weerkundige waarnemingen had bezig gehouden, was mij bekend door een paar boekjes in zijn bezit: Uittreksel, Seste of Laaste Capittel [3]) en de »Summa Thesium" [4]). Toen ik echter onlangs in Leeuwarden moest vertoeven, vond ik door de welwillende medewerking van Mr. J. B. BOELES, Bibliothecaris van het Friesch Genootschap, onderscheidene merkwaardige boekjes in die bibliotheek, en daaronder ook een bijna volledig stel van de geschriften van onzen schrijver, zeven in aantal. Zooverre mij bekend is, ontbreekt daaraan slechts het stel platen met de beschrijving [8]).

Deze verzameling schijnt een geschenk geweest te zijn aan »de Heeren VEGELIN VAN CLAERBERGEN te Leuwaerden": althans die opdracht vindt men bij de boekjes van Noot 1 en 4.

3. De reeks dezer boekjes wordt geopend door de »Epistola ad Clar. Ruardum Andala. Leov. 1713", 4⁰ [1]) een in den vorm van een brief geschreven opstel over den grondslag van eenige regelen voor wedervoorspelling, en dit wel naar aanleiding van de aanbieding eener snuifdoos, op wier deksel die regelen waren uitgeschreven. Die brief begint, na een ten deele veranderd gedicht van VIRGILIUS, met de woorden;

»Credidi Morem Coeli, sive || Vicissitudinem aëris, At- || mosphaerici quam sin- || gulis Annis experimur || praecipue de- || pendere a varia relatione Telluris ad || Solem, & radiorum ejus, varia a no || bis declinatione".

Dan behandelt hij achtereenvolgens de Aestas blz. 6, Autumnus blz. 10 Hyems, blz. 15 en Ver blz. 19. Op blz. 22 be-

gint de opdracht van de snuifdoos, en de opgave van de manier, waarop deze gebruikt moet worden. De brief is gedateerd 16 October 1712.

Omtrent de lotgevallen van dezen brief zullen wij straks het een en ander zien.

4. Tusschen dit werkje en het »Uittreksel, Seste of Laeste Capittel, 1716, 4°" [3]) verscheen nog de »Dissertatio sive Theses de Generatione vel Formatione Glacei [sic], Leovardia s. a." [2]): want blz. 3 leest men »Cum nuper cogitationes meas de nova Hypo- || thesi & Methodo ratiocinandi de more Coeli, cuidam Philosophiae Professori in cele- || berrima nostra Academia Franequerana pro- || posuissem", zoodat dit na 1712 is uitgekomen. En aan den ânderen kant verwijst schrijver in het werkje van Noot [3]) blz. 5, naar »mijn verhandelinge van het Ys" (blz. 5) of »Mijn Tractaatje van het Ys &c." (blz. 19).

Deze »Dissertatio sive Theses", een antwoord op een prijsvraag te Bordeaux uitgeschreven, bevat LVIII Stellingen over de vorming van het ijs, waarbij hij aan het aardmagnetismus een zekere rol toeschrijft en van een »vis borealis" spreekt, waaruit hij de koude van de Pool afleidt. Het stuk is geteekend met de spreuk »Ne te quaesiveris extra." Dat dit werkelijk zijne spreuk is blijkt, behalve uit den titel van de Oratio, Noot [6]), uit het nu volgend »Uittreksel", waar hij blz. 4 zegt:

»Niet tegenstaande alle dese zwarigheden, indagtig zijnde || het Gulden Spreukje, (*Ne te quaesiveris extra*) soekt niet || buiten u selven, en hoopende op mijn eigen gront te bou- || wen, daar ik my in andere Voorvallen wel by bevonden || hadde, hebbe ik my aan het Werk begeven, liever met || reeden willende handelen, als meede blint zijnde, dat is: || sonder reeden, den blinden Leidsman, het Weerglas, wat || agter na te praten."

Tevens ziet men hieruit, dat het doel zijner »methode" een kruistocht is tegen het blindelings gebruiken van den Barometer. Door het »bouwen op eigen grond" toch, bedoelt schrijver het geregeld doen van eigen waarnemingen, om daaruit zoo mogelijk algemeene regels (stellingen) af te leiden; dit

blijkt ook uit zijne latere stukjes. Hier geeft hij zulk eene lijst van algemeene regels, die hij steeds in zeer huiselijke termen zoekt te verklaren, en zoo vast en zeker rekent, dat »*De Leermeesters van de Bygeloovigheit, met deese Voorteijkens* || *weegens haar luy, weeldrig, en overvloedig Leeven, gemeenlijk* || *wel versien, als Vrugten van haer Konst, daarse onophoudelijk* || *meede beesig, en deftige Ingenieurs in sijn, konnen daar door by* || *Buiten gewoone Droogte, een bequaame tijdt waarnemen, om* || *openbaare Omgangen en smeekingen om Reegen dikwils seer noodig,* || *aan te kondigen, en soo behendig aan het vermoogen van haar of* || *haar Heylig, tot bekoominge van groote agtinge en gewin, toe* || *schrijven, het geen sy voorsien volgens de gesteldheidt van de Na* || *tuur, haast te moeten geschieden*".

Schrijver eindigt dit boekje met eene klacht tegen de Hoogleeraar R. Andala (blz. 21).

»Op deese Gronden en uit deese beginselen, hadde ik een || klein Tractaatje of Verhandelinge vergadert, waar van dese || voor het Seste of Laaste Capittel van de Uitlegginge sal kon- || nen dienen, ende het zelve by maniere van een Brief, den || 16 October 1712, de Heer *Andela*, doen alleen Hooglee- || raar in de Wijsbegeerte in onse beroemde Academie van Fra || neker, om de agtinge voor zijn Persoon, en weetende dat || hy een Meede-Arbeyder ontrent het ondersoeken van het || Weer met my was, dog naa het Weerglas, waar van on || langs een Proefje [10]) hadde uitgegeven, met veel vernederinge || voorgestelt". Hij had »daar by in een Brief besonder meede van || den selfden Dag . . . voorseyt, hoe zyn Propheet of Weerglas den 24 . . . soude staan, en nog . . . den 9 . . . Novem- || ber . . . dier ge- || lyk nooyt van jemand was ondernoomen, nog van de ganse || Barometrice Secte was gehoopt, waar op naa verloop van || de Daagen van mijn Voorsegginge, de Heer *Andela* geliefde || te antwoorden, dat die al vry gelukkig waaren naagekoo- || men, sonder eenig Oordeel over de Mijne daar by te doen". Maar dit was zeer tegen den zin van onzen schrijver die, gehoopt had »door weederzijdts Reedeneeringen en Teegenwer- || pingen, de sake nog meer en meer te ontdekken." En »een || Jaar of anderhalf daar

naa . . . hebbe ik myn versoek in Persoon weder vernieut, ‖ en is doen het selve, . . . my ‖ plat afgeslaagen."

5. Nu volgen twee andere boekjes, die bij elkander behooren, het eene »Summa Thesium 1721" [4]) het tweede »Kort Summier van de XL Stellingen [5]). Het laatste is ten deele de Nederlandsche vertaling, ten deele eene Memorie van toelichting van het eerste. Zij geven in 40 stellingen of Theses, regels voor het weder, ten deele met hunnen grondslag; zoo staaft hij zijn gevoelen over den Barometer in »Thesis 6".

»Hinc & vires in Barom: ratione vicinitatis nostri Poli augeri & e contrario eo modo versus austrum, ad aequat: usque debilitari, testem citat experientiam, & ‖ observ: P. La Fuillé [Feuille] sub ipso aequat: factas."

Hij eindigt met het volgende:

»Verders prijst hij seer aan het insien en overdenken van zijne twee Kaer ‖ ten."

En deze kaarten zijn het, die in de Bibliotheek van het Friesch Genootschap ontbreken.

6. Komen er in deze werken reeds hier en daar aanhalingen uit den Bijbel voor, vooral is zulks het geval bij de twee werkjes, die nu nog volgen en beiden in het jaar 1725 bij Gerardus Koumans te Leeuwarden uitgegeven zijn. Het eerste de »Oratio, Exegetica, Analytica, Synoptica" [6]), dat weder de vroeger behandelde spreuk voert »Ne te quaesiveris extra", bevat op den titel eene verwijzing naar Job Cap. 36, vers 24, en Cap. 37, en in verso een aanhaling uit hetzelfde boek Cap. 27, vers 11. Deze aanhalingen vindt men opgenomen in verso van het titelblad bij het tweede werkje »Inleydinge tot de uytlegging van de Weeklyke gesteltheden van den Heemel" [7]).

In den aanvang zegt schrijver, »volgen ‖ wy meede het voorbeeld van den aerdigen *Virgilius*, en spreeken ‖ liever en eerder met hem de Boeren en Schippers aen, waer by niet ‖ ongevoeglijk, als met de Wint veel te doen hebbende, meede de ‖ Molenaers mogen by voegen. ‖ En zeeker . . . soude ik van die menschen, eerder een aenwijsinge van de ‖ Weegen, Wetten en Manieren van den Heemel, verwachten, als ‖

van een onverschillig mijmerend Doctor, veylig in *Cubiculo* en van || de gansche weerglasige Secte" — »want || yeder redelijke en geoeffende weet licht, dat wy met alle onse poo- || gingen, maer op de Schorse der dingen verkeeren, en geensins tot || het Pit en Merg zijn ingedrongen." En dan geeft hij blz. 6—11 eene verzameling van waargenomen verschijnsels, met de toepassing daarop van de door hem gegeven stellingen, loopende van 14 Martii 1725 tot 6 Aprilis, een tijdperk van strenge koude.

AANTEEKENINGEN.

---

1) DOMINICI J. || BOTNIA A BURMANIA || NOBILIS FRISII || EPISTOLA, || AD CLARISSIMUM RUARDUM ANDALA || Philosophiae in Illustri Frisiorum Academia, quae est || Franequerae, Professorem Dignissimum. || DE METHODO || RATIOCINANDI DE MORE COELI || DUBIO : || Et Quidem Maxime || Pro Situ ac Climate Frisiae, || Qua Aeris Motus Annuus || Praecipuae Mutationum Causae ac Prognostica, || Breviter Indicantur, || Secundum quam, & pro omnibus aliis Regioni- || bus, Locis ac Climatibus, || Judicium ferri potest : || Ad Explicanda & Praediscenda Coeli Phaenomena; || Ut & ad Notitiam ac Usum dicti Barometri, || ut plurimum conducens : || Occasione Capsulae Tabaci Sternutatorii, || cujus Operculum || Praecipuam Hypothesis partem exhibebat, || missae ac donatae, Conscripta. || een horizontale lijn || LEOVERDIAE, || Apud. CHRISTIANUM TJALLINGI Typographum. 1713.

A—D. 26 blz. in 4°.

In verso van den titel het vers:

Ventos ac varium Coeli praediscere Morem
Cura sit. Virgil: Georg: I.

Volgende recto wit: verso bevat de teekening van den deksel van den snuifdoos. Daarop blz. 5 en vgg. de brief, beginnende aldus: „*Clarissime, Doctissime* || *Reverendissime* || *Domine* ||" en geteekend „16 October || 1712. || *Tuus &c.*

2) DOMINICI J. || BOTHNIA A BURMANIA || NOBILIS FRISII, || DISSERTATIO sive THESES || De Generatione vel Forma- || tione Glacei [sic], || Ejusque variis Phaenomenis, || *Ad Serenissimum Ducem* || DE LA FORCE, &c. || Ceterosque societatis Scientiarum inclytae Urbis || Burdegalinsis, Antistites ad solvendum illud || Problema, hoc Anno ab iis universis Eu || ropae Studiorum & Scientiarum Cultori- || bus propositum. Cum Carthesius ejus- || que sequaces de uberrimo hoc Ar || gumento nihil dixere quod || alicujus sit momenti. || Vignette: boekdrukkersornament || LEOVARDIAE. || Ex Officina JOANNIS THIJSSENS, Typographi. [s. a.]

A, B. 16 blz. 4°.

In verso van den titel:

„Virgil.: Georg. 4.

Ut cum tristis Hyems etiam nunc Frigore saxae,
Rumperet & Glacie cursus fraenaret aquarum."

Daarop blz. 3 vgg. LVIII stellingen, beginnende:

„SERENISSIME DUX || *Caeterique Clarissimi Amplissimique Viri.*"

Aan het einde „Ne te quaesiveris extra" en daarop groot boekdrukkersornament.

Uit dit werk blijkt (blz. 3) dat het na N°. 1 is uitgekomen; en dat het voor N°. 3 is verschenen, blijkt aldaar blz. 5, 19.

3) UITTREKSEL, || Seste of Laaste Capittel, || Van de Uitlegginge, || en de Verhandelinge || VAN HET || WEER, || *Van den Wel. Ed. Heer,* || D. J. B. VAN BURMANIA, || Behelsende de Manier en Reeden van alles || in het opstellen des selfs gehouden. || *Meede seer dienstig tot het Verstaan van* || *de Kaart over het Weer, door zijn Ed. ontworpen.* || Vignette: boekdrukkersornament. || Tot LEEUWARDEN, || By JOHANNES THYSSENS Boekdrukker en || Verkoper in de Peperstraat, in de Saadzaaijer. 1716.

A—C. 24 blz. 4°.

Verso van titel wit. Daarop volgt blz. 3 een herhaling van den titel „UITTREKSEL" tot „*ontworpen*".

4) Zonder titelblad.

A, (4) blz. 4°. ongepagineerd.

De 1ste bladzijde begint:

„*Summa Thesium* D. J. Botnia a Burmania, || *Nob. Fris. de Methodo ratiocinandi de More* || *Coeli &c.*: || *Os homini sublime dedit Coelumque tueri.*"

Dan volgen de stellingen 1—40: en eindigt de 4e bladzijde.

„*Hinc tempestates dubio praediscere Coelo &c*: ||

Denique inspectionem suae Tabulae valde commendat. ||

LEOVARDIAE, || Apud JOANNES THYSSENS, 1721."

5) Evenzeer zonder titelblad, jaartal of drukker; het is echter zeker gelijktijdig met N°. 4 verschenen.

A. 8 blz. 4°.

De 1ste bladz. begint:

„Kort Summier, van de XL Stellingen van || *D. J. Bothnia van Burmania*: || Vertoonende uyt een gesonde Hypothesis, onderstellin- || ge, en klare beginsels, de ware manier om over het || Weer en Winden, maniere van den Heemel te || redeneeren, en daer van te oordeelen, tot || noch toe onbekend, en seer verlangd."

Daarop volgen de *Stellingen* I—XL: en eindigt blz. 8:

„*Voor Verstandige is weynig genoeg.* ||

Verder prijst hy seer aen het insien en overdenken van zyne twee Kaer || ten."

6) *Dominici Bothnia a Burmania,* || Nob. Fris. || ORATIO; || Exegetica, Analytica, Synoptica, ostendens breviter || verum sensum, & mentem, Sp. S. in dictis *Elihu,* || *Jobi Cap.* 36 *a versu* 24. ad finem Capitis

& || *Cap.* 37. integro, Principiis & Hypothe- || sibus hactenus incognitis, & hinc || quibus haec *Elihu* dicta, num || quam intelligi posse vel po- || tuisse, pluribus osten- || ditur. || *Ne te quaesiveris extra.* || Vivitur ingenio. || Vignette: een kroon || LEOVARDIAE, Excudebat GERARDUS KOUMANS, Civitatis || Typographus, 1725.

Signatuur A 2, C 3, 6 bladz. 4°, 2 blz. wit.

In verso van den titel.

„*Jobi Cap.* 27. *versu.* 11. || Docebo vos de manu Die, & || quod Ille sit omnipotens non || Celabo."

Dan op blz. 3, vangt hij aan:

„Nobilissimi, Amplissimi, Clarissimi, Doctis- || simique Viri. ||

En eindigt hij op blz. 6.

Hisce ita praemissis Ostendamus. || FINIS."

7) INLEYDINGE || Tot de uytlegginge van de Weeklijke gestelt- || heden van den || HEEMEL, || Dat is, van het WEER en WINDEN, &c voor alle dagen in || het besouden [sic], haren aenvang van den 14 Martii 1725, wan- || neer Godt, tot inleydinge van onsen Lente, &c sijn Licht || te gelijk recht uyt, langs de beyde eynden van de Aerde || gesonden heeft, en overal waer Nagt kan zijn, Dag || en Nagt even lang gemaekt heeft, met des Sons we- || der-komst in onsen Half-rond of Hemisphaerium, || en wanneer ons na eenen moeylijken Winter, || de aengename tijdt. *Cantic. Cap.* 2 *vers* 11, || 12, 13 uytneemend gemeldt, weder || begint te voorschijn te koomen en || gebooren voor ons te worden. || *Waer* || *door opgevolgd worden de Lessens en Vermaningen van* || *Elihu aen Job, Cap.* 36, *vers* 24 *en* 25, *en Cap.* 37 || *vers* 14, *Cap.* 27, *vers* 11. || Vignette: een volle maan, in het zwart. || Tot LEEUWARDEN || Gedrukt by GERRIT KOUMANS, Stads-Drucker in de || Peperstraet, in de Jonge Ruyter, 1725.

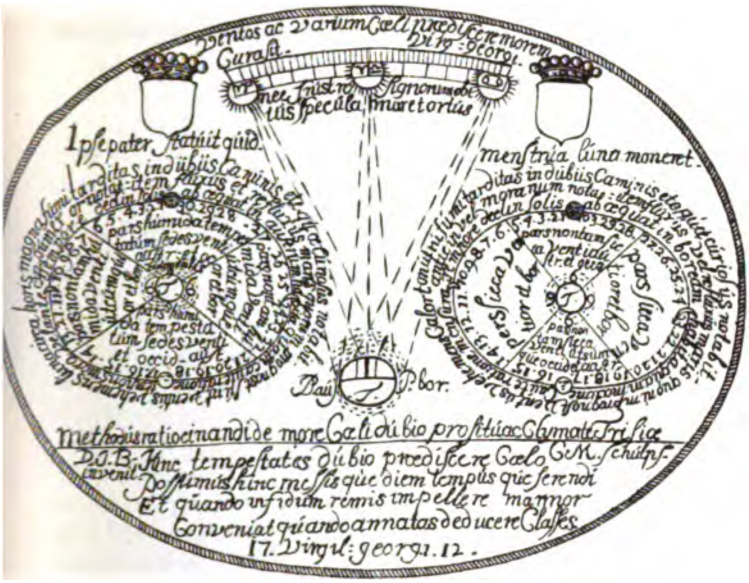
A. B. 11 blz, 1 blz. wit. 4°.

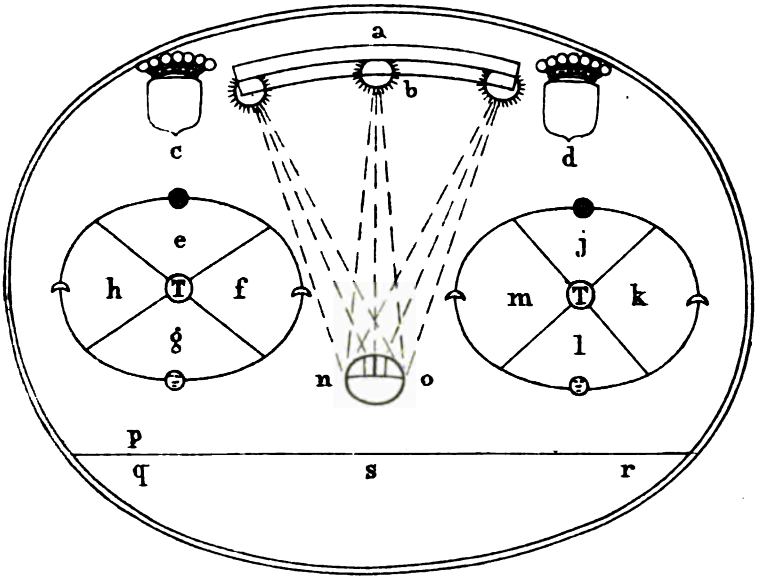
In verso van den titel:

„Job 36, vers 25. || *Gedenkt dat gy sijn Werk groot maeckt 'twelke de Lieden* || *aenschouwen* || Job 36, vers 25. || *Alle Menschen sien het aen, de Mensche schouwt het van* || *verre,* || Job 37, vers 14. || *Neemt dit ter ooren ó Job, staet en aenmerkt de Wonderen* || *Godts* || Want deese woorden alle willen verhaelen, vermaenen en || gebieden, dat men de Gedaente, Verschijnsels aen den || Heemel, dat is, het dagelijkse Weer aenschouwe, gelijk || alle de voorgestelde, voorgebrachte geblijken, verschijnse- || len openbaer en overvloedig te kennen geeven, en soo een- || paerig ook van de Uytleggers, vastgesteldt en betuygt word. || Job 27, vers 11. || *Ik zal u Lieden leeren van de handt Godts, en dat hy den* || *Almachtigen is, zal ik niet verheelen.*"

8) Van dit boekje, dat volgens blz. 5 van het werkje in Noot 7 „van hoogerhant ons zoover aenhepresen" werd, is de titel.

Nieuwe manier en onderstelling van het Weer, met een korte aan-





A J. Wendel sculps.

wijzing en uitlegging ter zaken dienende. Leeuwarden 1725, in plano.

[9]) Beschrijving van den deksel van den snuifdoos (zie het Schema).

a. Ventos ac varium Coeli praediscere morem,
Cura sit. Virg. Georg. I.

b. nec frustra signorum obi
tus specula mur et ortus.

c. Ipse pater statuit quid.

d. menstrua luna moneret.

e. pars humida tempes || tatum sedes venti || austr. et oc || cidentalis.

f. pars non tam hu || mida venti || utcumque || or. et bor.

g. pars humi || da tempesta || tum sedes venti || et occid uust.

h. pars non tam hu || mida Venti || utumque || or. et bor.

j. pars non tam sic || ca Venti au || str. et occ ||

k. pars sicca Ven || ti or. et bor.

l. pars non || tam sicca || Venti wtcum || que occid et austr.

m. pars sicca Ven || ti or. et bor.

rondom T links: Tempore declin solis ab aequat in austrum habita quam caute ratione temporis mora. Vel ante ap primer or notat: item fluxus et refluxus maris quorum prognost sunt ventus vehemens luna circa horis magna fumi tarditas in dubiis caminis etc quae curiones natabit.

rondom T rechts: Tempore declin solis ab aequat in boream habita quam maxime caute ratione mensura anticins vel mora num notat item fluxus vel refluxus maris quorum proguont Ventus vehemens calor tonitru fumi tarditas in dubiis caminis etc quae curiosus notabit.

n. Praustr.

o. P. bor.

p. Methodus ratiocinandi de more Coeli dubio pro situ ac Climate Frisiae.

q. D. J. B.
invenit.

r. C. M. Schulps.

s. Hinc tempestates dubio praediscere Coelo
Possumus hinc messisque diem tempusque ferendi
Et quando infidum remis impellere marmor
Conveniat quando annatas deducere Classes.
17. Virgili. Georgi. 12.

[10]) R. Andala. Dissertationum philosophicarum Pentas. Accad. Continuatio ephemeridum aeris atmosphaerici variationum a mense. Julio 1710 ad mensem Julium 1712. Franeker. 1712. 4°.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

N°. XXIX. WETENSCHAPPELIJKE INVENTARIS VAN R. DES CARTES.

1. Het is bekend, dat na het overlijden van RENATUS DES CARTES te Stockholm, een inventaris van zijne werken werd opgemaakt. Deze vond men bij en in een kist, die daarop naar Frankrijk verzonden werd, maar te Parijs te water geraakte en eerst na verloop van drie dagen opgevischt werd. Dientengevolge hadden de Manuscripten veel geleden. Evenzeer is het bekend, dat die kist door DES CARTES bij zijn vertrek uit Holland werd in orde gebracht, en de titels van enkele daarin bevatte stukken zijn tevens bekend.

Toen ik nu onder de papieren van CHRISTIAAN HUYGENS een geschreven inventaris vond, na den dood van DES CARTES opgemaakt, moest dit het eerstgenoemde stuk betreffen; werkelijk bleek daaruit, dat daarbij die titels voorkwamen; en het scheen mij wel de moeite waard, deze zaak nader te onderzoeken.

In het bekende werk »La vie de Monsieur DES CARTES" [1]), geschreven door BAILLET, Deel II, blz. 397 [ook in het werk »La vie etc. reduite en abrégé" [2]) blz. 174 en »'t Leven

van den Heer DES CARTES door C. VAN BROEKHUYZEN" [3]) blz. 378], komt voor, dat hij »se mit a remuer le coffre de ses papiers pour en ôter la || confusion. Il ne s'y trouva rien d'acheve." Daarop wordt over eenige stukken gesproken, en eenige pakken »côté" S, D. Q beschreven: die werkelijk alzoo ook in de volgende inventaris voorkomen. Daarna volgt blz. 427 het verhaal, dat CHRISTINA, Koningin van Zweden, den 13den Februari 1650, den dag na zijne begrafenis, haar eersten Kamerheer, ERRIC SPARRE, Baron van Croneberg, Heer van Haffnenne, Voorzitter van den Rechtbank te Abo, zond, om met CHANUT, den Ambassadeur van Frankrijk, den Pater VIAGUÉ, den Heer PICQUES, Secretaris van de Fransche Ambassade, en HENDRIK SCHLUTER, den knecht van DES CARTES, de inventaris op te maken. Daaronder bevond zich ook de bedoelde kist met wetenschappelijke bescheiden, en deze werd door den Franschen Ambassadeur tot zich genomen, volgens een besluit der erfgenamen. Later gaf deze de kist aan zijn zwager CLERSELIER »comme d'une succession inestimable qu'il substituoit à la Postérité après luy". CHANUT nam die kist mede, toen hij in 1653 naar Frankrijk terugkeerde: zij kwam behouden te Rouaan, en werd vandaar, op eene schuit geladen, naar Parijs gezonden. Maar deze schuit leed schipbreuk bij de Port de l'Ecole (dicht bij de Louvre) te Parijs, en de kist geraakte te water. Eerst drie dagen later werd zij op eenigen afstand opgevischt, maar de papieren hadden veel geleden. Hetgeen nog door droogen kon gered worden, wat namelijk de briefwisseling betrof, werd later door CLERSELIER uitgegeven in zijne »Lettres de Mr. DES CARTES, III Dl. in 4°" [4]).

Bij deze inventaris heb ik als noten eenige aanhalingen gevoegd, die alle betrekking hebben op het werk van Noot 1.

INVENTAIRE SUCCINCT DES ESCRITS QUI SE SONT TROUUEZ DANS LES COFFRES DE MONSIEUR DES CARTES APRES SON DECEDS A STOCKHOLM EN FEBURIER 1650.

𝔄.

Vn assemblage de plusieurs cahiers liez ensemble au nombre de dix escrits, d'autre main que celle de Monsieur Des Cartes ou sont transcripts plusieurs lettres receues par Mr. Des Cartes auec les responses ou il y a faites concernant des questions mathematiques et quelques obiections aux escrits dudit. Sieur Des Cartes.

𝔅.

Vn Registre relie et couuert de parchemin dans lequel il y a peu de choses Escriptes et en diuers endroits, aux premier feuillet de deux pages sont escrites soubs ce tiltre de numeris irrationabilibus *), le premier feuillet porte en teste ex quantitate linearum quae in dato circulo inscripta sont [sic] quantitatem circumferentiae cui datae lineae subtenduntur cognoscere, suiuent onze feuillets contenant diuerses propositions et demonstrations.

En suite deux feuillets sans titres de differentes pensees qu'il semble auoir eũe auparauant que d'escrire ses ouvrages et en fin de ces deux feuillets vn problesme pour trouuer vn nombre dont les parties.

En la page suiuante vne proposition parabolis compositis †) et apres trois pages escriptes de partibus aliquotis numerorum §).

suit vn tiret de payer [sic] sur le quel est vn M. colle a la page pour

---

*) Zie Baillet. II. 403.
†) Zie Baillet. II. 404.
§) Zie Baillet. II. 403.

trouuer l'ouuerture et soubs le titre de animo sont six pages de differentes pensees sans liaison et ordre.

suiuent trois pages des questions des nombres *).

Plus trois feuillets blancs et apres un tiret marque a trois pages des considerations physiques qui commencent quare pueri labuntur in somnum dum cunae concutiuntur.

Suiuent six feuillets blancs et soubs un tiret marque P. vne page de 4 ou 5. articles physiques et mathematiques confuserent [sic], la page suiuante est intitulee promiscuae animadversiones de coelis †).

Apres six pages vuides vn tiret marque D. suiuuent trois pages escrites de differentes pensees dont plus de la moitie est rage.

Apres six autres pages blanches soubs vn tiret non marque quatre pages d'autres questions physiques dont quelques vnes sont barrees.

Apres six feuillets blanc soubs vn tiret marque A vne page de questions physiques et une page suiuante d'une consideration de Musique.

Sept feuillets apres soubs vn tiret marque N, cinq pages de considerations physiques confuses.

Six feuillets blancs puis une page escrite soubs ce titre Thaumantis regia §).

Tournant le liure et faisant son commencement de ce qui fait la fin ie trouue au second feuillet trois pages et demie de Considerations physiques puis la Copie d'une lettre au pere Mercene [sic] ou sont traites quelques questious mathematiques.

---

*) Zie BAILLET, II. 403.

†) Zie BAILLET, I. 191.

§) Zie BAILLET, I. 197, II. 403.

C.

Vn petit Registre en parchemin quetté en dedans de la couuerture Anno 1619 Kalendis Januariis ou ce trouuent premierement 18. feuillets de considerations mathematiques soubs ce nom Barnassus *) apres six feuillets vuides est un escrits qui contient autres six feuillets escripts, en prenant le liure d'un autre sens les discours intitule Olympica †) et a la marge 11 Nouembre cepi intelligere fundamentum inventi mirabilis, reprenant le liure en son droit sens sont deux feuillets escripts de quelques considerations sur les sciences §) puis une demi page d'Algebre.

Puis douze pages vuides puis sept ou huit lignes intitulees democratica **). Apres huit ou dix feuillets blancs suiuent cinq feuillets et demi escrits, mais en tournant le liure soubs ce titre experimenta ††).

Puis douze feuillets blancs et enfin quatre pages escrites soubs ce titre praeambula §§) initium sapientia timor domini tout ce liure quette 6, paroist avoir este escrit a sa iennesse.

D.

Vn petit registre in octauo, contenant cinquante cinq pages ou il semble auoir escrit pour son usage une introduction contenant les fondements de son Algebre ***).

E.

Vn registre en petit quarto en la premiere page est escrit Vitellio sic numerat angulos refractos et en suite une petite table, par apres metallorum pondera et en suite une petite table.

---

*) Zie Baillet, I. 51. (onder den naam Parnassus).
†) Zie Baillet, I. 86.
§) Zie Baillet, I. 50.
**) Zie Baillet, I. 50.
††) Zie Baillet, I. 50.
§§) Zie Baillet, I. 50.
***) Zie Baillet, II. 403.

En la seconde page est ce titre primae cogitationes circa generationes animalium *), en dix neuf feuillets.

En suite deux feuillets soubs ce titre ex Kircher de magnete †).

Puis deux feuillets encore de la formation des animaux §).

Deux feuillets soubs ce titre historia metallorum en un feuillets et demi encore des animaux.

Six feuillets blancs, un feuillets intitule remedia et vires medicamentorum **) trente huit feuillets blancs.

Prenant le dit registre de l'autre costé il y a seize pages d'obseruations sur la nature des plantes et animaux.

Et apres vn feuillet vuide trois pages soubs ce titre de partibus inferiore ventri colentis.

F.

Neuf cahiers reliez ensemble contenant partie d'un traitte des regles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la verité ††).

G.

Vn traitte intitulé la description du Corps humain §§), ou il y a quatorze feuillets de suite et deux autres feuillets dont la suite ne se trouue point iointe avec vn billet contenant le titre des chapitres d'un traitte a faire de la nature de l'homme et des animaux ***) a ceste liasse ont este ioints dix ou douze feuillets partie interrompus qui traittent du mesme suiet mais sans quil paroisse de liaison auec les precedents.

---

*) Zie Baillet, II. 273.
†) Zie Baillet, II. 284.
§) Zie Baillet, II. 272.
**) Zie Baillet, II. 11.
††) Zie Baillet, I. 282.
§§) Zie Baillet, II. 403.
***) Zie Baillet, II. 272.

H.

Vn Cahier de quatre feuillets intitule progymnasma de partibus aliquotis numerorum *).

I.

Vn liasse de plusieurs lettres et obiections a Monsieur des Cartes par diuerses personnes.

K.

La minute de la seconde partie du traitte des passions †).

L.

Renati des Cartes querela apologética ad amplissinum Magistratum Vltra iectinum, contra Voetium et Dematium §).

M.

Enuiron seize feuillets in octauo soubs ce titre progymnastica de solidorum elementis **).

N.

De la nature des passions de lame, vne minute fort raturée de la main du dit Sieur des Cartes ††).

O.

Vn escrit contenant neuf cahiers en forme de lettre a Messieurs . . . . [sic] contre le Sieur Voetius.

P.

Receuil du Calcul qui sert a la Geometrie en six cahiers non escrit de la main du dit Sieur des Cartes §§).

---

*) Zie Baillet, II. 403.
†) Zie Baillet, II. 331.
§) Zie Baillet, II. 188.
**) Zie Baillet, I. 288, etc.
††) Zie Baillet, II. 280.
§§) Zie Baillet, I. 288, etc.

𝔔.

Treize feuillets ou est compris un dialogue soubs ce tiltre la recherche de la verite par la lumiere naturelle *).

𝔑.

Huit feuillets in octauo escrit de la Musique 1618 †).

𝔖.

Six pages soubs ces tiltres explications des angins par l'ay de des quels ont [sic] peut auec peu de force leuer un fardeau fort pesant §).

𝔗.

Deux cent soixante deux feuillets in quarto des minutes des lettres escrites par le dit Sieur des Cartes a diuerses pensonnes.

𝔙.

Quatorze feuillets un quarto et deux un octauo de minutes de lettres escrittes a Madame le Princesse Elisabeth de Boheme **).

𝔛.

Soixante et neuf feuillets dont la suite est interrompue en plusieurs endroits, contenant la doctrine de ses principes en françois ††) et non entierement conformes a l'imprime latin.

---

*) Zie Baillet, II. 497, de volledige titel is: la Recherche de la Vérité par la lumière naturelle, qui toute pure & sans emprunter le secours de la Religion ni de la Philosophie, détermine les opinions que doit auoir un honnête homme sur toutes les choses qui peuvent occuper sa pensée.

†) Zie Baillet, I. 45.

§) Zie Baillet, II. 400.

**) Zie Clerselier, T. I. blz. 8—123, 166—186.

††) Zie Baillet, II. 222.

Y.

La Minute du traitté de la Geometrie imprime *).

Z.

Vne liasse d'enuiron 27. feuillets des taches sans suite et quelques papiers volants contenants reponse a quelques obiections et autres matieres differente.

*) Zie Baillet, I. 288.

AANTEEKENINGEN.

1) LA VIE || DE || MONSIEUR || DES-CARTES || *PREMIERE PARTIE* || vignette: drukkersmerk. || A PARIS, || Chez DANIEL HORTHEMELS, ruë saint Jacques, || au Mécénas. || M.DC.XCI. || *AVEC PRIVILEGE DU ROI* II Dl. 4°.

le Dl.: 8 blz. (niet gepagineerd) opdracht „A || MONSEIGNEUR || LE || CHANCELIER", geteekend „A. B." Daarop fraai portrait met randschrift „RENÉ DES CARTES CHEVALIER SEIGNEUR DU PERRON" FRANS HALS *pinxit. Edelinck sculp. C.P.R.*; en het onderschrift „*Bene qui latuit, bene vixit*".

Dan blz. j—LXIJ bevatten PREFACE (36 blz.) en TABLE || DES CHAPITRES, blz. 37—46, TABLE || CHRONOLOGIQUE || DE LA VIE || DE MR. DESCARTES, blz. 47—58 met ADDITION, blz. 59, AVERTISSEMENT, blz. 60, *Errata* (1 blz.) *PRIVILEGE DU ROI* (blz. 62).

Daarop A—Ddd. blz. 1—396 het werk, en Eee—Ggg, blz. 397—417 TABLE || DES MATIERES, blz. 417 verso staat „A. PARIS || De l'Imprimerie de ANTOINE LAMBIN. M.DC.XCI."

2e Dl. 16 blz. (ongepagineerd) TABLE || DES CHAPITRES || *DE LA SECONDE PARTIE.*

A—Aaaa blz. 1—558 het werk, en Bbbb—Gggg, blz. 559—603. TABLE || DES MATIERES.

2)* LA VIE || DE MR. || DES-CARTES. CONTENANT || *L'histoire de sa Philosophie & de* || *ses autres Ouvrages.* || Et aussi ce qui luy est arrivé de plus || remarquable pendant le cours || de sa Vie. || *Reduite en abregé.* || Vignette: ornament. || A PARIS, || Chez la Veuve MABRE CRAMOYSI, || M.DC.XCIII. || *AVEC PRIVILEGE DU ROY.* || 12°.

24 Blz. (ongepagineerd). Voor den titel een zeer vreemdsoortige titelplaat. Verso van den titel wit. Opdracht, 8 blz. geteekend BAILLET. *AVERTISSEMENT* (2 blz.), *SOMMAIRE* (10 blz.).

A—O, blz. 1—322.

3)*. 't LEVEN || van den Heer || DESCARTES, || Behelzende || *De historie van zyne Wysbegeerte, en* || *zyne andere Werken*: || Gelyk ook 't geen hem 't aanmerkelykst ge- || duurende den loop van zyn leven is || wedervaaren. || *Uit het Fransch in 't Nederduitsch gebracht* || DOOR || G. v. BROEKHUIZEN. || Vignette: ornament || TOT AMSTERDAM, || By WILLEM DE COUP, || Boekverkooper op 't Rokin; aan de Valbrug. || Ao. 1700. 8°.

14 blz. (ongepagineerd). Voor den titel een titelplaat, met het portret van Des Cartes. *J. Schorm del scu.* Verso en verso van titel wit: Dan „AAN || MIJN HEER || DEN || KANSELIER" 8 blz.

A—Ee, blz. 1—440.

*4) De drie deelen hebben elk een verschillenden titel.

LETTRES || DE || MR. DESCARTES || où sont traittées les plus belles Questions || DE LA || MORALE, || PHYSIQUE, || MEDECINE, || ET DES || MATHEMATIQUES. || Vignette; drukkersmerk van de Elzeviers || A PARIS, || ches CHARLES ANGOT, 1657. || *Avec Privilege du Roy* || et se vendent || A LEYDEN, || chez JEAN ELZEVIER. || 4°.

Verso titel wit; PREFACE 22 blz., waarvan de laatste in cursieve letters: beschrijving van het monument, 2 blz.; TABLE DES LETTRES en *Extraict du Privilege du Roy* (4 blz.). Uit dit laatste stuk blijkt, dat de SIEUR CLERSELIER deze brieven uitgaf.

A—OOOo, blz. 1—683: dan 1 blz. *FAVTES A CORRIGER.*

LETTRES || DE || MR. DESCARTES || *Où sont expliquées plusieurs belles difficultez* || *touchant ses autres Ouvrages.* || TOME SECOND. || Vignette: de stad Leiden, met onderschrift: IMPERAT ATQVE DOCET. || A. PARIS, || chez CHARLES ANGOT, ruë Saint Jacques, || à la ville de Leyyden. || M.DC.LIX. || *AVEC PRIVILEGE DV ROY.*

Verso van titel wit: PREFACE (14 blz.), LE R. P. MERSENNE || A MONSIEUR VOETIUS || Professeur en Theologie à Vtrech. (*Version*) (4 blz.) TABLES DES LETTRES (4 blz.).

A—BBbb, blz. 1—564. Dan *Extrait du Privilege du Roy* (1 blz.) en *Fautes* (1 blz.).

LETTRES || DE || MR. DESCARTES. || *Où il répond à plusieurs difficultez qui luy ont* || *esté proposées sur la Dioptrique, la Geometrie,* || *& sur plusieurs autres sujets.* || TOME TROISIÈSME ET DERNIER. || Vignette: drukkersmerk van Ch. Angot. || A. PARIS || ches CHARLES ANGOT, ruë S. Jacques || au Lion d'Or. || M.DC.LXVII || *AVEC PRIVILEGE DV ROY.* 4°.

Verso van titel wit: PREFACE 18 blz.; TABLE DES LETTRES, 2 blz., FAUTES 1 blz.

A—Mmmm, blz. 1—646.

Wel merkwaardig is hier deze vrij goede afbeelding van Leiden te vinden als drukkersmerk van een Parijsche firma, en wel slechts in 1659, terwijl in 1668 dit merk was veranderd in „Lion d'Or". De opgaven daaromtrent in het fraaie boek „Les Elzevier" 1880, 8°. van A. Willems, N°. 800, blz. 198, zijn niet juist.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 25 October 1884.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, A. C. OUDEMANS JR., PLACE, LORENTZ, MAC GILLAVRY, VAN DER WAALS, KORTEWEG, HOEK, MICHAËLIS, BAEHR, BEYERINCK, DE VRIES, MARTIN, HOFFMANN, ZAAIJER, FRANCHIMONT, SCHOLS, VAN DIESEN, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, BIERENS DE HAAN, VAN BEMMELEN, KOSTER, SURINGAR, DONDERS, GUNNING, STOKVIS, J. A. C. OUDEMANS, MULDER, BEHRENS, RIJKE, RAUWENHOFF, HUBRECHT en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— De Heeren DIBBITS en VON BAUMHAUER hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1°. den Secretaris van het Naturforschende Verein te Bremen, 10 Juni 1884; 2°. F. KRAUSS, Bibliothecaris van het Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg te Stuttgart, 15 Juni 1884; 3°. TH. STECK, Bibliothecaris der Naturforschende Gesellschaft te Bern, Mei 1884; 4°. J. R. KOCH, Bibliothecaris der Allgemeine Schweizerische Gesell-

schaft der Naturwissenschaften te Bern, Mei 1884; 5°. L, NETTO, Directeur van het Museu Nacional te Rio Janeiro, 4 September 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden: 1°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 17 September 1884; 2°. het Ministerie van Waterstaat, Handel en Nijverheid te 's Gravenhage, 27 September 1884; 3°. E. H VON BAUMHAUER, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der wetenschappen te Haarlem, 1 October 1884; 4°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van TEYLER's Stichting te Haarlem, 1884; 5°. het Ministerie van Binnenlandsche zaken te Brussel, 3 April 1884; 6°. A. TIELEMANN, Bibliothecaris der Universiteit te Leuven, 31 Januari 1884; 7°. F. NICHOLSON, Bibliothecaris der Manchester Literary and Philosophical Society te Manchester, April 1884; 8°. den Secretaris van het Historische Verein für Unterfranken und Aschaffenburg te Würzburg, Augustus 1884; 9°. TH STECK, Biblothecaris der Naturforschende Gesellschaft te Bern, Juni 1884; 10°. J R. KOCH, Bibliothecaris der Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften te Bern, Juni 1884; 11°. K. A. MOBERG, Directeur van het Lever Géologique de la Finlande te Helsingfors, 6 October 1884; 12°. H WILD, Directeur van het Physikalisch Central-Observatorium te St. Petersburg, Maart 1884; 13°. J. E. HILGARD, Superintendent der U. S. Coast and Geodetic Survey Office te Washington, 31 Mei 1884; 14°. N. MURRAY, Secretaris van John Hopkins University te Baltimore, 25 Maart 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren 1°. eene uitnoodiging voor 6 December a. s. ter bijwoning der feestelijke herdenking van het 100-jarig bestaan van het Genootschap der Wetenschappen te Praag; 2°. een schrijven van den Heer Dr. G. SCHLEGEL te Leiden, ter begeleiding van de autobiographie zijns vaders, wijlen den Hoogleeraar H. SCHLEGEL, lid der Kon. Akad. v. Wetenschappen.

Aan de uitnoodiging van het Praagsche Genootschap zal waarschijnlijk geen gevolg kunnen worden gegeven, daar geen der leden op dit oogenblik zich wenscht te verbinden, de Akademie bij die feestelijke samenkomst te vertegenwoordigen.

De Voorzitter stelt voor, op grond van de uitgebreidheid der biographie van den Heer SCHEGEL, het lezen daarvan te doen volgen op de gewone werkzaamheden, omdat het zou kunnen gebeuren, dat hiervoor anders geen tijd beschikbaar bleef. — Aldus wordt besloten.

— De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN spreekt »over de uitkomsten aangaande den vorm van de planeet Uranus, afgeleid uit de metingen, te Leiden volbracht". Een opstel over dit onderwerp wordt voor de Verslagen en Mededeelingen toegezegd.

— De Secretaris leest de autobiografie van wijlen het lid der Akademie Prof. H. SCHLEGEL. De Vergadering besluit, haar in het Jaarboek der Akademie te doen opnemen.

— Voor de Verslagen en Mededeelingen worden aangeboden: 1°. door den Heer BIERENS DE HAAN: N°. XXIX der Bouwstoffen voor de geschiedenis der Wis- en Natuurkundige Wetenschappen in Nederland", handelend over den wetenschappelijken inventaris van R. DES CARTES; 2°. door den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN, uit naam van den Heer STIELTJES: »Quelques remarques sur la variation de la densité dans l'intérieur de la terre". — Tot rapporteur over dezen arbeid worden door den Voorzitter aangewezen de Heeren KAMERLINGH ONNES en KORTEWEG. — De laatste neemt de opdracht aan; aan den Heer ONNES, niet ter vergadering tegenwoordig, zal van zijne benoeming kennis worden gegeven.

— Voor de bibliotheek der Akademie worden aangeboden:

1°. door den heer HOEK, een overdruk zijner verhandeling uit: The zoology of the voyage of H. M. S. Challenger", getiteld: »Report on the Cirripedia. Anatomical part";

2°. door den Heer MARTIN, ook uit naam van den Heer WICHMANN, een overdruk hunner verhandeling: »Beiträge zur Geologie Ost-Asiens und Australiens";

3°. door den Heer BIERENS DE HAAN, uit naam der Schrijvers, de dissertatiën der Heeren L. P. C. LUYTEN (Theorie der gedeeltelijke differentiaal-vergelijkingen van de 1e orde) en TH. B. VAN WETTUM (Over de complexe getallen en verhouding van richting); en verder uit eigen naam, een herdruk van: »ALBERT GIRARD, Invention nouvelle de l'Algèbre";

4°. door den Heer J. A. C. OUDEMANS, het 1e deel van den door hem bezorgden vierden druk van KAISER's Sterrenhemel.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 29 November 1884.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, SCHOLS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, MAC GILLAVRY, HOEK, ZEEMAN, STOKVIS, BEIJERINCK, DE VRIES, SURINGAR, VAN HASSELT, J. A. C. OUDEMANS, GRINWIS, RAUWENHOFF, KORTEWEG, VON BAUMHAUER, VAN DER WAALS, KAMERLINGH ONNES, LORENTZ, BAEHR, VAN DIESEN, BOSSCHA, PLACE en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 22 November 1884; 2°. E. H. VON BAUMHAUER, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der wetenschappen te Haarlem, 7 November 1884; 3°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 8 November 1884; 4°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van TEYLER's Stichting te Haarlem, 15 November 1884; 5°. J. J. A. FRANTZEN, Bibliothecaris der Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, October 1884; 6°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Graven-

hage, 8 November 1884; 7°. den Heer Poortugael, Gouverneur der Koninklijke Militaire Akademie te Breda, 11 November 1884; 8°. H. D. Levyssohn Norman, 's Gravenhage, 19 November 1884; 9°. G. W. Bloxam, Secretaris van het Anthropological Institute of Great Britain & Ireland te Londen, 15 November 1884; 10°. S. Thorburn, Bibliothecaris der Geological and Natural History Survey te Sussex, 13 October 1884; 11°. J. F. Baird, Secretaris der Smithsonian Institution te Washington, 14 Juni 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden; 1°. M. C. Verloren, Hoogland, 19 November 1884; 2°. den Secretaris der k. k. Akademie der Wissenschaften te Budapest, 1 Juni 1884; 3°. G. Karsten, Secretaris der Kommission zur Untersuchung der Deutschen Meere te Kiel, November 1884; 4°. M. Danvila, Madrid, 16 November 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— De Heeren A. C. Oudemans Jr., Behrens, Gunning en Verloren hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— De Heeren Kamerlingh Onnes en Korteweg brengen een zeer gunstig rapport uit over de verhandeling van den Heer T. J. Stieltjes Jr. De conclusie om daaraan eene plaats te verleenen in de werken der Akademie, wordt zonder stemming aangenomen.

— De Heer Bierens de Haan geeft een overzicht van hetgeen tot hiertoe door de Huygens-Commissie werd verricht, en gewaagt met erkentelijkheid van de medewerking, welke zij van de Heeren Govi, te Napels, en Ch. Henry, te Parijs, mocht ondervinden.

De conclusiën van dit rapport luiden: 1°. dat de Akademie voortga met het verleenen eener subsidie voor de wetenschappelijke bewerking der briefwisseling en der werken

van CHR. HUYGENS; 2°. dat zij hare Commissie machtige om maatregelen tot de uitgave dier briefwisseling en werken te nemen, onder dien verstande, dat de wetenschappelijke bewerking aan de Akademie verblijve."

De Heer STOKVIS vraagt of er nu reeds eenig vooruitzicht bestaat, dat de uitgave, hierboven bedoeld, tot stand kunne komen? De Heer BIERENS DE HAAN antwoordt, dat dit vooruitzicht werkelijk bestaat, doch dat daarover voor het oogenblik niet in bijzonderheden kan worden getreden.

De Voorzitter, van meening, dat de Afdeeling geen bezwaar heeft de voorgestelde conclusiën te aanvaarden, hoopt en vertrouwt, dat daarover in de a. s. gecombineerde Vergadering der Afdeelingen eveneens een gunstig oordeel geveld zal worden.

— De Heer SCHOLS biedt voor de boekerij der Akademie aan den derden druk van zijn leerboek, getiteld: »Landmeten en Waterpassen", en de Heer HOEK, uit naam van de Commissie over het Zoölogisch Station der Nederlandsche Dierkundige Vereeniging, een exemplaar van: »Verslag omtrent onderzoekingen, op de oester en de oesterkultuur betrekking hebbende."

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

RAPPORT

VAN DE

HUYGENS-COMMISSIE.

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 November 1884.)

Na U een jaar geleden een voorstel omtrent de bewerking van de uitgegeven werken en de briefwisseling van CHRISTIAAN HUYGENS gedaan, en van het door ons gevraagde en voorloopig door U toegestane subsidie, later, bij Besluit der Algemeene Vergadering, slechts een gedeelte ontvangen te hebben, zijn wij met goeden moed aan het werk getogen.

Het stond bij ons vast, en deze overtuiging werd onder den arbeid steeds bevestigd, dat het vóór alles noodzakelijk was, eerst een afschrift der briefwisseling te verkrijgen, vóór dat er van eene bewerking daarvan sprake kon zijn. Wij begonnen met één schrijver daarvoor aan het werk te zetten, maar reeds in het begin van den zomer moest dit aantal tot vier worden uitgebreid, omdat het verschil in taal en de soms zeer uiteenloopende moeielijkheden van het handschrift telkens eene verdeeling noodzakelijk maakten. Wegens onze geringe geldmiddelen was het zeer gelukkig. dat wij bijzonder goed mochten slagen, terwijl ons lid DU RIEU ons met zijne groote ondervinding in deze goede diensten bewees.

Onder dankbetuiging vermelden wij de medewerking, die wij mochten ondervinden van den Heer GOVI, Hoogleeraar te Napels, die op enkele, ons onbekende, uitgegeven brieven van HUYGENS ons heeft opmerkzaam gemaakt, en ons verder behulpzaam wilde zijn bij het onderzoek in de Italiaansche

bibliotheken; maar inzonderheid die van den Heer CH. HENRY, Bibliothecaris der Sorbonne. Deze heeft ons mededeeling gedaan van al wat hij, bij een vroeger onderzoek in Frankrijk en Italië, aangaande geschriften en brieven van en aan HUYGENS had gevonden; waardoor wij zijn te weten gekomen in welke verzamelingen, vooral in Parijs, zich tal van die stukken bevinden, en ook (hetgeen van niet minder gewicht is), welke verzamelingen hij reeds vruchteloos had doorzocht. Daarenboven heeft hij ons de afschriften van een 30-tal brieven van en aan HUYGENS, die hij vroeger vervaardigd had, belangeloos afgestaan; vele van die brieven waren ons nog niet bekend.

Een rijke bron voor onze kennis van het wetenschappelijk leven van HUYGENS heeft het lid VAN DE SANDE BAKHUYZEN, tijdens zijn verblijf in Parijs, gevonden in de onuitgegeven Régistres de Mathématiques et de Physique de l'Académie de Paris, welke de Notulen der Akademie-zittingen van den aanvang af bevatten. De tijd ontbrak hem om al de deelen dier Registers geheel door te lezen, maar bij een gedeeltelijk onderzoek vond hij reeds een 57-tal grootere of kleinere stukken, rapporten en berichten, van en over HUYGENS.

Van belang zijn ook de verkorte Notulen van de zittingen der Royal Society, in hare History by TH. BIRCH. Gedeeltelijk is dit werk door VAN DE SANDE BAKHUYZEN doorzocht, evenals het Journaal van CONSTANTIJN HUYGENS, waarin op een 100-tal plaatsen van CHRISTIAAN wordt melding gemaakt. Zie Bijlage A.

Onze staf van schrijvers leverden ons tot nu toe 722 brieven van en 598 aan HUYGENS. Maar deze afschriften moesten nu gecollationneerd worden.

Behandelen wij eerst de brieven van HUYGENS, met uitzondering namelijk van zijne briefwisseling met zijne broeders, die nog niet is afgeschreven. Ons stonden ten dienste, voor een deel, een boekdeel met gedeeltelijke apographa, een aantal minuten van de hand van HUYGENS zelven (gedeeltelijk met korte opgaaf van den inhoud), en een trouwens klein aantal van de brieven zelven. Vooral waren de

minuten, die overal in den rijken schat, aan de Leidsche bibliotheek aanwezig, moesten worden opgezocht, van veel waarde, ook omdat zij dikwerf aan het hoofd een korte opgaaf der stof bevatten, die HUYGENS schijnt opgeteekend te hebben, voordat hij zijn brief begon. Het lid BIERENS DE HAAN belastte zich met dit onderzoek en dit collationneeren, en op eenige brieven na is deze arbeid nu afgeloopen. De hier aanwezige verzameling bevat in vier folio portefeuilles, 640 brieven van HUYGENS, behalve 38 brieven zonder adres, doch met datum; en 44, waarbij én adres én datum geheel ontbreken. In Bijlage B vindt men opgeteekend, hoeveel brieven er aan ieder geschreven zijn en over welken tijd zij loopen. Het zal straks onze taak worden te trachten, die 82 brieven zonder adres aan hun werkelijk adres terug te brengen, en, waar mogelijk, hun datum te bepalen; bij een zeker aantal hunner was hem dit reeds gelukt.

Wat verder de brieven aan HUYGENS betreft, met hunne collationneering hielden zich de leden LORENTZ, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, DU RIEU en BIERENS DE HAAN onledig; er werden tot dus verre 467 brieven nagezien, waaromtrent men in Bylage C het noodige vindt opgeteekend.

Gestadig gaan wij voort met het doen afschrijven en het collationneeren van het afgeschrevene.

In ons vorig Rapport werd melding gemaakt van enkele reeds uitgegeven briefwisselingen, en toen de meening uitgesproken, dat die alleen te collationneeren zouden zijn. Maar het is noodzakelijk gebleken voor onze latere rangschikking der brieven, daarvan ook afschriften te doen nemen. Tot vermindering der kosten is echter voor oud aangekocht een exemplaar van de uitgaaf van UYLENBROEK's »Exercitations enz"; het exemplaar is uit elkander genomen en de brieven van HUYGENS bij de overige opgenomen. Deze zijn echter eerst met de oorspronkelijke minuten vergeleken. Al was dit werk, ook wegens het dunne drukpapier, niet gemakkelijk, het bespaarde vrij wat kosten. Evenzoo is de »HUYGENS et ROBERVAL" van CH. HENRY gebruikt.

Had deze arbeid van collationneeren zijne vele bezwaren, er was ook eene lichtzijde aan verbonden: want telkens

stootte men bij het zoeken naar de minuten op belangrijke stukken. Zoo werd bijv. in een Rapport van HUYGENS aan de O. I. Comp. omtrent de reis van een schip naar de Kaap de Goede Hoop — waarbij zijne horologiën zouden beproefd worden als middel tot lengtebepaling op zee — gesproken over eene kaart, waarop met drie verschillend gekleurde lijnen de uitkomsten dier proefnemingen waren geteekend. Deze kaart werd in het Archief der O. I. Comp., te 's Gravenhage berustende, nagespoord, doch te vergeefs. Eenige dagen later in de Adversaria nazoekende, kwam niet alleen deze kaart, in verschillende vormen nog wel, voor den dag, maar werd ook het daarbij behoorende Scheepsjournaal van JOH. DE GRAAF zelf gevonden.

Nu wij het een en ander omtrent het verledene hebben medegedeeld, mogen wij nog eenige beschouwingen over de toekomst doen volgen.

Thans toch zijn wij in staat om, hoezeer slechts bij grove benadering, op te geven welken omvang de uitgaaf van de werken en brieven van HUYGENS zoude beslaan. Nemen wij daartoe als maatstaf de uitgave van de Oeuvres de Laplace 1876 enz., dan bevat eene volledige bladzijde van dat werk 1880 letters. Dit zij dus onze normaalbladzijde.

Verder bevatten gemiddeld iedere bladzijde bij de afschriften der brieven 37 regels × 36 = 1332 letters.
de Opera Reliqua van HUYGENS . . 1750 »
de Opera Varia . . . . 1890 »

Nu bevatten de afschriften der 722 brieven van HUYGENS 1396 bladzijden: dit geeft voor het geheele aantal, begroot op 2500 brieven, 4800 bladz., dat is naar de vermelde maatstaf . . . . 3420 normaalblz.

De Opera Varia tellen 776 bladz., dat is 778 normaalblz.

De Opera Reliqua 315 + 226 + 184 = 725 bladz. druks. Bovendien in denzelfden vorm uit de Acta Eruditorum, de Mémoires de l'Académie, de Philosophical Transactions, het Journal des Savants nog 162 bladz., dus te zamen 887 blz., d. i. . . . . 827 normaalblz.

Waarbij nog zouden komen uit de Régistres de Mathématiques et de Physique de l'Académie, uit BIRCH, History of the Royal Society, uit het Journaal van CONSTANTIJN HUYGENS enz., nog wellicht . . . . . 100 normaalblz.
derhalve te zamen bij raming . . . . 5125 normaalblz.

De kosten, aan zulk eene uitgaaf verbonden, gaan — wij behoeven het wel niet nader te betoogen — de krachten van de gewone, reeds zoo zuinige, inkomsten van de Kon. Akademie van Wetenschappen te boven, en wij zouden met reden aarzelen haar daartoe een voorstel te doen. Liever bepalen wij ons tot het volgende voorstel: dat de Akademie hare Commissie den wetenschappelijken arbeid late voortzetten; dat deze derhalve voortga met het in orde brengen van de briefwisseling van HUYGENS; deze daarop aan een nauwgezet onderzoek onderwerpe, en daarvan gebruik make tot het vinden van de beste wijze om de geheele uitgave voortebereiden; dat echter de Akademie zich niet inlate met de voor haar te drukkende uitgaaf.

De conclusie, waarmede wij eindigen, luidt dus:

1°. dat de Akademie voortga met haar subsidie voor de wetenschappelijke bewerking der briefwisseling en werken van CHRISTIAAN HUYGENS;

2°. dat zij hare Commissie machtige om maatregelen tot de uitgave daarvan te nemen onder dien verstande, dat de wetenschappelijke bewerking aan de Akademie verblijve.

Amsterdam,
29 November 1884.

Namens de Commissie:
D. BIERENS DE HAAN, *Voorzitter*.
H. A. LORENTZ, *Secretaris*.

BIJLAGE A.

LIJST VAN STUKKEN VAN CHR. HUYGENS TIJDENS ZIJN LEVEN UITGEGEVEN EN NIET OPGENOMEN IN DE OPERA VARIA EN DE OPERA RELIQUA.

In »Mémoires de l'académie royale des sciences depuis 1666 jusqua 1699."

Tome X, page 341. Extrait d'une lettre de M. HUYGENS. Ook opgenomen in het Journal des scavans. Tome II, page 532.

In het »Journal des scavans."

Tome I, page 106. Extrait de deux lettres de Londres et de la Haye, touchant l'usage des pendules. (De eerste brief is opgenomen in de opera varia pag. 211, de tweede niet).

Tome II, page 532. Extrait d'une lettre de Mr. HUYGENS à l'auteur du journal 18 Mars 1669. Ook in »de Mémoires de l'Académie (zie boven).

In de »Philosophical transactions."

Vol I, page 98. Uittreksel uit een brief van HUYGENS over de vervaardiging van lensen.

Vol IV, page 925. Summary account of the laws of motion communicated by Mr. CHR. HUYGENS in a letter to the R. S. and since published in French in the Journal des scavans 18 March 1669. (In het kort wordt hierin mededeeling gedaan van hetgeen in H's brief voorkomt, met verschillende opmerkingen van den uitgever der Phil. Trans.

Vol. V, page 2093. On the appearanee of Saturns ring in 1670.

Vol. VI, page 3026. Letter on some observations made at Paris on Saturn's ring. An extract of a letter written at Paris. Nov. 7, 1671 by Mr. Chr. H.

Vol. VIII, page 6119. Letters between Mr. Huygens and Mr. Slusius about an optical problem. (Gedeeltelijk opgenomen in de Opera Varia pag. 759, voor het grootste deel niet).

Vol. IX, page 90. His thoughts of Mr. Hooke's observations for proving the motion of the earth. Extract of Mr. Chr. H's letter to the publisher 15 May 1874 from Paris.

Vol. X, page 443. Experiments on the airpump by Papin, directed by Huygens, as appears in the Discourse, printed at Paris 1674.

Vol. X, page 477. Experiments made on the airpump upon plants together with a way of taking exhausted receivers away from off the said engine tryed by the same persons mentioned in N^0^. 119.

Vol. X, page 492. Experiments on the preservation of bodies. Continuation of the experiments by Hugens and Papin.

Vol. X, page 542. Experiments on animals in the airpump by Hugens and Papin.

Vol. X, page 544. Promiscuous experiments in the airpump by Hugens and Papin.

Vol. VII, page 5027. An attempt to render the cause of that odd phenomenon of the quicksilver remaining suspended far above the usual height in the Torricellian experiment. Extract of a letter to the author of the Journ. des Sc. 25 July 1672 (korte mededeeling der proeven in de Opera Varia pag. 769 beschreven, benevens beschouwingen van den uitgever der Phil. Trans.)

In de »Acta eruditorum"

1691. Pag. 281. Christ. Hugenii dynastae in Zulichem. Solutio ejusdem problematis.

1694. Pag. 339. Excerpta ex epistola C. H. Z. ad G. G. L.

BIJLAGE B.

VOORLOOPIGE LIJST DER BRIEVEN, DOOR CHR. HUYGENS GESCHREVEN.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
1	1683	S. Alberghetti.
1		van den Andel.
9	1664, 1665	Auzout.
1	1656	Aynscom.
1	1657	von Baerle.
2	1691	P. Baert.
2	1656, 90	E. Bartholinus.
1		H. Basnage.
5	1690—93	Boyle.
1	1690	B. Bekker.
2	1659	Belair.
2	1685	de Beringhen
3	1652—58	de Bie.
4	1693—94	Bignon.
3	1690—93	van de Blocquery.
1	1658	A. Boddens.
32	1657—62	Bouillaud.
4	1657—58	H. Bruno.
1	1657	van der Burgh.
1	1665	van Call.
2	1656	Calthoff.
1	1665	Campani.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
17	1656—66	de Carcavy.
2	1684, 86	Cassini.
1		de Caze.
26	1656—66	Chapelain.
1	1688	de la Chapelle.
2	1675	Duc de Chevreuse.
1	1664	Chieze.
3	1687	H. Coets.
10	1665—82	Colbert.
4	1656	A. Colvius.
1		des Combes.
2	1659	Conradus.
2		Costerus.
1	1675	Couterie.
1	1691	G. Cuperus.
1	1663	Cusson.
1		Dalence.
1		Dierkens.
2	1656, 66	Elsevier.
4	1668	Estienne.
1		de la Faille.
4	1687—91	Fatio de Duilliers.
1	1679	Fermat.
2	1687	Friquet.
3	1683—86	B. Fullenius.
6	1669—82	Gallois.
1		van Gangel.
2	1659—60	du Gast
3	1687	P. Gentius.
1	1657	Gobert.
2	1651—54	J. Golius.
1	1691	Gousset.
2	1687, 91	A. de Graaf.
5	1688—93	J. de Graaf.
1		Gregorius Scotus.
6	1652—53	Gutschovius.
1	1684	de Hautefeuille.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
14	1639—65	N. Heinsius.
12	1656—1665	J. Hevelius.
12	1682—1693	de la Hire.
1	1662	Hobby.
1	1658	Hodierna.
16	1690—94	Marq. de l'Hospital.
1	1682	de Hubert.
12	1657—88	J. Hudde.
1	1690	D. Huet.
3	1641—48	Christ. Huygens, Grootvader.
13		Const. Huygens, Vader.
8	1648—93	Const. Huygens, Broeder.
3	1645—61	Lodewijk Huygens, Broeder.
2	1692	Hubertus Huygens.
1	1675	Justel.
1	1664	de Kiucardin.
10	1652—65	A. de Kinnero a Loewenthurm.
1	1683	de Lannion.
1	1690	van Leeuwenhoek.
30	1674—94	G. G. Leibnitz.
7	1660—73	Princeps Leopold ab Hetruria.
1	1655	Th. de Leydis.
2	1653, 54	Lipstorp.
3	1683—85	de Louvois.
1	1692	van Merle.
2		Mersenne.
4	1691	Meyer.
5	1656—59	Milon.
2		Mocchi.
1	1646	du Mont.
5	1666	de Montmort.
12	1664	Moray.
1	1665	Mouton.
19	1666—75	Oldenburg.
1	1664	P.
4	1650—66	Pagetius.
3	1690, 91	D. Papin.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
1	1659	B. Pascal.
1	1679	Pelisson.
2	1675, 86	Perrault.
1	1660	Madem. Perrault.
1	1687	Petcom.
5	1659—66	Petit.
1		Pieck.
3	1660—64	D. Rembrantsz van Nierop.
1		Reyer.
5	1655—56	de Roberval.
3	1664—66	Duc de Roannes.
4	1677—90	Ol. Römer.
7	1675—84	de la Roque.
1	1694	de Rosey.
2	1665	le Roy.
2	1660, 65	C. C. Rumphius.
1	1665	Ruysch.
2	1652	A. de Sarasa.
57	1651—60	F. van Schooten.
1	1665	Schulerus.
6	1652—59	Seghers.
29	1657—74	R. Slusius.
1	1675	Smethwick.
2	1692, 93	Steigerthal.
1	1660	H. Stevin.
4	1652—60	A. Tacquet.
1	1656	Tassin.
5	1664—66	Thevenot.
3	1665—77	Thuret.
2	1687	Tschirnhaus.
1	1666	Ulenburg.
1	1690	Vegelin van Claerbergen.
17	1651—65	Gregorius a St. Vincentio.
2	1665	Vlitius.
1	1653	de Vogelaar.
4	1689—93	D. de Volder.
1		de la Voye.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
10	1655—1660	J. Wallis.
1	1694	Wichers.
2	1663	J. de Wit.
1		Duc de York.
1	1658	Neef?
2		Staten-Generaal.
3	1688—93	Bewindhebbers O. I. Compagnie.
38		Onbekenden met datum.
44		» zonder datum.

BIJLAGE C.

LIJST VAN TOT DUSVERRE OVERGESCHREVEN BRIEVEN AAN CHR. HUYGENS.

Aantal.	Brieven aan HUYGENS.
1	S. Alberghetti.
5	Auzout.
2	P. Baert.
1	W. Balle
2	E. Bartholinus.
4	Bayle.
3	Bellair.
1	Bertet.
3	A. Boddens.
1	Borchese.
42	Bouillaud.
2	R. Boyle.
3	G. Brereton.
1	Brienne.
1	de Brion.
3	H. Bruce.
5	Brunetti.
6	H. Bruno.
12	de Carcavy.
1	des Cartes.
1	Cassagnes.
6	Cassini.

Aantal.	Brieven aan HUYGENS.
1	Caze.
1	Chamaze.
1	Chambonnière.
58	Chapelain.
2	la Chapelle Besse.
2	H. Coets.
1	J. Columbus.
6	A. Colvius.
1	N. Colvius.
3	Conrart.
2	G. Cuperus.
1	Deschales.
1	St. Disdier.
1	Dodart.
7	Estienne.
9	Fatio de Duilliers.
4	Fermat.
1	Fogelius.
1	Gallé.
2	Gallois.
5	du Gast.
1	Gellet.
16	P. Gentius.
1	Gottignies.
2	Gousset.
1	D. Gregory.
2	N. Grevius.
3	Gutschovius.
18	N. Heinsius.
1	G. Hesius.
11	J. Hevelius.
1	Holtes.
2	J. Hudde.
2	D. Huet.
1	Constantijn Huygens, Broeder.
4	Lodewijk Huygens, Broeder.
2	Philippus Huygens, Broeder.

Aantal.	Brieven aan Huygens.
2	Hubertus Huygens.
1	Jacquelot.
1	Justel.
15	Kinner de Loewenthurm.
1	Lamothe.
1	de Lannion.
9	Leeuwenhoek.
1	C. G. Leibnitz.
15	Princ. Leopold.
2	J. Ludolff.
2	Mariotte.
1	Matthion.
1	Milon.
1	Moray.
2	G. Mouton.
2	van der Noot.
4	de Nulandt.
74	H. Oldenburgh.
7	D. Papin.
2	Pardies.
1	Pascal.
4	Perrault.
5	la Peyrere.
1	Picart.
1	Quesnel.
4	D. Rembrandtz van Nierop.
2	M. A. Ricci.
1	Duc de Roannes.
4	Roberval.
7	de la Roque.
1	Sarasa.
1	Fr. van Schooten.
1	J. Schuler.
1	Smethwick.
1	Sorbiere.
1	Southwell.
1	J. J. Spener.

Aantal.	Brieven aan HUYGENS.
2	H. Stevin.
7	A. Tacquet.
1	Tschirnhaus.
1	Vallot.
1	Varignon.
3	de Vaumesle.
5	Vegelin van Claerbergen.
1	D. de Volder.
3	de la Voye.
1	J. de Wit.

VERSLAG

OMTRENT EENE

VERHANDELING VAN Dr. T. J. STIELTJES Jr.,

GETITELD:

QUELQUES REMARQUES SUR LA VARIATION DE LA DENSITÉ DANS L'INTÉRIEUR DE LA TERRE.

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 Nov. 1884)

De Heer Stieltjes vat in deze verhandeling het onderzoek naar de dichtheid van het inwendige der aarde, als functie van den afstand tot het middelpunt, uit een nieuw gezichtspunt op. Terwijl men reeds herhaaldelijk te vergeefs getracht heeft, door hypothesen tot de kennis van deze functie te geraken, gelukte het den Heer Stieltjes althans grenzen vast te stellen, binnen welke, uitgaande van eene zeer voor de hand liggende onderstelling omtrent het algemeen beloop dier functie, de dichtheid van het middelpunt der aarde moest liggen. Eene bespreking met den Heer van de Sande Bakhuyzen was voor hem de aanleiding om dit onderzoek tot elk punt der aarde uit te strekken, waardoor hij er in geslaagd is voor deze functie twee grensvormen te vinden, welke de mogelijke dichtheid van elk punt der aarde binnen vrij enge grenzen insluiten.

Het onderzoek naar de dichtheid van het inwendige der aarde staat tot nog toe voornamelijk in verband met de verklaring van de gedaante der aarde als evenwichtsvorm van eene draaiende vloeistofmassa, die aan de algemeene wet der aantrekkingskracht gehoorzaamt. Met behulp eener differentiaal-vergelijking van Clairaut, heeft het laatst

LIPSCHITZ de afplatting der aarde uit de gemiddelde dichtheid der aarde en hare dichtheid aan 't oppervlak afgeleid, door eene wet der dichtheid met drie constanten aan te nemen, en aan deze constanten passende waarden te geven. Zooals ook de Heer STIELTJES aantoont, is deze wet der dichtheid niet in overeenstemming met eene stelling, die LAPLACE voor den evenwichtstoestand eener draaiende zware vloeistof heeft afgeleid en reeds gebruikte om de dichtheidswet van LEGENDRE te toetsen. Volgens deze stelling is het quotient van twee integralen, die wij het integraal van den traagheidsstraal en de gemiddelde dichtheid zullen noemen voor dien evenwichtstoestand, onafhankelijk van de wet der dichtheid, eene door waarneming te bepalen grootheid. De afplatting van het traagheidsellipsoid, welke door astronomische waarnemingen geleverd wordt; de afplatting der vloeistofmassa zelve en de verhouding der centrifugaalkracht tot de zwaartekracht aan den aequator, zijn de gegevens der waarneming waardoor die grootheid geheel bepaald is. De Heer STIELTJES blijft bij zijn onderzoek aan deze stelling van LAPLACE vasthouden en onderstelt dus met zijne voorgangers, dat de aarde eene tot evenwicht gekomen zware draaiende vloeistof is.

Als punt van uitgang wordt de eigenschap bewezen, dat het verschil van twee functies der kleine assen dezer ellipsoidale lagen, welke beide aan de vergelijkingen voor de integraal van gemiddelde dichtheid en van den traagheidsstraal voldoen, in het geheel verloop van de waarde der kleine as van het middelpunt tot het oppervlak, minstens tweemaal van teeken verwisselen. De grensbepaling wordt, gesteund op deze eigenschap, steeds verkregen door een ellipsoid, gesplitst in eene ellipsoidale kern en eene schil, te zoeken, waarin, bij eene aangenomen kleine as van de kern, de dichtheden van kern en schil zoo gekozen worden, dat aan de vergelijking voor de gemiddelde dichtheid en voor de traagheidsmomenten wordt voldaan.

Deze stelling en methode worden nu gebruikt tot het onderzoek der grenswaarden bij twee hypothesen.

In de eerste wordt slechts ondersteld, dat de dichtheid

naar 't middelpunt nimmer afneemt. Voor kern en schil zoekt men in dit geval elk eene gelijkmatige dichtheid. Neemt men verder de kleine as der kern zoo, dat de dichtheid van de buitenste schil *die* wordt, welke aan 't aardoppervlak is waargenomen, zoo vindt men daarbij voor de dichtheid der kern de minimumdichtheid in het aardmiddelpunt. Geeft men aan de kleine as der kern eene andere waarde, zoo vindt men voor kern en schil twee dichtheden, welke de uiterste grenzen zijn van de mogelijke dichtheid voor alle punten van het aardellipsoïd, gelegen in het oppervlak, dat wij als grensvlak der kern aannamen.

Belangrijker zijn echter de gevolgtrekkingen, welke verkregen werden, nadat de schrijver aan zijne onderstelling nog deze verdere heeft toegevoegd, dat de toeneming van dichtheid naar het middelpunt steeds langzamer plaats vindt. In de eerste plaats wordt dan eene splitsing gezocht zoo dat de dichtheid in de kern gelijkmatig is en in de schil regelmatig afneemt van de waarde, die zij in de kern heeft, tot die, welke aan 't oppervlak der aarde wordt waargenomen. Zoekt men dan ellipsoiden met kleinere kern van standvastige dichtheid en eene schil van verder regelmatig afnemende dichtheid, welke dus aan 't oppervlak niet tot de waargenomen dichtheid voert, zoo is de dichtheid van de kern de bovenste grens van de dichtheid van alle punten op haar oppervlak. Zoekt men ellipsoiden met grootere kern van regelmatig afnemende en schillen van verder eveneens regelmatig, doch nu sneller afnemende, dichtheid, zoo geeft de dichtheid aan 't grensvlak van schil en kern weder de maximumdichtheid voor de punten in de aarde, op dit grensvlak gelegen. De grafische voorstelling van de dichtheid van kern en schil als functie van de kleine as der lagen, levert in deze beide gevallen voor elk mogelijk grensvlak van kern en schil een paar rechte lijnen van verschillende hellingen, welke met de uiteinden aaneensluiten. Een scherpzinnig onderzoek van den schrijver leert nu, dat de inhullende van deze lijnstelsels de grafische voorstelling is van de minimumgrens der dichheid van eene laag, als functie van hare kleine as.

In het derde stuk van zijne verhandeling worden de ge-

gevens der waarneming, die wel is waar nog vrij onzeker zijn, gebruikt om de grenzen in getalwaarden uit te drukken.

Het geheele onderzoek van den Heer STIELTJES is even sierlijk als vernuftig, en uwe Commissie beveelt het dan ook gaarne voor de opneming in de Verslagen en Mededeelingen aan.

get. H. KAMERLINGH ONNES.
D. J. KORTEWEG.

QUELQUES REMARQUES

SUR LA

VARIATION DE LA DENSITÉ DANS L'INTÉRIEUR DE LA TERRE.

PAR

T. J. STIELTJES.

INTRODUCTION.

1. Considérons la terre comme formée de couches ellipsoïdales, telles que la densité f soit constante dans l'étendue de chacune d'elles. Une de ces couches sera déterminée par le rayon x de la sphère équivalente et nous supposerons qu'à la surface on ait $x = 1$.

Il suit de ces notations que le volume de la terre est $\frac{4}{3}\pi$, sa masse est $4\pi\int_0^1 x^2 f(x)\,dx$. Donc la densité moyenne

$$\Delta = 3\int_0^1 x^2 f(x)\,dx.$$

Dans ce qui suit, je suppose connu Δ, ainsi que le rapport

$$\lambda = \frac{\int_0^1 x^4 f(x)\,dx}{\int_0^1 x^2 f(x)\,dx},$$

dont on peut obtenir la valeur en combinant les observation

astronomiques avec celles qui servent à faire counaître la figure de la terre.

Enfin, comme dernière donnée, je prendrai la valeur de la densité à la surface: $f(1) = d$.

Dan ces conditions mon but est de limiter, autant que possible, la marche de la fonction inconnue $f(x)$. Cela n'est possible qu'à l'aide de certaines hypothèses: les deux suivantes seront discutées successivement.

I. La densité va continuellement en croissant de la surface jusqu'au centre de la terre.

II. La densité va continuellement en croissaut de la surface jusqu'au centre, mais la rapidité de cet accroissement va en diminuant de la surface jusqu'au centre.

Enfin, dans une troisième partie, je considérerai brièvement la mise en nombres des résultats obtenus, et j'ajouterai une discussion de différentes formules qu'on a proposées pour représenter la densité dans l'intérieur de la terre.

Mais, avant d'entrer en matière, voici quelques remarques préliminaires qui se rapportent également à la discussion des deux hypothèses.

D'abord il convient d'introduire au lieu de Δ et λ les intégrales:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; A = \int_0^1 x^2 f(x)\, dx\,,$$

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; B = \int_0^1 x^4 f(x)\, dx\,,$$

en sorte qu'on a $A = \frac{\Delta}{3}$, $B = \frac{\Delta}{3\lambda}$.

Ensuite, démontrons la proposition suivante:

» *Lorsque deux fonctions* $F(x)$, $G(x)$ vérifient les équations:

$$(3) \quad \ldots\ldots \int_0^1 x^2 F(x)\, dx = A, \quad \int_0^1 x^4 F(x)\, dx = B\,,$$

$$(4) \quad \ldots\ldots \int_0^1 x^2 G(x)\, dx = A, \quad \int_0^1 x^4 G(x)\, dx = B\,,$$

alors la différence $F(x) - G(x)$, si elle n'est pas consta égale à zéro, doit changer au moins DEUX *fois de sign l'intervalle de zéro à l'unité*".

En effet les équations (3) et (4) donnent:

$$(5) \ldots\ldots \int_0^1 x^2 \left[F(x) - G(x)\right] dx = 0 ,$$

$$(6) \ldots\ldots \int_0^1 x^4 \left[F(x) - G(x)\right] dx = 0 ,$$

d'où il est évident que $F(x) - G(x)$ doit changer d au moins une fois.

Mais supposons que $F(x) - G(x)$ change *seulem* fois de signe, et que par conséquent $F(x) - G(x)$ signe déterminé pour les valeurs

$$o < x < b ,$$

et de même un signe déterminé, mais contraire au pre pour les valeurs

$$b < x < 1 ,$$

b étant comprise entre zéro et l'unité.

Posons:

$$F(x) - G(x) = \varphi(x) \qquad 0 < x < b$$
$$G(x) - F(x) = \psi(x) \qquad b < x < 1 ,$$

alors $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ ne changent pas de signe et ont mêm

Or on devra avoir d'après (5) et (6):

$$\int_0^b x^2 \varphi(x)\, dx = \int_b^1 x^2 \psi(x)\, dx ,$$

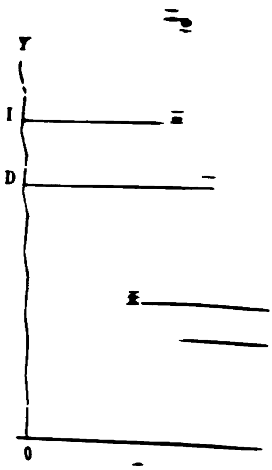
$$\int_0^b x^4 \varphi(v)\, dx = \int_b^1 x^4 \psi(x)\, dx ,$$

d'où l'on tire:

$\ldots^2 (b^2 - x^2)\, \psi(x)\, dx\,,$

…ux membres sont évidem-

…s de démontrer sera d'un
… peu près tout ce qui suit



…TIE.

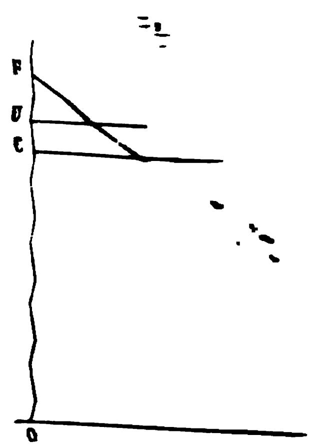
…ypothèse I.

…aintenant que $f(x)$ est une

…ue cela entraîne nécessai-
… l'inégalité :

… d.

…iatement de la signification
… encore facilement, de di-
…Mais, pour faire connaître
…hode dont je ferai un usage
… ici cette inégalité de la



… déterminer les constantes
…x de manière qu'elle sa-
…ive ainsi :

… $2(3A - 5B)\,x\,,$

…aux équations (1) et (2), la
…er au moins deux fois de
…r cela serait manifestement
…, parce qu'alors $F(x)$ serait
…sant et ainsi $F(x) - f(x)$
…sens. On doit donc avoir

$$\int_0^b x^2 (b^2 - x^2)\, \varphi(x)\, dx = \int_b^1 x^2 (b^2 - x^2)\, \psi(x)\, dx\,,$$

équation absurde parce que les deux membres sont évidemment de signe contraire.

La proposition que nous venons de démontrer sera d'un usage continuel et l'on verra qu'à peu près tout ce qui suit en dépend.

Première partie.

Discussion de l'hypothèse I.

2. Nous allons donc supposer maintenant que $f(x)$ est une fonction décroissante.

Il convient d'observer d'abord que cela entraîne nécessairement entre nos données A, B, d l'inégalité:

(7) . . . . $3A > 5B > d$.

L'inégalité $5B > d$ résulte immédiatement de la signification de ces quantités, et l'on démontre encore facilement, de diverses manières, que $3A > 5B$. Mais, pour faire connaître dès à présent la nature de la méthode dont je ferai un usage continuel dans la suite, je tirerai ici cette inégalité de la proposition du N°. 1.

J'observe pour cela qu'on peut déterminer les constantes p, q de l'expression $F(x) = p - qx$ de manière qu'elle satisfasse aux équations (3). On trouve ainsi:

$$F(x) = 30A - 45B - 12(3A - 5B)x\,,$$

et comme la densité $f(x)$ satisfait aux équations (1) et (2), la différence $F(x) - f(x)$ doit changer au moins deux fois de signe d'après notre proposition. Or cela serait manifestement impossible si l'on avait $3A \leqq 5B$, parce qu'alors $F(x)$ serait croissant ou du moins non décroissant et ainsi $F(x) - f(x)$ varierait toujours dans le même sens. On doit donc avoir $3A > 5B$.

A la rigueur on pourrait avoir $3A = 5B$, mais alors $f(x)$ serait nécessairement constant et $5B = d$. Nous ferons abstraction de ce cas, parce que pour la terre les inégalités (7) ont lieu effectivement.

3. *Limite inférieure m de la densité au centre.*

Tâchons de déterminer une loi de densité de la manière suivante:

$$f(x) = m \text{ de } x = 0 \text{ jusqu'à } x = a < 1$$
$$f(x) = d \text{ de } x = a \text{ jusqu'à } x = 1.$$

Les inconnues m et a doivent être trouvées par les conditions (1) et (2); — on obtient après une légère réduction:

$$3A - d = (m - d)\, a^3$$
$$5B - d = (m - d)\, a^5,$$

d'où

$$(8) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad a = \sqrt{\frac{5B - d}{3A - d}}$$

$$(9) \quad \ldots\ldots\ldots \quad m = d + \sqrt{\frac{(3A - d)^5}{(5B - d)^3}}.$$

Comme on le voit par les inégalités (7), la valeur de a est inférieure à l'unité; quant à $m = d + \frac{3A - d}{a^3}$, à cause de $a < 1$ il vient $m > 3A$, c'est-à-dire m est supérieur à la densité moyenne de la terre, — ce qui est évident à priori.

En prenant (fig. 1) un système d'axes rectangulaires OX, OY, $OA = 1$, $OD = m$, $AB = d$, $OF = a$, cette loi de densité est représentée par les deux droites DE, CB. Or il est évident maintenant que m est la densité minima au centre, c'est-à-dire qu'il n'y a aucune loi de densité qui donne pour $x = 0$ une densité inférieure à m. En effet, désignons par $f(x)$ la loi de densité représentée par DE, CB, et par $f_1(x)$ une autre loi de densité, qui donnerait au centre une densité inférieure à m; on voit aussitôt que $f(x) - f_1(x)$ ne pourrait présenter qu'un seul changement de signe, ce qui est impossible d'après la proposition du N^0. 1.

4. Dans la suite, la limite inférieure de la densité pour $x = b$ sera désignée par $t(b)$ et la limite supérieure de cette même densité par $T(b)$. Le résultat que nous venons d'obtenir s'exprime donc ainsi: $t(0) = m$, tandis qu'on a évidemment $t(1) = d$, $T(1) = d$.

Nous nous proposons de déterminer ces fonctions $t(b)$, $T(b)$ pour une valeur quelconque de b.

D'abord il est évident, en jetant un regard sur la fig. 1, que

$$t(b) = d \qquad a \leqq b \leqq 1,$$

et à l'aide d'un raisonnement, tout-à-fait analogue à celui qui nous a fait voir que $t(o) = m$, on se convaint que

$$T(a) = m.$$

La fonction $t(b)$ étant connue maintenant pour les valeurs de b comprises entre a et l'unité, il reste seulement à trouver la valeur de $t(b)$ pour les valeurs positives de b inférieures à a. (Nous savons déjà que $t(o) = m$).

Pour cela, je cherche une fonction $F(x)$, ainsi:

$$F(x) = K \qquad o < x < b$$
$$F(x) = k \qquad b < x < 1,$$

K et k étant des constantes qui doivent être déterminées par les conditions (3). Un calcul facile donne:

$$K = \frac{3(1-b^5)A - 5(1-b^3)B}{b^3(1 \cdot b^2)},$$

$$k = \frac{5B - 3b^2 A}{1 - b^2}.$$

La valeur de k, considérée comme fonction de b, est décroissante, et comme on voit facilement que pour $b = a$ il vient $k = d$, la valeur de k sera supérieure à d dans l'hypothèse actuelle $o < b < a$. D'après la proposition du N⁰ 1 on en conclut $K > m$ Dans la fig. 1 la fonction $F(x)$ est représentée par les droites IK, HG et $OL = b$

On voit maintenant, d'après un raisonnement déjà développé plus d'une fois, qu'il ne peut exister une loi de den-

sité qui donne pour $x = b$ une densité inférieure à k ou supérieure à K; donc $t(b) \geqq k$, $T(b) \leqq K$.

La fonction $F(x)$ n'est pas, à proprement parler, une fonction qui puisse être assimilée à la densité, parce qu'on a $T(1) = k > d$. Mais on peut se figurer une loi de densité qui diffère très peu de $F(x)$ dans tout l'intervalle de zéro à l'unité et qui présente seulement dans le voisinage de la surface un changement extrêmement rapide de k à d.

D'après cette remarque, on doit avoir: $t(b) = k$, $T(b) = K$,

$$\text{c.à.d.: } t(b) = \frac{5B - 3b^2 A}{1 - b^2}, \quad T(b) = \frac{3(1 - b^5)A - 5(1 - b^3)B}{b^3(1 - b^2)},$$

sous la condition $o < b \leqq a$.

La fonction $t(b)$ est maintenant parfaitement connue. Remarquons qu'elle présente une discontinuité; en effet, ε étant infiniment petit, on a

$$t(\varepsilon) = 5B < 3A$$

et

$$t(o) = m > 3A.$$

Cette singularité s'explique très bien si l'on fait attention à la grande différence qui existe entre les deux lois de densité qui donnent la densité minima au centre et la densité minima dans un point voisin du centre.

5. Il reste à déterminer $T(b)$ pour les valeurs de b comprises entre a et 1. J'observe pour cela que:

$$B = \int_0^b x^4 f(x)\, dx + \int_b^1 x^4 f(x)\, dx,$$

donc

$$B \geqq f(b) \int_0^b x^4\, dx + f(1) \int_b^1 x^4\, dx \qquad \text{c.à.d.:}$$

$$B \geqq \tfrac{1}{5} b^5 f(b) + \frac{1 - b^5}{5} d,$$

par conséquent

$$f(b) \leqq \frac{5B - (1 - b^5)d}{b^5}.$$

Il est évident par là qu'on doit avoir aussi:

$$(10) \ldots\ldots \quad T(b) \leqq \frac{5B - (1 - b^5)d}{b^5}.$$

C'est une simple limitation de $T(b)$, qu'on pourrait facilement vérifier dans l'intervalle $o < b \leqq a$ où nous connaissons déjà la valeur exacte de $T(b)$. On voit aussi que pour $b = a$ il faut mettre le signe $=$ dans la relation (10).

Mais je dis maintenant qu'on a pour toute valeur de b comprise entre a et 1:

$$T(b) = \frac{5B - (1 - b^5)d}{b^5}.$$

Pour le démontrer en toute rigueur, il faudrait faire voir que, R étant une quantité inférieure à $\frac{5B - (1 - b^5)d}{b^5}$ mais en différant aussi peu qu'on le veut, il existe toujours une loi de densité telle que $f(b) = R$. Mais il me semble que l'indication suivante suffit.

Soit

$$\varphi(x) = \frac{5B - (1 - b^5)d}{b} \qquad o \leqq x \leqq b$$

$$\varphi(x) = d \qquad b \leqq x \leqq 1,$$

on vérifie sans peine que

$$\int_0^1 x^4 \varphi(x)\, dx = B.$$

En désignant par A' la valeur de l'intégrale $\int_0^1 x^2 \varphi(x)\, dx$, on trouve:

$$A' = \frac{5B - d + b^2 d}{3b^2}.$$

Considérée comme fonction de b, A' est décroissante, et pour $b = a$, $A' = A$; donc, dans la supposition $a < b < 1$, A' est inférieure à A.

La fonction $\varphi(x)$ ne satisfait donc pas aux conditions imposées à la densité, mais en posant :

$$f(x) = \varphi(x), \qquad \varepsilon < x < 1$$

$$f(x) = \varphi(x) + \frac{A - A'}{\varepsilon x^2}, \quad o < x < \varepsilon,$$

ε étant une quantité aussi petite qu'on voudra, il vient

$$\int_0^1 x^2 f(x)\, dx = A' + \int_0^\varepsilon \frac{A - A'}{\varepsilon}\, dx = A$$

$$\int_0^1 x^4 f(x)\, dx = B + \int_0^\varepsilon \frac{A - A}{\varepsilon}\, x^2\, dx = B + \tfrac{1}{3}(A - A')\, \varepsilon^2.$$

En prenant ε infiniment petit, la fonction $f(x)$ satisfait donc bien aux conditions imposées à la densité et l'on a $f(b) = \frac{5B - (1 - b^5)\, d}{b^5}$.

D'une manière sommaire, mais peu exacte, on pourrait dire que. pour avoir la plus grande densité pour $x = b > a$, il faut se figurer comme condensée dans le centre de la terre une partie finie de la masse totale de la terre. Cette partie de la masse a alors une influence appréciable dans l'intégrale $\int_0^1 x^2 f(x)\, dx$, mais elle ne change en rien la valeur de $\int_0^1 x^4 f(x)\, dx$, à cause du facteur x^4.

En réunissant les résultats obtenus, on a les formules suivantes :

$$(11) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} t(o) = m & \\ t(b) = \dfrac{5B - 3b^2 A}{1 - b^2} & o < b \leqq a \\ t(b) = d & a \leqq b \leqq 1 \end{cases}$$

$$(12) \ldots \begin{cases} T(b) = \dfrac{3(1-b^5)A - 5(1-b^3)B}{b^3(1-b^2)} & o < b \leqq a \\ T(b) = \dfrac{5B - (1-b^5)d}{b^5} & a \leqq b < 1 \\ T(1) = d. \end{cases}$$

La fonction $T(b)$ présente une discontinuité ; en effect, ε étant infiniment petit, on a :

$$T(1-\varepsilon) = 5B > d$$
$$T(1) = d.$$

DEUXIÈME PARTIE.

Discussion de l'hypothèse II.

6. Dans ce qui suit, nous admettrons:

1° que la fonction $f(x)$ ne croît jamais avec x.

2° que la fonction $\dfrac{df(x)}{dx}$ ne croît jamais avec x.

Quant à cette seconde condition, elle semble exiger l'existence de la fonction dérivée $\dfrac{df(x)}{dx}$; pour cette raison, il vaut mieux l'énoncer un peu autrement, en disant que, sous la condition

$$o \leqq x < y < z \leqq 1,$$

on doit avoir toujours:

$$(13) \ldots\ldots \frac{f(x)-f(y)}{y-x} \leqq \frac{f(y)-f(z)}{z-y}.$$

Notons une différence profonde qui existe entre notre hypothèse actuelle et celle que nous venons de discuter. Dans la première hypothèse, la fonction $f(x)$ peut avoir un saut brusque pour une valeur quelconque de x; on voit facilement que cela n'est plus possible maintenant, à cause de la condition (13), que pour la seule valeur $x = 1$.

Voyons d'abord quelles relations l'hypothèse actuelle entraîne entre les données A, B, d.

Naturellement, on a comme auparavant, $3A > 5B > d$, mais il existe encore une autre relation, propre à notre hypothèse. Pour la trouver, considérons la fonction $F(x)$, qui s'est présentée déjà dans le N⁰. 2:

$$F(x) = 30A - 45B - 12(3A - 5B)x$$

et qui vérifie les relations:

$$\int_0^1 x^3 (Fx)\,dx = A, \quad \int_0^1 x^4 F(x)\,dx = B.$$

Cette fonction $F(x)$ décroît de $M = F(o) = 30A - 45B$ jusqu'à $D = F(1) = 15B - 6A$.

Je dis maintenant que la valeur $d = f(1)$ doit être inférieure à $D = 15B - 6A$. C'est ce qu'on voit facilement en jetant le regard sur la fig. 2, où la fonction $F(x)$ est représentée par la droite FE, et en se rappelant que la différence $F(x) - f(x)$ doit changer au moins deux fois de signe d'après la proposition du N⁰. 1. Cela se fonde sur la notion qu'on a d'une courbe qui tourne sa concavité vers OA, car c'est par une telle courbe qu'est représentée la fonction $f(x)$ d'après notre hypothèse. Mais voici une démonstration arithmétique. Supposons $d > D$, alors $F(x) - f(x)$ est négative pour $x = 1$, et comme cette différence doit changer au moins deux fois de signe, il doit exister un nombre $a < 1$ tel que $F(a) - f(a) > 0$, et un nombre $b < a$ tel que $F(b) - f(b) < 0$, donc:

$$F(1) < f(1),$$
$$F(a) > f(a),$$
$$F(b) < f(b),$$

d'où l'on tire:

$$\frac{F(a) - F(1)}{1 - a} > \frac{f(a) - f(1)}{1 - a}, \quad \frac{F(b) - F(a)}{a - b} < \frac{f(b) - f(a)}{b - a};$$

mais évidemment $\dfrac{F(a) - F(1)}{1 - a} = \dfrac{F(b) - F(a)}{a - b}$, donc:

$$\frac{f(b)-f(a)}{a-b} > \frac{f(a)-f(1)}{1-a},$$

ce qui est en contradiction avec la relation (13), en posant, comme il est permis de le faire, $x = b$, $y = a$, $z = 1$. La supposition $d > D$ ne peut être admise, et nous pouvons noter les conditions:

$$(14) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \begin{cases} 3\,A > 5\,B > d, \\ 15\,B - 6\,A > d. \end{cases}$$

On voit encore que, si l'on avait $15\,B - 5\,A = d$, la fonction $f(x)$ serait parfaitement définie et devrait être identique à $F(x)$; nous ferons abstraction de ce cas, qui ne se présente pas dans la nature *).

Nous allons nous occuper maintenant du même problème qui a déjà été resolu dans notre première hypothese — c.à.d. nous allons chercher la limite supérieure $T(b)$ et la limite inférieure $t\,(b)$ de la densité pour $x = b$.

7. Considérons d'abord les valeurs particulières $T(0)$, $t\,(0)$. La fig. 2 fait voir immédiatement que $T(0)$ n'est autre chose que la valeur de la fonction $F(x)$, considérée dans le N⁰. précédent pour $x = 0$, donc:

$$(15) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; T(0) = M = 30\,A - 45\,B.$$

Quant à la valeur de $t\,(0)$, que nous désignerons par m, on voit sans peine qu'elle correspond à la loi de densité suivante: une densité constante m de $x = 0$ jusqu'à une certaine valeur $x = a < 1$, représentée dans la fig. 2 par la droite horizontale $C\,D$, et pour $x > a$ un décroissement régulier de la densité jusqu'à la valeur d représentée par la droite $D\,B$; donc:

$$f(x) = m \qquad\qquad 0 < x < a$$
$$f(x) = m - \frac{m-d}{1-a}(x-a) \qquad a < x < 1.$$

---

*) En introduisant Δ et λ au lieu de A et B, la limitation $15\,B - 6\,A > d$ peut se mettre sous la forme $\lambda < \frac{5\Delta}{2\,\Delta + d}$. Adoptant les valeurs $\Delta = 5{,}56$ et $d = 2.6$, il vient $\lambda < 2.026$, tandis qu'on a $\lambda = 1.87$, avec une erreur que j'estime ne pouvoir dépasser notablement 0.06.

Mais il faut faire voir qu'on obtient une détermination convenable des deux inconnues m et a par les équations (1) et (2). Or on obtient après quelques réductions qui se présentent d'elles-mêmes:

$$12\,A - 4\,d = (1 + a)(1 + a^2)(m - d)\,,$$
$$30\,B - 6\,d = (1 + a)(1 + a^2 + a^4)(m - d)\,,$$

d'où, pour la détermination de a:

$$(16) \ldots \frac{1 + a^2 + a^4}{1 + a^2} = \frac{15\,B - 3\,d}{6\,A - 2\,d} = \frac{3(5\,B - d)}{2(3\,A - d)}\,.$$

Le membre tout connu est supérieur à l'unité mais inférieur à $\frac{3}{2}$ d'après les inégalités (14), tandis qu'on voit facilement que l'expression $\frac{1 + a^2 + a^4}{1 + a^2}$ varie de 1 à $\frac{3}{2}$, en croissant constamment, quand a varie de 0 à 1. Donc l'équation (16) détermine une valeur unique de a, comprise entre 0 et 1.

Après avoir calculé a, on trouve m à l'aide de:

$$(17) \ldots\ldots m = d + \frac{12\,A - 4\,d}{(1 + a)(1 + a^2)}\,,$$

et à cause de $a < 1$ on voit que $m > 3\,A$, c.à.d. m est supérieur à la densité moyenne de la terre, ce qui est évident à priori.

8. Voici maintenant comment on obtient la valeur de $T(b)$ pour une valeur quelconque de b. Supposons d'abord b comprise entre zéro et la valeur a déterminée dans le N°. précédent. Soit:

$$F(x) = K \qquad 0 < x < b$$
$$F(x) = K - h(x - b) \qquad b < x < 1$$

et déterminons les constantes K, h par les conditions (3). On obtient:

$$K = \frac{6(5 - 6\,b + b^6)\,A - 15(3 - 4\,b + b^4)\,B}{1 - 3\,b^4 + 2\,b^6}$$

$$h = \frac{36\,A - 60\,B}{1 - 3\,b^4 + 2\,b^6}\,.$$

Dans la fig. 2 cette fonction $F(x)$ est représentée par la ligne brisée HIG, et l'on trouve

$$F(1) = AG = \frac{15(1+b^2)B - 6(1+b^2+b^4)A}{1+b^2-2b^4}.$$

Comme en voit, h est positif et croît avec b. Quant à la valeur de $F(1)$, elle décroît avec b. C'est ce qui résulte de l'expression:

$$F(1) = \frac{5B - 3pA}{1-p} = 3A - \frac{3A - 5B}{1-p},$$

où $p = \dfrac{2(1+b^2+b^4)}{3(1+b^2)}$ est une fonction croissante.

De ce que h croît et $F(1)$ décroît avec b on peut conclure, d'après la proposition du N^0. 1, que K est décroissant. On pourrait aussi s'en convaincre directement.

Il est évident maintenant que pour $b = 0$ la droite IG se confond avec FE, et pour $b = a$ elle se confond avec DB. Le point G se meut donc de E vers B, en sorte que $F(1)$ ne devient pas inférieur à d.

On voit maintenant immédiatement qu'il ne peut exister une loi de densité qui donne pour $x = b$ une densité supérieure à K; donc $T(b) = K$, c.à.d.:

$$(18)\ .\ T(b) = \frac{6(5-6b+b^6)A - 15(3-4b+b^4)B}{1-3b^4+2b^6} \quad 0 \leqq b \leqq a.$$

Comme on le voit $T(a) = m$.

L'équation de la droite IG est:

$$(19)\ .\ .\ \begin{cases} y = K - h(x-b) \qquad \text{où} \\ K = \dfrac{6(5-6b+b^6)A - 15(3-4b+b^4)B}{1-3b^4+2b^6} \\ h = \dfrac{36A - 60B}{1-3b^4+2b^6}. \end{cases}$$

Le système de droites IG qu'on obtient en faisant varier b de 0 a sera appelé le *premier système de droites.*

9. Supposons maintenant $a < b < 1$, et déterminons une loi de densité $f(x)$ ainsi:

$$f(x) = K - h(x - b) \qquad o < x < b$$

$$f(x) = \frac{1}{1-b}\left[K - d\,b - (K - d)\,x\right] \qquad b < x < 1$$

représentée par la ligne brisée KLB de la fig. 2.

En déterminant K, h par les conditions (1), (2), on trouve:

$$K = \frac{30\,B - 12\,b^2 A - (5 - b - 4b^2)\,d}{1 + b}$$

$$h = \frac{12(1 + b^2 + b^4)A - 30(1 + b^2)B + 2(1 + b^2 - 2b^4)d}{b^4}$$

La valeur de K décroît avec b, comme on le voit en écrivant:

$$K = d + \frac{(30\,B - 6\,d) - b^2(12\,A - 4\,d)}{1 + b}.$$

Au contraire, en observant que:

$$h = 12\,A - 4\,d - \frac{2(15\,B - 6\,A - d)}{q - 1},$$

où $q = \dfrac{1 + b^2 + b^4}{1 - b^2}$ est une fonction croissante, on voit que la valeur de h croît avec b.

Il est évident maintenant que pour $b = a$ la droite KL se confond avec CD et $h = o$. Pour des valeurs plus grandes de b, h est donc positif, et lorsque $b = 1$ la droite KL se confond avec FE.

Il est facile de s'assurer qu'il ne peut exister aucune loi de densité qui donne pour $x = b$ une densité supérieure à K, donc:

$$(20)\,.\; T(b) = \frac{30\,B - 12\,b^2 A - (5 - b - 4\,b^2)\,d}{1 + b} \qquad a \leqq b < 1.$$

La fonction $T(b)$ est maintenant parfaitement connue;

remarquons qu'elle présente une discontinuité: en effet, ε étant infiniment petit, on a:

$$T(1-\varepsilon) = 15\,B - 6\,A > d$$

$$T(1) = d.$$

En représentant la fonction $T(b)$ par une courbe, cette courbe se compose de deux arcs qui se rencontrent en D, où ils ont des tangentes distinctes. La tangente en F se confond avec la droite FE et les deux arcs sont convexes vers OA.

L'équation de la droite KL est:

$$(21)\ldots\begin{cases} y = K - h\,(x-b) \qquad \text{où} \\ K = \dfrac{30\,B - 12\,b^2\,A - (5 - b - 4b^2)\,d}{1+b}, \\ h = \dfrac{12(1+b^2+b^4)A - 30(1+b^2)B + 2(1+b^2-2b^4)d}{b^4}. \end{cases}$$

Le système des droites KL qu'on obtient en en faisant varier b de a à 1 sera appelé le *second système de droites.* On verra facilement que l'intersection K se meut toujours dans le même sens de C vers F.

10. Il nous reste à déterminer la fonction $t(b)$, dont jusqu'à présent nous connaissons seulement les valeurs particulières $t(o) = m$, $t(1) = d$. Or cela ne semble pas possible d'une manière aussi directe que celle qui nous a fait trouver la valeur de $T(b)$. On verra aussi que l'expression analytique de $t(b)$ est beaucoup plus compliquée que celle de $T(b)$.

Imaginons que dans la fig. 2 on ait tracé les droites du premier et du second système. Ces droites occupent, dans leur ensemble, une certaine partie du plan, limitée inférieurement par une certaine courbe. Nous allons déterminer cette courbe, mais, pour motiver cette recherche qui pourrait sembler étrangère à notre objet, disons dès à présent que cette courbe n'est autre chose que la représentation géométrique de la fonction $t(b)$.

Évidemment, nous sommes amenés ainsi à la recherche des courbes enveloppes des deux systèmes de droites.

Courbe enveloppe du premier système de droites.

L'équation d'une droite du premier système a déjà été donnée, voyes form. (19). Pour avoir l'enveloppe, il faut prendre la dérivée par rapport à b et éliminer ensuite ce paramètre entre l'équation obtenue et l'équation primitive. On obtiendrait ainsi l'équation de la courbe enveloppe, mais cela serait de peu d'importance pour notre objet, et il est bien plus naturel d'exprimer seulement les coordonnées x, y de la courbe par le paramètre b, dont on connaît la signification. Les équations étant linéaires en x et y, ce calcul n'a aucune difficulté et l'on obtient:

$$(22) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} x = \dfrac{10 + b^2 + b^4}{12} & o \leqq b \leqq a \\[2ex] y = \dfrac{5\,B - 3\,b^2\,A}{1 - b^2}\,. \end{cases}$$

Il est remarquable que l'expression de x ne contient ni A, ni B. On obtient les extrémités P, Q de l'arc courbe, situées sur les droites FE, $D\,B$, en posant $b = c$ et $b = a$. L'abscisse du point P est donc $\frac{5}{6}$, celle de Q est $= \dfrac{10 + a^2 + a^4}{12}$ et par conséquent inférieure à l'unité.

Courbe enveloppe du second système de droites. On peut suivre la même voie pour obtenir cette seconde courbe, en partant de l'équation (21). On obtient par un calcul un peu laborieux, mais qni ne présente pas de difficulté:

$$(23) \ldots \begin{cases} (1 + b)^2 (4 + 2\,b^2)\,x = 3b + 6b^2 + 4\,b^3 + 2b^4, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad a \leqq b \leqq 1 \\ b^3(1+b)^2(4+2b^2)y = 12(1+2b+3b^2+4b^3+5b^4)A \end{cases}$$

$$- 30\,(1 + 2\,b + 8\,b^2)\,B$$

$$+ 2\,(1 + b)\,(1 - b)^2\,(1 + 3\,b + 7\,b^2 + 3\,b^3 + b^4)\,d$$

Ici encore l'expression de x ne contient point les données A, B, d.

On obtient les extrémités R, S de l'arc courbe, situées

sur les droites CD, FE, en posant $b = a$ et $b = 1$. L'abscisse du point R est positive, celle de S est $\frac{5}{8}$.

D'après cela, la limite inférieure de la partie du plan occupée par les droites du premier et second système se compose des 5 parties suivantes :

1⁰ la droite horizontale CR,
2⁰ l'arc courbe RS,
3⁰ la droite inclinée SP,
4⁰ l'arc courbe PQ,
5⁰ la droite inclinée QB.

Nous allons faire voir maintenant que cette ligne $CRSPQB$ est réellement la représentation géométrique de la fonction cherchée $t(b)$. Supposons qu'on trace la ligne $y = f(x)$ et nommons cette ligne une courbe de densité. Alors nous devons montrer qu'aucune courbe de densité n'est possible qui pénètre dans la partie du plan au-dessous $CRSPQB$.

11. Voici d'abord quelques observations préliminaires:

(A) Une courbe de densité (qui commence toujours en B), ne peut avoir en B une inclinaison plus faible sur l'axe OA que la ligne BD. Cela est évident parce qu'elle doit couper en deux points la ligne brisée CDB, d'après la proposition du N⁰. 1.

(B) Toute courbe de densité doit couper en deux points la droite EF.

En suivant une courbe de densité de B vers l'axe OY, l'inclinaison de la tangente sur OA va toujours en diminuant, d'après notre hypothèse. Il est évident par là que l'inclinaison de cette tangente surpasse celle de EF pour la partie de la courbe entre B et la première intersection avec EF, tandis que l'inclinaison de la tangente est plus faible que celle de EF pour la partie de la courbe entre le second point d'intersection avec EF et l'axe OY.

Supposons maintenant qu'il existe une courbe de densité dont un point A est situé au-dessous de la courbe $CRSPQB$.

Je distingue deux cas:

1⁰. Le point A se trouve entre B et la première intersection de la courbe avec EF. (fig. 3.)

Alors la tangente en A doit couper la ligne BE dans un point T au-dessous de E parce que l'inclinaison de la tangente est plus forte que celle de EF. Mais ce point T doit se trouver au-dessus de B et ne peut se confondre avec B, car dans ce dernier cas la courbe de densité entre A et B devrait se confondre avec sa tangente AB, ce qui est impossible d'après (A).

Maintenant par le point T passe une droite du premier système TS, qu'on peut compléter T par une droite horizontale SU de manière à obtenir une ligne brisée TSU, représentation d'une fonction $F(x)$ qui satisfait aux conditions (3) *).

Or la courbe de densité se trouve située entièrement en dessous de sa tangente TA, par conséquent elle ne peut couper la droite TS. Quant à la droite horizontale SU, elle ne peut la couper qu'en un seul point. Mais, d'après la proposition du N°. 1, chaque courbe de densité doit avoir au moins deux intersections avec TSU, par conséquent il ne peut exister une courbe de densité avec le point A au-dessous de $CRSPQB$.

2°. Le point A se trouve entre la seconde intersection de la courbe de densité avec EF e l'axe OY (fig. 4). Alors la tangente en A doit couper OY en un point T au-dessous de F, parce que l'inclinaison de cette tangente sur OX est plus faible que celle de EF. Le point T se trouve naturellement au-dessus de C, parce que la courbe elle-même vient rencontrer l'axe OY audessus ce C.

Maintenant il passe par T une droite TS du second système, et joignant S et B par une droite, on peut regarder TSB comme une courbe de densité. Mais évidemment la courbe de densité passant par A ne peut couper la droite TS, et l'on se trouve de nouveau en contradiction avec la proposition du N°. 1.

En somme il ne peut exister aucune courbe de densité qui pénètre dans la partie du plan au-dessous de $CRSPQB$ et cette courbe est donc bien, comme nous l'avons annoncé, la représentation géométrique de la fonction $t(b)$.

---

*) La droite TS doit avoir naturellement une inclinaison sur OX plus forte que celle de TA, parce qu'on suppose que A se trouve dans la partie du plan au-dessous de la courbe limite des droites du premier système.

Voici maintenant la détermination analytique de la fonction $t(b)$.

Nommons x_1, x_2, x_3, x_4 les abscisses des points R, S, P, Q:

$$x_1 = \frac{3a + 6a^2 + 4a^3 + 2a^4}{(1+a)^2(4+2a^2)}, \; x_2 = \frac{5}{8}, \; x_3 = \frac{5}{6}, \; x_4 = \frac{10 + a^3 + a^4}{12}.$$

Alors on a:

$$t(b) = m \qquad 0 \leqq b \leqq x_1.$$

Mais lorsque b est comprise entre x_1 et x_2, il faut d'abord calculer une quantité u comprise entre a et 1 à l'aide de l'équation du 4ième degré:

$$(1 + u)^2 (4 + 2u^2) b = 3u + 6u^2 + 4u^3 + 2u^4,$$

et l'on obtient $t(b)$ à l'aide de l'équation:

$$u^3 (1 + u)^2 (4 + 2u^2) t(b) = 12 (1 + 2u + 3u^2 + 4u^3 + 5u^4) A$$
$$- 30 (1 + 2u + 3u^2) B$$
$$+ 2 (1 + 4)(1 - u)^2 (1 + 3u \,!\, 7u^3 + 3u^3 + u^4) d.$$

On a ensuite:

$$t(b) = 30A - 45B - 12(3A - 5B) b \qquad x_2 \leqq b \leqq x_3.$$

Dans le quatrième intervalle $x_3 \leqq b \leqq x_4$, il faut calculer la quantité u comprise entre 0 et a à l'aide de:

$$b = \frac{10 + u^3 + u^4}{12},$$

en ensuite on a

$$t(b) = \frac{5B - 3u^3 A}{1 - u^3}.$$

Enfin, dans le dernier intervalle $x_4 \leqq b \leqq 1$, on a:

$$t(b) = m - \frac{m - d}{1 - a}(b - a).$$

J'avais d'abord considéré seulement les limites de la densité au centre de la terre, dans les deux hypothèses que nous venons de discuter complètement. En causant sur les résultats obtenus avec M. Bakhuyzen, celui-ci me suggéra l'idée de chercher des limites de la densité dans un point quelconque de l'intérieur de la terre. Je me suis aperçu alors que ma méthode donnait encore facilement la solution de ce problème plus général.

TROISIÈME PARTIE.

12. Pour la réduction en nombres des résultats obtenus par la discussion de l'hypothèse II, j'adopterai les valeurs $d = 2.6$, $\Delta = 5.56$, ce dernier nombre étant celui donné par MM. CORNU et BAILLE [*Comptes Rendus de l'Acad. d. Sc.* Tome 76]. Quant à λ, cette constante est déterminée par la relation:

$$\lambda = \frac{\frac{C - A}{C}}{\varepsilon - \frac{1}{2}\varphi},$$

C et A étant les moments d'inertie de la terre par rapport à l'axe de rotation et à un diamètre quelconque de l'équation, ε l'aplatissement de la terre, φ le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur. J'ai adopté la valeur

$$\frac{C - A}{C} = 0.00324256 \text{ *)}$$

obtenue par M. NYREN dans son Mémoire sur la détermination de la nutation de l'axe terrestre. [*Mém. de l'Acad. Impér. de St. Pétersb.*, VIIe Série, Tome XIX].

Quant à ε et φ, j'ai adopté les valeurs déduites par M. LISTING *Nachrichte der Köngl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen* 1877).

$$\varepsilon = 0.003466445 = 1 : 288,4800$$
$$\varphi = 0.003467199 = 1 : 288.4179.$$

On en déduit $\lambda = 1.8712$, mais j'ai adopté simplement:

$$\lambda = 1.87.$$

Ce nombre est certainement sujet à quelque incertitude; il me semble pourtant difficile d'admettre que l'erreur surpasse notablement 0.06. J'ai donc calculé quelques valeurs numériques des fonctions $T(b)$ et $t(b)$ en adoptant les valeurs:

$$d = 2.6, \ \Delta = 5.56, \ \lambda = 1.87,$$

*) La légère différence entre ce nombre et celui qu'on trouve à la page 19 du Mémoire de M. NAGREN s'explique par la Note qu'on trouve à la page 54.

mais, comme une faible variation de λ a une influence notable sur les résultats, j'ai encore repris le même calcul avec la valeur $\lambda = 1.92$.

Voici maintenant les valeurs obtenues, la *fig.* 5 donne la représentation graphique correspondant à la valeur $\lambda = 1.87$:

$\lambda = 1.87, a = 0.73985, m = 6.998, M = 11.001, D = 3.746.$
$\lambda = 1.92, a = 0.65416, m = 7.613, M = 12.162, D = 3:359.$

$\lambda = 1.87, x_1 = 0.50077, x_2 = \frac{5}{8}, x_3 = \frac{5}{8}, x_4 = 0.90392,$
$\lambda = 1.92, x_1 = 0.45278, x_2 = \frac{5}{8}, x_3 = \frac{5}{8}, x_4 = 0.88425.$

b	$\lambda = 1.87$ $T(b)$	$\lambda = 1.87$ $t(b)$	$\lambda = 1.92$ $T(b)$	$\lambda = 1.92$ $t(b)$
0.00	11.00	7.00	12.16	7.61
0.05	10.64	7.00	11.72	7.61
0.10	10.28	7.00	11.28	7.61
0.15	9.92	7.00	10.85	7.61
0.20	9.57	7.00	10.43	7.61
0.25	9.24	7.00	10.02	7.61
0.30	8.92	7.00	9.63	7.61
0.35	8.62	7.00	9.27	7.61
0.40	8.34	7.00	8.93	7.61
0.45	8.08	7.00	8.62	7.61
0.50	7.84	7.00	8.33	7.51
0.55	7.63	6.90	8.07	7.24
0.60	7.44	6.64	7.84	6.87
0.65	7.27	6.29	7.63	6,44
0.70	7.11	5.92	7.05	6.00
0.75	6.87	5.56	6.43	5.56
0.80	6.24	5.20	5.81	5.12
0.85	5.62	4.83	5.20	4.68
0.90	4.99	4.29	4.58	4.05
0.95	4.37	3.45	3.97	3.32
1.00	2.60 (3.75)	2.60	2.60 (3.36)	2.60

13. NEWTON, en considérant la terre comme une masse fluide homogène, douée d'un mouvement de rotation, et en supposant que la forme prope à l'équilibre est celle d'un ellipsoïde de révolution, a déterminé le rapport des axes du globe terrestre. En nommant φ le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur, il trouve l'aplatissement égal à $\frac{5}{4}\varphi$.

CLAIRAUT, dans sa *Théorie de la figure de la terre*, a confirmé ce résultat, et, en abandonnant l'hypothèse de l'homogénéité, il a donné pour la première fois le moyen de déterminer l'aplatissement en supposant donnée la loi de la variation de la densité. En supposant que la densité croît constamment à mesure qu'on s'approche du centre de la terre, il arrive à ce résultat que l'aplatissement est plus faible que dans l'hypothèse de l'homogénéité.

Quand, plus tard, les observations avaient montré d'une manière certaine que l'aplatissement du globe terrestre est, en effet, plus faible que dans l'hypothèse d'une densité constante, il était naturel de proposer une loi de densité propre à donner l'aplatissement observé.

Il paraît que la première hypothèse proposée est celle de LEGENDRE, que LAPLACE a discutée plus tard dans la *Mécanique céleste;* elle revient à supposer:

$$f(x) = C\frac{\sin n x}{x}.$$

On en déduit aisément:

$$\Delta = 3\int_0^1 x^2 f(x)\, dx = 3\, C\frac{\sin n - n \cos n}{n^2}$$

$$\lambda = \frac{\int_0^1 x^2 f(x)\, dx}{\int_0^1 x^4 f(x)\, dx} = \frac{n^2(\sin n - n \cos n)}{(3 n^2 - 6)\sin n - (n^3 - 6 n)\cos n}$$

$$d = C \sin n\,.$$

D'après la théorie de CLAIRAUT, l'aplatissement ε se détermine à l'aide de

$$\varepsilon = \tfrac{5}{2}\varphi \frac{\dfrac{3(1 - n \cot g\, n)}{n^2} - 1}{\dfrac{n^2}{1 - n \cot g\, n} - 2 - n \cot g\, n}.$$

En adoptant la valeur $\Delta = 5.56$ et la valeur de φ donnée précédemment d'après LISTING, j'ai calculé les valeurs de d, λ, ε pour quelques valeurs de n; — voici les résultats:

Hypothèse de Legendre.

n	d	λ	ε
136°	3.02	1.948	1 : 286.3
137	2.97	1.954	1 : 287.5
138	2.93	1.961	1 : 288,7
139	2.88	1.968	1 : 290.0
140	2.83	1.975	1 : 291.3
141	2.78	1.982	1 : 292.6
142	2.73	1.990	1 : 294.0
143	2.68	1.998	1 : 295.4
144	2.63	2.006	1 : 296.8
145	2.57	2.014	1 : 298.2
146	2.52	2:022	1 : 299.7

Comme on le voit, l'hypothèse de LEGENDRE ne peut pas représenter suffisamment les faits observés. Dans la *Mécanique céleste*, LAPLACE admet la valeur $n = 150^0$, ce qui répond à la valeur 1 : 306.6 de l'aplatissement, qu'on ne peut plus admettre. On voit aussi qu'on obtient ainsi une valeur beaucoup trop forte de λ.

La loi de LEGENDRE $f(x) = C\dfrac{\sin n x}{x}$ ne satisfait pas à notre hypothèse II. On trouve que $f''(x)$ change de signe dans le voisinage de la surface de la terre, en sorte que la courbe de densité présente une inflexion. Toutefois, la convexité vers l'axe

OA est peu sensible. — Plus tard M. ROCHE a proposé la formule $f(x) = a - b x^2$; mais je passerai directement à la loi plus générale:

$$f(x) = a - b x^n ,$$

proposée par M. LIPSCHITZ (*Journal de* Borchardt. Bd 62).

Dans cette hypothèse, l'équation différentielle du second ordre d'où dépend l'aplatissement peut s'intégrer à l'aide de la fonction hypergéométrique de GAUSS. Les trois constantes a, b, n sont déterminées à l'aide des trois données $d. \Delta$, et $\frac{\varepsilon}{\varphi}$.

M. LIPSCHITZ obtient une équation transcendante pour l'inconnue n et démontre par une analyse ingénieuse que cette équation admet une seule racine positive. Dès que n est connu, on obtient a et b par les formules:

$$a = \frac{(n+3)\Delta - 3d}{n}$$

$$b = \frac{(n+3)(\Delta - d)}{n}.$$

M. LIPSCHITZ obtient ainsi:

$$f(x) = 9.453\, x^{2.39}.$$

en attribuant à d, Δ, $\frac{\varepsilon}{\varphi}$ des valeurs qui diffèrent légèrement de celles que nous avons données plus haut. Comme on le voit, la seule donnée qui n'a pas été employée par M. LIPSCHITZ, c'est la quantité λ. On peut donc avoir une vérification en calculant la valeur de λ d'après la formule de M. LIPSCHITZ. J'ai donc calculé la valeur de λ en adoptant la valeur $\Delta = 5.56$ et les valeurs de ε et de φ d'après LISTING, pour différentes valeurs de d. J'ai obtenu ainsi *):

*) J'ai pu abréger beaucoup les calculs nécessaires à l'aide d'une formule que M. TISSERAND a bien voulu me communiquer et que l'on trouvera dans les *Comptes Rendus de l'Acad. d. Sc.* (Octobre. 13, 1884). Cette formule donne directement une valeur suffisamment approchée de ε.

d	λ
2.0	1.963
2.2	1.963
2.4	1.963
2.6	1.963
2.8	1.964
3.0	1.964

Comme on le voit, cette valeur de λ est un peu forte et à peu près indépendante de d. Mais la valeur de λ ne dépend pas des valeurs absolues de d et Δ, mais seulement de leur rapport. On ne peut donc pas obtenir une valeur plus faible de λ en faisant varier Δ. Il reste seulement à chercher l'influence de l'aplatissement. Les résultats précédents supposent $\varepsilon = 1 : 288.48$, mais en posant $\varepsilon = 1 : 280$, $d = 2.6$ (les autres données restant les mêmes) il vient:

$$\lambda = 1.927.$$

Comme on le voit, dans toutes les hypothèses admissibles, on obtiendra toujours une valeur de λ un peu forte. Cela semble indiquer que la densité au centre est encore un peu plus faible et que la diminution de la densité en s'éloignant du centre est encore plus lente, que ne le suppose la loi de M. Lipschitz.

Leide, Octobre 1884.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 27 December 1884.

Tegenwoordig de Heeren: VAN DER WAALS, Onder-Voorzitter, MULDER, BEYERINCK, DE VRIES, ZAAIJER, VAN BEMMELEN, BAEHR, SCHOLS, VAN DIESEN, VAN RIEMSDIJK, GUNNING, KOSTER, STOKVIS, LORENTZ, MAC GILLAVRY, GRINWIS, BIERENS DE HAAN, HUBRECHT, HOEK, DONDERS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. R. MELVIL VAN LIJNDEN, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van kunsten en wetenschappen te Utrecht, November 1884; 2°. TH. VAN DOESBURGH, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam, 13 December 1884; 3°. H. SANTESSON, Bibliothecaris van het Institut Royal Géologique te Stockholm, 30 November 1884; 4°. H. PHILLIPS, Secretaris der Numismatic and Antiquarian Society te Philadelphia, 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 15 December 1884; 2°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 27 December 1884; 3°. R. MELVIL VAN LIJNDEN, Secretaris van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van kunsten en wetenschappen te Utrecht, November 1884; 4°. J. BOSSCHA, Directeur der Polytechnische School te Delft, 10 December 1884; 5°. den Directeur van het Institut Royal Géologique de Hongrie te Budapest, 6 October en 17 December 1884; 6°. FORSTEMANN, Archivaris der Kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 1 November 1884; 7°. H. KNOBLAUCH, Voorzitter der Kais. Leop.-Carol. Akademie der Naturforscher te Halle a/S., 7 November 1884; 8°. de Directie der Gesellschaft für bildende Kunst und vaterländische Alterthümer te Emden, 16 November 1884; 9°. R. HEIDENHAIN, Voorzitter der Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur te Breslau, 20 October 1884; 10°. H. SANTESSON, Bibliothecaris van het Institut Royal Géologique te Stockholm, 30 November 1884; 11°. C. ANNERSTEDT, Bibliothecaris der Universiteit te Upsala, 30 September 1884; 12°. K. AD. MOBERG, Directeur der Geologische Commissie te Helsingfors, 13 December 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— De Heeren BUYS BALLOT en VON BAUMHAUER hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— Ingekomen is een brief van den Heer A. WICHERS (Dec. 1884), redacteur aan de *Amsterdamsche Courant*, ter begeleiding van een kort opstel, getiteld: »Eene leerwijze, waardoor de wortels der algemeene vergelijking van den 5den graad in eindigen vorm worden uitgedrukt", waarover het oordeel der Afdeeling wordt ingeroepen.

Nadat de Heer SCHOLS, door den Voorzitter daartoe uitgenoodigd, bezwaar had gemaakt, de taak van rapporteur over dit opstel te aanvaarden, verklaart de Heer BIERENS DE HAAN zich bereid, aan den wensch des Voorzitters gevolg te geven.

— De Heer VAN BEMMELEN deelt het volgende mede:

Bij gelegenheid van een onderzoek naar de vorming van andere pyrochromaten dan de bekende alkalizouten, heeft de Heer C. HENSGEN, assistent aan het anorg. scheik. labor. der univ. te Leiden, twee nieuwe dubbelchromaten, van mangaanoxydule en kali en van mangaanoxydule en ammonia, in kristallijnen toestand en van vaste samenstelling verkregen.

K_2CrO_4 aq geeft met $MnSO_4$ aq een amorph bruinzwart neerslag. De samenstelling daarvan is nog onzeker; het houdt waarschijnlijk kaliumchromaat in *). Wordt dit met eene geheel verzadigde opl. van K_2CrO_4 zoo lang uitgewasschen tot het geheel vrij van zwavelzuur is en dan in warme en sterke CrO_3 aq opgelost, zoo scheidt zich daaruit bij verdamping boven zwavelzuur allengs een dubbelzout af, als een bruinviolet kristallijn poeder. Wordt dit nu met sterke CrO_3 aq op 180—200^0 in eene geslotene buis verhit, en aan langzame afkoeling blootgesteld, dan scheiden zich grootere blauwzwart glanzende kristallen af; deze zijn tegen water bestand.

Zij werden uitgewasschen met verd. K_2CrO_4 aq, daarna met water, alkohol, aether, en geanalyseerd. Het water werd niet uit het gewichtsverlies na verhitting afgeleid, maar rechtstreeks bepaald door binding aan chloorcalcium.

	Berekend.	Gevonden. I.	Gevonden. II.	Gemiddelde molec. verhoud.
K_2O	15.32	15.12	14.97	1
3 (CrO_3) . .	49.54	49.90	49.77	3.08
2 (MnO). . .	23.29	23.55	23.42	2.06
4 (H_2O). . .	11.82	11.18	11.49	3.95

Het ammoniumzout werd naar dezelfde methode bereid: In de plaats van het K_2CrO_4, werd een bijna door H_3N geneutraliseerd $(NH_4)^2Cr_2O_7$ aq gebezigd.

*) De onderzoekingen van WARINGTON (1805), BENSCH (1842), DAUSON (1842), FAIRRIE (1851), FREESE (1870), laten omtrent de samenstelling nog twijfel over.

	Berekend.	Gevonden I.	II.	Gemiddeld. molec. verh.	
$(NH_4)^2O$ . . .	9.15	8.88	9.02	1	$(NH_4)^2O$
3 CrO_3. . . .	53.05	53.31	53.42	3.2	CrO_3
2 MnO. . . .	25.12	25.21	25.26	2.1	MnO
4 H_2O	12.66	—	—	4.2	H_2O
Alle waterstof als water berekend.		III.	IV.		
8 H_2O.	25.32	25.52	25.73	8.4	
		112.92	113.43		
Af te trekken *)		12.81	12.81		
		100.11	99.62		

De ammoniak werd rechtstreeks bepaald. Het water werd bepaald door de stof te verhitten in eene glazen buis met koperoxyde en voorgelegd kopergaas, en het gevormde water in een $CaCl_2$ buis op te vangen. Op die wijze wordt al de waterstof, zoowel van den ammoniak als van het water, te zamen verkregen als water.

De ammoniak is iets te laag gevonden, en ten gevolge daarvan de drie overige bestanddeelen iets te hoog.

De beide zouten hebben dus eene overeenkomstige samenstelling:

$$K_2O\,CrO_3 \,.\, 2\,(MnO\,CrO_3) \,.\, 2\,H_2O \,.\, 2\,H_2O$$
$$(NH_4)^2O\,CrO_3 \,.\, 2\,(MnO\,CrO_3) \,.\, 2\,H_2O \,.\, 2\,H_2O$$

Het kalizout verliest bij 170°—180° juist de helft van zijn hydraat- of kristalwater:

	Berekend.	Gevonden. I.	II.	III.
2 mol. H_2O	5.91	5.63	5.78	5.66

Bij sterkere verhitting ontwijken water en zuurstof te gelijker tijd. Merkwaardig is, dat het eerste zout bij verhitting zooveel zuurstof afgeeft, dat daaruit kan afgeleid worden,

*) De halve hoeveelheid van 't gevonden water $= \frac{25.52 + 25.73}{\times}$.

dat alleen 2 mol. CrO_3 tot Cr_2O_3 worden, en 3 O afgeven, terwijl het MnO geen zuurstof opneemt en het $K_2O . CrO_3$ onveranderd blijft. De uitgedreven zuurstof werd als gas gemeten.

	Berekend.	Gevonden. I.	Gevonden. II.
3 Atomen O	7.88 pCt.	7.44	7.52

Het is aan te nemen dat zich eene verbinding van Cr_2O_3 met MnO vormt, en dat het mangaanoxydule daardoor belet wordt zich tot Mn_3O_4 te oxydeeren.

Het ammoniumzout begint zich, bij langzame verhitting, op 200° te ontleden. Wordt het snel boven de vrije vlam verhit, dan ontleedt het zich ontplofachtig. Uit de analyse met koperoxyde blijkt het, dat de zuurstof van het chroomzuur al de waterstof van den ammoniak oxydeert.

Dat dit dubbelzout in zulk een dichteren toestand werd verkregen, dat het zonder ontleding met water kon uitgewasschen worden, mag voorzeker aan de methode van bereiding: langzame afzetting uit eene bij hoogere temperatuur bereide oplossing in sterk chroomzuur, toegeschreven worden. Het is een nieuw voorbeeld van den invloed der verdichting op het weerstandsvermogen van scheikundige verbindingen.

In aansluiting aan zijn onderzoek over de dissociatie der hydraten van SO_2, Cl_2, Br_2, HCl_2, onderzocht de heer H. W. Bakhuis Roozeboom, assistent aan het anorgan. scheik. lab. der univ. te Leiden, het hydraat van broomwaterstof

Dit hydraat werd ontdekt in 1878 door Berthelot, die voor de samenstelling vond $HBr\,2\,H_2O$ en als smeltpunt —11° opgaf; voorts meende hij, dat de verzadigde oplossing bij deze temperatuur dezelfde samenstelling had.

Gelijk te verwachten was, is echter dit hydraat, gelijk de reeds onderzochte, eene dissocieerbare verbinding, en is dus de opgave van een smeltpunt onbepaald, zoo niet tevens de druk aangegeven wordt, uitgeoefend door het HBr in de ruimte, waarin de smelting of dissociatie plaats grijpt.

Geschiedt deze bepaling, gelijk gewoonlijk, in een open vat, dan zal de temperatuur der geheele ontleding nooit hooger gevonden kunnen worden dan die, waarbij de dissociatiespanning gelijk 1 Atm. wordt, zooals dit vroeger gebleken is bij de hydraten van SO_2, Cl_2, HCl.

Het is echter mogelijk, dat reeds bij lagere temperatuur geheele ontleding zich openbaart, indien zich eene omstandigheid voordoet, waardoor de druk niet meer toeneemt, nog voordat die 1 Atm. geworden is. Zoodanig geval werd door den heer R. waargenomen bij het broomhydraat, welks dissociatiespanning nog verre van 1 Atm. verwijderd is, als reeds totale ontleding plaats vindt bij $+ 6^0$, omdat de spanning gelijk geworden is aan die van het bromium zelf, en dus, door het vloeibaar worden van al het ontwijkende gas, het verkrijgen van eene hoogere spanning onmogelijk wordt.

Nog een ander geval was denkbaar: dat namelijk de spanning van het gas niet meer toeneemt, omdat het water, bij de dissociatie vrij geworden, evenveel gas opgelost houdt als in het vaste hydraat aanwezig is. Bij SO_2, Cl_2, Br_2 werd geene temperatuur bereikt, waarbij de spanning van het gas groot genoeg was om dit te bewerken. Bij het HCl wel, doch bij eenen druk grooter dan 1 Atm.; zoodat de daarbij behoorende temperatuur bij ontleding in een *open* vat niet bereikt werd.

Het broomwaterstofhydraat verwezenlijkt echter deze mogelijkheid. Bij $-11^0,3$ is de dissociatiespanning van het hydraat slechts 52 c.M., doch juist zoo groot, dat de oplossing, die ontstaat bij de dissociatie, evenveel HBr opgelost houdt, als in het vaste hydraat bevat is. Dit laatste gaat dus in zijn geheel in vloeibaren toestand over, en bij deze *eenige* temperatuur hebben de begrippen dissociatie en smelting dezelfde beteekenis.

Beneden deze temperatuur is de dissociatiespanning geringer; de oplossing, die bij dissociatie ontstaat, bevat minder HBr dan het hydraat; bij de dissociatie wordt gas vrij, des te meer hoe lager de temperatuur is.

Temperatuur.	Dissociatiespanning.		HBr opgelost in 1 deel water na dissociatie
—25°	1	millimeter	1.755
20.9	13	»	—
19.2	28	»	—
19.0	—		1.881
18.8	—		1.891
18.0	43	»	—
17.4	52	»	—
16.6	64	»	—
15.4	90	»	—
14.6	121	»	2.000
13.6	170	»	—
12.8	262	»	—
12.3	333	»	—
12.0	—		2.168
11.8	408	»	—
—11.3	520	»	2.244 (= $HBr\,2\,H_2O$)

Wil men het hydraat boven —11.3 behouden, dan moet men op het vrije gas vooraf een grooteren druk dan 52 c.M. aanbrengen, daar het hydraat zelf bij smelting geen vrij gas meer levert, maar de ontstane oplossing integendeel nog eenig gas gaat oplossen.

Gelijk bij het $HCl\,2\,H_2O$, werden ook nu de smeltpunten gezocht bij verhoogden druk tot 250 Atm. Eene stijging van —11°.3 tot +0°.3 werd waargenomen. Nadat de druk bij —3°4, $10^1/_2$ Atm was geworden, werd het HBr gas vloeibaar. Boven dit punt gaat de stijging van het smeltpunt met de toeneming van den druk regelmatig voort.

Tusschen —11°.3 en —3°.4 is dit niet het geval. Een nauwkeurig onderzoek bracht het volgende merkwaardige feit aan het licht.

Vergroot men den druk van 52 c.M. af (bij —11°.3), dan rijst het smeltpunt niet, maar daalt in toenemende mate met de drukverhooging, totdat het bij $2^1/_2$ Atm. —15°.5 geworden is.

Van dit punt af, komt er, bij verdere toeneming van den druk, weder eene smeltpuntsverhooging tot stand die regelmatig doorgaat.

De lijn, die de dissociatiespanning als functie der temperatuur voorstelt, biedt dus voor temperaturen tusschen —15°.5 en —11°.3 drie ordinaten aan. Bij —14° bij voorbeeld, is het hydraat bestendig, wanneer de spanning van het HBr iets meer dan 15 c.M. bedraagt. Stijgt de druk tot 2 Atm., dan openbaart zich dissociatie, die weder ophoudt zoodra de druk grooter dan 3 Atm geworden is.

Naar ons weten is een dergelijk geval van teruggang der dissociatietemperatuur, bij verhooging van den druk, tot nog toe niet waargenomen; (wel het omgekeerde, vermindering van de spanning met toenemende temperatuur, bijv. bij SeH_2). Geene andere oorzaak is hiervoor voorhands te bedenken dan eene verandering der dichtheid. De heer R. hoopt dit punt nader te onderzoeken.

Druk.		Temper.	Druk.	Temper.
Atm.	c.M.		Atm.	
—	52	—11.3	5	—8.4
1	—	11.6	6	7.2
1	20	12.1	8	4.7
1	38	12.6	10	3.4
2	—	14.0	25	2.9
2	20	14.7	50	2.4
2	38	15.5	75	2.0
2	57	14.8	100	1.6
3	—	14.0	150	0.9
3	38	12.5	200	—0.3
4	—	—10.9	250	+0.3

De gevonden afhankelijkheid tusschen smeltpunt en druk geldt slechts voor het geval, als de vrije ruimte enkel met HBr gas gevuld is. Bij aanwezigheid van andere gassen (de heer R. nam waterstof) is het uit de proefnemingen gebleken, dat voor een bepaald smeltpunt de partiëele druk van het HBr even groot is als die, welke vroeger gevonden werd voor het zuivere gas. Hieruit kan dus het besluit getrokken worden — hetgeen voorzeker niet minder merkwaardig mag worden geacht — dat de waargenomene drukhoogten als dissociatiespanningen moeten beschouwd worden.

Het zeer eigenaardige beloop der lijn, die deze spanningen voorstelt tusschen $^3/_4$ en 10 Atm., kan niet toegeschreven worden aan het ontstaan van een hydraat met meer HBr dan HBr 2 H_2O.

Bij eene proef met een voor dit doel ingerichten toestel, werd namelijk in het minst geene opslorping van vrij gas door de oorspronkelijke kristallen van HBr 2 H_2O waargenomen, zelfs niet indien de druk tot 10 Atm. steeg.

Bij gelegenheid dezer proefnemingen bepaalde de heer R. tevens de oplosbaarheid van HBr gas, voor drukkingen tot aan 1 Atm., bij temperaturen tusschen -25^0 en $+100^0$. Daaruit werd afgeleid de spanningslijn eener oplossing, die de samenstelling HBr 2 H_2O heeft.

— De Heer Hubrecht spreekt over nieuwe onderzoekingen, in de allerlaatste jaren verricht met betrekking tot het excretorisch apparaat der Platwormen. Van deze werden in de eerste plaats de Nemertinen behandeld, waarbij het Spreker gelukt was inwendige openingen van de nephridia in de overlangsche bloedvaten aan te toonen, en wel bij een der lager georganiseerde genera. Later had ook de Heer A. C. Oudemans Jszn., conservator aan het museum te Utrecht, gelijksoortige openingen bij het geslacht Carinella aangetroffen en bovendien gevonden, dat bij andere genera talrijke uitwendige openingen van het excretorisch apparaat, die aan weerszijden symmetrisch geplaatst zijn, voorkomen. Bij de andere afdeelingen der Plathelminthen, waar de nephridia bovendien veel rijker vertakt zijn, eindigen de fijnste eindstammetjes steeds blind in de weefsels met eene zoogenaamde fakkelcel. Een ander belangrijk verschil tusschen de Nemertea en de andere Platwormen (Hirudinea inclusive) wordt hierin gevonden, dat bij de laatsten de verschillende vaten van het excretorisch apparaat intracellulair zijn, wat bij de Nemertinen, waar het lumen steeds door talrijke nietdoorboorde cellen begrensd wordt, niet het geval is. Laatstgenoemd karakter wordt alleen gedeeld door het meest peripherisch gedeelte van de uitvoergangen der Hirudinea. met welke, ook ten aanzien der inwendige communicatie

der nephridia met bloedruimten, zekere overeenkomst bestaat. Spreker besloot met er op te wijzen, hoe de gezamenlijke resultaten van al deze onderzoekingen ons wellicht in staat zullen stellen, omtrent de eerste wording en de beteekenis der lichaamsholte van de laagste Triploblastica juistere inzichten te verkrijgen. Reeds nu hebben zij een nieuw argument geleverd om de Nemertea niet langer als eene onderafdeeling der Turbellaria, maar als een zelfstandig type van Plathelminthen te beschouwen.

Eenige ophelderingen, gevraagd door de Heeren KOSTER en DE VRIES, worden door spreker gegeven.

— De Heer VAN BEMMELEN deelt mede, in aansluiting aan zijne in de Vergadering van 24 Februari 1877 geuite meening omtrent het doorlatend vermogen voor water van zandlagen, dat hij kort geleden twee zandlagen heeft waargenomen in den onlangs drooggemalen Naardermeerpolder, die het water niet doorlaten. De eene bestaat uit grove zandkorrels, door ijzeraer aaneengebakken; de andere uit zandkorrels, saamverbonden door organische stof. In den Maarssevenschen-Tienhovenschen polder werd voor eenige jaren geleden eene dergelijke laag door hen waargenomen.

— De Heer DONDERS deelt de uitkomsten mede der onderzoekingen van Dr. H. J. HAMBURGER over de mikroskopische verhouding van bloedlichaampjes in zout- en suikeroplossingen.

De onderzoekingen over den invloed van scheikundige verbindingen op bloedlichaampjes, in verband met hare moleculairgewichten *), leidden tot de merkwaardige uitkomst, dat de isotonische coëfficiënten van Prof. HUGO DE VRIES in het algemeen bij de bloedlichaampjes teruggevonden worden. Waren de cijfers van DE VRIES voornamelijk gegrond op het begin van plasmolyse in plantencellen, de onze

*) Zie: Onderzoekingen gedaan in het Physiol. Laborat. der Hoogeschool te Utrecht. Derde reeks. IX, p. 22; verder: Koninklijke Akademie van Wetenschappen Afd. Natuurkunde, *Proces-Verbaal* 29 December 1883.

waren verkregen door eene zoutconcentratie te zoeken, waarin de bloedlichaamjes hunne haemoglobine begonnen te verliezen. Het was daarom wenschelijk te onderzoeken, of met dit uittreden van haemoglobine een verschijnsel in het bloedlichaampje samenviel, te vergelijken met het begin van plasmolyse in de plantencel.

Het runder- en varkensbloed gaven negatieve resultaten: na toevoeging van chloornatrium-kalisalpeter- en rietsuikeroplossingen, waarin de lichaampjes juist haemoglobine begonnen te verliezen, bleven verreweg de meesten onveranderd, de overigen waren een weinig gezwollen en hadden de schijfvormige gedaante met eene meer bolvormige verwisseld. Een verschijnsel, dat op plasmolyse geleek, werd niet waargenomen.

Het kikvorschbloed gaf andere resultaten.

In een klein reageerbuisje werd een weinig chloornatriumoplossing van 0.21 pCt. vermengd met een droppel kikvorschbloed, dat evenals voor de volgende proeven verkregen werd, door een knipje in de aorta te geven (het toetreden van lympha werd zorgvuldig vermeden).

Na korten tijd had zich een coagulum gevormd, dat aanvankelijk het buisje geheel vulde en daarna zich samentrok, onder uitzweeting van een zwak rood gekleurd vocht, dat geen bloedlichaampjes bleek te bevatten. Deze waren allen in het coagulum ingesloten, en wel voornamelijk in het onderste gedeelte. Nadat de massa gedurende 2 tot 3 dagen bij eene temperatuur van 0° had gestaan, leerde het mikroskopisch onderzoek, dat de gekleurde inhoud zich geheel of gedeeltelijk van den celwand had teruggetrokken, gewoonlijk tot een duidelijk gecontoureerde, sterk gekleurde, nagenoeg bolvormige massa. Waar de gekleurde inhoud zich geheel teruggetrokken had, scheen deze nog door ongekleurde plooien (?) aan den celwand verbonden te zijn. De vormen, waarbij geen plooien gezien werden, waren zeldzaam. Soms had het celvliesje de plat ellipsoïdische gedaante behouden. Soms had het een onregelmatige gedaante aangenomen, waarschijnlijk wegens het toegeven aan de contractie van den inhoud. Deze verschijnselen deden wel

denken aan plasmolyse, maar konden bezwaarlijk een begin er van voorstellen. Wel vonden wij na een halven dag vormen, waarbij het lichaampje geene verandering had ondergaan, dan dat de inhoud zich over een geringe uitgebreidheid van het vliesje begon terug te trekken; maar deze vormen waren voorbijgaande.

Het lag nu voor de hand te onderzoeken, hoe de lichaampjes zich verhielden in keukenzout-soluties, sterker en zwakker dan 0.21 pCt.. Chloornatriumoplossingen van 36 pCt. (gesatureerd), 9 pCt., 1.16 pCt., 0.64 pCt., 0.25 pCt., 0.21 pCt., 0.12 pCt., 0.072 pCt. en 0.036 pCt. werden op de bekende wijze met kikvorschbloed vermengd en de bloedlichaampjes na 3 dagen onderzocht. Wij vonden, dat in oplossingen, zoowel sterker als zwakker dan 0.21 pCt., de lichaampjes veranderd waren, behalve in de *Na Cl-solutie van 0.64 pCt.*, waarin de lichaampjes met hun kernen *geheel onveranderd* gebleven waren.

Oplossingen, hooger dan 0.64 pCt., gaven aan de lichaampjes over het algemeen een eigenaardig gebrokkeld aanzien, waarover later meer. In oplossingen, zwakker dan 0.64 pCt., vertoonden de lichaampjes, al hadden zij geen haemoglobine verloren, toch de eigenaardige vormen als die bij plasmolyse, gelijk die boven werden beschreven. In zwakke concentratiën (0.12 pCt. en lager) begon de gekleurde inhoud der meeste lichaampjes te zwellen en kon dan het celvliesje bijna in zijn geheel bereiken, ja zelfs tot een bol spannen, waarin dan de kern duidelijk te voorschijn trad.

Wij wilden nu beproeven, of ook de mikroskopische verschijnselen op isotonie konden wijzen, zooals de makroskopische dit hadden gedaan. Inderdaad bleek dit het geval te zijn: eene salpeteroplossing van 1.09 pCt., eene rietsuikersolutie van 5.61 pCt. (beiden naar DE VRIES isotonisch met Na Cl van 0.64 pCt.), lieten bijna alle lichaampjes onveranderd, terwijl hoogere concentratiën over het algemeen vormen te voorschijn riepen als de overeenkomstige chloornatriumsoluties, terwijl eindelijk in de lagere concentratiën de bekende vormen als van plasmolyse ontstonden

De onveranderlijkheid der bloedlichaampjes in keukenzout-

oplossing van 0.64 pCt., en de daarmede isotonische salpeter- en rietsuikeroplossingen, maakte het waarschijnlijk, dat het serum in isotonische waarde hiermede zou overeenkomen. Zou dit het geval zijn, dan moest het serum ook naar de makroskopische methode overeenkomen met chloornatrium van 0.64 pCt. Om dit na te gaan, werd onderzocht, met hoeveel water men kikvorschbloed kon verdunnen, om een begin van haemoglobine-uittreding waar te nemen. Te dien einde werd bloed van hetzelfde dier, gedeeltelijk gedefibrineerd, gedeeltelijk aan zich zelf overgelaten. Het serum van het laatste werd met 1, 2, 3 en 4 volumina water verdund, en bij de mengsels gedefibrineerd bloed gevoegd. Het bleek nu, dat vermenging van serum met 2 volumina water nog *niet*, vermenging met 3 vol. wel voldoende was, om de haemoglobine te doen uittreden.

En wat zagen we boven? — De Na Cl-solutie, die de haemoglobine uit het kikvorschbloed deed treden, bevatte 0.21 pCt. Na Cl. Om deze te verkrijgen, moest men de oplossing van 0.64 pCt. keukenzout ook driemaal verdunnen. Ons vermoeden bleek dus juist te zijn. Bovendien leerde 't mikroskoop, dat het met water verdunde serum aan de bloedlichaampjes dezelfde eigenaardige vormen gegeven had, als de overeenkomstige Na Cl-oplossing.

Bij de verdunning van het serum met water, merkten wij op, dat er coagulatie intrad.

We onderzochten ook den invloed van zout- en suikersolutie hierop en zagen, dat Na Cl van 1.16 pCt., benevens de daarmede isotonische salpeter, de stolling beletteden; terwijl ze bovendien werd tegengegaan door salpeter van 1.09 pCt. In zouten van lage concentratie ontstonden coagula, die zich contraheerden en wel des te langzamer, naarmate de solutie meer verdund was.

Verwarming gedurende 5 min. van 52° tot 48° hief het vermogen van het serum op, van na toevoeging van water en verdunde zoutoplossing te coaguleeren. Waarschijnlijk wordt het ferment bij genoemde temperatuur gedood. Deze bijzondere eigenschap van het kikvorschserum, bij toevoeging van water te coaguleeren, schijnt alleen voor te komen in

eene bepaalde periode van den winterslaap. Na half December mocht het ons niet meer gelukken, serum met genoemde eigenschap te verkrijgen.

In een uitvoeriger stuk, hopen we nog een en ander mede te deelen over de coagulatie en over den invloed van het serum van warmbloedige dieren op kikvorschbloedlichaampjes.

— De Heer DONDERS deelt de uitkomsten mede van een onderzoek van Dr. HUIJSMAN, over afstomping der gehoorzenuw, opgenomen in de onderzoekingen van het Physiologisch Laboratorium, D. IX, en later voortgezet.

I. Direct op het getroffen oor is voor tonen van gemiddelde hoogte afstomping moeilijk te constateeren.

De toon eener stemvork (met resonance-kast) werd uit een verwijderd vertrek door een wijde buis zeer krachtig en tevens, door een nevengeleiding, nauwelijks hoorbaar tot de oorbuis geleid. Na 10—60″ werd de krachtige afgesloten: de zwakke *scheen* terstond daarop hoorbaar. Werd echter ook de zwakke afgesloten 0.2″ na den sterken, zoo werd hij *niet*, 0.3″ *onzeker*, 0.4″ eerst *zeker* gehoord: zonder voorafgaanden krachtigen toon was 0.1″ meer dan voldoende, om den zwakken zeker te hooren. In zoover de zachte toon zich niet in het natrillen der membrana basilaris verbergt, ligt hierin 't bewijs eener voorbijgaande afstomping.

Zeer hooge tonen worden, zooals LORD RAYLEIGH vond, op hetzelfde oor spoedig onhoorbaar. Om ze te verkrijgen, bezigde HUIJSMAN kleine glazen resonatoren en haarbuisjes, in welke laatste zich een kwik-zuiltje bewoog bij draaiing aan een wijzer, die nu de overblijvende lengte, en zoodoende de toonshoogte, aanwees. De aldus verkregen tonen gaan van 4000 tot 30000 trillingen in 1″. HUIJSMAN hoorde ze tot 23800; voor knapen lag de grens nog hooger, voor bejaarde personen lager, voor Spreker op 12800. Hoe dichter nu bij de grens gelegen, des te sneller neemt de toon af, om na weinige sekunden geheel te verdwijnen. Dit geldt reeds van tonen, die aanvankelijk nog zeer sterk klinken. Vermindert men nu het aantal trillingen, zoo keert

de toon regelmatig weder, zelden of nooit bij het vermeerderen. Opmerkelijk is het, dat de geringste beweging van hoofd, alsook zekere willekeurige spanning in het oor, den zwijgenden toon weer te voorschijn roept. Ook bij het bewegen van een scherm voorbij het oor, komt, zooals reeds RAYLEIGH opmerkte, de toon terug: het afsluiten der golven voor $^1/_{40}''$ en minder bleek ons daartoe voldoende. Bij herhaling der proef is echter de terugkeerende toon telkens zwakker. Ook hoort men weer den toon, wanneer het scherm enkel voor het oor gebracht wordt, om er te blijven, dan echter minder sterk en slechts voor een moment, en alléén, wanneer het oor nabij de geluidsbron, de golven dus betrekkelijk sterk waren. Om bij deze proeven hoofdbeweging uit te sluiten, sloten de tanden in een ingebeten afdruk. Daarbij kan een toon verdwijnen, die bij niet bevestigd hoofd op een afstand van verscheiden meters aanhoudend gehoord wordt.

Deze verschijnselen zijn niet die van gewone afstomping, maar vertoonen de grootste analogie met die van intermitteerende prikkeling van spierzenuwen.

Een enkele korte prikkeling der spierzenuw geeft de bekende trekking (Zuckung), waarmee het effect van een tik of knal op het oor te vergelijken is. Een reeks prikkels van korten duur, ook mechanische (tetanomotor), op de spierzenuw geeft tetanus, beantwoordende aan een toon op het oor. Bij zeer groote frequentie der prikkels (met korte interrupties reeds bij minder frequentie, ENGELMANN) wijkt de tetanus allengs en schijnt de spier nu werkeloos (als bij constanten stroom), — evenals de gehoorzenuw bij zeer frequente golven; en in beide gevallen is een korte pauze voldoende, om de respectieve verschijnselen van tetanus en toon weer te voorschijn te roepen. Ook kan in beide gevallen de pause, als zoodanig, een snel voorbijgaande werking geven, te vergelijken met de openingstrekking van den constanten stroom. De analogie laat dus niets te wenschen over.

H. overtuigde zich daarenboven, dat geluidstooten, het schreeuwen der vokaal *i* in het oor, de knal zelfs van een pistool, die mechanische stoornis in de trillingen zouden

hebben kunnen opheffen, niet in staat waren den sluimerenden toon te wekken.

II. Door vergelijking met het niet getroffen oor kan afstomping ook voor lagere tonen op verschillende wijze worden aangetoond, o. a. door haren invloed op de richting van het binotische hooren (URBANTSCHITSCH en S. P. THOMPSON). Ontvangen beide ooren denzelfden toon met gelijke intensiteit, dan localiseert zich bij velen (o. a. bij HUIJSMAN en bij Spreker) de toon op korten afstand, voorbenedenwaarts in het mediaan-vlak. Verzwakt men nu aan ééne zijde den toon door samendrukking der buis, dan wandelt de binotische naar de andere zijde en keert naar het mediaan-vlak terug, wanneer men de buis zich weer vrij laat openen. Hetzelfde effect nu heeft afstomping aan ééne zijde. Langs de hoofdgeleiding werd de toon krachtig op het ééne oor, langs de nevengeleiding zwakker, maar op beide ooren in gelijke mate gewekt. De hoofdgeleiding is open en de krachtige toon dringt in het ééne oor: gelijktijdig wordt nu de hoofdgeleiding gesloten en de nevengeleiding geopend, en het gevolg is, dat de binotische toon naar de zijde van het niet getroffen oor verplaatst is en, in verschillende proeven, eerst na 1″ tot 30″ het mediaanvlak bereikt. De wandeling van den toon kan men met den vinger volgen en ook registreeren.

III. De proeven worden gewijzigd in dier voege, dat voor hoofd- en voor nevengeleiding verschillende stemvorken, met meer of minder verschil van toon, gebezigd worden, die zich nu in verschillende afgelegen vertrekken bevinden. Het resultaat is, dat de afstomping meer en meer uitblijft, hoe duidelijker het oor, achtereenvolgens de beide tonen hoorende, het hoogte-verschil onderscheidt, totdat, bij een duidelijk (altijd nog zeer klein) verschil, van afstomping niets meer te bespeuren is. Dit resultaat strookt met de theorie van HELMHOLTZ en met de voorstelling, dat iedere enkelvoudige toon een zeker aantal aan elkander grenzende vezelen der membrana basilaris, met correspondeerende zenuwvezelen, in trilling brengt, van welke groep zich bij de kleinste merkbare toonverschillen het zwaartepunt ver-

plaatst, terwijl de groep aan de eene zijde vezelen aanwint, aan de andere zijde verliest.

IV. Na prikkeling door sterke onregelmatige geluiden en geruischen (een kolossale ratel, slagen met een stok op een houten tafelblad of blikken plaat, met hamer op aambeeld, de sterke klank eener electrische schel) werd op het getroffen oor al spoedig afstomping gevonden voor een horloge-tik, het knippen met de nagels en voor een valhamertje, daarentegen niet of nauwelijks voor zwakke stemvorktoonen en gefluisterde vokalen.

V. Op zijne onderzoekingen laat de Heer Huijsman eenige theoretische beschouwingen volgen, uit onderhoud met Spreker voortgevloeid. De afstomping werd bestudeerd in bepaalde vezelen der gehoorzenuw, in vergelijking met die in bepaalde vezelen der gezichtszenuw, een deel dus van 't gezichtsveld: zoo werden de toonshoogten der eerste vereenzelvigd, niet met de kleuren, maar veeleer met de plaatsmerken der laatste. Dit leidde tot de vraag, of toonshoogte en kleur wel gelijksoortige physiologische energieën zijn, zooals algemeen wordt aangenomen, en die vraag is Spreker geneigd, ontkennend te beantwoorden. Wordt verschil van toonshoogte, evenals dat van kleur, door tijdsverschil van golven voortgebracht, beider golven, waarvan de tijden tot elkander staan gelijk 1 : 1 billioen, behooren tot verschillende orden, en de directe effecten, hier mechanische, daar chemische, zijn onderling niet vergelijkbaar. Ook beider verhouding tot de peripherische elementen en tot de zenuwvezelen vat Spreker anders op. Afgezien dáárvan, dat de morphologie der pheripherische elementen van het netvlies bij name in de fovea centralis, in gebreke is gebleven, aan de drie vezelen van Young de hand te reiken, nopen, zijns inziens, verschillende positieve gronden, in hetzelfde peripherisch element en in dezelfde gezichtszenuwvezel de processen der verschillende fundamenteele kleuren aan te nemen, wat ook reeds Helmholtz (*Physiol. Optik.* S. 292) voor de theorie van Young even voldoende achtte als een afzonderlijke zenuwvezel voor ieder proces. Daarentegen zijn verschillen van toonshoogte, evenals plaatsmerken, aan verschillende zenuwvezelen verbonden.

En hiermede hangt samen, dat kleursensaties zich vermengen, toonshoogten zelfstandig blijven; dat alle kleuren zich vormen uit een klein aantal fundamenteele, bij de tonen van fundamenteele geen sprake is; dat de kleuren met haar overgangen in een bepaalde orde zich rangschikken in een cirkel, de tonen een enkele reeks vormen, van de hoogste tot de laagste; dat afstomping voor ééne kleur de complementaire daarvan te voorschijn roept, terwijl voor tonen geen complementaire denkbaar zijn; dat, eindelijk, naast de kleuren, als zoovele partieële processen, als totaal-proces de sensatie van wit optreedt, waarvan op het gebied der tonen het analogon niet te vinden is.

Bij deze uitkomst doet de vraag zich voor, of in het proces der gehoorvezelen dan louter quantitatieve verschillen mogelijk zijn. Spreker onderstelt, dat, evenals de snaren van een klavier, de vezelen der membrana basilaris, onder den invloed van een klank, door trilling in haar geheel en in gelijke deelen, verschillende trillingswijzen kunnen aannemen en zoodoende in de correspondeerende zenuwvezelen den vorm der physiologische golven kunnen wijzigen, die voor het timbre niet onverschillig zijn zou. Schijnt ook de theorie van HELMHOLTZ, die in de vezelen der membrana basilaris slechts enkelvoudige trillingen postuleert, met correspondeerende partiëele tonen, als zoodanig, voldoende tot verklaring van het timbre, zij sluit de hier gegeven voorstelling niet uit, die van de betrekkelijke moeilijkheid, in ieder timbre de partiëele tonen te hooren, mede rekenschap geeft. In zoover zou er dan eenige analogie zijn tusschen verschillen in kleur en in timbre. — De voorstelling brengt voorts mede, dat iedere klank zijn ondertonen heeft, en wel de enkelvoudige tonen betrekkelijk sterke, wat de neiging zou kunnen bevorderen, om, bij vergelijking met even hooge samengestelde klanken, een enkelvoudigen toon voor een octaaf lager te houden (HELMHOLTZ, Tonempfinsungen. 3te Ausgabe. p. 112). Ook de door bijkomende boventonen stijgende intensiteit van den grondtoon (SEEBECK) zou van die ondertonen kunnen afhankelijk zijn.

Het 9de deel der 3de reeks van de »Onderzoekingen, ge-

daan in het physiologisch laboratorinm der Utrechtsche Hoogeschool, waarin de verhandeling der Heeren HUIJSMAN is afgedrukt, wordt daarbij ten geschenke aangeboden voor de boekerij.

— Voor de boekerij der Akademie worden verder aangeboden:

Door den Heer SCHOLS (uit naam der Polytechnische school), de 1ste aflevering der Annales de l'Ecole Polytechnique de Delft; door den Heer BIERENS DE HAAN (uit naam van het genootschap: »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven"), het elfde deel van het Nieuw Archief der Wiskunde.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 31 Januari 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, DE VRIES, ZAAIJER, BIERENS DE HAAN, SCHOLS, MAC GILLAVRY, PLACE, ZEEMAN, GRINWIS, A. C. OUDEMANS JR., BOSSCHA, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, J. A. C. OUDEMANS, KOSTER, MULDER, KORTEWEG, VAN BEMMELEN, VAN DIESEN, BEHRENS, DONDERS, GUNNING, RAUWENHOFF, VAN DER WAALS, MICHAËLIS, BAEHR, FRANCHIMONT, STOKVIS, FÜRBRINGER, LORENTZ en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts van de Afdeeling Letterkunde de Heeren: BOOT en CAMPBELL.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Wordt gelezen een brief van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van:

— M. BARCENA, Directeur van het Observatorio meteorologico-magnetico central te Mexico, 24 December 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 2, 5, 28 Januari 1885; 2°. G. F. WESTERMAN,

Directeur van het Kon. Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, December 1884; 3⁰. FRANTZEN, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche letterkunde te Leiden, Januari 1885; 4⁰. G. VAN DER MENSBRUGGHE, Gent, 17 Januari 1885; 5⁰. het Ministère de l'instruction publique et des beaux-arts te Parijs, 17 December 1884; 6⁰. SAINT-LAGER, Secretaris der Académie des sciences, belles-lettres et arts te Lyon, 25 April 1884; 7⁰. DE MILLOUÉ, Directeur van het Musée Guimet te Lyon, 16 April, 23 Augustus en November 1884; 8⁰. den Directeur van het Royal Institut géologique de Hongrie te Budapest, 3 Januari 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren 1⁰ een brief van den Heer A. WICHERS (11 Januari 1885), waarin hij zijn opstel over de 5de machtsvergelijkingen, in de December-vergadering ter fine van kennisneming aan de Afdeeling toegezonden, terug verlangt om daarin nog eenige verbeteringen aan te brengen. De Secretaris heeft aan dit verlangen gevolg gegeven; 2⁰ een brief van Mevr. de Wed. VON BAUMHAUER (18 Januari 1885), waarin zij der Akademie kennis geeft van het overlijden van haar echtgenoot, wijlen den Heer Dr. E. H. VON BAUMHAUER, op 18 Januari jl.

De Voorzitter, hulde brengende aan de nagedachtenis van den overledene, schetst in breede trekken zijne verdiensten ten opzichte der Maatschappij en der Akademie. Den Secretaris wordt opgedragen aan Mevr. de Wed. VON BAUMHAUER de deelneming der Afdeeling in het door haar ondervonden smartelijk verlies te betuigen.

— De Heer BIERENS DE HAAN deelt mede, dat hij niet in staat is rapport over het opstel van den Heer A. WICHERS uit te brengen, omdat dit, na teruggevraagd te zijn, nog niet tot de Afdeeling is wedergekeerd.

— De Heer DONDERS spreekt over de generatoren der derde dimensie en de schijnbeweging op schilderijen.

Wanneer men zich beweegt voorbij een schilderij, vertoonen sommige der daarop afgebeelde voorwerpen een schijnbeweging. Zoo volgt ons de blik van een portret, draait zich het hoofd of beweegt zich een uitgestoken arm, en in den regel ziet men voor- en achtergrond in tegengestelde richting over elkander schuiven. Is het verschijnsel algemeen bekend, over de optische verklaring vindt men weinig of niets. Kunstenaars en kunstkenners, die Spreker er over raadpleegde, waren niet tot een helder inzicht gekomen, en physici en physiologen hadden er niet over nagedacht. Volgens Spr. ligt de grond eenvoudig *in het uitblijven der parallactische beweging, die de illusie der derde dimensie* (de diepte-dimensie) *deed verwachten.*

Hij stelt zich nu voor te spreken over de generatoren der derde dimensie in het algemeen, en in het bijzonder te onderzoeken, in hoever zij den schilder ten dienste staan: in verband daarmede zal van de schijnbeweging worden rekenschap gegeven.

a. De generatoren der derde dimensie, bij het zien van voorwerpen in de ruimte, brengt Spr. terug tot twee kategorieën, die der indrukken, als zoodanig, en die der bewegingen, waaronder de indrukken zich wijzigen. Daarbij voegt zich de binoculaire stereoskopie.

Tot de eerste kategorie behooren het perspectivische beeld, licht en schaduw, in verband met kleur, en het zoogenoemde luchtperspectief.

Met het perspectivische beeld kan de derde dimensie reeds gegeven zijn: in de helling der horizontalen van bekende voorwerpen, de hoeken, waaronder rechte hoeken zich vertoonen, absolute en relatieve grootten en partieële bedekking der voorwerpen. Hierbij wijst Spr. op de werking van den Hollandschen kijker, die niet slechts, als binocle, het stereoskopisch effect beperkt, maar ook reeds als monocle, ingrijpende op het verband tusschen de dimensies van hoogte en breedte en de hoeken, waaronder de rechte hoeken van bekende voorwerpen zich vertoonen, bij onveranderden vorm van het netvliesbeeld de derde dimensie wijzigt.

Tot de tweede kategorie brengt Spr. de convergentie der

gezichtslijnen, die, op zich zelve, hem nauwkeuriger aanwijzingen gaf dan haar in het algemeen wordt toegekend, de accommodatie, in associatie met en ook wel onafhankelijk van convergentie, en de parallactische bewegingen van het hoofd, die men steeds willekeurig of onwillekeurig te baat neemt. Altijd is het de bewuste aanstoot tot beweging, niet de beweging zelve, die de voorstelling bepaalt.

Den invloed der accommodatie, onafhankelijk van convergentie, leerde Spr. onder twee omstandigheden kennen:

1. in de mikropsie (het verkleind zien), bij kunstmatige verzwakking van het accommodatie-vermogen;

2. in den invloed der kleur op de voorstelling van afstand, in verband met de chromasie van het oog: van roode en blauwe figuren, in hetzelfde vlak gelegen, schijnen de eerste nader bij het oog dan de laatste, en dientengevolge brengt beweging van het hoofd een parallactische schijnbeweging voort, tegengesteld aan de verwachte. Intusschen, terwijl die invloed niet constant is en bij het monoculaire zien grootendeels wegvalt, moet hierbij nog een ander moment als dat der accommodatie in het spel treden, waaromtrent een nader onderzoek wordt gevorderd.

Een hoofdfactor is eindelijk de samensmelting der perspectivische beelden van de beide oogen; de eigenlijke stereoskopie, werkzaam reeds (mits de bliklijnen in een correspondeerend punt samentreffen) bij verlichting door niet meer dan één electrischen vonk, — onafhankelijk dus van convergentie-verandering, waardoor overigens de stereoskopie bevorderd wordt.

b. Tot het voortbrengen van het effect der derde dimensie staan den schilder al de generatoren der eerste kategorie ten dienste, — licht en schaduw en luchtperspectief, zoowel als de perspectivische vorm: waar hij de lichtsterkte der voorwerpen niet kan evenaren — weet hij ze door middel van contrast nabij te komen. De generatoren der tweede kategorie worden daarentegen geacht buiten zijn bereik te liggen. Inderdaad zijn stereoskopie en parallactische beweging uitgesloten.

Maar geldt dit ook van de accommodatie? Spr. betoogt

het tegendeel. Voor warme kleuren wordt meer inspanning der accommodatie gevorderd dan voor koele, en door een gelukkig samentreffen wijkt dus het blauw verschiet en treden figuren en andere voorwerpen in warmen toon op den voorgrond. Menig doek getuigt van het hierdoor te verkrijgen effect. En zelfs ook de convergentie treedt volgens Spr. in het spel. Beantwoordt de ligging van den voorgrond aan den hoogte-stand der oogen van den beschouwer, dan vermindert diens convergentie bij het zien naar den hooger gelegen achtergrond, en wordt, vooral bij een kleine achterwaartsche helling van het doek, de illusie van afstand bevorderd: het dalen der schilderij onder den horizont der oogen en voorwaartsche helling werken bepaald nadeelig.

c. *Waaraan is het toe te schrijven*, vraagt Spr., *dat bij het zien met één oog de derde dimensie zich zooveel sterker ontwikkelt dan bij het zien met twee?* Uit een bepaald punt kan één oog van een schilderij een beeld ontvangen, schier volmaakt gelijk aan dat der natuur. Maar het tweede oog neemt een andere plaats in, en zijn perspectivisch beeld kan aan dat van het eerste reeds daarom niet gelijk zijn. Bovendien, indien de beelden gelijk waren, de *schijnbaar* verticale meridianen der beide netvliezen zijn niet evenwijdig, en gelijke netvliesbeelden dekken elkander dus niet volkomen in de voorstelling naar buiten. Wel is waar, zijn nabij het directe zien de verschillen gering en stijgen eerst, naarmate bij het indirecte zien ook de gezichtsscherpte afneemt, zoodat de ongelijkheid dikwerf niet of nauwelijks te constateeren is; maar dit belet niet, dat zij aan de illusie der derde dimensie zou kunnen afbreuk doen.

Intusschen zoekt Spr. de mindere ontwikkeling der derde dimensie niet zoo zeer in het bijkomende beeld, als zoodanig, als in de beperking, die accommodatie en convergentie daarvan ondervinden. Spr. overtuigde zich, dat, zoodra het eene oog met een scherm bedekt wordt, de gezichtslijnen bij het letten op den achtergrond een evenwijdige, bij het letten op den voorgrond een convergeerende richting aannemen, waarmeê tevens de daaraan geassocieërde accommodatie zich wijzigt. Dientengevolge vertoont het verschiet zich dif-

fuus, wat wel niet schaden kan, en evenzoo de naderbij gelegen indirect geziene voorwerpen, wat in overeenstemming met het zien in de natuur — en dus zeker een voordeel is. Achter het dekkende scherm kan men, bij het afwisselend zien naar aan elkander grenzende punten van voor- en achtergrond, de binnen- en buitenwaartsche beweging van het oog constateeren, en bij het ontblooten van het gedekte oog, terwijl het andere op den achtergrond gericht was, vertoont een verticale krijtstreep op het doek zich in ongelijkzijdige dubbelbeelden, die in de evenwijdige richting der gezichtslijnen haar verklaring vinden. Blijkbaar dus richten convergentie en accommodatie zich naar de uit andere generatoren alreeds gevormde voorstelling en bevorderen zoodoende de illusie der derde dimensie, waaraan de bij het binoculaire zien gedwongene convergentie op den afstand van het doek afbreuk deed.

d. Van die illusie is de schijnbeweging op schilderijen, waarvan Spr. uitging, *het gevolg.* Hoe sterker de illusie is, des te vaster verwacht men, bij zijdelingsche verplaatsing, de correspondeerende parallactische beweging. Op het doek nu blijft zij uit, en het noodwendig gevolg is — òf dat een schijnbeweging ontstaat in tegengestelden zin, òf dat de voorstelling der derde dimensie verloren gaat: sterk ontwikkeld, is ze tegen de schijnbeweging bestand.

Ter opheldering wijst Spr. nu op de lucht, die ons, wandelende in de natuur, schijnt te volgen, terwijl de nabijgelegen voorwerpen terugwijken, en die op een schilderij, waar ze niet volgen kan, schijnt terug te vlieden; op de parallactische verschuiving van voor- en achtergrond, bij beweging van het hoofd heen en weer, die men op een schilderij, gevende de illusie van diepte, evenzoo verwacht als ze zich in de natuur voordoet, en die, uitblijvende, dus schijnbeweging geeft in tegengestelden zin. En zoo moet elk vooruitstekend voorwerp, een arm of been, de kop van een dier, een stok of degen, zelfs een pijp in den mond zich schijnbaar meêbewegen, omdat de verschuiving op den achtergrond, die men van een vooruitstekend voorwerp mocht verwachten, achterwege blijft. Treffend is de schijnbeweging op een en face genomen

portret. Ziet men een mensch recht in het aangezicht, dan zijn een paar stappen terzijde voldoende, om den vooruitstekenden neus naar de tegengestelde zijde te verplaatsen op de zich versmallende wang, terwijl de wang derzelfde zijde zich verbreedt en het vlak van het oor meer te voorschijn komt: de kop nadert tot profiel. Aan een portret brengt dezelfde beweging geen verandering teweeg: de neus blijft in het midden, de wangen even breed, — men blijft het dus en face zien, en was de voorstelling van het lichamelijke goed ontwikkeld, dan moet de schijn ontstaan, dat het hoofd zich draait om den beschouwer te volgen. Versmalt zich hierbij het aangezicht, binnen zekere grenzen abstraheert men daarvan gemakkelijk. Een bijzondere beschouwing verdient de blik. Over de richting van den blik oordeelt men uit de hoeveelheden witte sclera, bij zekeren stand van het hoofd aan binnen- en buitenooghoek zichtbaar. Een portret nu, wanneer het plastisch voor ons staat, doet verwachten, dat, bij een stap terzijde, als aan een werkelijk hoofd het wit der sclera zich zal verbreeden en aan de andere zijde versmallen; intusschen blijft het wit aan beide ooghoeken onveranderd, en de onbewuste verklaring kan geen andere zijn, dan dat de oogen, die in fixatie volharden, met het hoofd van richting veranderen. Voorts weet men, dat het niet noodig is, bij de beweging blijvend te fixeeren; ook na de beweging constateert men gemakkelijk de schijnbaar veranderde richting.

De voordracht wordt toegelicht door teekeningen, waarop de schijnbewegingen sterk uitkomen.

Spr. eindigt met zijn medeleden te verzoeken, hem te willen mededeelen, wat hun omtrent het behandelde onderwerp reeds bekend was, of wat zij elders daarover geboekt vonden. Hij kan zich niet anders voorstellen, dan dat de hier gegeven verklaring, die zoo zeer voor de hand ligt, bij velen moet zijn opgekomen.

NASCHRIFT.

Ons geacht medelid, de Heer Baehr, had de goedheid,

mij opmerkzaam te maken op een verhandeling van WOLLASTON (Phil. Transactions. 1824. T. 114. P. I. p. 247): »On the appearant direction of the eyes in a portrait." waarvan ik met groote belangstelling kennis nam.

WOLLASTON wijst op het wit der oogen, als aanwijzende de richting van den blik, in betrekking tot die van het aangezicht Hoe deze laatste bij de beoordeeling in aanmerking komt, toont hij op verrassende wijze aan, door onder een paar oogen op een het aangezicht bedekkend blad een anders gericht aangezicht te brengen. Wij weten trouwens, dat de oogen van een persoon, die ons fixeert, bij draaiing van het hoofd van vorm veranderen, terwijl ze ons kennelijk blijven aanstaren. En ziet men zich zelve in een spiegel, dan kan men, een zijner oogen in de richting van een op den spiegel zichtbaar punt blijvende fixeeren, het zoover brengen, dat het oog niet alleen zijn richting, maar volmaakt denzelfden stand in de ruimte behoudt, terwijl het hoofd draait om het oog.

WOLLASTON weet blijkbaar zeer goed, dat alle schijnbeweging op een vlak uit de regelen der perspectief te verklaren is. Hij spreekt alleen niet uit, dat zij haren grond vindt in het achterwege blijven van de parallactische beweging, die de voorstelling der derde dimensie deed verwachten, en gewaagt slechts van perspectivische projectie, zonder op de overige generatoren der derde dimensie acht te slaan.

Ophelderingen, door de Heeren KORTEWEG en J. A. C. OUDEMANS gevraagd, worden door den spreker gegeven.

De Heer KORTEWEG zegt vroeger meermalen zijne gedachten te hebben laten gaan over de schijnverplaatsingen op schilderijen. Komen op eene schilderij voorwerpen voor van bekenden eenvoudigen grondvorm, dan kan in den regel het oogpunt worden bepaald, van waaruit de schilderij behoort gezien te worden.

Nu is het echter zeer opvallend dat men, van uit ver ter weerszijde van het oogpunt verwijderde standpunten, toch meestal nog een zeer bevredigenden indruk ontvangt. Bij eenige oplettendheid bemerkt men dan echter, dat de voor-

werpen, ten opzichte van elkander en van het tafereel, telkens anders geplaatst schijnen.

Stelt de schilderij voor een vertrek, waarvan de achterwand en de beide zijwanden zichtbaar zijn, en laat men het oog bewegen langs den halven cirkel, beschreven in het horizontale vlak op den afstand der beide vergaarpunten van de lijnen van den vloer als middellijn, dan vormen, bij elken stand van het oog, de lijnen van het tafereel de volkomen juiste perspectief eener rechthoekige kamer, maar — zoowel de richting, waarin deze ten opzichte van het tafereel geplaatst moet worden gedacht, als de verhouding van breedte en diepte, verandert telkens. Beiden zouden *hier* voor gegeven standen van het oog geconstrueerd kunnen worden.

Verlaat men echter den halven cirkel, dan kan de voorstelling eener *rechthoekige* kamer alleen ten gevolge eener onwillekeurige correctie der lijnen tot stand komen, en, is in het vertrek bijv. een rechthoekige tafel schuin ten opzichte der wanden geplaatst, dan geldt dit voor ieder standpunt buiten het ééne dan geheel bepaalde oogpunt.

Het resultaat, na die correctiën verkregen, hoewel in grove trekken te voorzien, kon toch, meende spreker, misschien van allerlei omstandigheden afhankelijk zijn. Waren bijv. duidelijk in 't oog vallende vloertegels aanwezig, dan wordt de vrijheid, die men anders heeft in het veranderen der breedte en diepteverhouding van het vertrek, aanzienlijk verminderd, daar men zich die tegels altijd vierkant denkt. Dan moeten reeds bij geringere verplaatsing van het oog misstanden ontstaan.

— De Heer LORENTZ doet eene mededeeling »Over de toepassing van de tweede wet der mechanische warmtetheorie op de thermo electrische verschijnselen", en biedt daarover aan eene verhandeling voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer BOSSCHA voldoet aan eene opdracht van den Heer HAGA door den uitslag mede te deelen van proeven, door dezen genomen over het »THOMSON'sch effect" in kwik,

— De Heer Bierens de Haan deelt mede, dat de Huygens-Commissie den Heer Korteweg in haar midden heeft opgenomen, nadat deze verklaard had het lidmaatschap van voornoemde Commissie wel te willen aanvaarden.

— De Heer van Diesen houdt eene voordracht »Over kwel en verdamping in den Haarlemmermeerpolder", en biedt over dit onderwerp een opstel aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden: door den Heer Franchimont — uit naam der redactie — den derden jaargang van het »Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas", en door den Heer Buys Ballot een exemplaar van het »Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek over 1884". De Heer Buys Ballot vestigt de aandacht der Vergadering vooral op de cijfers, daarin voorkomend, over de aankondiging van stormen of reeksen van stormen, en het woeden daarvan, om te doen uitkomen, dat er reden bestaat van tevredenheid over de nauwkeurigheid van de bekend gemaakte voorspellingen.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

OVER DE TOEPASSING

VAN DE

TWEEDE WET DER MECHANISCHE WARMTETHEORIE

OP DE

THERMO-ELECTRISCHE VERSCHIJNSELEN.

DOOR

H. A. LORENTZ.

§ 1. Wanneer men aanneemt, dat in een keten van twee metalen, waarin de contactplaatsen op verschillende temperaturen worden gehouden, slechts aan deze plaatsen electromotorische krachten werken, en dat behalve de gewone warmteontwikkeling, evenredig met het vierkant der stroomsterkte, nog slechts aan de aanrakingsplaatsen eene warmteontwikkeling of absorptie (de door PELTIER ontdekte) bestaat, voeren de wetten der mechanische warmtetheorie tot zeer eenvoudige uitkomsten omtrent de electromotorische kracht in den keten en omtrent het bedrag der genoemde ontwikkeling en absorptie van warmte. Men heeft zich in de genoemde onderstellingen de zaak zoo voor te stellen, dat het arbeidsvermogen van den thermostroom afkomstig is van een deel der warmte, die aan de contactplaats met de hoogste temperatuur wordt opgenomen, terwijl het andere deel dezer warmte aan de koude aanrakingsplaats te voorschijn treedt; omgekeerd, wanneer men door beweging van een magneet nabij den keten een inductiestroom doet ontstaan, die, tegengesteld aan den thermostroom, dezen overtreft, wordt eene zekere hoeveelheid mechanisch arbeidsvermogen

in warmte omgezet, terwijl bovendien warmte van de koude naar de warme aanrakingsplaats word overgevoerd. Het een, zoowel als het ander, is, gelijk men aanstonds ziet, qualitatief in overeenstemming met de tweede wet der mechanische warmtetheorie, het beginsel van CARNOT. Zullen de verschijnselen ook numeriek daarmede overeenstemmen, dan moet, zooals W. THOMSON en CLAUSIUS nagenoeg gelijktijdig aantoonden, de electromotorische kracht in den keten evenredig zijn met het temperatuurverschil tusschen de contactplaatsen en moet de hoeveelheid warmte, die aan een dezer plaatsen door de eenheid van stroomsterkte per tijdseenheid ontwikkeld of geabsorbeerd wordt, evenredig zijn met de absolute temperatuur.

§ 2. Experimenteele onderzoekingen hebben geleerd, dat de beide laatstgenoemde evenredigheden in elk geval slechts binnen enge temperatuurgrenzen geldig zijn. De electromotorische kracht van den thermostroom is in den regel niet met het temperatuurverschil evenredig; zij is dit zoo weinig, dat zelfs vele gevallen bekend zijn, waarin bij gelijktijdige verhooging der beide temperaturen, zoo dat hun verschil constant wordt gehouden, de thermostroom in plaats van standvastig te blijven, van teeken wisselt, of waarin — wat op 'tzelfde neerkomt — bij voortdurende verhooging der eene temperatuur, terwijl men de andere onveranderd laat, de electromotorische kracht tot een maximum klimt, om daarna af te nemen. Wat het door PELTIER ontdekte verschijnsel betreft toonde BUDDE *) aan, dat dit bij ijzer en koper bij ongeveer 280° C. verdwijnt en daarboven in tegengestelde richting optreedt als bij lagere temperaturen, een feit, dat nu onlangs LE ROUX †) verklaarde eveneens waargenomen te hebben.

§ 3. De onderstellingen in den aanvang van § 1 genoemd, kunnen dus althans niet beide juist zijn. THOMSON §) bewees

---

*) POGG. *Ann.* Bd. 153, p. 343.

†) *Comptes rendus*, T. 99.

§) *Proc. Royal Soc.* of Edimb. 15 Dec. 1851; *Phil. Mag.* (4). Vol. 3 p. 529; *Trans. Royal. Soc.* of Edimb. Vol. 21, Part. I, p. 123.

dat de bij een keten koper-ijzer waargenomen verschijnselen slechts dàn met de thermodynamische wetten in overeenstemming kunnen zijn, wanneer niet alleen aan de contactplaatsen eene met de stroomsterkte evenredige positieve of negatieve warmteontwikkeling optreedt, maar hetzelfde ook overal daar plaats heeft (althans in een der beide metalen) waar een stroom van een punt van hoogere naar een ander van lagere temperatuur overgaat of omgekeerd. Deze laatste warmteontwikkeling kan, per tijdseenheid genomen, voor een deel eens geleiders, welks uiteinden de temperaturen T en $T + d\,T$ hebben, worden voorgesteld door $\sigma\,\gamma\,d\,T$, als γ de stroomsterkte is, positief gerekend, wanneer de stroom gaat van het warme naar het koude uiteinde. De grootheid σ is eene temperatuurfunctie, die zelf positief of negatief kan zijn. Is verder nog Π de hoeveelheid warmte per tijdseenheid geabsorbeerd aan de aanrakingsplaats van twee metalen, waarvoor σ resp. de waarden σ_a en σ_b heeft, en wel wanneer een stroom $= 1$ van het eerste metaal naar het tweede gaat, dan verkreeg THOMSON door de toepassing van het beginsel van CARNOT

$$\sigma_a - \sigma_b = \frac{\Pi}{T} - \frac{d\,\Pi}{d\,T}, \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

terwijl de electromotorische kracht in een keten van de beide metalen, in welke de contactplaatsen de temperaturen T_1 en T_2 hebben, kan worden voorgesteld door:

$$F = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\Pi}{T}\,d\,T \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

F is hierbij positief wanneer de stroom door de contactplaats met de temperatuur T_2 van 't metaal A naar 't metaal B gaat.

Gelijk wij steeds in het vervolg zullen doen zijn hier met temperaturen absolute temperaturen bedoeld en zijn warmtehoeveelheden in arbeidseenheden uitgedrukt.

Deze formules leeren, dat zoodra F niet evenredig met $T_2 - T_1$ is, Π niet evenredig kan zijn met T en σ_a niet

$= \sigma_b$, zoodat ten minste in een der beide metalen de bovenbedoelde warmteontwikkeling moet plaats hebben.

§ 4. THOMSON *) zelf heeft deze voorspelling der theorie proefondervindelijk bevestigd. Hij heeft aangetoond, dat in ijzer warmte ontwikkeld wordt, wanneer de positieve stroom van koudere naar warmere deelen van het metaal overgaat, terwijl in koper het omgekeerde het geval is. Of, zooals THOMSON het uitdrukt: »vitreous electricity carries heat with it in an unequally heated conductor of copper, and resinous electricity carries heat with it in an unequally heated conductor of iron."

Het verschijnsel doet denken aan hetgeen er plaats heeft, wanneer eene vloeistof door eene buis stroomt, waarvan de wand op verschillende plaatsen op ongelijke temperatuur wordt gehouden. Dan zal de wand warmte aan de vloeistof afstaan of warmte van deze opnemen, al naar gelang de stroom in de eene of in de andere richting gaat, en het bedrag dezer warmte-absorptie of ontwikkeling zal klaarblijkelijk met de soortelijke warmte der vloeistof samenhangen. THOMSON zegt nu †): »Without hypothesis, but by an obvious analogy, we may call the elements σ_1, σ_2, etc. the *specific heats of electricity in the different metals*, since they express the quantities of heat absorbed or evolved by the unit of current electricity in passing from cold to hot, or from hot to cold, between localities differing by a degree of temperature in each metal respectively."

§ 5. De theorie, die CLAUSIUS, uitgaande van de eenvoudige onderstellingen van § 1 had ontwikkeld, is eveneens, en wel door BUDDE §) uitgebreid tot het geval, dat F niet evenredig met het temperatuurverschil is. De mathematische uitkomsten van BUDDE stemmen met die van THOMSON overeen; ook hij concludeert tot het bestaan van de door dezen ontdekte warmteontwikkelingen en absorpties.

---

*) *Phil. Trans.* Vol. 146, p. 649.

†) *Trans. Royal Soc.* Edinb. Vol. 21, p. I, p. 133.

§) t. a. p.

Bij CLAUSIUS en BUDDE staat echter het denkbeeld op den voorgrond, dat bij verandering van temperatuur de structuur der metalen gewijzigd wordt, zoodat overal waar ongelijk verhitte deelen van een zelfde metaal met elkander in aanraking zijn, iets dergelijks optreedt als bij het contact van twee verschillende metalen, nl. een potentiaalverschil en in verband daarmede als een stroom doorgaat eene warmteontwikkeling, positief of negatief, die geheel van denzelfden aard zou zijn als de door PELTIER ontdekte.

§ 6. De toepassing, die de genoemde natuurkundigen van de tweede wet der mechanische warmtetheorie maakten, berust op de onderstelling, dat men de door een electrischen stroom teweeggebrachte warmteverschijnselen geheel afgescheiden mag behandelen van de warmtegeleiding, die van de eene naar de andere contactplaats geschiedt.

De bedoelde wet leert toch, dat slechts voor volkomen omkeerbare kringloopen van veranderingen de vergelijking:

$$\Sigma \frac{Q}{T} = 0$$

geldt en nu is de warmtegeleiding een uit zijnen aard niet omkeerbaar verschijnsel. En dit niet alleen, maar de warmtehoeveelheden, waarvan boven sprake was, zijn veel kleiner dan die, welke door geleiding worden overgebracht, en wij kunnen deze verhouding niet zoo maken als wij willen, daar het geleidingsvermogen der metalen voor de warmte met dat voor de electriciteit nagenoeg gelijken tred houdt. »Still", zegt THOMSON, »the reversible part of the agency, in the thermo-electric circumstances we have supposed, is in itself so *perfect*, that it appears in the highest degree probable it may be found to fulfil independently the same conditions as the general law would impose on it if it took place unaccompanied by any other thermal or thermodynamic process".

§ 7. Ik zal in hetgeen volgt de tweede wet der warmtetheorie op de thermo-electrische verschijnselen toepassen, op eene wijze, die van de door THOMSON en CLAUSIUS gevolgde afwijkt. Ik richt daartoe eene denkbeeldige proef

zoo in, dat eene hoeveelheid electriciteit door twee contactplaatsen in tegengestelde richting wordt geleid, maar dat zij van de eene contactplaats naar de andere wordt gebracht, niet door geleiding maar door *convectie* door middel van een hulpconductor. Zooals zal blijken is het mogelijk, op deze wijze tot een volkomen omkeerbaren kringloop te geraken, waarop het beginsel van CARNOT zonder voorbehoud mag worden toegepast. Bovendien is de vraag interessant, wat thans, nu volstrekt geen overgang van electriciteit tusschen ongelijk verwarmde deelen van een metaal plaats heeft, in de plaats moet treden van het door THOMSON ontdekte verschijnsel. Want ook nu moet eenig ander verschijnsel, behalve de warmteontwikkeling van PELTIER bestaan, zal deze laatste — als zij niet met de absolute temperatuur evenredig is — niet in strijd komen met het principe, dat niet van zelf warmte van een lichaam van lagere naar een ander van hoogere temperatuur kan overgaan.

De conclusie, waartoe ik geraak, kan zoo worden uitgesproken, dat de hoeveelheid warmte, noodig om aan een geleider een zekere temperatuursverhooging te geven (onder nader te bepalen omstandigheden) bij een geëlectriseerden toestand van den geleider grooter of kleiner is dan wanneer deze niet geladen is, en wel grooter of kleiner, naarmate de lading het eene of het andere teeken heeft, en met een bedrag, dat evenredig is met de grootte der lading.

§ 8. In dit onderzoek wordt kortheidshalve met »contact" bedoeld een samenstel van twee stukken van verschillende metalen, die met elkander in aanraking zijn en blijven. Wij zullen twee dergelijke contacten onderstellen uit dezelfde metalen samengesteld. Deze laatste worden door de letters A en B onderscheiden, en alles, wat op een van beiden betrekking heeft, van de analoge grootheid voor het andere metaal door de indices a en b. Eveneens duiden de indices 1 en 2 aan, of eenige grootheid op het eerste of op het tweede contact betrekking heeft. De deelen der contacten worden dus met A_1, B_1, A_2, B_2 aangeduid. Elk contact is voortdurend in aanraking met een groot warmte-

reservoir van constante temperatuur; deze reservoirs heeten R_1 en R_2; hunne temperaturen zijn T_1 en T_2. Bij het afleiden der formules zullen wij, wat zonder aan de algemeenheid tekort te doen, geoorloofd is, het temperatuurverschil oneindig klein onderstellen; wij vervangen dan T_1 door T, T_2 door $T + dT$.

De potentiaal wordt in het algemeen door φ, voor A_1, B_1, A_2, B_2 resp. door φ_{a_1}, φ_{b_1}, φ_{a_2}, φ_{b_2} voorgesteld. Deze potentialen kunnen allerlei waarden hebben, daar wij de contacten in hun geheel positieve of negatieve ladingen kunnen geven; alleen moet daarbij tusschen φ_{a_1} en φ_{b_1} een bepaald verschil bestaan; eveneens tusschen φ_{a_2} en φ_{b_2}.

Wanneer bij eene willekeurige temperatuur T de beide metalen A en B elkander aanraken, zal een potentiaalverschil

$$\varphi_a - \varphi_b = \psi \qquad (3)$$

bestaan. Deze grootheid hangt van T af, en zal dan ook somtijds door $\psi(T)$ voorgesteld worden.

Klaarblijkelijk is dus

$$\varphi_{a_1} - \varphi_{b_1} = \psi(T_1) \quad \text{en} \quad \varphi_{a_2} - \varphi_{b_2} = \psi(T_2)$$

en wanneer T_1 en T_2 oneindig weinig verschillen, zal ook het verschil

$$(\varphi_{a_2} - \varphi_{b_2}) - (\varphi_{a_1} - \varphi_{b_1})$$

oneindig klein van dezelfde orde zijn. De verschillen $\varphi_{a_2} - \varphi_{a_1}$ en $\varphi_{b_2} - \varphi_{b_1}$ kunnen dan nog zeer goed eindige waarden hebben; wij zullen ons intusschen voorstellen, dat ook deze verschillen elk oneindig klein zijn van dezelfde orde als dT. Wanneer wij de temperaturen T en $T + dT$ noemen, zullen wij dus de potentialen aan de beide contacten aanduiden door

$$\varphi_a, \ \varphi_b, \ \varphi_a + d\varphi_a \quad \text{en} \quad \varphi_b + d\varphi_b.$$

Daarbij kan dan nog eene der grootheden $d\varphi_a$ en $d\varphi_b$

willekeurig gekozen worden, maar de andere wordt bepaald door

$$d\varphi_a - d\varphi_b = \frac{d\psi}{dT} dT \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Gemakshalve stellen wij ons voorloopig voor, dat al de vier potentialen positieve waarden hebben.

§ 9. Ten einde nu eene hoeveelheid electriciteit e door het eene contact van B_1 op A_1 en door het andere van A_2 op B_2 te doen overgaan, maken wij gebruik van twee geleiders, die wij *dragers* of *overbrengers* zullen noemen, die beurtelings met A_1, A_2, B_1, B_2 in geleidende gemeenschap worden gebracht, en waarvan de een de bedoelde hoeveelheid van A_1 opneemt en aan A_2 afstaat, terwijl de andere eene gelijke hoeveelheid van B_2 ontvangt en aan B_1 afgeeft. De omstandigheden, waaronder dit geschiedt, moeten echter geschikt worden gekozen.

Vooreerst, om geene nieuwe aan contactplaatsen werkzame electromotorische krachten, behalve de bovengenoemde in te voeren, maken wij den overbrenger, die tusschen A_1 en A_2 dienst doet, van het metaal A, den anderen van het metaal B. Wij noemen dienovereenkomstig de dragers G_a en G_b.

Vervolgens zal slechts dan eene omkeerbare proef worden verkregen, wanneer nooit twee lichamen van verschillende temperatuur en evenmin twee geleiders van verschillenden potentiaal met elkander in aanraking komen. Om aan de laatste voorwaarde, wat G_a betreft, te voldoen stellen wij ons voor, dat deze overbrenger steeds met positieve electriciteit is voorzien, waarvan het bedrag alleen wisselt, al naarmate G_a juist de hoeveelheid e heeft afgestaan of opgenomen. De drager heeft dan ook steeds een positieven potentiaal, en om dezen te kunnen veranderen en dus, zooals vereischt wordt, nu eens $= \varphi_{a_1}$, dan weer $= \varphi_{a_2}$ te maken, zullen wij aannemen, dat G_a een veranderlijken vorm bezit, en dien ten gevolge eene veranderlijke capaciteit.

De drager kan dus uit een enkelen conductor bestaan.

ie kan samengedrukt of uitgerekt worden, of uit twee eelen, waarvan het eene in of over het andere verschoen kan worden, zoodat zij in elken stand één geleiend lichaam uitmaken, of eindelijk — en dit zullen wij ns in het vervolg voorstellen — uit twee (of meer) geheel an elkander gescheiden conductoren, waarvan de onderinge afstand veranderd kan worden. De drager mag echter *een condensator* zijn, en dus niet een der beide deelen met en grond verbonden worden, daar wij dan compliceerende lectromotorische krachten tusschen dat deel en de aarde ouden invoeren. Integendeel moeten de beide deelen steeds enzelfden potentiaal hebben, waarvoor wij kunnen zorgen oor ze steeds door een oneindig dunnen draad van het metaal A verbonden te laten. Wanneer de beide deelen gelijk zijn n steeds als elkaars spiegelbeelden ten opzichte van een plat vlak beschouwd kunnen worden, is overigens die draad niet noodig, indien slechts in den beginne beide gelijke ladingen verkregen hebben, wanneer ten minste alle veranderingen van G_a, nadat de drager met het eene en voor dat hij met het andere contact in gemeenschap is geweest, plaats hebben, terwijl G_a op zeer grooten afstand van andere geëlectriseerde lichamen, met name van G_b en van de contacten is geplaatst. Dit laatste zullen wij steeds aannemen, en wij zullen ook onderstellen, dat de gemeenschap van G_a met A_1 of A_2 op grooten afstand door zeer dunne draden, natuurlijk van het metaal A, wordt tot stand gebracht. Wanneer G_a uit twee niet met elkaar verbonden deelen bestaat, moeten beide aldus met A_1 of A_2 in gemeenschap gebracht worden. Van G_b gelden dergelijke opmerkingen als van G_a.

De veranderlijke capaciteit van G_a en G_b maakt het ook mogelijk den electriciteitsovergang door de contacten zoo te doen plaats hebben, dat aan den toestand van deze zelf niets verandert. Daartoe brengen wij, nadat eerst door regeling der capaciteiten de potentialen van G_a en G_b gelijk aan φ_{a_1} en φ_{b_1} zijn gemaakt, de overbrengers *gelijktijdig* met A_1 en B_1 in gemeenschap; wij vergrooten dan de capaciteit van G_a en verkleinen ter zelfder tijd die van

G_b zooveel, dat wanneer de potentialen der dragers niet veranderen zullen, G_a eene hoeveelheid electriciteit e moet opnemen, en G_b eene even groote hoeveelheid moet verliezen. Klaarblijkelijk zullen dan de potentialen werkelijk φ_{a_1} en φ_{b_1} blijven en (daar ook eventueel ontwikkelde of geabsorbeerde warmte aan R_1 wordt afgestaan of onttrokken) zal er aan den toestand van het contact niets veranderen. Op eene dergelijke wijze gaan wij te werk, wanneer wij de hoeveelheid e naderhand door het tweede contact in de richting van A_2 naar B_2 willen doen overgaan.

§ 10. Om er eindelijk voor te zorgen, dat G_a of G_b niet met A_1 en A_2, B_1 en B_2 in aanraking worden gebracht, tenzij de temperaturen eerst T_1 en T_2 zijn geworden, moeten wij de overbrengers kunnen verwarmen en afkoelen. Te dien einde voorzien wij elken drager van eene hoeveelheid van eene samendrukbare stof, voor het gemak der beschouwingen een volkomen gas, die hetzij binnen den conductor of in een vat daarbuiten zoo besloten is, dat de conductor zich ermede in temperatuurevenwicht moet stellen. Die gasmassa's nu kunnen *adiabatisch* samengedrukt worden of zich uitzetten, en men zal aldus de temperatuur van den conductor naar willekeur kunnen verhoogen of verlagen door een zekeren positieven of negatieven uitwendigen arbeid te verrichten. De volumeveranderingen van het gas zullen slechts langzaam genoeg moeten plaats hebben, opdat men zeker kunne zijn, dat op elk oogenblik conductor en gas gelijke temperaturen hebben. Maar voor den tijd, waarin wij de verschillende operaties volbrengen, bestaat geene grens.

De omstandigheid, dat de overbrengers slechts dan met de contacten in gemeenschap worden gebracht, wanneer zij eerst de temperaturen daarvan hebben verkregen, levert nog dit voordeel op, dat, wanneer electromotorische krachten mochten bestaan tusschen niet even warme deelen van een zelfde metaal, deze thans buiten beschouwing kunnen blijven. Eveneens zal eene verandering der structuur van de metalen met de temperatuur geenerlei invloed op onze

redeneeringen kunnen uitoefenen, wanneer ten minste die structuur telkens, wanneer de temperatuur tot dezelfde hoogte terugkeert, weer dezelfde wordt. Want dan zullen de overbrengers altijd dezelfde structuur hebben als de metalen, waarmede zij in aanraking worden gebracht.

§ 11. Resumeeren wij thans, wat wij achtereenvolgens te doen hebben. Wij beginnen met de overbrengers in een toestand, waarin zij de potentialen φ_{a_1} en φ_{b_1}, de temperatuur T_1 hebben. Wij brengen ze in gemeenschap met het eerste contact en daardoor tevens met het warmtereservoir R_1 (de gemeenschap door de dunne in § 9 genoemde draden is voor dit laatste voldoende, maar wij kunnen ons, zoo wij willen, G_a en G_b nog op andere wijze met R_1 in gemeenschap gebracht denken). Bij standvastige temperatuur laten wij thans door verandering der capaciteiten van G_a en G_b de hoeveelheid electriciteit e van den tweeden op den eersten drager overgaan. Na vervolgens de overbrengers van het contact gescheiden te hebben, veranderen wij zonder warmtetoe- of afvoer de volumens der beide gasmassa's en de capaciteiten zoo, dat de temperaturen T_2 worden en de potentialen φ_{a_2} en φ_{b_2}. Gemeenschap wordt daarna gemaakt tusschen de dragers en 't tweede contact met het warmtereservoir R_2. Wordt na den overgang der hoeveelheid electriciteit e die gemeenschap opgeheven, dan hebben de dragers reeds weer dezelfde ladingen als aanvankelijk; eene adiabatische verandering der gasvolumens en der capaciteiten dient om hun ook de oorspronkelijke potentialen en temperatuur te doen aannemen. Mocht er dan nog eenig verschil tusschen den eind- en begintoestand bestaan, met name, wat het volume der gasmassa's betreft, dan kunnen wij dat niet zonder warmtetoe- of afvoer opheffen, daar wij geene temperatuursverandering meer mogen teweeg brengen. Wij brengen dus in dat geval de overbrengers met R_1 in verband, en herstellen door eene laatste isothermische verandering den oorspronkelijken toestand. De aldus voltooide kringloop is, zooals men gemakkelijk inziet, volkomen omkeerbaar.

§ 12. Om de gevolgen van het beginsel van CARNOT

wiskundig uit te werken beginnen wij met de beschouwing der veranderingen, die een overbrenger ondergaan kan. Daar — men denke slechts aan het door THOMSON verkregen resultaat — een zeer nauw verband bestaat tusschen de electriciteit en de warmte, een verband, dat ons wat zijn wezen betreft, geheel onbekend is, moeten wij voorzichtig te werk gaan. Ik zal daarom trachten, zoo min mogelijk stilzwijgende onderstellingen te maken, maar elke hypothese, die ik invoer, al klinkt zij ook zeer waarschijnlijk, uitdrukkelijk vermelden.

Eerste onderstelling. Wanneer een geïsoleerde conductor eene electrische lading bezit, zal bij verwarming of afkoeling het bedrag daarvan (te beoordeelen naar de electrostatische werking op zeer grooten afstand) niet veranderen.

Tweede onderstelling. Wanneer een conductor in alle punten dezelfde temperatuur heeft verdeelt zich eene electrische lading daarover naar de gewone wetten der electrostatica, zoodat bij verwarming of afkoeling geene andere wijziging in die verdeeling optreedt, dan aan de veranderde grootte en gedaante beantwoordt. De krachten, die ten gevolge van de ladingen tusschen de verschillende deelen van een geleider werken, kunnen uit de gewone regels der electrostatica worden afgeleid.

Wanneer van den potentiaal in eenig punt sprake is bedoelen wij daarmede de grootheid $\Sigma \frac{e}{r}$ voor alle aanwezige electriciteit berekend. De capaciteit van een conductor is de verhouding van lading en potentiaal.

§ 13. De toestand van een overbrenger is door de volgende grootheden bepaald: 1°. de temperatuur T, 2°. het volume v der gasmassa, 3°. de electrische lading E, 4°. de grootheden, die den overbrenger meetkundig bepalen.

Wat deze laatste grootheden betreft, merke men op, dat in het algemeen niet slechts de onderlinge stand van de geleiders, waaruit wij ons (§ 9) den overbrenger samengesteld denken, maar ook van elk daarvan de vorm en de grootte kunnen veranderen. Temperatuursverhoogingen kunnen eene uitzetting, electrische afstootingen eene deformatie teweeg

brengen. Toch mogen wij het geval stellen, dat de meetkundige vorm van elken geleider onveranderd wordt gehouden.

Ten einde omkeerbare veranderingen te verkrijgen moeten wij nl. uitwendige krachten invoeren, die in staat zijn het stelsel in een bepaalden toestand te houden, dus behalve een op de gasmassa werkenden druk ook krachten, die op de conductoren werken. Deze laatste kunnen voor een stelsel geleiders van volkomen onveranderlijken vorm bestaan in een kracht en een koppel voor elk daarvan, maar moeten als de vorm veranderlijk is voor elk oppervlakteelement van elken geleider eene bepaalde grootte hebben. Bestaan eenmaal die krachten en worden ze steeds naar den toestand van het systeem geregeld, dan kunnen wij bij de toepassing van de wetten der warmtetheorie elke willekeurige vormverandering onderstellen, en ook de uitwendige krachten steeds zoo regelen, dat de meetkundige vorm van elken geleider dezelfde blijft.

In deze laatste onderstelling, die wij voortaan maken, zal men om den arbeid te vinden, dien de uitwendige krachten verrichten, voor elken geleider al deze krachten tot eene enkele kracht en een koppel kunnen samenstellen, en den arbeid dezer laatste berekenen. Die kracht en dat koppel zijn noodig om evenwicht te maken met de electrische afstootingen, die de geleider van de overige ondervindt; zij verrichten een positieven of negatieven arbeid bij elke toenadering of verwijdering der deelen van den overbrenger, dus bij elke capaciteitsverandering.

Onder de onafhankelijk veranderlijken echter behoeven thans, behalve T, v, E nog slechts die opgenomen te worden, welke den onderlingen stand der geleiders bepalen. Voor een dezer grootheden kunnen wij altijd de capaciteit C van het stelsel nemen, de overigen willekeurig kiezen. Zijn deze laatste eens gekozen dan kunnen wij volstaan met zulke veranderingen van den overbrenger, waarbij zij constant blijven en alleen C variëert.

Eindelijk kunnen wij nog, zoo wij willen, in het stel onafhankelijk veranderlijken E en C vervangen door E en φ, zoodat het dan wordt T, v, E, φ ....

§ 14. Eene oneindig kleine verandering van den overbrenger, nadat deze van elken anderen geleider gescheiden is, en nadat dus de lading E constant is gemaakt, kan thans door

$$dT,\ dv,\ dC,\ (\text{of } d\varphi)$$

worden bepaald. In het algemeen zal eene hoeveelheid warmte dQ moeten worden toegevoerd, terwijl tevens de uitwendige krachten een arbeid zullen verrichten. Voor die krachten, welke noodig zijn om met de electrostatische afstooting der deelen van den conductor evenwicht te maken is ten gevolge van het in de vorige § gezegde en van de tweede onderstelling de arbeid zoo groot als de electrostatica dat voor een systeem geleiders elk van onveranderlijken vorm leert, d. w. z. gelijk aan de vermeerdering van het gewone electrostatische arbeidsvermogen:

$$d(\tfrac{1}{2}E\varphi),$$

waarvoor wij ook schrijven kunnen

$$\tfrac{1}{2}E\,d\varphi = -\tfrac{1}{2}\frac{E^2}{C^2}\,dC.$$

§ 15. *Derde onderstelling.* De aanwezigheid van de geëlectriseerde geleiders in aanraking met de gasmassa heeft geen invloed op den druk p van deze laatste; deze hangt op de gewone wijze van v en T af.

Deze onderstelling wordt vooral aannemelijk, wanneer men zich voorstelt, dat de gasmassa's zich *binnen* de geleiders bevinden, hetgeen eene adiabatische samendrukking of uitzetting, ook bij standvastigen vorm van den conductor niet behoeft te beletten, daar het gas aan de binnenzijde begrensd kan zijn door een oppervlak, waarop de druk p werkt. Richt men de zaak zoo in, dan zou de derde onderstelling slechts onjuist zijn, wanneer de eigenschappen van een gas reeds door de omstandigheid, dat het in eene ruimte van hoogeren potentiaal komt, al werken er geene electrische krachten op, veranderden.

Natuurlijk zal, wanneer men met inwendige gasmassa's

wil werken, elk der deelen, waaruit de overbrenger is samengesteld, zulk eene gasmassa moeten bevatten; gemakshalve kunnen wij dan de volumens daarvan zoo geregeld denken, dat de druk steeds dezelfde is, zoodat wij van ééne gasmassa kunnen spreken. Eene gasmassa in het binnenste van één geleider is trouwens voldoende, wanneer deze met de anderen door de in § 9 genoemde draden in warmte-evenwicht is.

De arbeid van den uitwendigen druk is bij de in § 14 ingevoerde toestandsverandering:

$$-\,p\,d\,v\,,$$

dus de totale arbeid der uitwendige krachten

$$\tfrac{1}{2}\,E\,d\,\varphi - p\,d\,v.$$

§ 16. Voor het arbeidsvermogen van den overbrenger kunnen wij altijd schrijven

$$U = \tfrac{1}{2}\,E\,\varphi + U',$$

waarbij U' het arbeidsvermogen voorstelt, dat, in welken vorm dan ook, buiten het gewone electrostatische aanwezig is; men denke het zich voorloopig van al de bepalende grootheden afhankelijk. Voor de in § 14 ingevoerde toestandsverandering wordt nu de vergelijking, die het behoud van arbeidsvermogen uitdrukt,

$$d\,Q + \tfrac{1}{2}\,E\,d\,\varphi - p\,d\,v = d\,U,$$

of

$$d\,Q - p\,d\,v = \frac{\partial U'}{\partial T}\,d\,T + \frac{\partial U'}{\partial \varphi}\,d\,\varphi + \frac{\partial U'}{\partial v}\,d\,v.$$

Uit de conditie, dat $\frac{d\,Q}{T}$ eene volledige differentiaal moet zijn, volgt nog

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{p + \frac{\partial U'}{\partial v}}{T}\right) = \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\frac{\partial U'}{\partial T}}{T}\right) \text{ en } \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\frac{\partial U'}{\partial \varphi}}{T}\right) = \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\frac{\partial U'}{\partial T}}{T}\right),$$

dus, daar p tengevolge van de derde onderstelling met T evenredig is, bij ontwikkeling:

$$\frac{\partial U'}{\partial v} = 0 \text{ en } \frac{\partial U'}{\partial \varphi} = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

Het eerste was te voorzien; het laatste leert ons, dat bij eene standverandering van de deelen der overbrengers ten opzichte van elkander bij standvastige lading en temperatuur inderdaad alleen het gewone electrostatische arbeidsvermogen eene verandering ondergaat, of ook, dat bij de bedoelde capaciteitsverandering, wanneer zij adiabatisch wordt uitgevoerd en zonder dat v verandert, de temperatuur niet varieert.

De grondvergelijking wordt nu:

$$d\,Q = p\,d\,v + \frac{\partial U'}{\partial T}\,d\,T, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

zoodat voor eene adiabatische toestandsverandering:

$$d\,v = -\frac{1}{p}\frac{\partial U'}{\partial T}\,d\,T \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

wordt, waaruit wij kunnen afleiden, *hoe ver* wij bij de in § 11 genoemde toestandsveranderingen de gasmassa moeten samendrukken, of doen uitzetten om de gewenschte temperatuursveranderingen te verkrijgen.

§ 17. Gaan wij thans na, wat er geschiedt, wanneer wij op de in § 11 aangegeven wijze de oneindig kleine hoeveelheid electriciteit e door een contact, dat de temperatuur T heeft, *van* G_a *op* G_b doen overgaan, en beschouwen wij de hoeveelheid warmte w, die daarbij ontwikkeld en aan het reservoir R afgestaan kan worden. Daar (§ 10) aan den toestand van het contact niets verandert, is w gelijk aan de som van den arbeid der uitwendige krachten en van de vermindering, die in het arbeidsvermogen van G_a en G_b mocht plaats hebben. De capaciteiten der overbrengers nu hebben de veranderingen:

$$d\,C_a = -\frac{e}{\varphi_a}, \qquad d\,C_b = +\frac{e}{\varphi_b} \ldots\ldots \quad (8)$$

moeten ondergaan. De uitwendige arbeid echter, noodig voor eene oneindig kleine capaciteitsverandering van G_a of G_b, dus voor eene *oneindig kleine* relatieve verplaatsing der deelen van de overbrengers, is slechts afhankelijk van de electrostatische krachten, die deze deelen *eerst* op elkander uitoefenen, en hangt er niet van af, of de overbrengers *gedurende* die verandering eene oneindig kleine electriciteitshoeveelheid behouden of verliezen. Wij mogen dus den voor de veranderingen (8) noodigen arbeid berekenen door middel van de uitdrukking $-\frac{1}{2}\frac{E^2}{C^2}\,d\,C = -\frac{1}{2}\,\varphi^2\,d\,C$ en vinden dan, de overbrengers G_a en G_b te zamen beschouwende, den uitwendigen arbeid:

$$-\tfrac{1}{2}\,\varphi_a^2\,d\,C_a - \tfrac{1}{2}\,\varphi_b^2\,d\,C_b = \tfrac{1}{2}\,e\,(\varphi_a - \varphi_b)\,.$$

De druk, die op de gasmassa's werkt, verricht geen arbeid, daar wij bij de overbrenging van e de gasvolumens constant laten. Voorts is het electrostatische arbeidsvermogen van G_a toegenomen met $d\,(\frac{1}{2}\,E_a\,\varphi_a) = -\frac{1}{2}\,e\,\varphi_a$, daar φ_a constant blijft, dat van G_b met $+\frac{1}{2}\,e\,\varphi_b$. Het overige deel van het arbeidsvermogen U' is voor G_a toegenomen met:

$$-e\left(\frac{\partial\,U'}{\partial\,E}\right)_a$$

en voor G_b met:

$$+e\left(\frac{\partial\,U'}{\partial\,E}\right)_b.$$

Bij het opmaken dezer differentiaalquotiënten moeten wij ons eigenlijk φ en niet C als standvastig denken, maar ten gevolge van (5) doet deze onderscheiding niet ter zake.

Alles samenvattende verkrijgen wij:

$$w = e\left[\varphi_a - \varphi_b + \left(\frac{\partial\,U'}{\partial\,E}\right)_a - \left(\frac{\partial\,U'}{\partial\,E}\right)_b\right] \ldots \quad (9)$$

Natuurlijk zal, wanneer de hoeveelheid *e van* G_b *naar* G_a overgaat eene even groote hoeveelheid warmte uit het reservoir R worden *opgenomen.*

§ 18. Bij de toepassing van het voorgaande op den geheelen in § 11 beschreven kringloop moeten wij in het oog houden, dat zoowel het verschil der temperaturen van de beide contacten $d\,T$ als ook de over te brengen electriciteitshoeveelheid e oneindig klein is. De verschillen $d\,\varphi_a$ en $d\,\varphi_b$ zijn van dezelfde orde als $d\,T$ (§ 8). In de vergelijking, die wij ten slotte zullen afleiden, zullen nu grootheden kunnen voorkomen van verschillende orde met betrekking tot e, $d\,T$, $d\,\varphi_a$, $d\,\varphi_b$. Die van de eerste orde zullen wegvallen, en wat die van hoogere orde betreft, is het duidelijk, dat de termen met $e\,d\,T$, $e\,d\,\varphi_a$, $e\,d\,\varphi_b$ met weglating van alle andere aan de vergelijking zullen moeten voldoen. Wij zullen dus alle termen met e^2, $(d\,T)^2$, $(d\,\varphi_a)^2$, $(d\,\varphi_b)^2$, $d\,T\,d\,\varphi_a$, $d\,T\,d\,\varphi_b$ in den loop onzer berekeningen mogen weg laten.

De begintoestand der overbrengers is bepaald door de grootheden:

$$T,\ v_a,\ v_b,\ \varphi_a,\ \varphi_b,\ E_a,\ E_b,$$

en thans hebben de volgende veranderingen plaats.

I. Gemeenschap der overbrengers met het eerste contact en overgang van eene hoeveelheid electriciteit e van G_b op G_a.

Uit R_1 wordt opgenomen de warmte:

$$w = e\left[\varphi_a - \varphi_b + \left(\frac{\partial\,U'}{\partial\,E}\right)_a - \left(\frac{\partial\,U'}{\partial\,E}\right)_b\right]_{(T,\,\varphi_a,\,\varphi_b,\,E_a,\,E_b)}$$

Wij hebben hier tusschen haakjes als indices toegevoegd die waarden der onafhankelijk veranderlijken, voor welke wij de waarde van de aangegeven grootheid moeten nemen. Nieuwe toestand:

$$T,\ v_a,\ v_b,\ \varphi_a,\ \varphi_b,\ E_a + e,\ E_b - e.$$

II. Adiabatische verandering, om T, φ_a, φ_b tot $T + d\,T$, $\varphi_a + d\,\varphi_a$, $\varphi_b + d\,\varphi_b$ te doen stijgen.

De nieuwe toestand is:

$T + dT,\ v_a + dv_a,\ v_b + dv_b,\ \varphi_a + d\varphi_a,\ \varphi_b + d\varphi_b,$ $E_a + e,\ E_b - e$, waarbij volgens (7):

$$dv_a = -dT\left(\frac{1}{p_a}\frac{\partial U'_a}{\partial T}\right)_{(T,\,v_a,\,\varphi_a,\,E_a+e)}$$

$$dv_b = -dT\left(\frac{1}{p_b}\frac{\partial U'_b}{\partial T}\right)_{(T,\,v_b,\,\varphi_b,\,E_b-e)}$$

is.

III. Nadat de overbrengers met het tweede contact en met R_2 in gemeenschap zijn gebracht wordt e van G_a op G_b overgevoerd. Aan R_2 wordt afgestaan de warmte:

$$w' = e\,[\varphi_a + d\varphi_a - \varphi_b - d\varphi_b] +$$
$$+ e\left[\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b\right]_{(T+dT,\,\varphi_a+d\varphi_a,\,\varphi_b+d\varphi_b,\,E_a+e,\,E_b-e)},$$

waarvoor men overeenkomstig de in 't begin dezer § gemaakte opmerking, en daar U' van φ onafhankelijk is, mag schrijven:

$$w' = e\,(\varphi_a + d\varphi_a - \varphi_b - d\varphi_b) +$$
$$+ e\left[\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b\right]_{(T+dT,\,\varphi_a,\,\varphi_b,\,E_a,\,E_b)} \quad . \ . \ (10)$$

Nieuwe toestand:

$T + dT,\ v_a + dv_a,\ v_b + dv_b,\ \varphi_a + d\varphi_a,\ \varphi_b + d\varphi_b,\ E_a,\ E_b.$

IV. Adiabatische overgang tot den toestand:

$T,\ v_a + dv_a + d'v_a,\ v_b + dv_b + d'v_b,\ \varphi_a,\ \varphi_b,\ E_a,\ E_b,$

waarbij:

$$d'v_a = +dT\left(\frac{1}{p_a}\frac{\partial U'_a}{\partial T}\right)_{(T+dT,\,v_a+dv_a,\,\varphi_a+d\varphi_a,\,E_a)},$$

of, daar dv_a van de orde dT is:

$$d'v_a = +dT\left(\frac{1}{p_a}\frac{\partial U'_a}{\partial T}\right)_{(T,\,v_a,\,\varphi_a,\,E_a)}.$$

Eveneens:

$$d' v_b = + dT \left(\frac{1}{p_b} \frac{\partial U'_b}{\partial T} \right)_{(T, v_b, \varphi_b, E_b)}.$$

De volumens der gasmassa's zijn dus ten slotte:

$$v_a + d v_a + d' v_a = v_a - e\, d\, T \left(\frac{1}{p_a} \frac{\partial^2 U'_a}{\partial E_a \partial T} \right)_{(T, v_a, \varphi_a, E_a)}$$

en:

$$v_b + d v_b + d' v_b = v_b + e\, d\, T \left(\frac{1}{p_b} \frac{\partial^2 U'_b}{\partial E_b \partial T} \right)_{(T, v_b, \varphi_b, E_b)}.$$

Of thans de kringloop voltooid is hangt slechts hiervan af of het differentiaalquotient:

$$\frac{\partial^2 U'}{\partial E \partial T}$$

al of niet $= 0$ is. Is het niet $= 0$, dan is $\frac{\partial U'}{\partial T}$ van E afhankelijk; m. a. w. de vermeerdering, die de inwendige energie der overbrengers bij eene zekere temperatuursverhooging ondergaat, bevat een deel, dat van de lading afhankelijk is. Dan zal ook, wanneer wij eene temperatuursverhooging willen doen ontstaan door eene adiabatische samendrukking van het gas, de vereischte volumeverandering afhangen van de lading. Vandaar dat dan, daar bij de tweede en de vierde verandering de ladingen ongelijk zijn geweest, *niet* $d' v_a = - d v_a$ en $d' v_b = - d v_b$ wordt.

In 't midden latende hoe groot $\frac{\partial^2 U'}{\partial E \partial T}$ is kunnen wij den oorspronkelijken toestand in elk geval weder herstellen door:

V. Nadat de overbrengers met het reservoir R_1 in gemeenschap gebracht zijn de volumens met:

$$e\, d\, T \left(\frac{1}{p_a} \frac{\partial^2 U'_a}{\partial E_a \partial T} \right)_{(T, v_a, \varphi_a, E_a)}$$

en;

$$- e\,d\,T \left(\frac{1}{p_b}\,\frac{\partial^2 U'_b}{\partial E_b\,\partial T}\right)_{(T,\,v_b,\,\varphi_b,\,E_b)}$$

te vergrooten. Daarbij wordt uit R_1 opgenomen de warmte:

$$w'' = e\,d\,T \left(\frac{\partial^2 U'_a}{\partial E_a\,\partial T} - \frac{\partial^2 U'_b}{\partial E_b\,\partial T}\right)_{(T,\,v_a,\,v_b,\,\varphi_a,\,\varphi_b,\,E_a,\,E_b)}.$$

§ 19. Ten slotte is aan R_1 onttrokken de warmtehoeveelheid:

$$w + w''$$

en aan R_2 afgestaan de hoeveelheid:

$$w'.$$

Van deze hoeveelheden zijn er twee, nl. w en w' ontwikkeld of geabsorbeerd bij den overgang der electriciteit door de contacten; zij zouden, als $w'' = 0$ was, volgens de tweede wet der warmtetheorie zich moeten verhouden als de absolute temperaturen. Bestaat die evenredigheid niet, dan kan eene schending van die wet worden voorkomen door de derde warmtehoeveelheid w'', waarvan wij den oorsprong aanwezen.

Thans moet:

$$\frac{(w + w'')}{T} = \frac{w' - (w + w'')}{d\,T} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

zijn.

Substitueert men nu in (10):

$$\left[\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b\right]_{(T + d\,T,\,\varphi_a,\,\varphi_b,\,E_a,\,E_b)} =$$

$$= \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b + dT \left(\frac{\partial^2 U'_a}{\partial E_a \partial T} - \frac{\partial^2 U'_b}{\partial E_b \partial T}\right)_{(T,\,\varphi_a,\,\varphi_b,\,E_a,\,E_b)},$$

dan blijkt:

$$w' - (w + w'') = e\,(d\,\varphi_a - d\,\varphi_b) = e\,d\,\psi$$

te zijn.

Voorts kan men in het eerste lid van den teller van (11) w'', welke grootheid van de orde $d\,T$ is, weglaten; en men verkrijgt na deeling door e:

$$\frac{\psi + \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b}{T} = \frac{d\,\psi}{d\,T},$$

of

$$\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b = T\frac{d\,\psi}{\partial T} - \psi. \quad \ldots\ldots \text{(A)}$$

Uit deze vergelijking blijkt, dat wanneer in de beide overbrengers $\frac{\partial U'}{\partial T}$ onafhankelijk van E, dus $\frac{\partial U'}{\partial E}$ onafhankelijk van T was, ψ eene lineaire functie van de temperatuur moest zijn. Is het potentiaalverschil bij het contact op andere wijze van T afhankelijk, dan hangt ook $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b$ van de temperatuur af; hetzelfde geldt dan althans van eene en waarschijnlijk van beide grootheden $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a$ en $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b$.

Wanneer bij elk paar metalen ψ, en dit is voor zoover wij weten, het geval, alleen van de temperatuur afhangt, maar van geene enkele andere omstandigheid, is ook $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b$ eene zuivere temperatuurfunctie, welke ook de vorm, capaciteit, enz. der overbrengers moge zijn. Die temperatuurfunctie is ook dezelfde, onverschillig welke lading de overbrengers hebben; namen wij in § 8 aan, dat alle te beschouwen lichamen eene positieve lading hebben, wij kunnen even goed onderstellen, dat er eene negatieve bestaat en verkrijgen dan dezelfde uitkomst, mits wij in het geheele onderzoek E als eene veranderlijke behandelen, die positief of negatief kan zijn en in differentiaalquotienten als de in (A) voorkomende onder $d\,E$ de *algebraïsche* aangroeiing verstaan.

Zal voor elk paar metalen $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b$ alleen van

de temperatuur afhangen, dan moet voor alle overbrengers die uit eenzelfde metaal bestaan,

$$\frac{\partial U'}{\partial E} = F(T) \ldots \ldots \ldots \ldots \text{(B)}$$

eene zelfde functie van de temperatuur zijn, geheel onafhankelijk van den bijzonderen vorm, grootte of toestand van dien drager. Voor twee metalen A en B is dan

$$F_a(T) - F_b(T) = T\frac{d\psi}{dt} - \psi.$$

§ 20. Wij hebben bij de beoordeeling der verkregen uitkomst in het oog te houden, dat U' (§ 16) af kon hangen van T, E, φ, en van de verschillende grootheden, die den meetkundigen vorm van den overbrenger bepalen. Wanneer wij ons dus tot het geval beperken van een onveranderlijken vorm van dezen laatsten, kan U' nog slechts van T, E en φ afhangen, en zelfs alleen van T en E, daar wij in § 16 bewezen, dat $\frac{\partial U'}{\partial \varphi} = 0$ is. Dan volgt echter uit (B):

$$U' = E \, . \, F(T) + U_0', \ldots \ldots \ldots \text{(C)}$$

waarbij U_0' het arbeidsvermogen is, wanneer de conductor, altijd bij den voorgeschreven vorm, geene lading bezit.

Uit (C) volgt nu verder, dat, wanneer wij den overbrenger van de temperatuur T tot $T + dT$ willen verwarmen, daarbij door geschikte krachten den meetkundigen vorm en ook het gasvolume onveranderd houdende, de hoeveelheid warmte:

$$dQ = EF'(T)\,dT + \frac{dU_0'}{dT}\,dT$$

moet toegevoerd worden. De warmte, die voor de verhitting van het gas noodig is, is (derde onderstelling) onafhankelijk van de electrische lading en schuilt dus in den laatsten term. Laten wij derhalve thans de gasmassa weg

dan verkrijgen wij ook voor den overbrenger alleen de formule:

$$d\,Q = E\,F'(T)\,d\,T + A\,d\,T, \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

waarbij A eene van E onafhankelijke temperatuurfunctie (of constante) is.

Dit resultaat geldt nu ook voor een enkelen conductor, al hebben wij ons tot nog toe den overbrenger voorgesteld als uit minstens twee van elkander gescheiden deelen te bestaan. Mocht men er aan twijfelen, men denke zich dan den drager samengesteld uit twee gelijke en gelijkvormige geleiders zoo geplaatst, dat zij steeds elkaars spiegelbeeld ten opzichte van een vast vlak zijn. Is op beide eenmaal evenveel electriciteit gebracht, dan is een draad tusschen beide niet noodig (§ 9). Daar nu ook voor de beide geleiders evenveel warmte noodig zal zijn, bestaat voor elk de formule:

$$d\,Q = \tfrac{1}{2}\,E\,F'(T)\,d\,T + \tfrac{1}{2}\,A\,d\,T, \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

wanneer (12) voor den geheelen overbrenger geldt. En daar dit juist moet zijn, hoever de eene geleider ook van den anderen verwijderd is, moet het ook nog gelden, wanneer de afstand zoo groot is, dat de eene geenerlei invloed op den anderen uitoefent, dus ook wanneer een der geleiders geheel wordt weggenomen. Voor den enkelen conductor, dien wij overhouden, kunnen wij dan ook weer (13) door (12) vervangen, wanneer wij thans de lading van dezen eenen conductor door E en zijne warmtecapaciteit in niet geëlectriseerden toestand door A voorstellen.

Houdt men voorts in het oog, dat E in (12) positief of negatief kan zijn — gelijk ook $F'(T)$ — en dat voor eene eindige temperatuursverhooging de toe te voeren warmte:

$$Q = E\,[F(T_2) - F(T_1)] + \int_{T_1}^{T_2} A\,d\,T$$

wordt, dan verkrijgen wij het reeds in § 7 uitgesproken

resultaat met deze aanvulling, dat wij bij de verwarming den meetkundigen vorm van den conductor of van het stelsel conductoren door geschikte uitwendige krachten constant moeten houden en dat, wanneer de niet-electrische toestand met den electrischen vergeleken wordt in beide gevallen die vorm dezelfde moet zijn.

§ 21. Vat men het geëlectriseerd zijn als een *toestand* (van spanning of beweging) op van den geleider zelven, of van het omringende medium, dan heeft men zich voor te stellen, dat het bestaan van dien toestand op het warmte-evenwicht van dezen geleider met andere lichamen van invloed is en daardoor de warmtecapaciteit van den geleider verandert. Neemt men twee electrische *stoffen* aan, dan kan men zich denken, dat deze een zekere massa hebben en aan de warmtebeweging in den geleider deelnemen (zoodat zij een zeker arbeidsvermogen van beweging bezitten), en wel zoo, dat de positieve electriciteit en de negatieve dat in ongelijke mate doen. Heeft dan een geleider een overmaat van de eene electriciteit, dan zal meer, heeft hij een overmaat van de andere, dan zal minder arbeidsvermogen noodig zijn, om hem eene zekere temperatuursverhooging te geven. En heeft voor twee metalen $F''(T)$ verschillende teekens, dan bewijst dit, dat in het eene de positieve, in het andere de negatieve electriciteit het meest aan de warmtebeweging deel neemt.

Éène zaak verdient hierbij nog opgemerkt te worden. De electrische ladingen, waarvan bij ons onderzoek sprake was, bevinden zich op het oppervlak des geleiders en wanneer de afgeleide formules juist zijn, dan neemt dus de electriciteit evenzeer aan de warmtebeweging deel, hoe zij ook over het oppervlak verdeeld is, onverschillig dus, of zij aan een punt met groote dichtheid opeengehoopt is of zich aan een zwak gekromd deel van het oppervlak bevindt. Dit resultaat is intusschen geheel afhankelijk van de tweede onderstelling; het behoefde niet juist te zijn, wanneer in strijd met die onderstelling de wijze, waarop de electriciteit over een oppervlak verdeeld is bij verwarming eenige verandering kon ondergaan.

Noemt men *soortelijke warmte der (positieve) electriciteit* de hoeveelheid warmte noodig wegens de aanwezigheid van eene electrische lading = 1 per eenheid van temperatuursverhooging, dan is deze grootheid:

$$\sigma = F'(T) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

§ 22. De bovenstaande gevolgtrekkingen werden afgeleid uit de omstandigheid, dat ψ niet eene lineaire functie van de temperatuur zou zijn. Daar ook in de geleiddraden electromotorische krachten werken kunnen, kan men echter niet rechtstreeks, zonder tusschenkomst eener theorie, uit de electromotorische kracht in thermoelectrische ketens iets omtrent de waarde van ψ bij verschillende temperatuur afleiden. Wij zullen daarom thans liever de grootheid $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)$ in verband beschouwen met de warmteontwikkeling van Peltier.

Keeren wij tot de vergelijking (9 terug. De daardoor bepaalde hoeveelheid warmte werd wel is waar aan het reservoir R afgestaan, maar de vraag blijft nog of zij geheel aan de contactplaats van A en B is te voorschijn getreden, dan wel gedeeltelijk ook in de overbrengers G_a en G_b. Het eerste acht ik hoogst waarschijnlijk. Er is namelijk, na de voorafgaande beschouwingen, alle grond om aan te nemen, dat het arbeidsvermogen $E\,F(T)$ in de vergelijking (C) even goed als het gewone electrostatische arbeidsvermogen *aan de electriciteit* gebonden is. Even als nu het laatste arbeidsvermogen hetzelfde is zoolang de electriciteit nog in eene ruimte van dezelfde potentiaal blijft, eveneens is het eerste hetzelfde, zoolang zij nog *in hetzelfde metaal* blijft. Beide deelen van het arbeidsvermogen worden dus eerst aan de contactplaats zelve gewonnen of verloren, en *daar* moet eene aequivalente hoeveelheid warmte geabsorbeerd of ontwikkeld worden.

Zeer eenvoudig zou de zaak worden, wanneer wij mochten onderstellen, dat alleen uit de ongelijke aantrekking der metalen op de beide electriciteiten potentiaalverschillen voortspruiten, en wanneer wij in verband daarmede in de

energie $EF(T)$ in (C) slechts het arbeidsvermogen van plaats hadden te zien, dat de electriciteitshoeveelheid E, tegenover de aantrekking der metaalmoleculen bezit. Daar dan gelijk HELMHOLTZ aantoonde juist

$$\varphi_a - \varphi_b = \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a$$

zou zijn, zou de warmteontwikkeling van PELTIER verdwijnen, zooals ook CLAUSIUS *) bewees. Natuurlijk zal in werkelijkheid de zaak niet zoo eenvoudig zijn en is $EF(T)$ in (C) niet of niet alleen arbeidsvermogen van plaats.

§ 23. Wanneer wij de formule (9) als de uitdrukking voor de warmteontwikkeling van PELTIER beschouwen, zal de grootheid, die THOMSON met Π aanduidt (§ 3), de volgende waarde verkrijgen

$$\Pi = -\psi - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a + \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b \quad \ldots\ldots \quad \text{(D)}$$

Combineeren wij dit met (A), dan komt er

$$\left(\frac{\partial^2 U'}{\partial T \partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial^2 U'}{\partial T \partial E}\right)_b = -T\frac{d}{dT}\left(\frac{\Pi}{T}\right),$$

of, wanneer wij op (C) en (14) letten

$$\sigma_a - \sigma_b = \frac{\Pi}{T} - \frac{d\Pi}{dT}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(E)}$$

wat geheel met het resultaat van THOMSON, langs zoo verschillenden weg verkregen, overeenstemt.

Wij kunnen uit (A) en (D) ook $\left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_a - \left(\frac{\partial U'}{\partial E}\right)_b$ elimineeren en verkrijgen dan

$$\frac{d\psi}{dT} = -\frac{\Pi}{T}.$$

*) *Mechanische Wärmetheorie*, II. p. 174.

Wanneer wij nu onderstellen, dat in een keten alleen aan de contactplaatsen electromotorische krachten werken, verkrijgen wij hieruit voor de electromotorische kracht in een kring $[\psi(T_1) - \psi(T_2)]$ eveneens het resultaat van THOMSON (§ 3).

§ 24. De ontwikkelde theorie zou dus voor een keten van twee metalen tot geheel dezelfde wiskundige uitkomst voeren als de theoriën van THOMSON, CLAUSIUS en BUDDE, wanneer wij slechts mochten aannemen, dat bij de aanraking van ongelijk verwarmde deelen van eenzelfde metaal *geene potentiaalverschillen* optreden. Met zekerheid kunnen beschouwingen als de hier medegedeelde hieromtrent niets leeren, daar wij juist zulk eene aanraking zorgvuldig vermeden hebben. Ik kan slechts eene opmerking maken, die mij tegen het bestaan van de bedoelde potentiaalverschillen schijnt te pleiten (altijd in de onderstelling, dat de structuur slechts op de in § 10 aangegeven wijze eene temperatuurfunctie is).

Wanneer nl. bij de aanraking van een warm en een koud deel van een zelfde metaal eene electromotorische kracht optrad evenals bij de aanraking van twee verschillende metalen zou men mogen verwachten, dat het altijd een arbeid zou vereischen om eene hoeveelheid electriciteit van een koud naar een warm metaalstuk over te brengen, wanneer deze denzelfden potentiaal hebben, evenals het, wanneer een stuk zink en een stuk koper denzelfden potentiaal bezitten, een positieven arbeid kost om positieve electriciteit van het zink naar het koper te doen overgaan.

Wanneer wij nu echter langs omkeerbaren weg door den vroeger beschouwden drager electriciteit van een koud naar een warm metaal willen overbrengen kost ons dat geen mechanischen arbeid.

Stel wij hebben twee geleiders P_1 en P_2 van de temperaturen T en $T + dT$ met warmtereservoirs R_1 en R_2. Zij hebben zeer groote capaciteit, zoodat de potentialen onveranderd blijven; bovendien hebben die potentialen dezelfde waarde φ. Voorts hebben wij een overbrenger G met eene gasmassa als in vroegere §§. Om nu eene oneindig kleine hoeveelheid electriciteit e van P_1 naar P_2 te

brengen, nemen wij den overbrenger eerst in den toestand, die door:

$$T,\ v,\ \varphi,\ E$$

bepaald is, brengen hem in gemeenschap met P_1 en vergrooten de capaciteit zoo, dat eene hoeveelheid e op G overgaat. Die vergrooting is:

$$d\,C = \frac{e}{\varphi}$$

en vereischt een arbeid:

$$-\tfrac{1}{2}\,\varphi^2\,d\,C = -\tfrac{1}{2}\,e\,\varphi \qquad \text{.......} \quad (15)$$

Na den overbrenger van P_1 gescheiden te hebben moeten wij de temperatuur met $d\,T$ doen stijgen door de gasmassa adiabatisch samen te drukken. Dit vereischt eene zekere volumeverandering $d\,v$. Vervolgens brengen wij G in gemeenschap met P_2, en drijven door eene capaciteitsvermindering van G de hoeveelheid electriciteit e van G op P_2 over. Dit vereischt een arbeid:

$$+\tfrac{1}{2}\,e\,\varphi,$$

die (15) juist opheft. Eindelijk hebben wij nog twee volumeveranderingen aan te brengen, om den drager weer in den oorspronkelijken toestand te verkrijgen, nl. eene eerste samendrukking adiabatisch, eene tweede na den overbrenger met P_1 en R_1 in gemeenschap gebracht te hebben. Laat deze volume-veranderingen $d'\,v$ en $d''\,v$ heeten, dan is:

$$d\,v + d'\,v + d''\,v = 0\,.$$

Bij de berekening van den arbeid, die bij deze volumeveranderingen door den op het gas werkenden druk p verricht wordt, houden wij in het oog, dat $d\,v$, $d'\,v$, $d''\,v$ van de orde $d\,T$ ($d''\,v$ zelfs van de orde $e\,d\,T$) zijn. Wij mogen dus, daar termen van de orde $(d\,T)^2$ weggelaten kunnen worden, in p grootheden van de orde $d\,T$ en $d\,v$ weglaten. Dat wil echter zeggen, dat wij den druk als constant mogen beschouwen, daar hij toch *alleen* door de veranderingen in temperatuur en volume kan varieeren. (Derde onderstelling). De arbeid is dus $p\,(d\,v + d'\,v + d''\,v)$, derhalve ook $= 0$, waarmede het gestelde bewezen is.

§ 25. Bovendien verdient het opmerking, dat reeds *zonder* dat men potentiaalverschillen tusschen ongelijk warme deelen van een geleiddraad aanneemt, de proeven van THOMSON over de convectie der warmte door de electriciteit verklaard kunnen worden. Wanneer toch de bedoelde verschillen *niet* bestaan dan zal voor een element van den geleiddraad, waarvan de uiteinden de temperaturen $T + d\,T$ en T hebben, wanneer daar eene hoeveelheid electriciteit $= 1$ van het eerste uiteinde naar het tweede doorstroomt, de overmaat van het arbeidsvermogen der intredende boven dat der uittredende electriciteit gegeven worden door:

$$w = F(T + d\,T) - F(T),$$

— vergelijk (C) —, of volgens (14) door:

$$w = \sigma\, d\,T \qquad (16)$$

Eene aequivalente hoeveelheid warmte wordt dan in het element ontwikkeld juist zooals in de theorie van THOMSON. (Wij hebben hierbij afgezien van de potentiaalverschillen, noodig om den stroom te onderhouden en waarvan de beschouwing tot de warmteontwikkeling evenredig aan het vierkant der stroomsterkte zou voeren). Bestonden tusschen warme en koude deelen van een metaaldraad potentiaalverschillen, dan zou een daarvan afhankelijke term aan (16) moeten toegevoegd worden.

Derhalve, wanneer de metingen van de warmteontwikkeling door den stroom aan de contactplaatsen en van de convectie der warmte door de electriciteit tot eene numerieke bevestiging der betrekkingen (E) en (16) leidden zou experimenteel bewezen zijn, dat geene potentiaalverschillen tusschen ongelijk verhitte deelen van een geleider bestaan. Wanneer zoowel de toepassing van de tweede wet der mechanische warmtetheorie, die THOMSON, als die welke ik maakte, juist is, is een theoretisch bewijs geleverd.

Dat de theorie van CLAUSIUS toch, ofschoon daarin wel electromotorische krachten worden aangenomen tusschen de deelen van een zelfde metaal, tot dezelfde uitkomsten als de bovenstaande voert, wat betreft het verband tusschen de

warmteontwikkeling van PELTIER en de electromotorische kracht in een keten, is daarin gelegen, dat ook aangaande de potentiaalverschillen aan de contactplaatsen de twee theoriën niet overeenstemmen. CLAUSIUS stelt deze evenredig met de warmteontwikkeling van PELTIER; volgens de formule (9) zou die evenredigheid niet bestaan.

§ 26. Ik wensch ten slotte nog op te merken, hoe men het resultaat van § 21 moet wijzigen, wanneer men de conditie wil opheffen, dat bij de verwarming van den conductor de meetkundige vorm onveranderd gehouden moet worden. Men kan zich namelijk denken, dat allerlei grootheden, die dezen vorm bepalen, en die wij tot nog toe als standvastig beschouwden, als veranderlijken worden ingevoerd. Nog steeds moeten uitwendige krachten werken op elk oogenblik zoo groot als noodig is om deze grootheden eene bepaalde waarde te doen behouden, maar wij kunnen thans ook omkeerbare veranderingen invoeren, waarbij wijzigingen van den vorm optreden.

Laat α, β, γ ... de bedoelde grootheden zijn, zoo gekozen, dat bij hunne verandering de capaciteit niet varieert. Laat voorts bij eene oneindig kleine aangroeiing dier grootheden de uitwendige krachten een arbeid:

$$L\,d\alpha + M\,d\beta + N\,d\gamma + \dots .$$

verrichten, terwijl het arbeidsvermogen van het stelsel door de bedoelde veranderingen met:

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial U}{\partial \beta} d\beta + \frac{\partial U}{\partial \gamma} d\gamma + \dots .$$

toeneemt. Daar de vergelijking (12) nog steeds de toe te voeren hoeveelheid warmte voorstelt voor het geval, dat α, β, γ .... niet veranderen, zal thans:

$$dQ = EF'(T)\,dT + A\,dT - L\,d\alpha - M\,d\beta - N\,d\gamma - \dots .$$
$$+ \frac{\partial U}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{d U}{\partial \beta} \partial\beta + \frac{\partial U}{\partial \gamma} d\gamma + \dots .$$

zijn.

Laat deze vergelijking betrekking hebben op het geval,

dat de conductor met positieve electriciteit geladen is en vergelijken wij daarmede het geval, dat hij met eene gelijke hoeveelheid negatieve electriciteit is voorzien en dan dezelfde temperatuursverhooging en ook dezelfde vormverandering ondergaat. De grootheid A blijft dan onveranderd, daar zij niet van E afhangt. Ook de grootheden $L, M, N, \ldots$ behouden dezelfde waarde en hetzelfde teeken, want, voor zoover wij weten, zijn de krachten noodig om den conductor in een bepaalden vorm te houden, dezelfde wanneer hij in 't eene geval met positieve, in het andere met evenveel negatieve electriciteit geladen is; voor zoover die krachten van E afhangen, zijn zij evenredig met E^2. Eindelijk is ook het deel van het arbeidsvermogen, dat van $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ afhangt, voor zoover wij weten, in de beide genoemde gevallen hetzelfde; dit is b. v. zeker het geval voor het arbeidsvermogen, dat in de bij vormveranderingen in 't spel komende elastische krachten zijn oorsprong heeft. Wanneer wij nu mogen aannemen, dat werkelijk $\frac{\partial U}{\partial \alpha}, \frac{\partial U}{\partial \beta}, \frac{\partial U}{\partial \gamma}, \ldots$ voor de ladingen $+E$ en $-E$ dezelfde waarden hebben, dan is het verschil van de waarden, die $d\,Q$ voor deze ladingen verkrijgt,

$$2\,E\,F'(T)\,d\,T,$$

zoodat een conductor met eene lading $+E$ en een daaraan gelijke conductor met eene lading $-E$ voor eene bepaalde temperatuursverhooging, die onder geheel gelijke omstandigheden geschiedt, ongelijke hoeveelheden warmte vereischen.

Natuurlijk is een bijzonder geval dit, dat men slechts toestanden van den conductor beschouwt, waarin geene uitwendige krachten noodig zijn, dat men dus steeds de uitzetting door de warmte en de vormverandering door de electrische krachten vrij laat plaats hebben.

KWEL EN VERDAMPING IN DEN HAARLEMMERMEERPOLDER,

DOOR

G. VAN DIESEN.

Bij het onderzoek van de mate van doorsypeling van water door zand, kwam vooral de doorkwelling in den Haarlemmermeerpolder in aanmerking, wegens de overeenkomst van dezen polder, door zijne diepe ligging binnen het omringende water, met den ontworpen Zuiderzeepolder. Bij weinige polders was bovendien zoo veelvuldig als bij dezen de aandacht op de hoeveelheid kwelwater gevestigd, die er volgens berekening en waarneming in doordrong.

Ongelukkigerwijs kon uit de bekend gemaakte berekeningen geen afdoend besluit omtrent de hoeveelheid kwelwater worden getrokken. De berekeningen leverden uitkomsten, die te veel uiteen liepen, verschillende van 20000 M^3, uit hetgeen men dagelijks kan zien aan de Spaarnetocht, tot bijna 340000 M^3 per etmaal, berekend door den vorigen hoofdopzichter, wijlen den Heer VAN EGMOND.

Hoe nauwkeurig men ook getracht had de cijfers van uitmaling, inlating, regen, verdamping met de rijzing of daling van den waterspiegel in den polder te vergelijken; bevredigende uitkomsten werden, zelfs onder schijnbaar gelijke omstandigheden, niet verkregen.

Stieltjes, die, in twee mededeelingen uit verschillende tijdperken, berekeningen omtrent den invloed van gevallen regen en van uitdamping op den boezemstand bekend maakte, stuitte telkens op een overschot of op een te kort, dat hij dan toeschreef aan opslorping of toezakking, (zie *Versl. en Meded.*, deel VII, blz. 336 en deel VIII, blz. 309).

Was er, zooals mij nader bleek, een bron van fouten in de beschouwing van slechts korte tijdperken, hoogstens van enkele weken; door den Heer Ortt werd die klip ontzeild door de groote greep, die hij deed in de voor hem blootgelegde gegevens van bemaling, enz., waaraan wij de verhandeling over Kwel en Verdamping (Deel XIII, blz. 1) te danken hebben. Hij paste zijne berekening toe op twee tijdperken, ieder van ongeveer zes jaar.

Niettemin stuitte ook hij op een niet bevredigende uitkomst, en ondervond hij de moeijelijkheid van een goede waarde op te sporen voor den coëfficiënt n, dien hij tot correctie van de waargenomen verdamping in zijne formule had ingevoerd.

Bij de stappen, die ik deed in het voetspoor van de reeds door anderen gedane berekeningen om een aannemelijk cijfer voor de kwel te verkrijgen, ondervond ik aanhoudend dezelfde teleurstelling. Hoe groot ook het getal werd der becijferingen, waartoe ik werd verleid door toestanden van den polder of van weersgesteldheid, die door groote regelmatigheid of door het ontbreken van storende invloeden een gewenschte uitkomst beloofden, des te grooter werd het aantal uiteenloopende antwoorden. Het groote getal mislukte becijferingen bracht mij evenwel op het spoor van wijzigingen, die moesten worden ingevoerd in de onderstellingen, waarvan bij de berekeningen was uitgegaan.

In de eerste plaats, de voornaamste, bleek mij dat inderdaad de hoeveelheid der verdamping niet kon worden verkregen door vermenigvuldiging van de bij water waargenomen hoogte van verdamping, met de geheele oppervlakte van den polder en dat dus wel degelijk in dat product eene wijziging moest worden aangebracht zooals de Heer Ortt met zijn coëfficiënt n beoogde. De groote verscheidenheid,

die zich telkens in den toestand voordeed, maakte het blijkbaar onmogelijk daarvoor een vast cijfer te vinden.

De wijziging behoefde ook niet te worden aangebracht in het hoogte-cijfer der verdamping, maar, bleek mij, gezocht te moeten worden in de oppervlakte.

Het toepassen van het waargenomen hoogte-cijfer der verdamping op de geheele oppervlakte van den polder kon, zonder fout te maken, alleen geschieden zoolang de waterspiegel, tijdens de droogmaking, nog verheven was boven de hoogste terreinen.

Na de droogmaking moet rekening gehouden worden met de verkleining, die de waterspiegel heeft ondergaan door hare beperking binnen de ruimte, die in den bodem aanwezig is. Die beperking heeft plaats, wanneer de waterspiegel zooveel gedaald is, dat door het opstijgend vermogen of de capillariteit, het water de oppervlakte van den bodem niet meer kan bereiken. De opstijging is verschillend naar gelang van de grondsoort, waarin zij plaats vindt.

In de verhandeling over de Verdamping van water, van Dr. J. E. Enklaar, wordt op blz. 42 de onderstaande door hem waargenomen hoogte van opstijging in Centimeters opgegeven.

Zand-grond Oranje-woud.	Zwarte tuin-grond.	Veen-achtige zand-grond.	Fijne grijze-leem.	Grove donkere leem.	Humus-rijke klei.	Bruine knipklei.	Wit uit-gegloeid zand.
Na 24 uren:							
6.5	32.5	18	43.5	32	19.5	7	28.5
Na 4 × 24 uren:							
9	45	24.5	70	44	26.5	11	30

Het gemiddelde van deze cijfers, dat, aannemende dat die verschillende grondsoorten gelijkelijk verspreid in den Haar-

lemmermeerpolder voorkwamen, zou mogen worden in rekening gebracht, bedraagt voor:

24 uren	23.4 cM.	of 1	cM.	per uur
4 × 24 »	32 »	» 0.3	»	» »

Bij een stand van den waterspiegel op 0.32 M. of minder beneden de oppervlakte van het land, kan dus nog worden aangenomen, dat die oppervlakte dras staat en dat dus over hare geheele uitgestrektheid verdamping plaats vindt.

Bij daling van den waterspiegel in den bodem tot eene diepte, die te groot is voor water om de oppervlakte te bereiken onder de werking van de capillariteit, mag geen grootere oppervlakte voor verdamping worden in rekening gebracht dan die het water inneemt. Die oppervlakte is de ruimte, die tusschen de gronddeeltjes aanwezig is. Deze ruimte bedraagt blijkens berekening en blijkens door verschillende personen gedane, weinig uiteenloopende, waarnemingen, die bij een andere gelegenheid het onderwerp eener mededeeling zullen uitmaken, ongeveer 33 pCt. of $^1/_3$ van het volumen van zandgrond, welk cijfer ook zeer weinig afwijkt van het gemiddelde voor de bovengenoemde grondsoorten, door Enklaar onderzocht, volgens de mededeeling op blz. 30 van zijne Verhandeling.

Volgens deze beschouwing moet dus de hoogte der verdamping, die, volgens waarneming, van een waterspiegel plaats heeft, indien er geen regen valt, met niet meer dan ongeveer $^1/_3$ der uitgestrektheid van den grond worden vermenigvuldigd om het waterverlies te bepalen, dat uit dezen plaats vindt, wanneer de grondlaag aan de oppervlakte droog is.

Deze gevolgtrekking is schijnbaar is strijd met waarnemingen van verdamping, die gewoonlijk van grond grooter verlies aangeven dan $^1/_3$ van dat van water; doch laat zich verdedigen. Bij de toestellen, die men voor de waarneming bezigt, wordt niet weergegeven de toestand van een grondlaag, waarin het water zoo diep is weggezakt, dat de oppervlakte geheel is opgedroogd. Daartoe zijn de bakken

niet diep genoeg, en worden zij te veel kunstmatig gedrenkt. Wilde men nagaan hoe groot in werkelijkheid de verdamping is, die uit den grond van den polder plaats vindt, dan zou men, zooals door Dr. Buys Ballot werd aanbevolen op blz. 38 van de *Versl. en Meded.* van 1879, de inrichting meer met de werkelijkheid moeten doen overeenstemmen dan over het algemeen geschiedt. Men zou den verdampingsmeter moeten doen reiken tot beneden de diepte van den laagsten polderwaterstand *). De bovenkant zou met de oppervlakte van het maaiveld op gelijke hoogte moeten worden gehouden. Dan zou men zeker nader bij de waarheid komen dan men doet door raadpleging van waarnemingen met toestellen, die de verdamping uit vochtig gehouden grond, en wellicht eene des te grootere verdamping aangeven, naarmate de bak minder diep is.

Hetzelfde is toepasselijk op waarneming van verdamping van begroeiden grond.

Ook bij dezen zal de verdamping eene geheel andere blijken te zijn, wanneer men het regenwater toelaat door te zakken, zooals in de natuur plaats heeft, tot op de diepte van den polderwaterstand.

De jongste waterpassing van den Haarlemmermeerpolder, verricht in het voorjaar van 1884, waarvan de uitkomst welwillend aan mij werd verstrekt door den Hoofdopzichter van den polder, den Heer A. Elink Sterk, heeft geleerd, dat de bodem voor het grootste gedeelte gelegen is van 4.00 M. tot 4.50 M. beneden A. P.; gedeelten heeft van

---

*) Ten einde bij de waarneming van de hoeveelheid der verdamping vrij te zijn van den invloed van hetgeen in den polder is gekomen, door kwel en inlating, en van hetgeen er buiten is gebracht door uitmaling, zou men den grondbak, van onderen van gaatjes voorzien, maar ingericht zoodat er geen grond verloren ga, moeten plaatsen in een tweeden bak, die geheel afgesloten was van het polderwater. In dezen tweeden bak zou door bijgieting of uitneming de waterspiegel op eene constante hoogte moeten gehouden worden, b. v. overeenstemmende met den gemiddelden stand van den boezem. Door zeer nauwkeurige bepaling van de daartoe uitgenomen en bijgevoegde hoeveelheden zou de weging van den binnenbak kunnen worden nagelaten.

— 4.65 en ook van — 3.00 en hooger, en een gemiddelde hoogte heeft van — 4.13 *).

De staat van de bemalingswerktuigen en van de waterberging is tegenwoordig zoo gunstig, dat het houden van den waterspiegel in de tochtslooten en vaarten beneden het peil van — 5.00 M. eene gewone zaak is geworden, en de gemiddelde waterstand zou kunnen gesteld worden op 5.13 M. of ongeveer 1 M. beneden de gemiddelde hoogte van de oppervlakte van den bodem.

Neemt men nu voor de oppervlakte van verdamping de som van die der vaarten, tochten en slooten, opgeteld bij een derde van de aardoppervlakte, dan moet ook nog rekening gehouden worden met den hoogtestand van den waterspiegel. Bij verhooging van dezen wordt de oppervlakte van den waterspiegel in de vaarten enz. grooter en die in den grond kleiner.

De hoofdopzichter van den Haarlemmermeerpolder heeft in

---

*) Dit cijfer werd op onderstaande wijze berekend:

Aantal Hectaren.	Hoogte ben. A. P.	Product.
1	1.75	1.75
1	1.95	1.95
4	2.15	8.60
4	2.25	9.00
8	2.35	18.80
7	2.45	17.15
15	2.55	38.25
18	2.65	47.70
18	2.75	49.50
22	2.85	62.70
41	2.95	120.95
46	3.05	140.30
58	3.15	182.70
88	3.25	286.00
133	3.35	445.55
183	3.45	631.35
202	3.55	717.10
384	3.65	1401.60
475	3.75	1781.25
683	3.85	2659.55
Overbr. 2391		8621.75

	Aantal H. A	Hoogte ben. A. P.	Product.
Overgebr.	2391		8621.75
	1168	3.95	4613.60
	2080	4.05	8424.00
	3369	4.15	13981.35
	3500	4.25	14875.00
	2589	4.35	11292.15
	1353	4.45	6020.85
	426	4.55	1938.30
	66	4.65	306.90
	1	4.75	4.75
	16943		70078.65

Dus gemiddelde hoogte $\frac{70078.65}{16943} = 4.13$

zijne memorie van 13 November 1874 nauwgezet nagegaan hoe groot de oppervlakte moet zijn van den boezem bij verschillende waterstanden. Uit de blauwe lijn, daarvoor in zijne grafische voorstellen aangegeven, heb ik de onderstaande cijfers getrokken en voorts de in rekening te brengen totale oppervlakte berekend.

Waterstand beneden A. P.	Grootte van den boezem in H. A.	Oppervlak van den polder verminderd met de grootte van den boezem in H. A.	Een derde van nevenstaand land oppervlak in H. A.	Totaal verdampings-oppervlak in H. H.
4.65	920	17180	5726	6646
4.70	855	17245	5748	6603
4.75	790	17310	5770	6560
4.80	730	17370	5790	6520
4.85	670	17430	5810	6480
4.90	610	17490	5830	6440
4.95	550	17550	5850	6400
5.00	505	17595	5865	6370
5.05	455	17645	5881	6336
5.10	420	17680	5893	6313
5.15	380	17720	5906	6386
5.20	346	17754	5918	6264

Ofschoon de oppervlakte van verdamping volgens bovenstaande berekening eer als te groot dan als te klein zou kunnen worden beschouwd, omdat op den duur de ruimte tusschen de gronddeeltjes o. a. door inklinking eer zal verkleind dan vergroot worden, zal door het aanhouden van bovenstaande cijfers, zoolang geene betere bekend zijn, geen groote fout worden gemaakt bij de berekening der verdamping uit den bodem wiens oppervlakte droog is. Valt er echter regen, dan moet de verdamping over grootere oppervlakte worden in rekening gebracht. De grond is dan

gedurende eenigen tijd dras en is over zijn volle uitgestrektheid bevochtigd. Van het geheele oppervlak heeft dan verdamping plaats zoowel gedurende den regen als een tijd daarna. Gedurende den regen, omdat, volgens de waarnemingen, waarvan MILLER melding maakt op bl. 9 van zijn *Prize Essay on Evaporation*, soms meer water van een oppervlak kan verdampen dan bij zonneschijn. Hiermede komen geheel overeen de uitkomsten der waarnemingen van SCHULZE, die ook bevond dat van vochtigen grond zelfs meer water verdampte dan van een wateroppervlak (Weekblad Haarlemmermeer 12 Oct. 1860). Aan den Helder is, waarschijnlijk ten gevolge van de inrichting van den toestel, van 1862—1866 grootere verdamping van grond dan van water waargenomen *).

Ook nog eenigen tijd na den regen kan, terwijl een deel van het water in den grond wegzakt, een ander deel opgehouden blijven door capillariteit, en over een groot oppervlak aan verdamping blootstaan.

Wil men rekening houden met de aanzienlijker verdamping, die ontegenzeggelijk moet plaats vinden, wanneer de oppervlakte van het land door regen gedrenkt is, dan moet dus een deel der hoogte van verdamping met de totale oppervlakte van het land vermenigvuldigd worden. Welk deel van de hoogte van verdamping daarvoor moet worden genomen, is moeijelijk met nauwkeurigheid te bepalen. Van zelve wijst zich echter de hoogte van den gevallen regen aan als faktor bij de berekening.

Valt er op zeer droog land regen in kleine hoeveelheid, dan zal, vooral in den zomer, alles aan de oppervlakte verdampen; valt er veel, dan zal een gedeelte wegzakken en dus over kleinere oppervlakte verdampen.

---

*) In het rapport van 1868 van de H.H. J. F. W. CONRAD, L. A. REUVENS en T. J. STIELTJES, getiteld: Het verzekeren van een vasten boezemstand van Rijnland, wordt op bl. 46 uitgegaan van een *gemiddelde* verdamping, van 1862—1866 aan den Helder, bedragende per jaar

van aarde 928.8 streep
" water 579.4 "

Is het land van vroegere regens of hoogen boezemstand nog vochtig of gedrenkt, dan zal ook van veel regen een groot deel verdampen.

Hoogstwaarschijnlijk zal dus van de schijf water, die door regen op het land gebracht wordt, inzonderheid des zomers, wanneer bovendien veel vocht op de bladen en het gras blijft hangen, eene aanzienlijke hoeveelheid in damp verdwijnen, vóórdat het overige gedeelte in den grond zakt, waaruit het dan slechts over $^1/_3$ gedeelte van de oppervlakte kan gerekend worden in damp over te gaan.

Bij overweging, dat somtijds de geheele hoeveelheid en dat altijd een deel van den gevallen regen van de oppervlakte zal verdampen, kwam ik voorloopig reeds tot het besluit, dat, over een groot tijdperk verdeeld, meer dan de helft van den gevallen regen van de oppervlakte van het land zal verdwijnen.

Met aanhouding zooveel mogelijk van de letters uit de formule van den Heer Oertt en onder inachtneming van het bovenstaande, is de hoeveelheid van verdamping en van doorsijpeling op de volgende wijze door mij berekend.

Noemende:

W de oppervlakte van den boezem in M²
L » » » het land » M²

dus $0 = W + L$,

r de hoogte van den gevallen regen in M.
u » » » de verdamping, waargenomen van een waterspiegel in M.
R de hoeveelheid gevallen regen in M³,
U » » verdampt water » M³,
p » » uitgemalen » » M³,
i » » ingelaten » » M³,
d het aantal dagen van het tijdperk,
K de gemiddelde kwel per etmaal iu M³;
x het gedeelte dat van den regen van de geheele oppervlakte verdampt; dan heeft men voor de berekening van U:

Verdampt van de oppervlakte van het land xrL
» uit de diepte van den grond $(u-xr)^{1}/_{3}L$
» van de oppervlakte van den boezem uW

dus te zamen $U = {}^{1}/_{3}\,uL + uW + {}^{2}/_{3}\,xrL.$

of $U = u\,(W + {}^{1}/_{3}\,L) + {}^{2}/_{3}\,xrL.$

en voor de berekening:

van R . . . . $R = \quad rW + rL$

of $\quad U - R = u(W + {}^{1}/_{3}\,L) - r\,(W+L) + {}^{2}/_{3}xrL$

en $$K = \frac{U - R + p - i}{d}.$$

Voor de toepassing der berekening op de twee tijdperken. waarvan de Heer OERTT de gegevens verzameld heeft, verkrijgen de letters de volgende waarden.

1ste Tijdperk; 20 April 1861 tot 4 Mei 1867 of 2205 d; gemiddelde boezemstand — 4.83 M.

$W =$ 6.940.000 M²
$L =$ 174.060.000 »
$O =$ 181.000.000 »
$r =$ 4.3461575 M. of 0.00197 M. per etmaal
$u =$ 4.9992125 » » 0.00226 » » »

$$p = \left\{\begin{matrix} 24374133 \times 4.6 \\ 27038281 \times 6.4 \\ 30551023 \times 6.4 \end{matrix}\right\} \text{ of } 480692557 \text{ M}^3$$

$i =$ 22830516 M³
$d =$ 2205.

2de Tijdperk; van 26 Mei 1867 tot 26 Mei 1873 of 2192 d; gemiddelde boezemstand — 49.5 M.

$W_1 =$ 5.500.000 M.
$L_1 =$ 175.500.000 »
$O_1 =$ 181.000.000 »
$r_1 =$ 4.9720375 M. of 0.00227 M. per etmaal
$u_1 =$ 4.8404 » » 0.00220 » » »

$$p_1 = \begin{Bmatrix} 24485961 \times 4.6 \\ 32783061 \times 6.4 \\ 35591072 \times 6.4 \end{Bmatrix} \text{ of } 550.229.871 \text{ M}^3$$

$$i_1 = 19.318.723 \text{ M}^3$$

$$d_1 = 2192.$$

)e verandering, gebracht in de waarden van p en p_1, is gevolg van de opmerking, die mij door den Heer ELINK ᴀᴋ werd medegedeeld, dat, naar zijn bevinding, bij een malen toestand der pompen en eene normale snelheid van lagen per minuut, moet gerekend worden voor opbrengst pomp en per slag:

van den Leegwater 4.6 M³
» » Cruquius 6.4 »
» » Lijnden 6.4 »

Met deze en de overigens onveranderd overgenomen cijfers kreeg ik voor het 1ste Tijdvak:

$$k = 228710x - 1831, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

voor het 2de Tijdvak:

$$k_1 = 265388x - 27040 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

)e uitkomsten der beide tijdvakken mogen niet veel van ander verschillen, omdat verdamping, regenval en overige standigheden, niet veel uiteenliepen.

)ok de Heer ORTT stelde tot eisch, dat de doorsypeling ı het eerste tijdvak die van het tweede niet overtrof, a. omdat de drukhoogte in het eerste tijdvak kleiner dan die in het tweede.

Ten einde uit de twee vergelijkingen k, en k_1 de x te men oplossen heb ik de verhouding ingevoerd, die tusen k en k_1 bestond door het verschil in drukhoogte. lgens eene der eigenschappen van de doorsypeling van ter door zand, die bij eene andere gelegenheid zal wor- ı medegedeeld als uitkomst van het gedane onderzoek, ıg men aannemen dat de hoeveelheden tot elkander in

rechte reden staan als de drukhoogten. De Heer ORTT heeft bevonden dat de drukhoogte, namelijk het verschil tusschen de hoogten van den waterstand van den boezem van Rijnland en van den polder, bedroeg in het 1ste tijdvak 4.282 M. en in het tweede 4.436 M. Men heeft dus $k : k_1 = 4.282 : 4.436$ of:

$$k_1 = \frac{4.436}{4.282} k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

De vergelijkingen 1 en 2 leveren met invoering van die verhouding de volgende waarden:

$$k = 200353 \text{ M}^3$$
$$k_1 = 207560 \text{ M}^3 \text{ en}$$
$$x = 0.8844.$$

Wegens de grootte der tijdperken en de gelijkheid der omstandigheden, is bij bovenstaande berekening ondersteld, dat de coëfficiënt x in beide vergelijkingen dezelfde gemiddelde waarde mocht hebben.

Blijkbaar moet anders die waarde veranderen met de omstandigheden, die, bij het vallen van regen, kunnen teweeg brengen dat deze òf langer aan de oppervlakte blijft òf sneller wegzakt.

Dit is ook aan den dag gekomen bij toepassing der berekening op het tijdperk van 10 April 1883 tot 1 Mei 1884, groot 386 dagen, met een gemiddelden boezemstand van — 5.17 M.

Daarbij zijn:

$$W'' = 3.660.000 \text{ M}^2$$
$$L'' = 177.340.000 \text{ »}$$
$$O'' = 181.000.000 \text{ »}$$
$$r'' = 0.8097 \text{ M. of } 0.0021 \text{ per etmaal}$$
$$U'' = 0.812 \text{ » » } 0.0021 \text{ » »}$$
$$p'' = \begin{Bmatrix} 6748722 \times 4.6 \\ 4922953 \times 6.4 \\ 4300989 \times 6.4 \end{Bmatrix} \text{ of } 90077350 \text{ M}^3$$
$$i'' = 2712000$$
$$d'' = 386$$

De verkregen vergelijking was:

$$k_{\prime\prime} = 247994\, x_{\prime\prime} - 21320 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (4)$$

Ter oplossing van $x_{\prime\prime}$ is voor $k_{\prime\prime}$ genomen het bedrag der doorsypeling, berekend uit het gemiddelde der waarde van k en k_{I}, zijnde 203951 vergroot in verhouding van het gemiddelde der drukhoogten 4.282 en 4.436 of 4.359 tot de gemiddelde drukhoogte gedurende het nu beschouwde tijdvak. Daar de gemiddelde boezemstand van Rijnland toen 0.64 heeft bedragen, volgens de waarnemingen aan de drie werktuigen van den Haarlemmermeerpolder, zoo was de gemiddelde drukhoogte 5.17 — 0.64 = 4.53 en dus $k_{\prime\prime} = 211957$ en door substitutie van deze waarde in vergelijking (4) $x_{\prime\prime} = 0.9406$.

Daar in de laatste jaren ook door hevels over den dijk en door drie duikers tijdens droogte water op hoog gelegen land van den polder wordt gebracht, mag worden aangenomen, dat de zooeven genoemde waarde van x iets geringer dan 0.9406 zou zijn bevonden, indien bij de hoeveelheid ingelaten water ook de zooeven bedoelde, die echter niet bekend is, was gevoegd geworden.

Door Jhr. Mr. Gevers van Endegeest is op blz. 70 van het Tweede gedeelte van zijn werk: *Over de droogmaking van het Haarlemmermeer*, eene berekening ingesteld van de hoeveelheid kwelwater, waarmede gedurende den tijd van uitmaling van de plas, van 1 April 1849 tot 1 Juli 1852, dus 3 jaar en 3 maanden, de arbeid bezwaard werd.

De berekening is eenigzins anders dan de bovenstaande, doordat in rekening moest worden gebracht de daling van den waterspiegel.

De uitkomst, door den Heer Gevers verkregen, moet worden verminderd tengevolge van een paar wijzigingen, die behooren te worden gebracht in zijne becijfering.

In de eerste plaats moet voor den stand op 1 Juli 1852 niet — 4.00 maar — 3.90 worden aangenomen, blijkens Bijlage 8 van het werk.

Bij den aanvang stond het water — 0.79. De daling bedroeg dus 3.90 — 0.79 = 3.11 en niet 3.21 M.

Voorts dient in aanmerking te worden genomen, dat 1 Juli 1852 reeds een gedeelte van den bodem boven water was gekomen.

Voor de berekening van de hoeveelheid, waarmede door die omstandigheid de waterschijf op het laatst van de periode verkleind is, kan de tabel der hoogte van de gronden dienen, die op blz. 15 van het *Weekblad van Haarlemmermeer* van 1860 is opgenomen.

Daarbij heb ik voor het hoogste punt van den grond genomen de hoogte van — 1.75 M., ontleend aan de uitkomst der in 1882—1884 door den Heer ELINK STERK gedane waterpassing.

Hoogte betrekkelijk A. P.	Dikte van de waterschijf	Oppervlakte van den bodem	Oppervlakte van den waterspiegel		Een derde d. gem. opervl. v. d. bodem	Totale oppervlakte	Inhoud van de waterschijf
			boven en onder	gemiddeld			
M.	M.	H. A.	H. A.	H. A.	H. A.	H. A.	M³.
— 0.79		0	18100				
	0.96			18100	0	18100	173.760.000
— 1.75		0	18100				
	1.75			17083	644	17727	310.222.500
— 3.50		1934	16066				
	0.30			15267	927	16194	48.582.000
— 3.80		3632	14468				
	0.10			14120	1326	15446	15.446.000
— 3.90		4327	13773				
						Te zamen	548.310.500 M³.

Volgens opgaaf van den Heer GEVERS deed de:

Leeghwater	met 11 pompen	 4564965	slagen
Lijnden	» 8 »	 4340854	»
Cruquius	» 8 »	 5098213	»

Evenals bij de drie vorige berekeningen aannemende voor de uitmaling per slag en per pomp voor den Leeghwater 4.6 en voor Lijnden en Cruquius ieder 6.4 M³, verkrijgt men voor de hoeveelheid opgebracht door de:

Leeghwater	4.564.965 × 4.6 × 11...	230.900.000 M³
Lijnden en Cruquius	9.439.965 × 6.4 × 8...	483.200.000 »
	Te zamen	714.100.000 M³

De hoeveelheid regen overtrof die der verdamping met:

0.0202 M. × 18100 H. A.	3.656.200 M³
Dus moest verdwijnen	710.443.800 M³
Werkelijk is slechts verdwenen	548.010.500 »
Dus is te weinig verdwenen	162.433.300 M³

in 1187 dagen, veroorzaakt door de doorsypeling of kwel, die derhalve heeft bedragen per etmaal 136.800 M³.

Dat dit cijfer, kleiner dan dat van den Heer GEVERS VAN ENDEGEEST, niet in verhouding van het verschil in drukhoogte beneden die van de drie vorige berekeningen blijft, mag tot de gevolgtrekking leiden, dat een belangrijke invloed is uitgeoefend door de aanvankelijke mindere dichtheid en zamenpakking van den dijk. In verhouding tot het verschil in drukhoogte had namelijk niet meer mogen doorsypelen dan $\frac{2.14}{4.359} \times 203.951$ of 100.125 M³.

Evenmin als bij de beide perioden van 6 jaar, is bij de eenjarige van 1883 op 1884 de waterstand, die trouwens bij het begin en het einde der periode vrij wel overeenstemde in den polder, in rekening gebracht, wegens de groote onzekerheid omtrent de hoogte, die voor den doorloopenden waterspiegel mag worden aangenomen.

De veelvuldige berekeningen, op kleine tijdvakken toegepast, hebben namelijk geleerd, dat het ten eenenmale onraadzaam is rekening te houden met den door de peilschalen aangegeven waterstand in den boezem. Die waterstand stelt in de meeste gevallen niet de hoogte voor van een waterspiegel, die ook in den grond van den geheelen polder doorloopt.

De waterspiegel in den boezem is ongetwijfeld meestal hooger of lager dan die in den grond.

Hooger wanneer er water is ingelaten.

Lager wanneer er water is uitgemalen of wanneer ge-

vallen regens uit den grond nog niet geheel zijn nagezakt, of wanneer beide laatste omstandigheden te zamen zich voordoen.

Ten einde zonder groote fout den stand van het water buiten rekening te kunnen laten, is het dus aan te bevelen groote perioden te nemen, zooals de Heer Ortt gedaan heeft, en deze ten overvloede zoo te kiezen, dat de waterstanden bij het begin en bij het einde weinig van elkander verschillen.

Het verschil in hoeveelheid water, bij het begin en bij het eind in den polder aanwezig, is natuurlijk van minder invloed op het eindcijfer naarmate het over grooter aantal dagen verdeeld wordt, en mag dan verwaarloosd worden.

De uitkomsten zamenbrengende, is bevonden dat in de vier beschouwde tijdperken:

1°. Gedurende de droogmaling van 1 April 1849 tot 1 Juli 1852
2°. Na » » » 20 April 1861 » 4 Mei 1867
3°. » » » » 26 Mei 1869 » 26 Mei 1873
4°. » » » » 10 April 1883 » 1 Mei 1884

per etmaal de onderstaande hoeveelheden aan regen, inlating, doorsijpeling, uitdamping en wegpomping zijn gekomen in- en verdwenen uit den polder:

Per etmaal.	1849—1852.	1861—1867.	1867—1873.	1883—1884.
Verdampt.		349438 M³	375881 M³	365250 M³
Gevallen regen. . . .		356750 »	410536 »	379654 »
Meer regen dan verdamping	3080 M³	7312 »	34655 »	14404 »
Uitgemalen.	601685 »	217995 »	251011 »	233300 »
Bij de werktuigen ingelaten.		10353 »	8812 »	7025 »
Door kwel in den polder gekomen. .	136800 »	200330 »	207544 »	211871 »
Gemiddelde drukhoogte	2.14 M.	4.282 M.	4.436 M.	4.53 M.

Januari 1885.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 Februari 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, KORTEWEG, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, HUBRECHT, VAN RIEMSDIJK, BAEHR, HOEK, BEYERINCK, FRANCHIMONT, MULDER, DE VRIES, HOFFMANN, ZAAIJER, KOSTER, HEYNSIUS, BIERENS DE HAAN, SCHOLS, LORENTZ, BOSSCHA, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, VAN BEMMELEN, ZEEMAN, FÜRBRINGER, J. A. C. OUDEMANS, DONDERS, RAUWENHOFF, RIJKE, GUNNING, A. C. OUDEMANS JR., PLACE, STOKVIS, MAC GILLAVRY, VAN DER WAALS, KAMERLINGH ONNES en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Wordt gelezen een Brief van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van:

1°. ALPH. DE CANDOLLE, Genève, 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, 's Gravenhage, 5, 18 Februari 1885; 2°. A. LUCANTE, Secretaris der Société Française de botanique te Courrensan, 17 Februari

1885; 3°. Ed. Weyr, Secretaris der Société mathématique de Bohème te Praag, 24 Januari 1885; 4°. den Bibliothecaris der kön. Universitäts-Bibliothek te Greifswald, 15 Januari 1885; 5°. A. Humbert, Seeretaris der Société de physique et d'histoire naturelle te Genève, 18 December 1884; 6°. E. Regel, Directeur van den Jardin impérial de botanique, te St. Petersburg, 3 Januari 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. mededeelingen van de Heeren Behrens en van Diesen, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen; 2°. een brief van den Heer Treub (19 Januari 1885), ter begeleiding van eene in het Fransch gestelde circulaire, waarin te kennen wordt gegeven, dat er, met goedkeuring der N. I. Regeering, een botanisch Station aan den Buitenzorgschen Plantentuin is opgericht, met 4 werktafels, en dat een iegelijk, die van eene dier tafels gebruik wenscht te maken, zich daartoe bij den Directeur van genoemden tuin kan aanmelden. De Heer Treub uit den wensch, dat de Nederlandsche geleerden zich opgewekt mogen gevoelen, hunne studie gedurende eenige maanden te Buitenzorg voort te zetten en roept de steun der Afdeeling in voor hen, die dien mochten noodig hebben om aan hun voornemen gevolg te geven.

De Afdeeling neemt met belangstelling kennis van den inhoud der missive, en draagt den Secretaris op, den Heer Treub van hare ingenomenheid met zijn streven te verzekeren.

— De Heer Bierens de Haan deelt mede, dat de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, door de Huygens-Commissie daartoe uitgenoodigd, zich bereid heeft verklaard, de kosten der uitgave van Huygen's geschriften op zich te nemen. De Voorzitter zegt den spreker dank voor dit belangrijk bericht en verheugt er zich in, dat de onderneming nu ook van finantieele zijde behoorlijk is verzekerd.

— De Heer C. A. J. A. OUDEMANS doet eene mededeeling over eene op aarde in een runbed gevonden Hyphomyceet, die, tegen den regel, hare sporen niet door splitsing of afsnoering der opstaande draden, doch binnen deze deelen voortbrengt, en daarenboven het vreemde verschijnsel doet zien, dat de ledige plaatsen dier draden, tusschen elke twee sporen in, door eene cirkelsnede getroffen worden, waardoor de sporen aan elke harer polen van een klein stukje draad, bij wijze eener korte kleurlooze buis, voorzien blijven. Uitvoeriger wordt een en ander toegelicht in een opstel, dat voor de Verslagen en Mededeelingen wordt aangeboden.

— De Heer FRANCHIMONT is met zijne voordracht nog niet gereed en wenscht die uit te stellen tot eene volgende Vergadering.

— De Heer VAN DER WAALS handelt over den invloed der temperatuur op de sterkte eener gasoplossing en op het evenwicht tusschen gasoplossingen en vaste hydraten. De verrassende verschijnselen, door het nauwkeurig onderzoek van den Heer ROOZEBOOM aan het licht gekomen, hadden hem aanleiding gegeven tot de bestudeering van de wetten, die werken moeten als een vaste stof van standvastige samenstelling van aggregaatstoestand verandert, en dus overgaat òf in gas en damp, òf in vloeistof, òf in beiden, terwijl de vloeistof een veranderlijke samenstelling bezitten kan, en een van omstandigheden afhankelijk veranderlijke hoeveelheid gas opgelost kan houden.

De betrekking tusschen temperatuur, hoeveelheid opgelost gas en drukking van dit gas, wordt voorgesteld door de formule:

$$Nep.\ log.\ \frac{p}{p_{0x}} = \frac{\mu t}{1 + \alpha t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

In deze formule is p_{0x} de druk, die bij 0^0 noodig zou zijn om de oplossing den zelfden graad van sterkte te doen behouden als die bij t^0 onder den druk p aanwezig is. Bij gassen, waar de hoeveelheid gas, die opgelost blijft, recht

evenredig is aan den druk, is dus de afhankelijkheid van p, x en T de volgende:

$$p = a\,x\,e^{\frac{\mu t}{1+\alpha t}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

De formule (2) is niet algemeen geldig, formule (1) daarentegen wel, ook bij gassen als Cl H, waarbij de invloed der drukking zoo geheel anders blijkt te zijn als uit de wet van HENRY zou volgen. De factor μ is dan echter van x afhankelijk, en neemt met toenemende waarde van x af. Dit beteekent, dat de oplossingswarmte bij zulke gassen met den graad der concentratie afneemt.

Bij SO_2 oplossingen wordt de betrekking tusschen p, x en t vrij nauwkeurig wedergegeven door de formule:

$$log._{10} \frac{p}{-1\frac{1}{2} + 335\,x} = 0{,}0185 \frac{t}{1+\alpha t} \cdot \; .$$

Dus de hoeveelheid, die onder den druk van 1 atmosfeer bij verschillende temperaturen opgelost wordt, door:

$$log._{10} \{-1\tfrac{1}{2} + 335\,x\} = log.\,76 - 0{,}0185 \frac{t}{1+\alpha t} .$$

In het bijzonder hebben de waarnemingen van SIMS, ROSCOE en DITMAR kunnen dienen ter verificatie van bovengegeven betrekkingen.

Het was noodig om eerst deze betrekkingen te vinden, alvorens de wetten voor den overgang van het vaste hydraat in gas of vloeistof konden vastgesteld worden, omdat, binnen een reeks van temperaturen, het hydraat noodwendig vergezeld blijft van een veranderlijk sterke oplossing. Terwijl er nl. voor een lichaam, dat niet samengesteld is (bijv. ijs), slechts één drievoudig punt (triple point) bestaat, bestaat er voor een samengesteld lichaam een oneindige reeks van drievoudige punten, maar dit kan alleen het geval zijn, als de vloeistof daarnaar haar samenstelling regelt.

Blijft men bij zeer lage temperaturen, bij zulke waarbij de densiteit van den vrijen waterdamp nog niet den over-

gang tot ijs of water vordert, dan kan er van sublimatie gesproken worden. De stof gedraagt zich dan geheel als een enkelvoudige. Een eerste discontinuiteit vertoont zich nu als de temperatuur zoover gestegen is, dat er ijsvorming komt. De aard der betrekking tusschen p en t blijft echter dezelfde, alleen een constante in die betrekking voorkomende verschilt. Een tweede discontinuiteit treedt in als de temperatuur stijgt tot er water gevormd wordt; maar dan blijft dit geen zuiver water, maar wordt het gashoudend water. De betrekking tusschen p en t verandert nu van aard, en naar gelang van het antwoord op de vraag: »wat sterker gashoudend is, het hydraat of de oplossing", is de loop der lijn (p, t) verschillend.

Bij benadering geldt de volgende betrekking:

$$T\frac{d\,p}{d\,T}-p=\frac{\lambda\,(1+c)+(c-x\,0)}{V\,(c-x)}$$

of:

$$\frac{d\,Nl\frac{p}{T}}{d\,T}=\frac{\lambda\,(1+c)+(c-x)\,0}{(c-x)\,R}\,\frac{1}{T^2}\,\ldots\ldots \quad (3)$$

In deze formules stelt λ de inwendige smeltwarmte voor, 0 de oplossingswarmte, c de sterkte van het hydraat, x de sterkte der oplossing, die het hydraat vergezelt, en R de constante voor het gas in de formule $p\,v = R\,T$.. Is nu $c > x$, dan neemt $l\,\frac{p}{T}$ met de temperatuur toe. Is $c = x$, dan volgt $\frac{d\,p}{d\,T} =$ oneindig. Is $c < x$, dan beteekent dat in den beginne ten minste een negatieve waarde voor $\frac{d\,p}{d\,T}$. Mocht ook de teller, waarin $(c - x)$ voorkomt, negatief kunnen worden, wat bij kleine smeltwarmte, groote oplossingswarmte en groot verschil van c en x kan voorkomen, dan is $\frac{d\,p}{d\,T}$ weder positief, en zelfs p weder recht evenredig

met T. Daar nu met klimmende waarde van p de grootheid x zeker toeneemt als t kleiner wordt, zal als een negatieve waarde van $\frac{d\,p}{d\,T}$ weder in een positieve verandert dat niet aan den noemer, maar aan den teller in den factor van $\frac{1}{T^2}$ in vergelijking (3) moeten toegeschreven worden, en zal er dus een drukking zijn waarbij $\frac{d\,p}{d\,T} = 0$ is. Zoodat dus de lijn, die de betrekking aangeeft tusschen den druk waaronder het hydraat bestaan kan, en de temperatuur waarbij die druk aanwezig is, het volgende verloop kan hebben. Bij $c > x$ gelijkt zij op een gewone logarithmische lijn, zooals die bij spanning van verzadigde dampen o. a. bekend is. Naarmate x tot c nadert, stijgt zij sneller, en bij $x = c$ heeft zij een vertikale raaklijn. Daarna buigt zij terug met de holle zijde naar beneden. De helling vermindert en gaat over in een richting, evenwijdig aan de temperatuur-as. Is dit punt bereikt, dan keert zij weder, om van nu af weder met toenemende waarde van t voortdurend te stijgen. Aan deze uitkomsten moet eenige verandering aangebracht worden, als er verschil is in de densiteiten van het vaste hydraat en de oplossing, maar de daardoor teweeggebrachte wijzigingen zijn waarschijnlijk altijd gering.

Niet altijd komt de geheele aldus beschreven lijn voor. Dit hangt af van de spanning, die het gas kan uitoefenen alvorens tot vloeistof over te gaan. Is dit punt bereikt, dan ontstaat een nieuw discontinuiteitspunt, en van dan af stijgt de druk zeer snel met de temperatuur, of neemt af volgens den regel, die hieromtrent bij den invloed van druk op het vriespunt bekend is.

— De Heer VAN BEMMELEN deelt het volgende mede:

De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM heeft in aansluiting aan zijne vroegere onderzoekingen omtrent de hydraten van SO_2, Cl_2 en Br_2, thans de dissociatiespanningen dier hydraten bepaald beneden 0^0.

Aanleiding hiertoe gaf eene mededeeling van den Heer

LE CHATELIER in de *Comptes Rendues* van 26 December 1884. Deze vond, in overeenstemming met eene wet der Thermodynamica, dat de kromme der dissociatiespanning van het chloorhydraat eene plotselinge richtingsverandering vertoont bij de temperatuur, bij welke het ijs in aanraking met het hydraat smelt. Eene dergelijke verandering van richting in de dissociatiekromme was vroeger door den Heer R. reeds aangetoond voor het zwaveligzuurhydraat bij de temperatuur, bij welke het SO_2 van gasvormig vloeibaar wordt. Hij heeft thans de richtings-verandering ook bij de drie genoemde hydraten waargenomen op de temperatuur bij welke het H_2O van aggregaattoestand verandert.

Bij de smelttemperatuur is de dissociatiespanning even groot, hetzij het water vloeibaar of vast zij. Bij lagere temperaturen is de spanning grooter in tegenwoordigheid van ijs dan van de waterige oplossing. Dit is onmiddellijk aan te toonen, omdat het mogelijk is de gasoplossing tot eenige graden beneden haar vriespunt vloeibaar te houden. De spanningen, voor dezen labielen evenwichtstoestand waargenomen, sluiten geleidelijk aan bij de waarnemingen boven het vriespunt, en hierdoor treedt de richtingsverandering der spanningskromme bij het bevriezen van het water te duidelijker aan het licht.

De waarnemingen zijn de volgende:

Spanning van $SO_2\ 7\ H_2O$

(H_2O vast)	Temper.	(H_2O vloeibaar)
—	0°	297 mM.
—	— 1°	262 »
—	.. 2°	230 »
211.5 mM.	— 2°.6	211.5 »
206 »	— 3°	201 »
193.5 »	— 4°	176.5 »
177 »	— 6°	137 »
160 »	— 8°	—
150 »	— 9°.5	—

Vriespunt: — 2°.6.

Spanning van Cl_2 8 H_2O			Spanning van Br_2 10 H_2O		
(H_2O vast)	Temper.	(H_2O vloeib.)	(H_2O vast)	Temp.	(H_2O vloeib.)
—	0°	252 mM.	—	0°	46 mM.
244 mM.	— 0°.24	244 »	43 mM.	— 0°.3	43 »
234 »	— 1°	223 »	41 »	— 1°	40 »
223 »	— 2°	200 »	39 »	— 2°	35 »
213 »	— 3°	183 »	—	— 3°	31 »
203 »	— 4°	—	35 »	— 4°	27 »
185 »	— 6°	—	—	— 5°	23.5 »
169 »	— 8°	—	31 »	— 6°	—
156 »	—10°	—	28 »	— 8°	—
			25 »	—10°	—
Vriespunt:	— 0°.24.		Vriespunt:	— 0°.30.	

De vriespunten zelven konden door de volgende overweging uit de waarnemingen afgeleid worden.

De Heer R. bepaalde vroeger de vriespunten der oplossingen van SO_2, Cl_2, Br_2, die bij 0° aanwezig kunnen zijn nevens de bijbehoorende hydraten. Deze vriespunten waren — 3°.1, — 0°.25, — 0°.31.

Koelt men deze oplossingen af in tegenwoordigheid harer hydraten, dan neemt de hoeveelheid hydraat toe ten koste der oplossing, welke slapper wordt en welker vriespunt dus rijst. Men bereikt dus bij afkoeling ten slotte eene zoodanige temperatuur, dat de oplossing, die nevens het hydraat bestaat, bij deze zelfde temperatuur haar vriespunt heeft. Men kan dat vriespunt vinden door het snijpunt te bepalen van twee lijnen, die het volgende voorstellen:

1°. de sterkte der oplossing, die nevens het hydraat bestaanbaar is, bij verschillende temperaturen;

2°. de sterkte der oplossing als functie van haar vriespunt.

De laatste lijn is nagenoeg recht en volgt uit enkele vroegere bepalingen van den Heer R.; de eerste was slechts berekend tot 0°. Door haar evenwel een weinig te verlengen, werden voor de snijpunten gevonden — 2°.6, — 0°.24, — 0°.30: dezelfde temperaturen, die ook bij rechtstreeksche proefneming de vriespunten bleken te zijn van oplossingen van SO_2, Cl_2, Br_2 nevens hunne hydraten.

— De Heer DONDERS herinnert, dat hij den aanstoot tot accommodatie tot de generatoren der derde dimensie telde (Proces-Verbaal der Zitting van 31 Januari 1885). Dien aanstoot meende hij werkzaam te zien in de mikropsie, bij kunstmatige verzwakking der accommodatie waargenomen, en in het schijnbaar afstands-verschil van roode en blauwe figuren op hetzelfde vlak: terwijl de minder breekbare stralen meer inspanning der accommodatie vorderen, schijnen de roode naderbij gelegen dan de blauwe. Intusschen nam hij waar, dat bij het monoculaire zien het verschil in afstand genoegzaam verdwijnt en dat het verschijnsel verre van algemeen, somtijds zelfs omgekeerd is. En daarvan kon de aanstoot tot accommodatie geen rekenschap geven. In de onderstelling nu, dat nog andere momenten zouden werkzaam zijn, noodigde hij den Heer EINTHOVEN uit, de verschijnselen nader systematisch te onderzoeken, waaraan deze gaarne voldeed: en weldra kwam hij tot het verassend resultaat, dat bij het schijnbaar afstands-verschil stereoskopie in het spel is en dat de grond dier stereoskopie te zoeken is in de asymmetrie van het oog, bij symmetrie der beide oogen in betrekking tot elkander.

Als oog-as kan de lange as der hoornvlies-ellipsoïde beschouwd worden. Deze gaat in den regel ongeveer door het midden der pupil, op welker vlak ze dan loodrecht staat, en treft het netvlies aan de mediaan-zijde van de fovea centralis. Waar ze het netvlies treft, dekken al de gekleurde beelden van een zelfde punt elkander als concentrische cirkels. Anders is het in de fovea centralis, die aan het directe zien beantwoordt. De gezichtslijn, die zich uitstrekt tusschen die fovea en het gefixeerde punt, kruist de oog-as onder den hoek α, die des te grooter is, hoe grooter op het netvlies de afstand tusschen de fovea en de oog-as en hoe kleiner die tusschen fovea en knooppunt k, en snijdt het pupilvlak aan de mediaanzijde van het middelpunt. Hierin ligt de reden, waarom, zooals de constructie doet zien, de gekleurde beelden of verstrooiingsvlekken van een zelfde punt niet concentrisch op, maar naast elkander vallen: ligt dat der geel-groene stralen in de fovea, dan valt dat der blauwe

aan de mediaan-, dat der roode aan de temporaal-zijde, en wel op de beide oogen ongeveer symmetrisch. Men ziet dus gekruiste dubbelbeelden van de roode, gelijkzijdige van de blauwe, en heeft, om, bij stationaire accommodatie, de roode in beide oogen op de fovea te brengen, iets meer, om de blauwe daarop te brengen, iets minder te convergeeren, alles, alsof in werkelijkheid de blauwe voorwerpen wat meer, de roode wat minder verwijderd waren, en de voorstelling kan dus geen andere zijn.

Met de hier gegeven verklaring is tevens aangewezen, waarom het verschijnsel in zeer verschillenden graad voorkomt, waarom het kan ontbreken en zelfs zich kan omkeeren. Hoek α is bij hypermetropen doorgaans groot, bij myopen kleiner en kan bij de hoogste graden van myopie zelf negatief zijn. Maar bovendien, onafhankelijk van α, kan de gezichtslijn meer of minder excentrisch door de pupil gaan, en door de ligging van dit snijpunt moet ten slotte het verschijnsel voornamelijk worden bepaald. Wat hierbij verder in aanmerking komt, zal door den Heer EINTHOVEN nader worden onderzocht en verklaard.

Experimenteel bleek de juistheid der aangewezen oorzaak bij gedeeltelijke temporale of mediane bedekking van ééne of, liever nog, symmetrisch van beide pupillen. Bij temporale bedekking treedt de blauwe figuur naar voren, zoodat ze vóór de roode uitsteekt en springt plotseling zeer diep terug, wanneer de bedekking voor een nasale plaats maakt. Spreker vertoont een klein werktuig, waarmede, bij bevestigd hoofd en onveranderlijk gerichte oogen, door het draaien aan een schroef de dekkende plaatjes zich symmetrisch bewegen, achtereenvolgens de pupillen aan de temporaal- en aan de mediaanzijde bedekkende: hiermee laat zich nauwkeurig bepalen, hoeveel men van de temporale zijden der pupillen heeft af te snijden, om de verschillend gekleurde figuren in hetzelfde vlak te brengen.

Ook van lenzen vóór het oog, die de ligging van k veranderen, zal de zeer merkbare invloed nog nader worden onderzocht en geanalyseerd.

Met de aanwijzing der hier werkzame stereoscopie is de

beteekenis der accommodatie als generator der derde dimensie niet uitgesloten. Zij geeft evenwel niet die vaste onweerstaanbare voorstelling van afstandsverschil, die uit de stereoscopische beelden voortvloeit.

— De Heer BUYS BALLOT deelt mede, dat hij de door hem voorgestelde periode van de temperatuursverandering, afhankelijk van de zon en vroeger gesteld op een duur van 27^d. 682 (Verslagen en Mededeelingen, 2de Reeks, IX, p. 168), getoetst heeft aan de latere waarnemingen, o. a. die te Utrecht gedurende 34 en te Batavia gedurende 16 jaar gedaan. De epoche van de oude periode bleek niet overeen te komen met die, welke voor Batavia schijnt te moeten worden aangenomen, tenzij die periode iets korter worde gesteld, namelijk op 27^d. 675. In dit geval zijn echter de sommen van de veertien kolommen, die de warmste dagen behooren te bevatten, allen hooger dan die van de andere veertien kolommen. En dit niet alleen over de 155 jaren in hun geheel, maar ook bijna als men die in drie groepen van 50 en 55 jaren verdeelt.

— De Heer HOFFMANN biedt uit naam van den Heer Dr. VIGELIUS voor de boekerij der Akademie aan eene 4°. Verhandeling, getiteld: Die Bryozoen gesammelt während der dritten und vierten Polarfahrt des *Willem Barents* in den Jahren 1880 und 1881. Zij werd uitgegeven door het Koninklijk Zoölogisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 Maart 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, BEIJERINCK, VERLOREN, STOKVIS, DE VRIES, LORENTZ, MAC GILLAVRY, HOEK, BOSSCHA, J. A. C. OUDEMANS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, KORTEWEG, DONDERS, RAUWENHOFF, A. C. OUDEMANS JR., ZEEMAN, DIBBITS, KAMERLINGH ONNES, VAN DER WAALS, HUBRECHT, VAN RIEMSDIJK, MICHAËLIS, BAEHR, MULDER, HOFFMANN, ZAAIJER, VAN DIESEN, BIERENS DE HAAN, SCHOLS, KOSTER, VAN BEMMELEN, FRANCHIMONT, RIJKE en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts van de Letterkundige Afdeeling de Heer: VAN DER WIJCK.

— De Heeren BEHRENS, VAN GOGH en GUNNING hebben zich over hunne afwezigheid schriftelijk verontschuldigd.

— Het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst wordt gelezen en goedgekeurd.

— Naar aanleiding der alinea in de voorgelezen notulen, welke handelt over den finantieelen steun, door de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem aan de uitgave van HUYGEN's werken te verleenen, stelt de Voorzitter voor, aan Heeren Directeuren der voornoemde Maatschappij een schrijven te richten, waarin de Afdeeling Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen hare bijzondere erkentelijkheid betuigt voor de medewerking,

welke zij van de zijde der Hollandsche Maatschappij in haar streven heeft mogen ondervinden. Het voorstel wordt met acclamatie aangenomen.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken van de Akademie van de navolgenden:

1°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Gemeente-Bibliotheek te Haarlem, 25 Maart 1885; 2°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 24 Maart 1885; 3°. TH. VAN DOESBURGH, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 25 Maart 1885; 4°. DEN BEER POORTUGAEL, Gouverneur der Koninklijke Militaire Akademie te Breda, 24 Maart 1885; 5°. den Directeur der Royal Observatory te Greenwich, 26 Maart 1885; 6°. den Bibliothecaris der Academia Romana te Bucharest, 24 Maart 1885; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. D. DE HAAN, waarn. Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 5 Maart 1885; 2°. C. LEEMANS, Leiden, 7 Maart 1885; 3°. G. DEWALQUE, Secretaris der Société Géologique de Belgique te Luik, 25 Maart 1885; 4°. A. LE GRELLE, Versailles 21 Maart 1885; 5°. JOHN WILSON, Secretaris der Universiteit te Edinburg, Februari 1885; 6°. SIEGEL, Secretaris der kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 12 November 1884; 7°. den Bibliothecaris der Académie royale des Sciences te Stockholm 1884; 8°. R. THALEN, Secretaris der Société royale des Sciences te Upsala, 1 Augustus 1884; 9°. J. C. PILLING, voor de U. S. Geological Survey te Washington, 20 Augustus 1884; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— De Voorzitter deelt mede, dat hem dezer dagen een schrijven gewerd van Z.E. den Minister van Binnenlandsche Zaken, ter begeleiding van een ontwerp voor een gewijzigd

ontsmettings-regulatief, op last van Z.E. opgemaakt door drie ambtenaren van het Geneeskundig Staatstoezicht. De Minister wenschte het advies der Afdeeling over dit ontwerp, zoo mogelijk met eenigen spoed, te vernemen. Dit was oorzaak geweest, dat door hem aan eene Commissie van drie leden: de Heeren ZEEMAN, GUNNING en MAC GILLAVRY, buitentijds de taak was opgedragen, de Afdeeling in deze te dienen van advies. Hij vraagt aan den Heer ZEEMAN of de Commissie haren arbeid wellicht reeds ten einde heeft gebracht. De Heer ZEEMAN antwoordt, dat zulks nog geenszins het geval is, doch stelt het uitbrengen van het verslag in uitzicht tegen de April-vergadering.

— De Heer VERLOREN leest het 1ste gedeelte van een opstel: »Beschouwingen over de ontwikkeling der bewerktuigde wezens", hetwelk, als aanloop tot het eigenlijke onderwerp, nog slechts eene korte biologische schets bevat van den onlangs overleden natuuronderzoeker JEFFREYS.

— De Heer DONDERS deelt de uitkomsten mede der nadere onderzoekingen over de staafjes- en kegellaag van het netvlies der duif, in het physiologisch laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool verricht.

In de Vergadering van 29 Maart 1884 deelde de Heer ENGELMANN de ontdekking mede van den Heer VAN GENDEREN STORT, arts en oud-ff. v. gez. 2de kl.: dat de binnenleden der kegels van het netvlies, bij kikvorschen en bij duiven, zich verkorten onder den invloed van het licht en in het duister zich verlengen.

In de Vergadering van 28 Juni 1884 bracht de Heer ENGELMANN de verder door hem, in gemeenschap met den Heer VAN GENDEREN STORT, verkregen uitkomsten ter sprake, betreffende de bewegingen der kegels ook bij visschen en reptiliën, en deelde de merkwaardige feiten mede, die het bestaan bewijzen eener physiologische associatie der beide netvliezen en verder van een verband tusschen den verlichtingsgraad der huid van het lichaam en den toestand van pigment en kegels der beide netvliezen.

In den laatsten tijd nu heeft de Heer VAN GENDEREN STORT het netvlies der duif, zoowel na verblijf in het donker (donkerduif) als na verblijf in het licht (lichtduif), aan een nader onderzoek onderworpen en daarbij de volgende uitkomsten verkregen.

Het netvlies der duif vertoont een *geel* en een *rood veld*. Het laatste, van bijna ronden vorm, bepaalt zich schier uitsluitend tot het bovenste temporaal-quadrant; al het overige is geel veld.

In het gele veld, en wel ongeveer in de as van het oog, ligt de fovea centralis, een kleine groeve, omringd door een verheven zoom, zich van de chlorioïdeaalzijde voordoende als een rood stipje. Het roode veld strekt zich tot in de nabijheid dier groeve uit, daarvan slechts gescheiden door een smalle strook van het groene veld.

In het gele veld nu komen voor:

1. *Enkelvoudige kegels*, met draadvormige buitenleden en dikkere binnenleden, vertoonende een zoogenoemd opticus-ellipsoïde (vroeger bij de duif niet gezien), en wel drie soorten:

a. met kleine groene kogels;

b. met groote roode kogels;

c. met oranje-kogels, grooter dan de groene van *a*, kleiner dan de roode van *b*.

Van deze zijn *a* de kortste, *c* de langste, *b* van gemiddelde lengte.

2. *Dubbelkegels*, waarvan de hoofdkegel in zijn opticus-ellipsoïd een grooten groenen kogel bevat, meer peripherisch dan de kogels der enkelvoudige, terwijl de bijkegel, waarvan het binnenlid als een lange spoel aan het protoplasmatisch gedeelte van den hoofdkegel innig verbonden is, in haar peripherisch uiteinde roodbruine pigmentdroppeltjes herbergt. Zij komen in grooten getale voor.

3. *Staafjes*, even menigvuldig als de dubbelkegels.

In de fovea ontbreken de staafjes en zijn de onder 1 en 2 vermelde vormen veel fijner en korter.

Onder den invloed van licht nu trekken de binnenleden der enkelvoudige kegels zich samen, en wel bepaaldelijk

het protoplasmatische gedeelte, zoodat het zoogenoemde opticus-ellipsoïde tot de membrana limitans nadert. Ook van de dubbelkegels trekt het protoplasmatische gedeelte der hoofdkegels zich samen, waarbij in het binnenlid van den bijkegel zich een groot ellipsoïdvormig lichaam ontwikkelt, dat nabij de limitans komt te liggen.

Tevens ondergaan de staafjes bij de duif eigenaardige veranderingen, die bij den kikvorsch niet zijn opgemerkt. In het donker namelijk, terwijl de binnenleden der kegels en bijkegels weer dunner en langer worden, zwellen de binnenleden der staafjes tot groote, sterk lichtbrekende, soms afgeplatte ellipsoïden op, op profiel-coupes sterk in het oog vallende en de ontstane ruimten innemende. In de lichtduif hebben ze voor de minder sterk lichtbrekende ellipsoïdische binnenleden der dubbelkegels plaats gemaakt.

In de fovea centralis, waar de staafjes ontbreken, is samentrekking van de protoplasmatische gedeelten der kegels en dubbelkegels evenzeer waar te nemen.

In het roode veld vindt men:

1. *Enkelvoudige kegels*, grooter dan die van het gele veld en dichter bij elkander staande, en wel:

a. met kleine oranje-kogels;

b. met groote roode kogels en rood gepigmenteerd binnenlid;

c. met iets kleinere oranje-kogels;

d. met kleine geel-groene kogels.

De lengten der kegels nemen toe van *a* tot *d.*

2. *Dubbelkegels*, en wel twee soorten:

a. zoodanige, waarvan de hoofdkegel een oranje-kogel bevat;

b. zoodanige, waarvan de hoofdkegel een kleinen licht groenen of bijna ongekleurden kogel insluit.

3. *Staafjes*, geheel ontbrekende, of althans zeer spaarzaam in het midden, naar de peripherie van het roode veld meer en meer toenemende.

Van al deze vormen van enkelvoudige kegels en dubbelkegels van het roode veld trekken, onder den invloed van

het licht, de binnenleden zich samen, en ondergaan ook de staafjes gelijksoortige veranderingen.

De voornaamste nieuwe feiten, bij dit onderzoek aan het licht getreden, zijn: de zwelling van de binnenleden der staafjes in de donkerduif; de zwelling der bijkegels bij de lichtduif en het ontbreken der staafjes in het midden van het roode veld, evenals in de fovea centralis van het gele; waaruit schijnt te volgen, dat de gezichts-scherpte toeneemt naar het midden der roode velden. De ligging dier velden duidt, volgens Spreker, aan, dat ze samenwerken tot binoculair zien in de nabijheid, en wel mediaanwaarts naar beneden en voren, ter plaatse dus van waar het voedsel wordt opgenomen.

— De Heer Kamerlingh Onnes biedt voor de boekerij een exemplaar aan van de dissertatie des Heeren R. Sissingh: »Metingen over de elliptische polarisatie van het licht" en geeft een kort verslag van de wijze, waarop gewerkt werd en van de uitkomsten, door eene verbeterde inrichting der gebruikte toestellen verkregen. Het kon niet worden betwijfeld, dat de gevonden getallen die van Jamin in nauwkeurigheid belangrijk overtroffen en beter dan deze in overeenstemming waren met de theorie van Cauchy. Het gesprokene zal eerlang voor het Proces-Verbaal worden aangeboden.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VERSLAG

DER

COMMISSIE OVER HET ONTSMETTINGS-REGULATIEF.

(Uitgebracht in de Vergadering van 24 April 1885).

Ter voldoening aan het haar gegeven mandaat, heeft Uwe Commissie de eer voor te stellen, dat door de Natuurkundige Afdeeling der Academie aan den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken het volgende schrijven verzonden worde:

De Commissie:
DR. J. ZEEMAN,
J. W. GUNNING,
MAC GILLAVRY.

Aan Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage.

In antwoord op Uwer Excellentie's missive van den 19den Maart 1885, N°. 774, afdeeling M. P. (betreffende het ontsmettings-regulatief), heeft de Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Academie van Wetenschappen de eer te berichten, dat zij met belangstelling heeft kennis genomen van de concept-wijziging in het reglement, vastgesteld bij Koninklijk Besluit van 17 April 1873 (Stbl. N°. 43) en gaarne erkent, dat, volgens hare meening, de wijzigingen in het ontwerp in hoofdzaak verbeteringen zijn. Dit neemt niet weg, dat de Afdeeling in enkele punten met de ontwerpers van het concept van meening verschilt, zooals hieronder blijken zal.

Ook is de Afdeeling van oordeel, dat de bepalingen van het ontwerp hier en daar verscherpt moeten worden, omdat bij het formuleeren van een ontsmettings-regulatief, ergo: bij het regelen van practische handelingen, waarvoor de theoretische gegevens nog niet voldoende bekend zijn, men liever iets te veel dan te weinig moet doen.

Bij het geven van hare opmerkingen, zal de Afdeeling zich laten leiden door de volgorde, waarin de verschillende punten van het ontwerp behandeld worden.

DE ONTSMETTINGSMIDDELEN.

Om later te noemen redenen zou, naast stoom, verhitte lucht onder de ontsmettingsmiddelen genoemd en het minimum van temperatuur voor stoom (100° C.) tot 110° C. gebracht moeten worden.

§ I. *Algemeene regelen.*

In de 3de alinea wordt voorgeschreven:

Ontsmetting . . . . geschiedt door of onder onmiddelijk toezicht van personen, door den Burgemeester daartoe aangesteld. Deze geven eene verklaring af, dat de ontsmetting is geschied volgens deze regelen. Zonder deze verklaring wordt de ontsmetting geacht niet te hebben plaats gehad, en kan zij geene wettelijke gevolgen hebben.

Hiertegen moet opgemerkt worden, dat in kleine gemeenten de ontsmetting wel eens zal worden opgedragen aan personen, die, hoewel zij de zedelijke kwaliteiten, voor dit werk vereischt, bezitten, in den beginne voorlichting en onderricht van een deskundige behoeven. Beide zullen in den regel gegeven worden door den geneesheer, die den lijder behandeld heeft en daarbij gedurig op ontsmetting bedacht zal zijn geweest.

Nu is het niet duidelijk, waarom een geneeskundige, die door een onkundige het practisch werk bij het ontsmetten

heeft laten verrichten, niet bevoegd zou zijn eene verklaring af te geven, die wettelijke gevolgen heeft, en de onkundige werkman zulks wel zou vermogen. De Afdeeling stelt daarom voor, dat de laatste zin dezer alinea aldus aanvange:

»*de geneeskundige, onder wiens toezicht de ontsmetting heeft plaats gehad, geeft eene verklaring af,*" enz.,

en dat in de volgende alinea, luidende aldus:

»*De bedoelde verklaring kan ook afgegeven worden door den directeur van ziekenhuizen, militaire gebouwen, gevangenissen, en door den kommandant van marine-schepen*" achter de woorden »*afgegeven worden door*" worde ingelascht: »*het hoofd der gemeente-policie*".

§ II. *Regelen omtrent het ontsmetten van besmette of van besmetting verdachte voorwerpen.*

Het zal wel geen betoog behoeven, dat ontsmetting met behulp van stoom slechts mogelijk zal zijn in groote gemeenten, in zieken-inrichtingen, in opzettelijk opgerichte desinfectie-stations, bij drukke wegen van verkeer; en derhalve ontsmetten door langdurig koken regel, ontsmetten met behulp van stoom uitzondering zal blijven. Dan ware het ook wellicht beter, de gewone wijze van doen in het ontwerp op den voorgrond te plaatsen.

Nu leert de ervaring, dat vochtige warmte van 100° C. niet altijd bij machte is om smetstoffen te dooden, en raadzaam is het dus, de minimum-temperatuur in den stoomoven met een zeker aantal graden, b. v. met 10, te verhoogen. Verder dient niet te worden vergeten, dat door voor te schrijven hoe hoog het minimum van temperatuur zal zijn en hoe lang de hooge temperatuur zal inwerken, nog niet bepaald is aan welke temperatuur de te ontsmetten voorwerpen in den oven worden blootgesteld. Men kan b. v. bedden en wollen dekens zoo opeenpakken, dat de binnenste gedeelten geruimen tijd tegen de hooge temperatuur van de omgevende middelstof (hetzij dampkringslucht of waterdamp) beschut zijn. Wanneer nu die binnenste gedeelten kiemen bevatten, die eerst bij eene temperatuur boven de 100° C.

gedood worden, zal de ontsmetting niet verkregen worden. Het zal daarom wel noodig zijn voor te schrijven, dat de te ontsmetten voorwerpen in den stoomoven zoodanig moeten worden opgehangen, dat de stoom tusschen de afzonderlijke voorwerpen vrij kunne doordringen. Ook verdient het aanbeveling, de oven te voorzien van twee openingen, die door deuren gesloten kunnen worden, en elke dezer openingen te doen uitkomen in een vertrek, dat van het andere door een muur volkomen gescheiden is. Alles wat, als besmet, in het vertrek N^{0}. 1 door deur N^{0}. 1 in den oven gaat, wordt dan in het vertrek N^{0}. 2, dat steeds onbesmet moet blijven, door de deur N^{0}. 2 na eenigen tijd in ontvangst genomen.

Dergelijke inrichtingen zullen ook met voordeel gebruikt kunnen worden, indien het *regulatief*, in plaats van enkel stoom, ook heete lucht als ontsmettingsmiddel heeft opgenomen. De temperatuur in den ontsmettingsoven zou in dit geval tot 125^{0} C. moeten worden opgevoerd. Bij het gebruik van heete lucht zullen de toestellen, die dan minder kostbaar kunnen zijn, tevens grootere veiligheid voor het bedienend personeel waarborgen.

De vraag rijst ook, of het niet noodig is, bepaalde voorschriften te geven ten aanzien van het opnemen en vervoeren van voorwerpen, voor ontsmetting of vernietiging bestemd. Als zoodanig komen bijv. in aanmerking: het uiterst voorzichtig opnemen en neêrleggen, opdat zoo min mogelijk stof worde opgewoeld; het onmiddellijk bedekken en omwikkelen met kleeden, gedrenkt met sublimaat- of phenylzuur-oplossing; het in vochtige kleeden vervoeren, en bij het vervoer vochtig houden door begieten met genoemde oplossingen.

Ook kan niet genoeg worden aanbevolen, het ter vernietiging bestemde onmiddellijk op de plaats zelve te vernietigen door verbranding. Dit is uiterst gemakkelijk, indien in het besmette of van besmetting verdachte vertrek eene kachel staat. Is dit niet het geval, dan kan in de meeste gevallen eene kachel gezet worden. Ontbreekt eene stookplaats of een rookgang, dan kan eene kachelpijp, uit een raam gestoken, dikwijls van dienst zijn.

In stede van besmette voorwerpen te vervoeren, zal het toch zeker de voorkeur verdienen, ze op de plaats zelve en onmiddellijk te vernietigen.

Het ontsmetten van heel-, verlos- en ontleedkundige werktuigen, uit staal vervaardigd, geschiedt volgens het regulatief door ze in een spiritusvlam te houden. Wie dit ooit met kleine stalen voorwerpen, zooals lancetten of entnaalden, gedaan heeft, weet, dat ze door deze wijze van ontsmetten volkomen onbruikbaar worden. Daarom zou het beter zijn voor te schrijven, dat dergelijke werktuigen zorgvuldig gereinigd en daarna eenige malen door eene vlam gehaald (zoogenaamd: *geflambeerd*) moeten worden.

Omtrent het uitkloppen van dekkleeden en rouwmantels mag nog wel opgemerkt worden. dat dit geschiede op grooten afstand van woningen en niet op den openbaren weg.

§ III. *Regelen voor de ontsmetting van lijders en het onschadelijk maken van lijken.*

Bij het ontsmetten van lijders zou het dienstig zijn voor te schrijven, dat hoofd- en baardhaar niet alleen gewasschen, maar ook gekamd en met phenylzuur-oplossing ontsmet worden. De oplossing van 5 pCt. zou voor dit doel tot 2.5 pCt. verdund moeten worden.

In overweging wordt gegeven, of het niet beter zou zijn, de lijken van personen, aan eene besmettelijke ziekte overleden, na ze, in een kleed, met sublimaat- of phenylzuur-oplossing gedrenkt, te hebben gehuld, zoo spoedig mogelijk te kisten, in plaats van ze zoo spoedig mogelijk uit de woning te verwijderen.

Onder kisten wordt namelijk verstaan: het lijk in de kist, en het deksel los op de kist leggen. Het verdient aanbeveling om op den bodem der kist eene laag, eenige cM. dik, van eene stof te leggen, die gemakkelijk vocht in zich opneemt, zooals houtzaagsel, poeder van houtskool, turfstrooisel of tuinaarde, liefst bevochtigd met sublimaat- of phenylzuur-oplossing.

§ IV. *Regelen omtrent het ontsmetten van gebouwen en vertrekken en van vaar- en voertuigen.*

Terwijl de aanhef dezer § in het Concept luidt:

» *Uit het te ontsmetten vertrek worde alles verwijderd, wat door berooking met zwaveligzuurgas zou kunnen bederven*"

stelt de Afdeeling voor, dat gelezen worde:

» *Uit het te ontsmetten vertrek worde niets verwijderd*".

Het bederven door berooking met zwaveligzuurgas bestaat meer in de verbeelding dan in werkelijkheid. Mogen ook al metalen voorwerpen en gekleurde stoffen door het zwaveligzuurgas aangetast worden, dan is dit bezwaar toch oneindig geringer dan het veel grootere, dat het ontsmetten tot eene formaliteit met problematisch nut afdale.

Omtrent het goed afsluiten van het vertrek, ware het niet ondienstig meer in bijzonderheden te treden en b. v. te gelasten: dat schoorsteenen en trekgaten eerst met eene prop en dan met papier en stijfsel gesloten moeten worden; reten en naden bij ramen, deuren en in vloeren, kortom elke opening, eveneens met papier en stijfsel worde beplakt.

Waar echter vooral de aandacht op gevestigd moet worden, is de, volgens het oordeel der Afdeeling, onvoldoende en ondoelmatige berooking met zwaveligzuurgas. *Onvoldoende*, omdat het ontwerp 15 G. pijpzwavel per M^3 verlangt, en nauwkeurige proefnemingen geleerd hebben, dat sommige, zeer resistente smetstoffen, in gedroogde korsten aanwezig, niet met zekerheid te dooden zijn dan door eene hoeveelheid zwaveligzuur, verkregen door het volkomen verbranden van 40 G. pijpzwavel per M^3; *ondoelmatig*, omdat het ontwerp-regulatief voorschrijft, de lucht in het vertrek zooveel mogelijk met waterdamp te verzadigen. De waterdamp, die voor het ontsmetten met behulp van zwaveligzuur noodig mag zijn, is steeds in de lucht onzer vertrekken aanwezig. Nog meer waterdamp zal, blijkens de ervaring hieromtrent opgedaan, het aantasten, d. w. z. het bederven, van geweven stoffen bevorderen.

De Afdeeling meent daarom te moeten voorstellen, dat de hoeveelheid zwavel, per M^3 te verbranden, bepaald worde op

40 Gr.; dat tusschen de stukjes zwavel eenige vuurmakers geplaatst worden, om de verbranding vollediger te maken, en dat de in de lucht aanwezige waterdamp niet opzettelijk grooter worde gemaakt.

Voor het doen ontbranden der zwavel, is het overgieten met brandspiritus, die daarna wordt aangestoken, uitmuntend. Het woord brandspiritus is hier op zijne plaats, terwijl het voorafgaande *methyl-alcohol* dient doorgehaald te worden.

Ook moet verlangd worden dat het vertrek, waarin de zwavel ontstoken is, niet na 8 uren, maar eerst na 24 uren geopend worde. Overweging verdient het verder: te verbieden, dat het vertrek in de eerste 8 dagen in gebruik worde genomen. Is men beducht voor brandgevaar, dan zou gelast kunnen worden, eerst op den bodem van het vertrek eene blikken of ijzeren plaat, bijv. van 0.6 × 0.6 M. neder te leggen; daarop zand te strooien, en den pot met zwavel op het zand te plaatsen.

In de §§ III en IV wordt verlangd, dat zeepwater van groene zeep worde gemaakt. Het woord *zeepsop* zou wellicht de voorkeur verdienen. Ieder kan dan de zeep kiezen, die hij verlangt. Werksters en schoonmaaksters hebben haar goed vertrouwen op groene zeep ongeschonden bewaard, maar zij die weten, wat tegenwoordig al onder dien naam verkocht wordt, hebben weinig voorliefde meer voor dit handelsartikel.

Om rijtuigen enz. te ontsmetten, ware het verkieslijk, ze te plaatsen in eene gesloten ruimte, en ze te onderwerpen aan berooking met zwaveligzuurgas, volgens de zooeven besproken voorschriften.

§ V. *Regelen omtrent het onschadelijk maken van stoffen, door zieken langs verschillende wegen ontlast.*

Wanneer linnen of katoenen voorwerpen, die men niet wil verbranden, met smetstof bezoedeld zijn, zou het raadzaam wezen, ze niet uit de ziekenkamer te verwijderen, dan met sublimaat- of phenylzuur-oplossing gedrenkt.

§ VI. Voor de verzamelingen van vuil heeft het vigeerende regulatief eene bepaling, die behouden dient te blijven.

Zij luidt: »*Wanneer wegruiming niet mogelijk of niet raadzaam is, bedekke men den vuilnishoop of mestvaalt, of het verspreide vuil, met eene laag houtskool, turfmolm, asch of aarde, of wel met plaggen*". Ook het turfstrooisel verdient hierbij zeer in aanmerking te komen.

Ten slotte nog eene opmerking:

Het eigenlijke werk bij het opruimen, vervoeren en ontsmetten, zal niet altijd onder streng en deskundig toezicht kunnen geschieden. Zelfs dan, als de ontsmetters met den besten wil bezield zijn om hun plicht te doen, is het mogelijk, dat iets over het hoofd gezien of verzuimd wordt. Zal het ontsmetten afdoende helpen, dan moet met alle kracht gewaakt worden, dat er niets over het hoofd gezien of verzuimd worde. Om aan dit bezwaar te gemoet te komen, kent men maar één, maar gelukkig tamelijk afdoend, middel, en dit is:

Het personeel vooraf en bij herhaling stelselmatig oefenen, om alle verrichtingen in eene bepaalde volgorde en steeds op dezelfde wijze te doen.

Het zou daarom overweging verdienen, in het regulatief te bepalen, dat de werkzaamheden bij het ontsmetten geschieden zullen volgens een voorschrift, waarin vermeld staat, welke voorwerpen de ontsmetters zullen meêvoeren, wat ze het eerst en wat ze later zullen doen, en hoe ze het moeten doen.

Wanneer in het *Gesundheitsambt* te Berlijn, onder de leiding van Robert Koch, Doctoren en Professoren geoefend worden in het kweeken en vernietigen van smetstoffen, wordt dit (om met een minimum tijd en moeite een maximum van goede uitkomsten te verkrijgen) geleerd door bepaalde handgrepen voor te doen en te laten nadoen, ongeveer zooals bij de oefeningen in den wapenhandel.

Hetgeen in Berlijn voor Doctoren en Professoren goede uitkomsten geeft, is met uitstekend gevolg te Parijs toegepast bij de opleiding van ontsmetters. Zou eene dergelijke oefening voor toekomstige Nederlandsche ontsmetters dan onnoodig zijn?

OVER EEN EFFLUVE-OZONOMETER

EN

ONTLEDINGSSNELHEID VAN OZON.

DOOR

E. MULDER.

Vervolg *).

Alvorens over te gaan tot het doen van waarnemingen van een andere strekking, zijn nog twee reeksen van bepalingen verricht naar de methode vroeger medegedeeld, met 't oog op het verband dat schijnt te bestaan tusschen de ontledingssnelheid van ozon en het gehalte aan ozon (van het mengsel van dit gas en gewone zuurstof). De effluve-ozonometer werd als vroeger verhit tot 50°, en de manometer na 20 uur afgelezen. De manometer stond vóór de proef op de verdeeling 84,5; na effluve en ongeveer een dag rust, teekende de manometer aan 158,5 verd..

*) Zie *Versl. en Meded Kon. Akad.*, Afd. Nat., 2de Reeks, Deel XIX, pag. 194. Als gevolg van veranderingen in het Laboratorium was men genoodzaakt dezen arbeid gedurende vele maanden te staken.

Reeks III.

Aantal dagen.	Verhit tot	Temp. van het water.	Stand van den man.	Verschil.
—	—	9,2	158,8	—
1	50⁰	11,5	139,8	19,
2	»	12	126,5	13,3
3	»	11,8	114,8	11,7
4	gewone temp.	9,2	114,0	0,8
5	50⁰	12,5	107,2	6,8
6	»	12	101,5	5,7
7	»	13	97,5	4,0
8	»	12,5	94,0	3,5
9	»	13	92,0	2,0

Wordt de som der verschillen twee aan twee, drie aan drie enz. genomen (de dag dat niet werd verhit buiten gesloten), en daarvan uitgegaan, dat de ontledingssnelheid in een rechte reden staat tot het gehalte van het mengsel aan ozon, dan komt men tot het volgende:

	Gevonden.	Berekend.	Verschil.
19 + 13,3 =	32,3		
11,7 + 6,8 =	18,5	18,2	0,3
19 + 13,3 + 11,7 =	44		
6,8 + 5,7 + 4,0 =	16,5	17,4	0,9
19 + 13,3 + 11,7 + 6,8 =	50,8		
5,7 + 4,0 + 3,5 + 2,0 =	15,2	15,4	0,2.

Reeks IV.

Aantal dagen.	Verhit tot	Temp. van het water.	Stand van den man.	Verschil.
—	—	11,5⁰	159	—
1	50⁰	12,5	142,8	16,2
2	»	13	129	13,8
3	»	13,8	119,5	9,5
4	»	14	112	7,5
5	»	13	105,5	6,5
6	gewone temp.	11,5	104,5	1,0

Aantal dagen.	Verhit tot	Temp. van het water.	Stand van den man.	Verschil
7	50°	13,8	100,5	4,0
8	»	14	97,5	3,0
9	»	12,5	93,2	4,0
10	»	10,5	91	2,2
11	»	10	89,8	1,2.

Door de som der verschillen te nemen zooals vroeger, komt men tot het volgende:

	Gevonden.	Berekend.	Verschil.
16,2 + 13,8	= 30,0		
9,5 + 7,5	= 17,0	17,9	0,9
16,2 + 13,8 + 9,5	= 39,5		
7,5 + 6,5 + 4	= 18	17,2	0,8
16,2 + 13,8 + 9,5 + 7,5	= 47		
6,5 + 4 + 3 + 4	= 17,5	17,3	0,2
16,2 + 13,8 + 9,5 + 7,5 + 6,5	= 53,5		
4 + 3 + 4 + 2,2 + 1,2	= 14,4	14,3 *)	0.1.

Voorloopig zal het bestaan der gemelde wet worden aangenomen, op welke later nog bij herhaling zal worden teruggekomen bij de reeksen van waarnemingen, die zullen volgen.

Over de ontledingssnelheid van ozon bij verschillende temperaturen. Om deze te kunnen nagaan, werd het waterbad voorzien van een regulator naar Bunsen, met aether volgens de wijziging daarin gebracht door Dr. J. L. Andreae. Zoowel bij 50° als bij 30° bleef de temp. genoegzaam constant (bij 30° moest daartoe het gaskomfoor worden bedekt met een stuk plaatijzer).

Bij wijze van inleiding, zullen in het volgende de eerste waarnemingen, in deze richting gedaan, worden medegedeeld. De verdeeling 84,5 van den manometer komt overeen met een gehalte aan ozon = 0.

---

*) Als voorbeeld der gevolgde wijze van berekenen wordt nog deze waarde gegeven: 159—84,5: 104,5—84,5 = 53,5 : x
$\overline{\overline{14,3}}$.

Verhit.	Temp. van het water.	Stand van den man.
1. —	7,5⁰	152
tot 50⁰	11	137,2
2. —	12	157
tot 50⁰ en 9 uur bij 50⁰	14	118
1. —	11⁰	155
tot 30⁰	11,4	150,2
2. —	12,2	155
tot 30⁰ en 9 uur bij 30⁰	13,8	146,2.

Uit deze waarnemingen volgt, dat langer dient verwarmd te worden bij 30⁰. Verhit gedurende 24 uur bij 30⁰ was de uitkomst deze:

Verhit	Temp. van het water.	Stand van den man.	Verschil.
—	11,8⁰	160	
tot 30⁰ en 24 uur bij 30⁰	9,2	141	19.

Ter vergelijking moeten deze gegevens worden herleid tot eenzelfde gehalte aan ozon; nemen wij daartoe dat, overeenkomende met de verdeeling 160, dus met een ozongehalte overeenstemmende met 160—84,5 = 75,5 verd.

In dit geval heeft men:

Verhit.	Stand van den man.	Verschil.
1. —	160	
tot 50⁰	143,5	16,5
2. —	160	
tot 50⁰ en 9 uur bij 50⁰	119,5	40,5
1. —	160	
tot 30⁰	154,9	5,1
2. —	160	
tot 30⁰ en 9 uur bij 30⁰	151,7	8,3
3. —	160	
tot 30⁰ en 24 uur bij 30⁰	141	19.

Deze verschillen zouden de betrekkelijke hoeveelheden ozon kunnen leeren kennen, in maat onder gemelde omstandigheden ontleed. Het is evenwel duidelijk, dat, om een voorbeeld te nemen, het verschil tusschen 8,3 en 5,1 (8,3—5,1 = 3,2) daartoe te klein is, want de toestel vereischt ter afkoeling vele uren en het gehalte aan ozon is betrekkelijk grooter ingeval verhit is tot een bepaalde temperatuur, dan wanneer tevens bij die temperatuur vele uren is verwarmd. Evenmin zou het leiden tot doeltreffende uitkomsten, om bijv. het verschil te nemen van 40,5 en 8,3 (40,5—8,3 = 32,2), want het verhitten tot twee verschillende temp., zoowel als het afkoelen na verwarming, geschiedt onder verschillende omstandigheden. De hoeveelheid ozon, die wordt ontleed, moet daarenboven betrekkelijk groot wezen, zal de uitkomst eenigermate vertrouwen verdienen, niet het geval bijv. met de waarden 5,1 en 8,3. Men heeft dus uitgezien naar een andere methode, en wel de volgende gekozen.

Grondbeginsel der gevolgde methode. Bij den aanvang der proef wordt het bad zoo snel mogelijk gevuld met water van de vereischte temperatuur, en bij het einde der proef met water eener temp. als die vóór de proef. Daar het waterbad een inhoud heeft van ongeveer 13 liters, is gemakkelijk in te zien, dat het nog al bezwaar in heeft, om deze bewerking spoedig te doen geschieden. Ongeveer vijf minuten worden daartoe vereischt.

De methode nader omschreven. Het bad aanvankelijk gevuld met water, wordt gedeeltelijk geledigd met een hevel; daarna het effluve-gedeelte der buis omgeven met een koperen omhulsel, bekleed met linnen (bevochtigd met verdund zwavelzuur), en de buis gedeeltelijk gevuld met ozon volgens de bekende wijze, waarna het bad met water wordt gevuld, en van boven voorzien van twee halfronde dikke glasplaten. Den volgenden dag wordt de manometer afgelezen. Het glazen vat wordt dan gedeeltelijk geleegd, aangevuld met warm water tot de verlangde temp., en ten slotte de toestel verhit gedurende een bepaalden tijd. Is deze geëindigd, dan wordt het vat geledigd en het warme

water verwisseld voor koud water. De manometer wordt den volgenden dag afgelezen.

REEKS I.

	Verhit.	Temp. van het water.	Stand van den man.	Verschil.
1.	—	10°	162,8	
24 uur bij 30°		12	147	15,8
3.	—	12	158	
24 uur bij 50°		11,5	106	52

Herleidende tot de verdeeling 160, dus tot een betrekkelijk gehalte aan ozon overeenkomende met 160 — 84,5 = 75,5 verd., heeft men:

REEKS I.

	Verhit.	Stand van den man.	Verschil.
1.	—	160	
24 uur bij 50°		144,7	15,3
2.	—	160	
24 uur bij 30°		106,6	53,4.

In de proef bij 50° was betrekkelijk weinig ozon overgebleven, en de gevonden waarde van de hoeveelheid ozon ontleed, zal dus wat te laag kunnen zijn. Ook was het verschil in ozongehalte der twee bepalingen bij het einde betrekkelijk groot, terwijl eerst vele uren na de proef werd afgelezen (zooals vroeger); niet onwaarschijnlijk is daardoor de waarde 15,3 wat te groot. Het bleek daarenboven, dat, na ontleding van het ozon door langdurig verhitten, de stand van den manometer merkbaar afweek van den oorspronkelijken stand (84,5), zoodat het raadzaam schijnt bij 50° betrekkelijk korten tijd te verwarmen.

De volgende bepalingen werden gedaan met een anderen toestel op gelijke wijze ingericht; met dit verschil, dat de manometer was vervaardigd van dezelfde glassoort als de buis met effluve-inrichting (terwijl de manometer vrij hing in

de buis onder de effluve-inrichting). Men liet nu ongeveer eenzelfde hoeveelheid ozon ontleden bij 30° en 50°; de manometer werd als vroeger den volgenden dag afgelezen. De verdeeling 50° komt overeen met een ozongehalte = 0.

Reeks II.

Verhit.	Temp. van het water.	Stand van den man.	Verschil.
1. —	12,2°	130,5	
6 uur bij 50°	14,5	105,9	24,6
2. —	15,5	128,5	
48 uur bij 30°	16,5	101	27,5.

Door een eenvoudige toepassing van meergenoemde wet werd berekend de hoeveelheid ozon ontleed in 24 uur:

Reeks II.

Verhit.	Stand van den man.	Verschil.
1. —	130,5	
24 uur bij 50°	68,9	61,6
2. —	128,5	
24 uur bij 30°	113,3	15,2.

Herleid tot eenzelfde gehalte aan ozon heeft men:

Reeks II.

Verhit.	Stand van den man.	Verschil.
1. —	130	
24 uur bij 30°	114,6	15,4
2. —	130	
24 uur bij 50°	68,7	61,3.

Herleid op den vorigen manometer en het ozongehalte in Reeks I worden deze waarden:

Reeks II.

Verhit.	Stand van den man.	Verschil.
1. —	125,5	
24 uur bij 30°	111,0	14,5
2. —	125,5	
24 uur bij 50°	67,7	57,8.

Deze getallen drukken uit, zooals bekend, de betrekkelijke hoeveelheid ozon in *maat* ontleed, en derhalve tevens in *moleculen*.

Uit het medegedeelde is gemakkelijk op te maken, dat de snelheid der moleculen als zoodanig betrekkelijk weinig invloed uitoefent op de ontledingssnelheid van ozon, maar de toestand van dislocatie dezer moleculen, die bij verhooging in temperatuur tot een zekere grens toeneemt, de ontledingssnelheid vooral bepaalt.

Door nieuwe reeksen van bepalingen hoopt men het materiaal te kunnen verzamelen, noodig ter behandeling van het theoretisch gedeelte van het onderwerp.

Utrecht, 24 April 1885.

OVER VERBAND

TUSSCHEN

SCHEIKUNDIG KARAKTER EN SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

Voor eenige jaren *) ben ik bij het onderzoek naar den invloed van verschillende zuren op het soortelijk draaiingsvermogen der kina-alkaloïden tot de overtuiging gekomen, dat deze invloed door eenige zeer eenvoudige wetten wordt bepaald, die met de volgende woorden kunnen worden uitgedrukt:

1⁰. *Eenzurige* alkaloïden, in den vorm van zouten onder gelijke omstandigheden van concentratie in waterige oplossing gebracht, vertoonen hetzelfde S. D. V., onverschillig aan welk zuur zij gebonden zijn. Eene overmaat van zuur, mits niet ten gevolge van zeer groote overmaat door wateronttrekking storend, heeft daarop geen merkbaren invloed.

2⁰. *Tweezurige* alkaloïden vertoonen in den vorm van neutraal zout een *ander* en *hooger* S. D. V. dan in den vorm van basisch zout. Het S. D. V. dezer alkaloïden is onder

---

*) Natuurkundige Verhandelingen van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Deel XVI. *Verslagen en Mededeelingen* der K. A. v. W. te Amsterdam, 2de Serie, T. 12, p. 257 en T. 14, p. 360. *Archives Néerlandaises* X, 193 en XV, 155. *Ann. der Chem. u. Pharm.*, **182**, 33; **197**, 48; **209**, 38. *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, I, p. 18. 11.

den invloed van *sterke* zuren, nagenoeg gelijk bij elke reeks van zouten, maar merkbaar geringer, wanneer zij vooral in neutrale zouten, aan zwakke, in het bizonder aan organische zuren zijn gebonden. Overmaat van zuur, aan de neutrale zouten toegevoegd, heeft hier wel degelijk een gewichtigen invloed; daardoor toch wordt allengs een maximum van S. D. V. bereikt, dat zoowel voor zwakke als sterke zuren nagenoeg hetzelfde is.

De verklaring van deze laatste verschijnselen meende ik te vinden in den ontledenden invloed van het water; naarmate de hoeveelheid daarvan afwisselt en naar gelang van den aard van het zout, moesten, mijns inziens, verschillende hoeveelheden neutraal zout, onder afscheiding van zuur en vorming van een basisch zout met lager S. D. V., worden ontleed.

Dat toevoeging van vrij zuur deze ontleding tegen moet gaan en dus het S. D. V. gaande weg moet doen stijgen, meende ik in overeenstemming met hetgeen ons omtrent dissociatie van zouten in oplossing bekend is, te mogen aannemen.

Terwijl van de eenzurige bases aanvankelijk slechts die uit de kinabasten (kinamine en konkinamine) werden onderzocht, verrichtte later H. TYKOZINER *) onder mijne leiding dergelijk onderzoek met brucine, strychnine, morphine en codeïne en verkreeg hij daarbij weder juist dezelfde uitkomsten.

Ik stelde mij nu de vraag voor, of dezelfde regels, die op alkaloïden van toepassing waren, ook voor optisch actieve zuren golden. Ten deele is deze vraag reeds min of meer beantwoord door de uitkomsten van LANDOLT omtrent het S. D. V. der tartraten en van enkele camphoraten en door die van HOPPE SEYLER ten aanzien van een paar cholzure zouten; maar het aantal verbindingen, die in dit opzicht waren bestudeerd, was betrekkelijk gering, zoodat het mij

*) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, T. I, p. 144.

wenschelijk scheen, het onderzoek over nog andere optisch actieve stoffen uit te strekken.

Intusschen wordt een dergelijke arbeid door velerlei omstandigheden bemoeilijkt. Vooreerst zijn er weinig optisch actieve organische zuren in genoegzame hoeveelheid of in voldoenden staat van zuiverheid te verkrijgen, om daarmede uitgebreide onderzoekingen te doen. Van sommige is het S. D. V. te gering, om het verschijnsel nauwkeurig genoeg te kunnen nagaan. Vele zuren vormen slechts met enkele bases in water oplosbare zouten of hebben geen scherp begrensd scheikundig karakter.

Toch heb ik een aanvang gemaakt met het onderzoek van *podocarpinezuur* en van *kinazuur*, verbindingen die, zooals bekend is, zich als *éénbasisch* gedragen.

Alvorens tot de mededeeling van de verkregene uitkomsten over te gaan, moet ik nog opmerkzaam maken op het zonderlinge feit, dat het vraagstuk, waarmede ik mij thans bezig houd, al is het dan ook niet geheel onopgelost gebleven, nooit duidelijk in zijne wezenlijke beteekenis is erkend. In de verhandeling van LANDOLT omtrent het S. D. V. van wijnsteenzuur en de tartraten wordt wel gehandeld over de eenvoudige verhoudingen, die hij tusschen het S. D. V. van het zuur en zijne beide reeksen van zouten meende te vinden; maar dat er een bepaald verband bestaat tusschen de basiciteit van het zuur en zijn S. D. V., zooals het zich in zijne zouten vertoont, wordt niet vermeld. Evenmin is dit het geval met de verhandeling van HOPPE SEYLER, waarin overigens het verband tusschen S. D. V. en chemische constitutie veel verder wordt uitgestrekt, dan in mijne bedoeling ligt.

De onderzoekingen omtrent het S. D. V. zijn verricht met den polaristrobometer; de verkregen uitkomsten hebben dus betrekking op de gele natriumlijn D.

Het uit waterige oplossing gekristalliseerde kinazuur bevat één molecule kristalwater, dat eerst bij verhitting op 150° C. ontwijkt. Bij het berekenen van het S. D. V. der molecule $C_7 H_{12} O_6$ dient daarop natuurlijk te worden gelet.

De proeven, dienende om den invloed van verschillende

hoeveelheden alkali na te gaan, werden zoodanig uitgevoerd, dat de afgewogene hoeveelheid zuur eerst in weinig water werd opgelost, daaraan de gewenschte hoeveelheid basis werd toegevoegd en nu de vloeistof tot een bepaald volumen werd gebracht. De invloed der alkalische aarden en metaal-oxyden werd afgeleid uit prooven, met de gekristalliseerde kinaten dezer bases genomen.

Overigens heb ik ten aanzien van de gevolgde methode naar mijne vroegere onderzoekingen te verwijzen en ga ik thans tot het mededeelen der verkregene uitkomsten over.

Podocarpinezuur met kali.

ol. 1 op nol. $_{22}O_3$	p	l	v	t	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_{17}H_{21}KO_3$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_{17}H_{22}O_3$
1	0.3760 Gr.	302.8 mM.	22 C.C.	19° C.	6°57′			
"	" "	" "	" "	" "	6°58′	6°57′	+ 117°.9	+ 134°.3
"	" "	" "	" "	" "	6°57′			
6	0 3756 "	" "	" "	" "	6°59′			
"	" "	" "	" "	" "	7° 9′	6°59′	+ 118°.5	+ 135°.1
"	" "	" "	" "	" "	6°58′			

Podocarpinezuur met Natron.

Iol. OH l mol. $_{22}O_3$	p	l	v	t	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_{17}H_{21}NaO_3$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_{17}H_{22}O_3$
1	0.3717 Gr.	302.8 mM.	22 C.C.	19° C.	6°50′			
"	" "	" "	" "	" "	6°50′	6°50′	+ 123°.4	+ 133°.3
"	" "	" "	" "	" "	6°51′			
6	0.3754 "	" "	" "	" "	6°56′			
"	" "	" "	" "	" "	6°57′	6°57′	+ 124°.4	+ 134°.4
"	" "	" "	" "	" "	6°57′			

Podocarpinezuur met ammonia.

Mol. NH_3 op 1 mol $C_{17}H_{22}O_3$	*p*.	*l*	*v*	*t*	*α* gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_{17}H_{21}(NH)_4O_3$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_{17}H_{2}$[illegible]
1	0.3741 Gr.	302.8 mM.	22 C.C.	19° C.	6°50′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°51′	6°51′	+ 153°.0	+ 1[illegible]
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°52′			
6	0.3761 ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°58′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°58′	6°58′	+ 126°.5	+ 134[illegible]
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°58′			

Kinazuur.

p	*l*	*v*	*t*	*α* gevonden.		$(\alpha)_D$ gevonden op $C_7H_{12}O_6 + H_2O$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{12}O_6$
0.3136 Gr.	303.8 mM.	20 C.C.	16° C.	1°58′.5			
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	1°58′.5			
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	1°58′.5	1°59′	— 41°.6	— 45°.5
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	2° 0′			
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	2° 0′			
0.3190 ″	″ ″	″ ″	″ ″	2° 0′			
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	2° 1′	2° 1′	— 41°.6	— 45°.5
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	2° 3′			
0.6526 ″	″ ″	″ ″	″ ″	4° 8′.5			
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	4° 6′.5	4° 8′	— 41°.7	— 45°.6
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	4° 8′			
0.6878 ″	″ ″	22 ″	″ ″	4° 3′.5	5° 4′	— 42°.8	— 46°.7
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	4° 5′			
1.2316 ″	″ ″	20 ″	″ ″	8° 0′	8° 0′	— 42°.8	— 46°.7
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	8° 0′			
2.5414 ″	″ ″	″ ″	″ ″	15° 1′	15° 1′	— 42°.8	— 46°.7
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	15° 1′			

Kinazuur met Kali.

ol.)H mol. $_{12}O_6$	*p*	*l*	*v*	*t*	*α* gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{11}KO_6$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{12}O_6$
1	0.5782 Gr.	303.8 mM.	22 C.C.	16° C.	3°33'	3°33'	—40°.6	—48°.6
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°33'5			
2	0.5754 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°34'	3°33'	—40°.6	—48°.8
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°32'			
3	0.5765 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°31'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°33'	3°33'	—40°.7	—48°.9
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°34'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°33'			
3	1.1748 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	7°22'	7°22'5	—41°.6	—49°.9
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	7°23'			
3	1.9700 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	11°10'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	11°13'	11°12'	—41°.5	—49°.7
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	11°12'			

Kinazuur met Natron.

ol. OH mol. $_{12}O_6$	*p*	*l*	*v*	*t*	*α* gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{11}NaO_6$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{12}O_6$
1	0.5752 Gr.	303.8 mM.	22 C.C.	16° C.	3°31'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°33'	3°33'	—42°.9	—48°.9
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°34'			
2	0.5778 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°34'5			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°36'	3°33'	—43°.7	—48°.7
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°32'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°31'			
3	0.5771 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°34'5			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°34'5	3°45'0	—44°.0	—49°.0
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°33'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	3°35'			
3	1.5458 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	9°36'			
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	9 34'	9°36'	—41°.3	—49°.3
〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	9 37'			

Kinazuur met Ammonia.

Mol. NH_3 op 1 mol. $C_7H_{12}O_6$	p	l	v	t	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{11}(NH_4)O_6$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{12}O_6$
1	0.5757 Gr.	303.8 mM.	22 C.C.	16° C.	3°28′5	3°29′	— 44°.0	— 4[illegible]
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°29′			
2	0.5718 ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°31′5	3°28′5	— 44°.3	— 4[illegible]
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°28′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°26′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°28′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°28′5			
3	0.5754 ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°34′5	3°32′5	— 44°.9	— 4[illegible]
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°32′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°31′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°31′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	3°32′5			
3	1.7694 ″	302.8 ″	″ ″	″ ″	10°46′	10°45′	— 44°.1	— 4[illegible]
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	10°44′			
″	″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	10°45′			

Baryumkinaat.

$(C_7H_{11}O_6)_2Ba + 6H_2O$.

p	l	v	t	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $(C_7H_{11}O_6)_2.Ba$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7H_{12}O_6$
1.4899 Gr.	303.8 mM.	20 C.C.	17° C.	6°27′	6°28′	— 34°.6	— 46°.5
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°28′			
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	6°29′			
3.5938 ″	″ ″	″ ″	″ ″	15°54′	15°53′5	— 35°.2	— 47°.5
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	15°53′			
4.9385 ″	″ ″	″ ″	″ ″	22°12′	22°12′	— 35°.8	— 48°.3
″ ″	″ ″	″ ″	″ ″	22°12′			

Strontiumkinaat

$(C_7 H_{12} O_6)_2 Sr + 10 H_2 O.$

p	*l*	*v*	*t*	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $(C_7 H_{11} O_6)_2 Sr.$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7 H_{12} O_6$
0.7394 Gr.	303.8 mM.	22 C.C.	16° C.	2°47'			
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	2°49'	2°46'5	— 37°.9	— 46°.2
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	2°49'5			
1.0281 〃	〃 〃	19 〃	〃 〃	4°44'	4°44'	— 39°.8	— 48°.7
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	4°44'			
2.1295 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	10°14'			
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	10°15'	10°14'	— 40°.3	— 49°.2
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	10°14'			

Calciumkinaat

$(C_7 H_{11} O_6)_2 Ca + 10 H_2 O.$

p	*l*	*v*	*t*	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $(C_7 H_{11} O_6)_2 Ca$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7 H_{12} O_6$
0.4763 Gr.	303.8 mM.	20 C.C.	17° C.	2 13'			
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	2°14'	2°14'	— 44°.0	— 48°.4
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	2°14'			
0.9587 〃	〃 〃	22 〃	〃 〃	4° 9'			
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	4° 6'	4° 7'	— 44°.3	— 48°.7
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	4° 6'			
1.1078 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	4°43'			
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	4°43'	4°43'	— 44°.0	— 48°.3
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	4°13'			
2.6350 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	11°49'	11°49'	— 46°.4	— 51°.0
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	11°49'			
3.7440 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	17° 8'5			
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	17°12'	17°10'5	— 47°.3	— 52°.2
〃 〃	〃 〃	〃 〃	〃 〃	17°11'			

Magnesiumkinaat

$(C_7 H_{11} O_6)_2 Mg + 6 H_2 O$.

p	l	v	t	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $(C_7 H_{11} O_6)_2 Mg$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7 H_{12} O_6$
0.9314 Gr.	303.8 mM.	22 C.C.	17° C.	4°37′			
" "	" "	" "	" "	4°34′	4°36′	—45°.3	—47°.9
" "	" "	" "	" "	4°37′			
1.6850 "	" "	20 "	" "	9°30′5	9°31′	—47°.1	—49°.8
" "	" "	" "	" "	9°31′5			
3.4714 "	" "	" "	" "	20° 3′	20° 2′5	—48°.1	—50°.9
" "	" "	" "	" "	20° 2′			

Zinkkinaat

$(C_7 H_{11} O_6)_2$. Zn.

p	l	v	t	α gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $(C_7 H_{11} O_6)_2 Hg$	$(\alpha)_D$ berekend op $C_7 H_{12} O_6$
0.4656 Gr.	303.8 mM.	20 C.C.	17° C.	3° 2′			
" "	" "	" "	" "	3° 1′5	3° 2′	—42°.9	—49°.9
" "	" "	" "	" "	3° 2′			
0.8350 "	" "	22 "	" "	5° 7′			
" "	" "	" "	" "	5° 9′	5° 9′	—44°.7	—52°.0
" "	" "	" "	" "	5° 9′5			
0.8438 "	" "	" "	" "	5°18′			
" "	" "	" "	" "	5°19′	5°19′	—45°.6	—53°.3
" "	" "	" "	" "	5°20′			
1.3336 "	" "	20 "	" "	9°28′	9°28′	—46°.9	—54°.6
" "	" "	" "	" "	9°28′			

Vatten wij de verkregene uitkomsten samen, dan blijkt;
1°. *Dat in waterige oplossingen van geringe concentratie het*

podocarpinezuur en het kinazuur, in den vorm van verschillende zouten, nagenoeg hetzelfde S. D. V. vertoonen of, zooals andere scheikundigen gewoon zijn het uit te drukken:

dat het moleculaire draaiingsvermogen der onderscheidene podocarpaten en kinaten onder gelijke omstandigheden van concentratie nagenoeg even groot is *).

Dit verschijnsel komt dus overeen met dat, hetwelk bij onderzoek van den invloed van zuren op éénzurige alkaloïden door mij is verkregen.

De volgende tabellen zullen dit nader kunnen toelichten. In de eerste vinden wij het S. D. V. van podocarpinezuur, zooals het zich in verdunde oplossingen der alcalizouten voordoet; in de tweede die voor kinazuur, in den vorm van verschillende zouten en wel voor eene concentratie, die ongeveer overeenkomt met 3 moleculen (in milligrammen uitgedrukt) op 22 C. C. vocht, (2½ pCt. kinazuur)

S. D. V. van podocarpinezuur

In	den	vorm	van	kaliumzout	+ 134°.3
»	»	»	»	natriumzout	+ 133°.3
»	»	»	»	ammoniumzout	+ 133°.0

S. D. V. van kinazuur
(als $C_7 H_{12} O_6$ berekend)

In	den	vorm	van	kaliumkinaat	— 48°.8
»	»	»	»	natriumkinaat	— 48°.9
»	»	»	»	ammoniumkinaat	— 47°.9
»	»	»	»	baryumkinaat	— 46°.6
»	»	»	»	strontiumkinaat	— 48°.7
»	»	»	»	calciumkinaat	— 48°.7
»	»	»	»	magnesiumkinaat	— 47°.8
»	»	»	»	zinkkinaat	— 51°.0

*) Ik heb de uitdrukking *moleculair draaiingsvermogen* overigens met voordacht vermeden, omdat ik meen, dat de voorstelling, die ik van de onderzochte verschijnselen geef, duidelijker is, dan die welke door het begrip van M. D. V. wordt verkregen. Buitendien brengt de vergelijking der numerische waarden meer bezwaar met zich mede.

Neemt men het gemiddelde uit deze waarden, dan verkrijgt men — 48.5 en men ziet:

1°. *dat de afwijkingen tusschen de verkregene waarden en dit midden over het geheel vrij gering zijn;* alleen het barynm- en het zinkzout wijken er eenigszins sterk van af. Hoogst waarschijnlijk zijn deze afwijkingen het gevolg van storende invloeden van allerlei aard, als bijv. van den invloed der concentratie, waarnemingsfouten, onzuiverheden van de gebezigde zouten, enz. Het S. D. V. van het magnesiumzout is waarschijnlijk iets te laag gevonden; dit zout vertoonde, vermoedelijk ten gevolge van onreinheden van het zuur uit den handel, sterke neiging om zich roodachtig te kleuren. Van het ammoniumkinaat is het opgegeven cijfer, afgeleid uit de eerste waarneming, wellicht insgelijks te klein; wij zien dat bij overmaat van ammonia eene eenigszins hoogere waarde werd verkregen, en dit brengt op het vermoeden, dat het volkomen neutrale zout eene geringe dissociatie bij de oplossing in water ondergaat. Het cijfer, verkregen bij toevoeging van 3 NH_3 aan 1 $C_7H_{12}O_6$, komt juist overeen met hetgeen bij kali en natron was gevonden.

2°. *Dat (overeenkomstig met hetgeen vroeger omtrent den invloed van overmaat van zuur op éénzurige alkaloïden is gevonden) overmaat van basis (kali, natron, ammoniak) aan de overeenkomstige podocarpaten en kinaten toegevoegd, het S. D. V. niet of nauwelijks merkbaar wijzigt.*

3°. *Dat de invloed der concentratie zich in zeer verschillende mate bij de onderscheidene kinaten doet gevoelen; (zeer weinig bij die der alcalimetalen, betrekkelijk sterk bij de kinaten van de alcalische-aardmetalen en het zink)* voorts *dat aan eene grootere concentratie over het geheel een grooter S. D. V. beantwoordt.*

Alvorens verder te gaan zij het mij veroorloofd, te antwoorden op eenige bedenkingen, welke wellicht bij dezen en genen naar aanleiding van de door mij gedane onderzoekingen kunnen opkomen.

LANDOLT *) heeft door een uitvoerig en zeer verdienstelijk onderzoek omtrent den invloed van verschillende oplosmiddelen op het S. D. V. van links- en rechtsdraaiende terpentijnolie, nicotine en aethyltartraat aangetoond, dat het eigenlijk S. D. V. van eene actieve stof wordt voorgesteld door de waarde, die deze in geïsoleerden toestand vertoont en dat men bij vergelijking van verschillende actieve lichamen ten aanzien van het S. D. V. alleen van deze waarden mag uitgaan, die trouwens ook berekend kunnen worden uit 2 of 3 verschillende oplossingen van ééne zelfde stof in hetzelfde oplosmiddel.

Het mag nu verwondering baren, dat ik, ofschoon met de uitkomsten van LANDOLT bekend, *toch* meen, aan de door mij verkregen resultaten bij onderzoek van zeer verdunde oplossingen eenige waarde te mogen hechten. Ten aanzien van dit punt meen ik, de volgende opmerking te mogen maken:

1°. In de eerste plaats hebben mijne onderzoekingen betrekking op ééne enkele stof, welke door onderscheidene inactieve stoffen ten aanzien van het S. D. V. zou kunnen worden aangedaan. Dit geval is dus eenigszins anders dan dat, waarop de onderzoekingen van LANDOLT betrekking hebben.

2°. Neemt men aan de eene zijde met LANDOLT aan, dat de eigenlijke beteekenis van het S. D. V. eener actieve stof slechts toekomt aan die waarde, welke bij het onderzoek daarvan in geïsoleerden toestand wordt gevonden — aan den anderen kant is men niet gerechtigd, de waarde te ontkennen van de voorstellingswijze, door TH. THOMSEN bij zijne beschouwingen omtrent multiple draaiingsvermogens gegeven en waarbij tegenover den éénen grenstoestand (oneindig veel stof + 0 oplosmiddel) eene andere wordt gesteld (oneindig veel oplosmiddel + 0 stof), die bij onderzoekingen als de onderwerpelijke *eveneens* in aanmerking komt.

*) Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen Braunschweig. F. VIEWEG in Lahn. 1879.

Zonder nu met THOMSEN te willen medegaan, waar hij tusschen de S. D. V. van actieve stoffen in opgelosten toestand zekere eenvoudige verhoudingen meent te vinden, ben ik toch van oordeel, dat de grondslag, waarvan hij uitgaat, vast genoeg is, om er op voort te bouwen.

Bij mijn onderzoek omtrent het S. D. V. van kinamine en conchinamine, in den vorm van verschillende zouten en wel in zeer verdunde oplossingen, verkreeg ik cijfers, welke zoo weinig verschilden, dat aan een spel van het toeval niet kon worden gedacht en dat ik mij wel *genoodzaakt* vond, te erkennen, dat het onderzoek van verdunde oplossingen het bestaan van bepaalde wetten ten aanzien van het S. D. V. zou kunnen onthullen. En hoe meer het onderzoek in deze richting zich uitstrekte, hoe meer ik *wel* bevestiging maar *geen* tegenspraak van de waargenomenen regelmaat aantrof. Ik acht mij dus genoegzaam gerechtvaardigd, zoo ik op den ingeslagen weg voortga.

Ik ga er nu toe over, door anderen gedane waarnemingen hier in verband met de door mij geopperde theorie te vermelden.

HOPPE-SEYLER *) vond voor verdunde oplossingen van cholzuur kalium en natrium de volgende cijfers:

Naam der stof.	Gewicht aan zout op 100 C.C. der oplossing.	$(\alpha)_D$ gevonden.	$(\alpha)_D$ berekend op het zout.	$(\alpha)_D$ berekend op $C_{24}H_{40}O_5$
Cholzuur kalium $C_{24}H_{39}O_5.K$	6.0044 Gr.	+ 6°.8	+ 28°.2	+ 31°.0
Cholzuur natrium $C_{24}H_{39}O_5.Na$	9.0244 "	+ 9°.9	+ 27°.4	+ 28°.6

*) J. f. p. C. 89, p. 269 en 272.

Toevoeging van kali verminderde (waarschijnlijk tengevolge van wateronttrekking) in sterke mate het S. D. V.

Omtrent enkele zouten van het tweebasische rechts draaiende kamferzuur vinden wij de volgende opgaven van LANDOLT *).

Naam der stof.	Gewicht van het zout op 100 C.C. der oplossing.	$(\alpha)_D$ gevonden en op het zout berekend.	$(\alpha)_D$ berekend op $C_{10}H_{16}O_4$
Kaliumcamphoraat ($C_{10}H_{14}K_2O_4$)	4	+ 14°.53	+ 20°.1
Natriumcamphoraat ($C_{10}H_{14}Na_2O_4$)	4	+ 16°.58	+ 20°.6
Ammoniumcamphoraat ($C_{10}H_{14}(NH_4)_2O_4$)	4	+ 17°.60	+ 19°.6

Omtrent het S. D. V. van zure camphoraten heb ik geene opgaven gevonden. Intusschen ware het wenschelijk, daaromtrent gegevens te bezitten; het zure ammoniumzout is in elk geval zeer oplosbaar en zou voor eene nauwkeurige bepaling van het draaiingsvermogen geschikt zijn.

Eindelijk vermeld ik hier de door LANDOLT †) gedane waarnemingen omtrent het S. D. V. van verschillende tartraten in verdunde oplossingen, meestal overeenkomende met 7.69 Gr. wijnsteenzuur op 100 C.C.

*) H. LANDOLT, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen, p. 225.

†) *Ber. d. D. Chem. Gesellsch.* VI. 1073 en verv.

T = 20° C.

	Formule van het zout.	$(\alpha)_D$ berekend op watervrij zout.	$(\alpha)_D$ berekend op $C_4 H_6 O_6$
Zure zouten.	$C_4 H_5 Li O_6$	+ 27°.4	+ 28°.5
	$C_4 H_5 NH_4) O_6$	25°.7	28°.5
	$C_4 H_5 Na O_6$	24°.0	27°.5
	$C_4 H_5 K O_6$	22°.6	28°.3
	$C_4 H_5 (As O) O_6$	16°.9	27°.1
Neutrale zouten.	$C_4 H_4 Li_2 O_6$	+ 35°.8	+ 38°.6
	$C_4 H_4 (Na_4)_2 O_6$	34°.3	42°.0
	$C_4 H_4 (Na_2 O_6$	30°.9	39°.9
	$C_4 H_4 K_2 O_6$	28°.5	43°.0
	$C_4 H_4 Mg O_6$	35°.9	41°.2
	$C_4 H_4 (NH_4) Na O_6$	32°.7	41°.2
	$C_4 H_4 (NH_4) KO_6$	31°.1	42°.6
	$C_4 H_4 Na KO_6$	29°.7	41°.6
	$C_4 H_4 K. (C_2 H_5) O_6$	29°.9	43°.1
	$C_4 H_4 (Ba\frac{1}{2}) (C_2 H_5) O_6$	25°.7	42°.0
	$C_4 H_4 (As O) KO_6$	21°.1	39°.2

Uit vorenstaand overzicht blijkt, dat het tweebasische wijnsteenzuur in den vorm van zure zouten steeds nagenoeg hetzelfde S. D. V. vertoont; hetzelfde is het geval met het zuur, waar het in den vorm van neutrale zouten in opgelosten toestand voorkomt, maar het bedrag der S. D. V. is in beide gevallen zeer verschillend en grooter in de neutrale dan in de zure verbindingen.

Afwijkingen van het gemiddelde in beide reeksen zijn

zonder twijfel aan storende invloeden, vooral aan dien der concentratie, toe te schrijven.

In verband met mijne vroegere onderzoekingen omtrent alkaloïden, wenschte ik nu nog ééne vraag beantwoord te zien, namelijk of overmaat van basis, aan de neutrale zouten toegevoegd, eenigen wijzigenden invloed op het S. D. V. van het wijnsteenzuur uitoefent. Ofschoon dit wel niet te verwachten was, heb ik er mij toch door de proef van willen overtuigen. Het resultaat was echter negatief, zooals men uit het volgende tabelletje zien kan, waarin ik ongeveer dezelfde concentratie heb in acht genomen, als door LANDOLT bij zijne proeven is gekozen, maar waarbij dan veel meer alcali aan het zuur was toegevoegd dan ter volledige verzadiging noodig was.

Gewicht van het gebezigde wijnsteenzuur op 100 C.C.	Moleculen alcali op 1 mol. zuur.	v	l	(α) gevonden.		$(\alpha)_D$ berekend op $C_4H_6O_6$
1.5374	6 KOH	22 C.C.	302.8 mM.	9°13′ 9°13′	9°13′	+ 42°.2
1.5800	6 NaOH	" "	" "	8°44′ 8°46′	8°45′	+ 39°.9
1.5684	6 NH_3	" "	" "	8°54′ 8°54′	8°54′	+ 41°.3
1.4725	20 NH_3	19 "	" "	9 30′		+ 40°.5

De uitkomst van de met wijnsteenzuur gedane onderzoekingen strookt derhalve geheel met hetgeen ik a priori uit mijne theorie meende te mogen afleiden. Vergelijken wij haar evenwel met die, welke ik bij het onderzoek der meerzurige kinabases onder den invloed van zuur in overmaat verkreeg, dan is er een belangrijk verschil. Bij toevoeging van 2 moleculen alcali of daarmede aequivalente basis is het maximum van S. D. V. bereikt, en overmaat daarvan oefent geen merkbaren invloed meer uit. Daarentegen moet men vooral van zwakke organische zuren veel meer dan

2 molec. aan 1 molec. alkaloïde toevoegen om het maximum te bereiken.

Dit verschijnsel evenwel kan ons geene verwondering baren, wanneer wij bedenken, dat de neutrale tartraten in waterige oplossing geene ontleding of dissociatie ondergaan en daarentegen de neutrale zouten van kinine en analoge bases (meestal doorgaande onder den naam van *zure* zouten) door water wel degelijk worden gedissocieerd.

Bij de tartraten zijn er evenwel toch enkele zaken op te merken, die ten zeerste de aandacht verdienen.

1⁰. In de eerste plaats komt de vraag bij ons op, waarom het vrije zuur zich ten aanzien van het S. D. V. anders voordoet, wanneer het in water is opgelost, dan wanneer het, aan eene of andere basis gebonden, daarin is verdeeld. Uit het oogpunt van sommige scheikundige theorieën, zou men eerder verwachten: òf dat de waterstofverbinding van de analoge atoomgroep zich zou gedragen geheel overeenkomstig met het *kalium-*, *natrium-* of *ammonium*-derivaat van dezelfde reeks, òf dat er trapsgewijze vermeerdering van het S. D. V. zou worden waargenomen, naarmate de affiniteit van zuur tot bases grooter is; en intusschen is hiervan niets te bemerken. Het zuur (de waterstofverbinding) is hier eene eigene *species*, en de zure en neutrale zouten, waarin de waterstof der CO_2H groepen geheel of gedeeltelijk door metalen zijn vervangen, vormen twee andere afzonderlijke klassen.

Hoe het in dit opzicht met het kinazuur gesteld is, is moeilijk uit te maken. Er is een verschil waar te nemen tusschen het S. D. V. van het zuur in vrijen toestand en in den vorm van zouten, maar dit is niet zeer groot en men zou er aan kunnen twijfelen of hier weder niet de invloed der concentratie in het spel is. In elk geval heeft het verschijnsel een veel minder in het oog vallend karakter dan bij het wijnsteenzuur.

2⁰. Eigenaardig is in de tweede plaats de wijze, waarop zich het radicaal Antimonyl ten aanzien van de wijziging van het S. D. V. gedraagt. Berekent men het S. D. V. van het wijnsteenzuur zooals het zich in den vorm van braak-

wijnsteen voordoet, zoo vindt men + 334, eene waarde die veel grooter is dan die, welke bij het onderzoek van andere neutrale tartraten wordt gevonden. Men zou wellicht geneigd zijn, de oorzaak van dit verschijnsel te zoeken in de samengestelde natuur van het radicaal Sb O of *daarin*, dat Sb O neiging heeft op zich zelf als zuur radicaal te fungeeren, maar van dit denkbeeld komt men spoedig terug, wanneer men ontwaart, dat de verbindingen, die het radicaal As O bevatten, geen groot verschil opleveren met de kalium- of ammonium-verbindingen van het wijnsteenzuur; het schijnt dus iets aan het antimoon bizonder eigens te zijn, wat zich hier doet gelden. Het overeenkomstige antimonyl-ammoniummalaat, door PASTEUR onderzocht *), vertoont dezelfde zonderlinge afwijking van den gewonen regel. Zeker zou het de moeite loonen, den invloed van deze atoomgroep nader te bestudeeren.

Wat de oplossing van neutralen wijnsteenzuren aether in water betreft, LANDOLT heeft aangetoond, dat het S. D. V., op wijnsteenzuur berekend, ligt tusschen dat, hetgeen in den vorm van zure en neutrale zouten wordt waargenomen, en hij schrijft dit aan eene ontleding der verbinding onder den invloed van het water toe. Intusschen zou het van belang zijn, oplossingen van dergelijke aethers in absoluten alcohol en analoge vloeistoffen, die geen ontledenden invloed uitoefenen, te bestudeeren. Hoogstwaarschijnlijk zou men vinden, dat het S. D. V. van het wijnsteenzuur in dergelijke verbindingen onder analoge omstandigheden nagenoeg gelijk was.

Delft, Februari 1885.

---

*) *Ann. de Chimie de Physique*, [3], **31**, 85.

OVER DE DENSITEIT, DEN UITZETTINGS-COËFFICIËNT

EN DEN

BREKINGSAANWIJZER VAN AETHYLAETHER.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

INLEIDING.

Ongeveer achttien jaar zijn er verloopen, sedert ik met het onderzoek, waarvan de uitkomsten hieronder zullen worden medegedeeld, een aanvang maakte. Mijn doel was toen, een vervolg te leveren op de onderzoekingen, welke ik een paar jaar vroeger met mijn vriend Hoek had verricht en waarvan de uitkomsten zijn neêrgelegd in eene kwartoverhandeling, getiteld: *Recherches sur la quantité d'éther contenue dans les liquides par* M. Hoek et A. C. Oudemans. La Haye, M. Nijhoff 1864.

Een deel van dat onderzoek had betrekking op de bepaling der brekingsaanwijzers van eenige vloeibare scheikundige verbindingen bij verschillende temperaturen. Hiertoe werden bij voorkeur die lichamen gekozen, waarvan de densiteit en de uitzettings-coëfficient met genoegzame nauwkeurigheid waren bepaald.

Het doel van ons onderzoek was toen voornamelijk om na te gaan, of de vloeistoffen, die wij zouden onderzoeken bij alle temperaturen, gelegen tusschen 10° en het kookpunt, een constant brekingsvermogen bezaten, met andere woorden of in verband met de formule van Newton $V = \sqrt{\frac{E}{D}}$

de waarde van de uitdrukking $\frac{n^2-1}{d}$, voor de onderzochte vloeistoffen bij zeer uiteenloopende temperaturen, dezelfde was.

De uitkomst van dit onderzoek was negatief, en om de afwijkingen tusschen de berekende en gevondene waarden van dit brekingsvermogen te verklaren, nam HOEK aan, dat bij verhooging van temperatuur lichtether uit de vloeistoffen wordt uitgedreven.

De vloeistoffen, die door ons tusschen 10⁰ en het kookpunt werden onderzocht, waren: de isoamylalcohol, het aethylacetaat, het aethylbenzoaat, het aethyloxalaat en het water.

Onze bepalingen van den brekingsaanwijzer hadden altijd betrekking op de gele natriumstreep D, en bij onze berekeningen bezigden wij steeds de waarden voor de densiteiten, die door PIERRE en KOPP voor de genoemde scheikundige verbindingen zijn gevonden.

Toen ik nu besloot, het met HOEK te zamen ondernomen onderzoek alleen voort te zetten, achtte ik het vooreerst wenschelijk, den brekingsaanwijzer niet enkel voor ééne lichtstraal, maar voor zooveel mogelijk verschillende lichtstralen te bepalen en tevens de juistheid van de gegevens ten aanzien der densiteiten van de te bezigen vloeistoffen door eigen onderzoek te toetsen.

Werkelijk heb ik dit doel ten opzichte van ééne enkele vloeistof, namelijk den aethylaether, bereikt; het bleek mij echter alras, dat het plan, wat ik mij aanvankelijk had gemaakt, een reuzenarbeid zou wezen, te zwaar om door een enkel persoon zonder hulp van anderen te worden ondernomen. Aan het onderzoek van ééne vloeistof werd door mij een ingespannen arbeid van een half jaar gewijd.

Ik moest dus, wilde ik niet te eenzijdig blijven, van het voorgenomen plan afzien; dat ik de verkregene uitkomsten tot nu toe niet in het licht gaf, lag daaraan, dat ik zelf over mijn werk niet tevreden was en het volmaakter had gewenscht.

Thans, na 18 jaar, mag ik mijn arbeid van een ander

standpunt beoordeelen. Ik heb geleerd, mijne eischen lager te stellen en ofschoon ik overtuigd blijf, dat vele leemten en gebreken mijn werk aankleven, geloof ik plichtmatig te handelen, zoo ik de verkregene uitkomsten in haar geheel mededeel.

Uit den aard der zaak kan mijn onderzoek in twee onderdeelen gesplitst worden, waarvan het eene handelt over de bepaling van de densiteit en den uitzettingscoëfficiënt en het andere over de bepaling van den brekingsaanwijzer van aether voor onderscheidene lichtstralen en bij verschillende temperaturen.

I. Over de densiteit en den uitzettingscoëfficiënt van aethylaether.

Bij het onderzoek naar de densiteit van aether heb ik gebruik gemaakt van verschillende zeer eenvoudige toestelletjes, namelijk van vier onderscheidene Gay-Lussac'sche fleschjes, hebbende een inhoud van 17—22 C.C. De vorm van het onderste deel was cilindrisch, de bodem daarvan was afgeplat en boven liep het rond toeloopende fleschje uit in eene nauwe buis, waaraan een klein réservoir was geblazen, dienende om de vloeistof op te nemen, die zich, zoo de densiteitsbepaling op lage temperaturen betrekking had, bij het verwarmen van 't vocht tot den middelbaren warmtegraad van de balans, boven het merk mocht verheffen.

De redenen, die er mij toe geleid hebben, dergelijke werktuigen te verkiezen boven de dilatometers, die door Kopp, Pierre en anderen zijn gebezigd, zijn eensdeels dezelfde, welke mij bij mijn onlangs verricht onderzoek *) omtrent de densiteit van diaethylamine hebben geleid. Anderdeels werd ik van het gebruik van dilatomers en van pyknometers met ingeslepen thermometer als stop afgeschrikt door de

---

*) *Verslagen en Mededeelingen* der Kon. Akad. v. Wetenschappen te Amsterdam, 2e Reeks, Deel XVII,

vrees voor fouten tengevolge van snelle verdamping der te onderzoeken vloeistof.

Opzettelijk genomen proeven overtuigden mij al ras, dat deze vrees niet ongegrond was; eene nauwkeurige weging toch van een zeer fijn afgewerkten GEISSLER'schen pyknometer, met aether gevuld, bleek onmogelijk; bij elke schommeling sloeg de eene arm der balans steeds meer en meer aan de eene zijde door en de reuk van aether was spoedig bemerkbaar.

Maar ook de door mij gebezigde fleschjes van GAY LUSSAC leverden aanvankelijk, ofschoon in mindere mate, dezelfde bezwaren op. Een nauwkeurig ingeslepen glazen stop was niet voldoende, om gedurende het wegen verdamping van aether tegen te gaan en lang heb ik te vergeefs gezocht naar een middel, om aan dit euvel te gemoet te komen.

Ten laatste heb ik mij het best er bij bevonden, om als stop van het fleschje een glazen staafje te bezigen, door een ringetje van caoutchouc omgeven. Sluit men het réservoir daarmede, zoo verdampt er wel aether gedurende het afkoelen of verwarmen tot de temperatuur der omgeving en gedurende de weging, maar zoo dit alles niet te lang duurt, wordt de aether geheel in het caoutchouc vastgelegd. Is het gewicht approximatief door eene voorgaande proef bekend, zoo kan althans de weging bij eene tweede controleproef snel afloopen.

In het algemeen heb ik overigens omtrent de wijze van werken en omtrent de toevallige volumenveranderingen der fleschjes geene bizondere opmerkingen te maken en verwijs ik daaromtrent naar hetgeen in mijne mededeeling over de densiteit van diaethylamine is gezegd. Alleen ten aanzien van de door mij gebezigde thermometers behoort te worden vermeld, dat die, welke bij de eerste vijf reeksen van waarnemingen werden gebruikt, afkomstig waren van Dr. H. GEISSLER te Bonn, in $^1/_5$ graden waren verdeeld en dat daarop gemakkelijk tiende en twintigste deelen van graden konden worden afgelezen. Het nulpunt van deze thermometers werd herhaaldelijk door mij gecontroleerd en de verdere gang van de werktuigen was mij bekend uit eene opgaaf, die

mij indertijd door den Heer Dr. F. W. C. KRECKE na vergelijking met standaardthermometers van het meteorologisch observatorium te Utrecht was verstrekt.

Bij eene in 1881 uitgevoerde reeks bezigde ik denzelfden thermometer van GEISSLER, waarvan ik mij bij mijne bepalingen van de densiteit van diaethylamine heb bediend.

Ten aanzien van den door mij gebezigden aether deel ik mede, dat ik in 1867—1868 steeds de volgende wijze van zuivering heb toegepast.

Gewone aether uit den handel (van verschillende afkomst) werd eerst 15 tot 20 maal met versche hoeveelheden water geschud en daardoor zooveel mogelijk van alcohol en andere vreemde stoffen gezuiverd, voorts van de waterachtige laag afgescheiden en in bijna geheel gevulde fleschen langen tijd met bijtenden kalk in aanraking gelaten. Daarna werd de aether aan gefractioneerde destillatie blootgesteld; het middelste derde deel werd afzonderlijk opgevangen en met natrium eenigen tijd verhit en op nieuw gedestilleerd; van het overkomende product werd het eerste achtste deel ter zijde gesteld en werden alleen de volgende $^5/_8$ gebezigd.

Zooals uit de volgende opgaven blijken zal, is het op die wijze toch zeer moeilijk, geheel zuiveren aether te verkrijgen. Zoodra de vloeistof in aanraking met lucht wordt gedestilleerd, absorbeert zij zuurstof en verandert zij door oxydatie; vandaar dat de densiteiten van verschillende monsters aether, die naar de genomene voorzorgsmaatregelen vrij wel aan elkander gelijk moesten zijn, toch in densiteit niet onaanzienlijk verschilden.

Dit bracht mij er toe, bij mijne laatste in 1881 genomene proeven den zooveel mogelijk gezuiverden aether nogmaals in het luchtledige over natrium te destilleeren en van het overkomende vocht alleen het middelste derde deel te gebruiken.

Dat de geringe verschillen in densiteit, bij eene *bepaalde temperatuur* waargenomen, geen merkbaren invloed zullen uitoefenen op den uitzettingscoëfficiënt der vloeistof of op de variatiën, die de brekingsaanwijzer onder den invloed van temperatuursverhooging ondergaat, zal wel geen betoog be-

hoeven. Ik heb er dan ook geen bezwaar in gezien, aan de densiteiten, bij verschillende temperaturen verkregen, eene constante correctie aan te brengen, waarvan de grootte door zeer nauwkeurige normaalbepalingen bij 0° C. werd vastgesteld. Eveneens heb ik gehandeld met den brekingsaanwijzer.

Ten einde den lezer in staat te stellen over de nauwkeurigheid te oordeelen, die bij het onderzoek van het volumen der fleschjes werd bereikt, deelen wij hier de uitkomst van een der reeksen van waarnemingen mede *).

Fleschje A.

Formule voor het volume: $V_t = 23.1250$ c.c. $+ 0.0005325t$ (opgemaakt uit de waarnemingen bij ± 0° en bij 30°.1, 35°.7 en 40°.35).

t	V waargenomen	V berekend	Δ
0°.0 C.	23.1250 C.C.	23.1247 C.C.	+ 0.0003 C.C.
0°.1 »	23.1236 »	23.1248 »	— 0.0012 »
0°.2 »	23.1259 »	23.1248 »	+ 0.0011 »
5°.6 »	23.1286 »	23.1276 »	+ 0.0010 »
7°.7 »	23.1278 »	23.1287 »	— 0.0009 »
13°.3 »	23.1322 »	23.1318 »	+ 0,0004 »
14°.0 »	23.1315 »	23.1322 »	— 0.0007 »
20°.2 »	23.1354 »	23.1354 »	0
24°.6 »	23.1367 »	23.1378 »	— 0.0011 »
30°.1 »	23.1394 »	23.1401 »	— 0.0002 »
35°.7 »	23.1437 »	23.1436 »	+ 0.0001 »
40.35 »	23.1462 »	23.1462 »	0

*) Alle cijfers, die in deze mededeeling worden vermeld, zijn op het luchtledig gereduceerd.

Op dezelfde wijze verkreeg ik voor het volumen van de andere gebezigde toestelletjes de volgende waarden in C.C.

Fleschje B : $V^t = 23.5520 + 0.0005805\,t$
» C : $V^t = 23.1243 + 0.000575\,t$
» D : $V^t = 17.5860 + 0.0003825\,t$

Ik laat nu hieronder de uitkomsten volgen van de door mij uitgevoerde densiteitsbepalingen. Om het overzicht gemakkelijk te maken, heb ik ze samengevat in eenige tabellen, welke in zooverre geene verklaring behoeven, dat ze op dezelfde wijze zijn samengesteld als die, welke ik bij mijn onderzoek omtrent de densiteit van diaethylamine heb medegedeeld.

1e Reeks.

Gebezigd Fleschje C. Versch over natrium gedestilleerde aether in 3 ongeveer gelijke deelen gesplitst, en hiervan het middelste gedeelte gebruikt.

Formule voor het volumen van den aether:
$V^t = V^0(1 + 0.00150455t + 0.000004136t^2 + 0.0000000169t^3)$
berekend uit de waarnemingen bij 0°, 11°, 22° en 33°.

t	d waargenomen	d berekend	Δ
0° C.	0.73648	0.73644	+ 0.00004
0° »	0.73630	0.73644	— 0.00014
0° »	0.73649	0.73644	+ 0.00005
0° »	0.73649	0.73644	+ 0.00005
5°.1 »	0.73079	0.73072	+ 0.00007
7°.6 »	0.72781	0.72792	— 0.00011
10°.8 »	0.72427	0.72433	— 0.00006
11°.0 »	0.72425	0.72411	+ 0.00014
11°.2 »	0.72393	0.72389	+ 0.00004
11°.4 »	0.72353	0.72366	— 0.00013

t	*d* waargenomen	*d* berekend	Δ
15°.0 »	0.71967	0.71959	+ 0.00008
21°.6 »	0.71214	0.71205	+ 0.00009
21°.9 »	0.71165	0.71171	— 0.00006
22°.0 »	0.71163	0.72159	+ 0.00004
22°.2 »	0.71134	0.71136	— 0.00002
22°.3 »	0.71119	0.71124	— 0.00005
24°.0 »	0.70937	0.70927	+ 0.00011
26°.9 »	0.70581	0.70589	— 0.00008
28°.0 »	0.70474	0.70462	+ 0.00012
32°.8 »	0.69933	0.69925	+ 0.00008
33°.0 »	0.69904	0.69901	+ 0.00003
33°.2 »	0.69865	0.69877	— 0.00012
33°.3 »	0.69865	0.69865	0

Uit de formule worden de volgende waarden voor de densiteiten en volumina bij temperaturen tusschen 0° en 35° C. afgeleid:

t	*d*	Δ
0° C.	0.73644	
		557
5° »	0.73087	
		563
10° »	0.72524	
		567
15° »	0.71957	
		570
20° »	0.71387	
		571
25° »	0.70816	
		572
30° »	0.70244	
		571
35° »	0.69673	

t	*V*	Δ
0° C.	1.00000	
		762
5° »	1.00762	
		782
10° »	1.01544	
		806
15° »	1.02344	
		817
20° »	1.03161	
		832
25° »	1.03993	
		847
30° »	1.04844	
		856
35° »	1.05700	

2e Reeks.

Gebruikt Fleschje *C*. Dezelfde aether nog eens uitgekookt en over natrium gedestilleerd; het laatste deel der destillatie ter zijde gesteld.

Formule voor het volumen van den aether:

$$V^t = V^0 (1 + 0.0014973\,t + 0.0000038\,t^2 + 0.0000000075\,t^3)$$

berekend uit de waarnemingen bij 0°, 11°, 22° en 35° C.

t	*d* waargenomen	*d* berekend	Δ
0° C.	0.73684	0.73672	+ 0.00012
0° »	0.73663	0.73672	— 0.00009
0° »	0.73669	0.73672	— 0.00003
4°.8 »	0.73156	0.73140	+ 0.00016
7°.25 »	0.72850	0.72868	— 0.00018
10°.8 »	0.72485	0.72469	+ 0.00016
11°.2 »	0.72414	0.72423	— 0.00009
11°.4 »	0.72394	0.72401	— 0.00007
15°.1 »	0.72007	0.71984	+ 0.00023
19°.7 »	0.71458	0.71469	— 0.00011
21°.4 »	0.71286	0.71269	— 0.00001
21°.6 »	0.71255	0.71246	+ 0.00009
22°.0 »	0.71204	0.71201	+ 0.00003
22°.3 »	0.71262	0.71167	— 0.00005
22°.7 »	0.71116	0.71122	— 0.00006
25°.1 »	0.70907	0.70894	+ 0.00013
28°.1 »	0.70512	0.70506	+ 0.00006
32°.6 »	0.69980	0.69991	— 0.00011
33°.0 »	0.69947	0.69945	+ 0.00002
33°.4 »	0.69908	0.69899	+ 0.00009

Uit de formule worden de volgende waarden voor de den-

siteiten en volumina van aether bij temperaturen tusschen 0° en 35° C. afgeleid.

t	*d*	Δ
0° C.	0.73672	
		554
5° »	0.73118	
		560
10° »	0.72558	
		562
15° »	0.71995	
		564
20° »	0.71429	
		569
25° »	0.70860	
		571
30° »	0.70289	
		573
35° »	0.69716	

t	*V*	Δ
0° C.	1.00000	
		758
5° »	1.00758	
		777
10° »	1.01535	
		795
15° »	1.02330	
		810
20° »	1.03140	
		829
25° »	1.03969	
		845
30° »	1.04814	
		860
35° »	1.05674	

3e Reeks.

Gebruikt Fleschje *C*. Versch gedestilleerde aether werd nog eens over natrium gerectificeerd; het middelste derde deel werd dadelijk na de bereiding voor de densiteitsbepaling gebezigd.

Formule voor het volumen van den aether:

$$V^t = V^0(1 + 0.0014432\,t + 0.00000802\,t^2 - 0.000000064\,t^3)$$

opgemaakt uit de waarnemingen bij 0°, 11°, 22° en 33° C.

t	*d* waargenomen	*d* berekend	Δ
0° C.	0.73661	0.73651	+ 0.00010
0° »	0.73665	0.73651	+ 0.00014
0° »	0.73636	0.73651	— 0.00015
0° »	0.73642	0.73651	— 0.00009
10°.8 »	0.72462	0.72450	+ 0.00012
11°.0 »	0.72431	0.72437	— 0.00006
11°.3 »	0.72397	0.72403	— 0.00006

t	d waargenomen	d berekend	Δ
21°.7 »	0.71193	0.71199	— 0.00006
22°.0 »	0.71177	0.71164	+ 0.00013
22°.3 »	0.71122	0.71128	+ 0.00006
32°.6 »	0.69933	0.69923	+ 0.00010
33°.1 »	0.69863	0.69863	0
33°.5 »	0.69853	0.69863	— 0.00010

Uit de formule worden de volgende waarden voor de densiteiten en volumina bij temperaturen tusschen 0° en 35° afgeleid.

t	d	Δ
0° C.	0.73651	
		542
5° »	0.73109	
		559
10° »	0.72550	
		571
15° »	0.71979	
		581
20° »	0.71398	
		586
25° »	0.70812	
		585
30° »	0.70227	
		587
35° »	0.69640	

t	d	Δ
0° C.	1.00000	
		741
5° »	1.00741	
		776
10° »	1.01517	
		805
15° »	1.02322	
		833
20° »	1.03155	
		854
25° »	1.04009	
		870
30° »	1.04879	
		881
35° »	1.05760	

4e Reeks.

Gebruikt Fleschje *B*. Dezelfde aether, die bij de 3e Serie was gebezigd, werd nog eens over natrium gerectifeerd en

aan gefractioneerde destillatie blootgesteld. De eerst overkomende helft werd voor het onderzoek gebruikt.

Formule voor het volumen van den aether:

$$V^t = V^0(1 + 0.001483\,t + 0.00000524t - 0.0000000144t^3).$$

t	d gevonden	d berekend	Δ
0° C.	0.73640	0.73645	— 0.00005
0° »	0.73653	0.73645	+ 0.00008
0° »	0.73641	0.73645	— 0.00004
0° »	0.73655	0.73645	+ 0.00010
0° »	0.73636	0.73645	— 0.00009
10°.6 »	0.72475	0.72464	+ 0.00011
10°.7 »	0.72460	0.72452	+ 0.00008
11°.0 »	0.72410	0.72419	— 0.00009
11°.4 »	0.72364	0.72374	— 0.00010
21°.8 »	0.71198	0.71180	+ 0.00018
22°.0 »	0.71144	0.71157	— 0.00013
22°.0 »	0.71152	0.71157	— 0.00005
22°.2 »	0.71122	0.71134	— 0.00012
23°.3 »	0.71133	0.71122	+ 0.00011
32°.6 »	0.69923	0.69911	+ 0.00012
32°.7 »	0.69900	0.69898	+ 0.00002
32°.9 »	0.69861	0.69875	— 0.00014
33°.0 »	0.69849	0.69863	— 0.00014
33°.3 »	0.69842	0.69828	+ 0.00014

Uit de formule worden de volgende waarden voor de densiteiten en volumina bij temperaturen tusschen 0° en 35° afgeleid.

t	*d*	Δ
0° C.	0.73645	
		550
5° »	0.73095	
		556
10° »	0.72539	
		565
15° »	0.71974	
		572
20° »	0.71402	
		578
25° »	0.70824	
		583
30° »	0.70241	
		596
35° »	0.69645	

t	*d*	Δ
0° C.	1.00000	
		752
5° »	1.00752	
		773
10° »	1.01525	
		797
15° »	1.02322	
		820
20° »	1.03142	
		841
25° »	1.03983	
		863
30° »	1.04846	
		897
35° »	1.05743	

5° Reeks.

Gebruikt Fleschje *A*. Versche aether na voorafgaande zuivering, even voor het gebruik over natrium gedestilleerd en door gefractioneerde destillatie in 4 gelijke deelen gescheiden. Het eerste vierde werd ter zijde gesteld. Onderstaande bepalingen zijn gedaan met N°. 2. N°. 3 had bij 0° eene densiteit van 0.73680 en N°. 4 van 0.73721.

Formule van het Volumen van den aether:

$$V^t = V^0(1 + 0.0015002t + 0.00000392t^2 + 0.0000000113t^3)$$

afgeleid uit de waarneminge bij 0°, 11°, 22° en 33° C.

t	*d* gevonden	*d* berekend	Δ
0° C.	0.73668	0.73667	+ 0.00001
0° »	0.73651	0.73667	— 0.00016
0° »	0.73666	0.73667	— 0.00001
0° »	0.73682	0.73667	+ 0.00015
6°.2 »	0.72971	0.72979	— 0.00008
10°.8 »	0.72479	0.72460	+ 0.00019
11°.0 »	0.72421	0.72437	— 0.00014
11°.3 »	0.72387	0.72403	— 0.00016
11°.5 »	0.72391	0.72380	+ 0.00011

t	*d* gevonden	*d* berekend	Δ
14°.0 C.	0.72093	0.72099	— 0.00006
14°.9 »	0.71996	0.71996	0
17°.2 »	0.71747	0.71734	+ 0.00013
21°.6 »	0.71249	0.71228	+ 0.00021
22°.1 »	0.71164	0.71170	— 0.00006
22°.4 »	0.71128	0.71136	— 0.00008
22°.6 »	0.71106	0.71113	— 0.00007
24°.4 »	0.70938	0.70952	— 0.00014
29°.0 »	0.70375	0.70372	+ 0.00003
32°.7 »	0.69949	0.69940	+ 0.00009
33°.2 »	0.69871	0.69882	— 0.00011
33°.5 »	0.69833	0.69846	— 0.00013
33°.7 »	0.69838	0.69823	+ 0.00015

Uit de formule worden de volgende waarden voor de densiteiten en volumina bij temperaturen tusschen 0° en 35 C. afgeleid.

t	*d*	Δ
0° C.	0.73667	
		556
5° »	0.73111	
		560
10° »	0.72551	
		566
15° »	0.71985	
		572
20° »	0.71413	
		577
25° »	0.70836	
		580
30° »	0.70256	
		585
35° »	0.69671	

t	*d*	Δ
0° C.	1.00000	
		760
5° »	1.00760	
		778
10° »	1.01538	
		799
15° »	1.02337	
		819
20° »	1.03156	
		840
25° »	1.03996	
		850
30° »	1.04855	
		880
35° »	1.05735	

6e Reeks (1881).

Gebruikt Fleschje *A*. Gezuiverde aether werd herhaaldelijk over natrium gerectificeerd en daarna in het luchtledig over natrium aan gefractioneerde destillatie blootgesteld en op die wijze in drie gelijke deelen gescheiden. Het middelste product werd voor de bepalingen gebezigd.

Formule voor het volume van den aether:

$$V^t = V^0(1 + 0.0014644\,t + 0.000005781\,t^2 - 0.0000000233\,t^3)$$

t	*d* gevonden	*d* berekend	Δ
0° C.	0.73589	0.73593	— 0.00004
0° »	0.73619	0.73593	+ 0.00026
0° »	0.73589	0.73593	— 0.00004
0° »	0.73579	0.73593	— 0.00014
0° »	0.73590	0.73593	— 0 00003
4°.1 »	0.73134	0.73149	— 0.00015
6°.7 »	0.72854	0.72870	— 0.00016
8°.8 »	0.72609	0.72625	— 0.00016
10°.8 »	0.72385	0.72401	— 0.00016
11°.1 »	0.72371	0.72367	+ 0.00004
11°.25 »	0.72351	0.72350	+ 0.00001
11°.4 »	0.72338	0.72333	+ 0.00005
12°.0 »	0.72269	0.72365	+ 0.00005
15°.6 »	0.71866	0.71866	0
22°.0 »	0.71125	0.71120	+ 0.00005
22°.35 »	0.71069	0.71077	— 0.00008
22°.55 »	0.71059	0.71056	+ 0.00003
22°.65 »	0.71057	0.71045	— 0.00012
22°.7 »	0.71047	0.71059	+ 0.00012
25°.9 »	0.70685	0.70767	+ 0.00008
28°.9 »	0.70303	0.70317	— 0.00014
33°.0 »	0.69835	0.69836	— 0.00001
33°.1 »	0.69826	0.69848	— 0.00022
33°.5 »	0.69784	0.69768	+ 0.00016
33°.6 »	0.69760	0.69756	+ 0.00006
35°.5 »	0.69558	0.69544	+ 0.00014

Uit de formule worden de volgende waarden voor de

densiteiten en volumina bij temperaturen tusschen 0° en 35° C. afgeleid.

t	*d*	Δ
0° C.	0.73593	
		544
5° »	0.73049	
		558
10° »	0.72491	
		566
15° »	0.71925	
		573
20° »	0.71352	
		580
25° »	0.70772	
		584
30° »	0.70188	
		586
35° »	0.69602	

t	*d*	Δ
0° C.	1.00000	
		745
5° »	1.00745	
		775
10° »	1.01520	
		799
15° »	1.02319	
		822
20° »	1.03141	
		845
25° »	1.03986	
		865
30° »	1.04851	
		883
35° »	1.05734	

Uit de boven vermelde resultaten blijkt, dat over het geheel de voor den uitzettingscoëfficient verkregene waarden zeer goed met elkaar overeenkomen, maar dat voor de densiteit van aether bij dezelfde temperatuur nu en dan tamelijk uiteenloopende cijfers werden gevonden. De oorzaak hiervan moet hoogst waarschijnlijk daaraan toegeschreven worden, dat aether groote neiging vertoont om zich, onder vorming van aldehyd en azijnzuur, te oxydeeren en dat daardoor de densiteit van genoemde vloeistof rijst, naarmate zij langer aan de lucht is blootgesteld geweest.

Daarom heb ik bij mijne laatste in 1881 gedane proeven den aether in het luchtledig gedestilleerd en ten einde de densiteit dier vloeistof bij 0° C. nauwkeuriger te leeren kennen, verscheidene monsters van zooveel mogelijk gezuiverden en in het luchtledig over natrium gedestilleerden aether onmiddellijk na de bereiding onderzocht. Ik verkreeg daarbij de volgende uitkomsten:

Densiteit bij 0° (gecorr. voor het luchtledig).

N°. 1	0.73600
» 2	0.73591
» 3	0.73586
» 4	0.73590
Midden	0.73590

Reduceert men de boven voor de densiteit van aether *bij verschillende temperaturen* verkregen cijfers zoodanig, dat bij 0° steeds (met weglating van de 5° decimaal) 0.7359 gesteld wordt, zoo komt men tot de volgende resultaten.

	I	II	III	IV	V	VI
0°C	0.7359	0.7359	0.7359	0.7359	0.7359	0 7359
5° »	0.7304	0.7304	0.7306	0.7304	0.7303	0.7305
10° »	0.7247	0.7248	0.7249	0.7248	0.7247	0.7249
15° »	0.7191	0.7192	0.7192	0.7191	0.7191	0.7193
20° »	0.7134	0.7135	0.7135	0.7134	0.7133	0.7135
25° »	0.7077	0.7078	0.7075	0.7076	0.7076	0.7077
30° »	0.7019	0.7021	0.7018	0.7018	0.7018	0.7019
35° »	0.6962	0.6964	0.6959	0.6969	0.6959	0.6960

Zoodat wij als midden kunnen aannemen:

t	*d*	Δ
0° C.	0.7359	
		55
5° »	0.7304	
		56
10° »	0.7248	
		56
15° »	0.7192	
		57
20° »	0.7135	
		58
25° »	0.7077	
		58
30° »	0.7019	
		59
35° »	0.6960	

Het is niet van belang ontbloot, om deze einduitkomst te vergelijken met de resultaten, welke door MUNCKE, PIERRE en KOPP bij hunne onderzoekingen omtrent de densiteit van aether zijn verkregen.

Eerstgenoemde geeft de volgende formule voor het volumen van aether bij verschillende temperaturen *).

$$V^t = V^0 (1 + 0.00150268\,t + 0.00000255214\,t^2 - 0.00000015783\,t^3 + 0.000000004166\,t^4).$$

Berekent men met behulp van deze formule, de densiteit van aether bij 0° C = 0.7359 gesteld zijnde, de densiteiten en volumina van genoemde vloeistof voor temperaturen liggende tusschen 0° en 35° C., zoo verkrijgt men:

t	d	Δ
0° C.	0.7359	
		55
5° »	0.7304	
		56
10° »	0.7248	
		54
15° »	0.7194	
		54
20° »	0.7140	
		54
25° »	0.7086	
		55
30° »	0.7031	
		58
35° »	0.6973	

t	V	Δ
0° C.	1.00000	
		758
5° »	1.00758	
		759
10° »	1.01517	
		756
15° »	1.02273	
		775
20° »	1.03048	
		788
25° »	1.03836	
		813
30° »	1.04649	
		843
35° »	1.05522	

Wat de onderzoekingen van ISIDORE PIERRE betreft, wij vinden in zijne bekende verhandeling omtrent densiteit en

---

*) GEHLER *Physikalisches Wötenbuch*, **10**, 925. De oorspronkelijke waarnemingen, waarop deze formule is gegrond, heb ik niet kunnen vinden.

uitzetting van verschillende vloeistoffen *), het volgende ten aanzien van aethylaether.

Voor de densiteit van de vloeistof bij 0° C. vond hij:

N°.	1.	0.73769
»	2.	0.73787
»	3.	0.73568
»	4.	0.73581

(N°. 1 en N°. 2 ware afzonderlijke praeparaten, die 4 dagen onder herhaald schudden op droog chloorcalcium hadden gestaan en daarna bij 40—50° C. op het waterbad waren gedestilleerd; N°. 3, een mengsel van de voorgaande twee praeparaten, was nog eens over chloorcalcium gerècti-ficeerd, en N°. 4 eindelijk was verkregen door N°. 3 aan dezelfde bewerking te onderwerpen. Pierre geeft niet op, welke soort van aether hij bij zijne bepalingen omtrent den uitzettingscoëfficient heeft gebezigd; ik vermoed dat het N°. 4 zal geweest zijn).

Pierre deed twee reeksen van proeven omtrent de densiteit van aether bij verschillende temperaturen en wel met *twee verschillende* dilatometers. De eene reeks strekte zich uit van — 15°.36 tot — 5°.54 en de andere van + 7°.71 tot + 38°.14. Uit de drie waarnemingen van de eerste reeks (bij — 15°.36, — 10°.11 en — 5°.54) en zes waarnemingen van de tweede reeks (bij + 7°.71, 10°.26, 15°.09, 34°.07, 35°.85 en 38°.14) berekent hij de volgende formule (ik laat hier eenige onnoodige decimalen weg)

$$1 + \Delta x = 1 + 0.0015325\, x + 0.00000236\, x^2 + 0.00000004\, x^3$$

Met behulp van deze formule zijn de volgende densiteiten en volumina van aether voor temperaturen van 0°– 35° C. berekend, (*d* van aether bij 0° C. = 0.7359 gesteld).

---

*) *Annales de Chemie et de Physique.* [3], **15**, 260, sqq.

t	*d*	Δ
0° C.	0.7359	
		63
5° »	0.7296	
		61
10° »	0.7235	
		58
15° »	0.7177	
		56
20° »	0.7121	
		56
25° »	0.7065	
		54
30° »	0.7011	
		53
35° »	0.6958	

t	*V*	Δ
0° C.	1.00000	
		863
5° »	1.00863	
		851
10° »	1.01714	
		822
15° »	1.02536	
		806
20° »	1.03342	
		819
25° »	1.04161	
		803
30° »	1.04964	
		799
35° »	1.05763	

HERMANN KOPP *) bepaalde insgelijks de densiteit van aether bij verschillende temperaturen en bezigde daarbij, evenals PIERRE, dilatometers.

Hij zuiverde zijn aether (een handelspraeparaat), door dien met kalkmelk en daarna herhaaldelijk met water te wasschen, voorts op chloorcalcium te drogen en daarna te rectificeeren. De aether kookte bij 34°.9 (thermometer in den damp, en gereduceerd op 760^{mm} barometerstand).

Eene bepaling van de densiteit van aether gaf hem bij gebruik van twee apparaten de waarden 0.7289 en 0.7290 bij 6°.9 C. of, door reductie, 0.7366 bij 0°.

KOPP deed verder twee reeksen van proeven en berekende uit de resultaten van beide de volgende formulen voor de volumina van aether (met weglating van eenige decimalen).

1. $V^t = V^0(1 + 0.001447t + 0.00000667t^2 - 0.000000039t^3)$
2. $V^t = V^0(1 + 0.001513t + 0.00000356t^2 + 0.000000093t^3)$.

Met behulp van deze formulen berekent men de volgende

*) POGG. *Ann.* 72. 223.

waarden voor de densiteiten en de volumina van aether bij temperaturen, liggende tusschen 0° en 35° C.

Formule 1.

t	*d*	Δ
0° C.	0.7366	
		54
5° »	0.7312	
		56
10° »	0.7256	
		56
15° »	0.7200	
		58
20° »	0.7142	
		58
25° »	0.7084	
		58
30° »	0.7026	
		59
35° »	0.6967	

t	*V*	Δ
0° C.	1.00000	
		740
5° »	1.00740	
		770
10° »	1.01510	
		798
15° »	1.02308	
		821
20° »	1.03129	
		844
25° »	1.03973	
		861
30° »	1.04834	
		879
35° »	1.05713	

Formule 2.

t	*d*	Δ
0° C.	0.7366	
		56
5° »	0.7310	
		55
10° »	0.7255	
		55
15° »	0.7200	
		57
20° »	0.7143	
		57
25° »	0.7086	
		59
30° »	0.7027	
		61
35° »	0.6966	

t	*V*	Δ
0° C.	1.00000	
		759
5° »	1.00759	
		767
10° »	1.01526	
		780
15° »	1.02306	
		817
20° »	1.03123	
		827
25° »	1.03950	
		873
30° »	1.04823	
		917
35° »	1.05740	

Vergelijkt men de resultaten van MUNCKE, PIERRE, KOPP en de mijne omtrent de densiteit van aether met elkander, nadat men alle cijfers op 0.7359 voor 0° C. heeft gebracht, zoo verkrijgt men het volgende voor de densiteiten van aether:

t	MUNCKE.	PIERRE.	KOPP 1e Reeks.	KOPP 2e Reeks.	OUDEMANS midden uit 6 Reeksen.
0° C.	0.7359	0.7359	0.7359	0.7359	0.7359
5° »	0.7304	0.7296	0.7305	0.7303	0.7304
10° »	0.7248	0.7235	0.7249	0.7248	0.7248
15° »	0.7194	0.7177	0.7193	0.7193	0.7192
20° »	0.7140	0.7121	0.7135	0,7136	0.7135
25° »	0.7086	0.7065	0.7077	0.7079	0.7077
30° »	0.7031	0.7011	0.7019	0.7020	0.7019
35° »	0.6973	0.6958	0.6960	0.6959	0.6960

Uit dit overzicht ziet men, dat mijne uitkomsten bijna volkomen overeenstemmen met die van KOPP, maar niet met die van MUNCKE en PIERRE; vooral de laatste toonen zeer grillige afwijkingen, een verschijnsel, dat geene verwondering wekken kan, wanneer men de zonderlinge wijze in aanmerking neemt, waarop genoemde natuurkundige zijne twee reeksen van waarnemingen met elkander heeft gecombineerd. Tot nadere toelichting laat ik hier een klein tabelletje volgen, waarin de afwijkingen van mijne uitkomsten met die van MUNCKE en PIERRE zijn opgenomen (uitgedrukt in éénheden van de vierde decimaal).

	Muncke.	Pierre.
0° C.	0	0
5° »	0	8
10° »	0	13
15° »	2	15
20° »	5	14
25° »	9	12
30° »	12	8
35° »	13	2

Uit dit overzicht is op te maken, dat de proeven van Muncke over het geheel veel beter moeten zijn uitgevoerd dan die van Pierre. In hoeverre de onderzoekingen van laatstgenoemden natuurkundige omtrent den uitzettingscoëfficiënt van andere vloeistoffen vertrouwen verdienen, durf ik niet beslissen; maar zooveel kan uit het bovenstaande met genoegzame zekerheid worden opgemaakt, dat vele der in physische handboeken opgenomene constanten niet zonder aarzeling als de uitdrukking der waarheid kunnen worden aangenomen.

II. Over den brekingsaanwijzer van aether bij temperaturen liggende tusschen 0° en 35° C.

De bepalingen van den brekingsaanwijzer van aether werden op dezelfde wijze verricht als die, welke met vijf vloeistoffen (water, aethylacetaat, isoamylalcohol, aethylbenzoaat en aethyloxalaat) vroeger door mijn vriend Hoek en mij zijn verricht; voor temperaturen, liggende tusschen 15° en 35° C., werd daarbij gebruik gemaakt van denzelfden

toestel, welke in onze reeds boven aangehaalde verhandeling is beschreven *).

Voor temperaturen, liggende tusschen 0° en 15° C., werden de waarnemingen gedurende den winter gedaan in een lokaal, waarin de gewenschte temperatuur heerschte. Om den invloed van kleine wisselingen van warmtegraad te elimineeren, werden, evenals vroeger, telkens hetzij bij stijgende, hetzij bij dalende temperaturen, de waarnemingen in deze volgorde verricht:

1°.	Meting	van	de	dubbele	afwijking	rechts of links
2°.	»	»	»	»	»	links of rechts
3°.	»	»	»	»	»	links of rechts
4°.	»	»	»	»	»	rechts of links.

Zoo bijv. verkreeg ik bij eene bepaling van den brekingsaanwijzer van aether bij ± 22° C. het volgende:

Afwijking	links	150°53′	bij	22°.3	C.
»	rechts	231°25′	»	22°.3	»
»	»	231°28′	»	21°.8	»
»	links	150°50′	»	21°.6	»
Dubbele afwijking		80°35′	bij	22°.0	C.

De cijfers, die in het vervolg zullen worden medegedeeld, zijn steeds gemiddelden van vier op bovengemelde wijze gecombineerde waarnemingen.

Nog moet worden opgemerkt, dat de brekingsaanwijzer van aether bij onderscheidene temperaturen bepaald werd voor de strepen Liα, Na (D), Caβ en Sr δ. Toen het bij onderzoek gebleken was, dat het verschil tusschen de verkregene waarden voor twee op elkander volgende strepen bij 0° en 35° nagenoeg gelijk was, heb ik tevens getracht, bij middel-

*) Recherche sur la quantité d'éther, continue dans les liquides, p. 32—36.

bare temperatuur den aanwijzer te bepalen voor andere strepen van het spectrum (Kα, Tlα en Rbα, Hα, Hβ en Hγ), ten einde door interpolatie te komen tot de kennis van de aanwijzers bij lagere en hoogere temperaturen.

Het waarnemen van de thalliumstreep leverde bij gebruik van eene gewone gasvlam, waarin een weinig thalliumchloruur werd gebracht, geen bezwaar op, maar om de strepen Kα en Rbα te kunnen zien, moest ik mijn toevlucht nemen tot het inspuiten van eene oplossing der chloriden in eene kleurlooze gas- of waterstofvlam.

De strepen Hα, Hβ, en Hγ werden waargenomen, door eene GEISSLER'sche buis met zoogenaamd waterstof luchtledig aan den inductieklos van RUHMKORFF te verbinden.

Er blijft mij nog over, iets mede te deelen omtrent de normaalbepalingen van de brekingsaanwijzers bij middelbare temperatuur en over de wijze, waarop ik mij daarbij van den juisten stand van het prisma ten opzichte van den kijker (ter vermijding van fouten door den invloed der randstralen) heb overtuigd.

Het is uit allerlei onderzoekingen voldoende gebleken, dat de brekingsaanwijzer van water bij 15° C. voor streep D is 1.3335; daar er nu ten aanzien van het verkrijgen van zuiver water wel geene bezwaren bestaan, zoo heb ik, ter toetsing van den juisten stand van het prisma, bij de normaalbepalingen steeds daarmede den aanwijzer van water bij 15° C. bepaald en alleen dan, wanneer hiervoor ongeveer het cijfer 1.3335 werd gevonden, aan de waarnemingen met andere vloeistoffen vertrouwen geschonken. Was het doel niet bereikt, dan werd het prisma verzet of door een ander vervangen, zoolang totdat de gewenschte uitkomst was verkregen.

Van ééne zelfde hoeveelheid zuiveren aether werd dan achtereenvolgens de brekingsaanwijzer voor alle bovengenoemde strepen van het spectrum bepaald en deze door het aanbrengen van kleine correcties op dezelfde temperatuur gereduceerd, zoodat men aldus het verschil tusschen de brekingsaanwijzers voor twee onderscheidene strepen kon leeren kennen.

Bij de vroegere proeven, door HOEK en mij gedaan, werd de grootte van den brekenden hoek niet alleen bij middelbare temperatuur, maar ook bij een of twee hoogere standen van den thermometer bepaald.

Dit was bij het onderzoek van aether onnoodig; immers, het bleek mij spoedig dat de brekende hoek bij verwarming van 0° op 35° C. geene merkbare verandering onderging.

Ik ga thans over tot het mededeelen van de onderscheidene reeksen van waarnemingen, die door mij zijn verricht en zal daarbij dezelfde wijze van doen volgen, welke vroeger bij de proeven van HOEK en mij is in acht genomen.

EERSTE REEKS.

Aether A. Streep Naα.

Brekende hoek = 79°41'.4.

Formule voor de dubbele afwijking:
$2d = 82^0.34'.8 + 9'.968\,(11 - t) - 0'.0419\,(11 - t)^2$.

t	2*d* gevonden	2*d* berekend	Δ
4°.7	83°34'.8	83°34'.4	+0'.4
7°.5	83° 9'.4	83° 8'.8	+0'.6
10°.9	82°39'.0	82°35'.8	+3'.2
11°.1	82°30'.6	82°33'.8	—3'.2
12°.9	82° 9'.6	82°13'.0	—3'.4
14°.4	81°55'.0	82° 1'.6	—6'.6
16°.6	81°35'.0	81°34'4	+0'.6
19°.8	81° 2'.0	81° 0'.6	+1'.4
22°.0	80°35'.0	80°35'.0	0

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
5° C.	1.3616	
		28
10° »	1.3588	
		29
15° »	1.3559	
		29
20° »	1.3530	
		30
25° »	1.3500	

Tweede Reeks.

Aether A. Streep Naα.

Brekende hoek = 79°41'.4.

$$2d = 80°49'.3 + 10'.618\,(21 - t) + 0'.00357\,(21 - t)^2.$$

t	$2d$ gevonden	$2d$ berekend	Δ
7°	82°19'.4	82°19'.4	0
11°	82°34'.5	82°35'.8	—1'.3
14°.8	81°55'	81°55'.2	—0'.2
17°.6	81°25'.5	81°25'.4	+0'.1
23°.3	80°24'.5	80°25'.0	—0'.5
26°.2	79°55'	79°54'.2	+0'.8
28°.3	79°35'	79°32'	+3'.0
29°.9	79°15'.5	79°15'.1	+0'.4
31°.6	79°0'	78°57'.2	+2'.8
35°.2	78°22'.5	78°21'.3	+1.'2

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5° C.	1.3621	
		30
10° »	1.3591	
		29
15° »	1.3562	
		31
20° »	1.3531	
		29
25° »	1.3502	
		31
30° »	1.3471	
		30
35° »	1 3441	

Derde Reeks.

Aether B. Strepen Liα, Naα, Caβ.

Brekende hoek = 66°31.

$$2d = 58°6'.1 + 6'.647\,(20 - t) - 0'.0071\,(20 - t)^2.$$

	$2d$ gevonden	$2d$ berekend	
5°.4	59°41'.5	59°41'.5	0
13°.1	58°53'	58°51'.6	+1'.4
19°.4	58°10'	58°10'	0
24°.9	57°41'	57°39'.2	+1'.8
34°.7	56°27'	56°26'.7	+0'.3
35°.5	56°21'	56°21'.3	—0'.3

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5° C.	1.3592	
		29
10° »	1.3563	
		29
15° »	1.3534	
		29
20° »	1.3505	
		30
25° »	1.3475	
		31
30° »	1.3444	
		30
35° »	1.3414	

Streep Naα.

$$2\,d = 58^0 30'.3 + 6'.62\,(20 - t) - 0'.0035\,(20 - t)^2.$$

t	$2\,d$ gevonden	$2\,d$ berekend	Δ
5^0.2	60^{0}57'.3	60^{0}57'.3	0
13^0.0	59^{0}15'.5	59^{0}16'.7	−1'.2
14^0.0	59^{0}11'	59^{0}10'.0	+2'.0
15^0.2	59^0 0'.5	59^0 2'.2	−1'.7
18^0.9	58^{0}38'	58^{0}37'.6	+0'.4
24^0.3	58^0 4'.5	58^0 5'	−0'.5
34^0.9	56^{0}49'.5	56^{0}49'.5	0

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5^0 C.	1.3613	
		28
10^0 »	1.3585	
		29
15^0 »	1.3556	
		30
20^0 »	1.3526	
		30
25^0 »	1.3496	
		30
30^0 »	1.3466	
		31
35^0 »	1.3435	

Streep Caβ.

$$2\,d = 58^0 42'3 + 6'.803\,(20 - t) - 0'.007\,(20 - t)^2.$$

t	$2\,d$ gevonden	$2\,d$ berekend	Δ
6^0.3	60^{0}14'	60^{0}14'.1	+0'.1
13^0.0	59^{0}29'	59^{0}29'.5	−0'.5
19^0.9	58^{0}43'	58^{0}43'.	0
35^0.4	56^{0}56'	56^{0}55'.8	+0'.2

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5^0 C.	1.3626	
		29
10^0 »	1.3597	
		30
15^0 »	1.3567	
		30
20^0 »	1.3537	
		30
25^0 »	1.3507	
		31
30^0 »	1.3476	
		31
35^0 »	1.3445	

Vierde Reeks.

Aeter B. Strepen Liα, Naα en Caβ.

Brekende hoek $= 66^0 31'$.

Streep Liα.

$$2\,d = 57^0 57'.7 + 6'.618\,(21 - t) + 0'.000765\,(21 - t)^2.$$

t	$2\,d$		Δ
	gevonden	berekend	
8°.0	59°24′.0	62°23′.5	+ 0′.5
8°.3	59°21′.5	58°21′.6	— 0′.1
12°.9	58°52′.5	58°51′.1	+ 1′ 4
19°.3	58° 8′	58° 8′.7	— 0′.7
24°.0	57°38′.5	57°37′.6	+ 0′.9
28°.7	56° 6′.5	57° 6′.6	— 0′.1
34°.4	56°29′	56°29′	0

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5° C.	1.3591	29
10° »	1.3562	29
15° »	1.3533	30
20° »	1.3503	30
25° »	1.3473	29
30° »	1.3444	30
35° »	1.3414	

Streep Naα.

$$2\,d = 38^0 21'.7 + 6'.773\,(21 - t) - 0'.0074\,(21 - t)^2.$$

t	$2\,d$		Δ
	gevonden	berekend	
8°.3	59°45′.5	59°46′.5	— 1′.0
8°.3	59°47′.5	59°46′.5	+ 1′.0
12°.4	59°18′	59°19′.5	— 1′.5
19°.4	58°31′	58°32′.5	— 1′.5
23°.1	58° 7′	58° 7′.2	— 0′.2
30°.4	57°20′	57°17′.3	+ 2′.7
35°.9	46°39′.5	56°39′.2	+ 0′.3

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
5° C.	1.3613	29
10° »	1.3584	30
15° »	1.3554	30
20° »	1.3524	30
25° »	1.3494	31
30° »	1.3463	31
35° »	1.3432	

Streep $Ca\beta$.

$$2\,d = 58^\circ 34'.8 + 6'.87\,(21 - t) - 0'.006\,(21 - t)^2.$$

t	$2\,d$ gevonden	$2\,d$ berekend	Δ
7°.9	60° 2′.	60° 2′.4	— 0′.4
8°.7	59°57′	59°57′.1	— 0′.1
18°.2	58°53′	58°53′.7	— 0′.7
19°.2	58°47′	58°46′.9	+ 0′.1
24°.3	58°13′.5	58°12′.7	+ 0′.8
31°.5	57°20′	57°23′.2	— 3′.2
35°.2	56°58′.5	56°58′.5	0

t	Betrekkelijke Brekingsaanwijzer	Δ
5° C.	1.3625	30
10° »	1.3595	29
15° »	1.3566	29
20° »	1.3537	30
25° »	1.3507	31
30° »	1.3476	31
35° »	1.3435	

Vijfde Reeks.

Aether B. Streep $Sr\delta$.

Brekende hoek = 66°28′.

$$2\,d = 59^\circ 33'.5 + 6'873\,(20 - t) - 0'.0733\,(20 - t)^2.$$

t	$2\,d$ gevonden	$2\,d$ berekend	Δ
5°.25	61°11′.5	61°12′.0	— 0′.5
6°.6	61° 4′.5	61° 3′.2	+ 1′.3
8°.1	60°53′.5	60°53′.3	+ 0′.2
15°.7	60° 2′	60° 2′.7	— 0′.7
16°.1	60° 0′	60° 0′	0
20°.9	59°27′.3	59°27′.3	0
33°.2	57° 0′.5	57° 0′.4	+ 0′.1

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
5° C.	1.3674	29
10° »	1.3645	29
15° »	1.3616	30
20° »	1.3586	31
25° »	1.3555	31
30° »	1.3524	32
35° »	1.3492	

Zesde Reeks.

Aether C. Strepen Liα, Naα, Caβ en Srδ.
Brekende hoek $= 66^\circ 29'.3$.

Streep Liα.

$$2d = 57^\circ 57'.3 + 6'.682\,(21 - t) - 0'.000827\,(21 - t)^2.$$

t	2 *d* gevonden	2 *d* berekend	Δ
9°.5	59°14′	59°14′	0
13°.25	58°48′.5	58°49′	— 0′.5
17°.3	58°22′	58°22′	0
20°.9	57°58′	57°58′	0
24°.0	57°36′.5	57°37′.2	— 0′.7
31°.1	56°51′.5	56°50′.4	+ 1′.1
32°.1	56°41′.5	56°43′	— 1′.5

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
5° C.	1.3594	30
10° »	1.3564	29
15° »	1.3535	30
20° »	1.3505	30
25° »	1.3475	30
30° »	1.3445	30
35° »	1.3415	

Streep Naα.

$$2d = 58^\circ 19'.6 + 6'.682\,(21 - t) + 0'.0157\,(21 - t)^2.$$

t	2 *d* gevonden	2 *d* berekend	Δ
9°.5	59°37′.5	59°35′.5	— 1′.0
13°.1	59°12′.	59°13′.4	— 1′.4
17°.2	58°43′.5	58°45′.3	— 1′.8
20°.8	58°21′	58°20′.9	— 0′.1
24°.0	57°58′.5	57°59′.7	+ 1′.2
31°.85	57° 9′	57° 9′.1	— 0′.1

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
5° C.	1.3616	31
10° »	1.3585	30
15° »	1.3555	30
20° »	1.3525	30
25° »	1.3495	29
30° »	1.3466	28
35° »	1.3438	

Streep Caβ.

$$2d = 58^{0}32' + 6'.63\,(21 - t) + 0'.0107\,(21 - t)^{2}.$$

t	$2d$ gevonden	$2d$ berekend	Δ
9°.6	59°49'	59°49'	0
12°.9	59°26'	58°26'.5	—0'.5
17°.1	58°59'	58°58'	+1'.0
20°.7	58°34'	58°34'	0
23°.3	58°18'	58°16'.7	+1'.3
31°.9	57°21'	57°20'.9	+0'.1

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5° C.	1.3627	
		31
10° »	1.3596	
		30
15° »	1.3566	
		30
20° »	1.3536	
		29
25° »	1.3507	
		30
30° »	1.3477	
		28
35° »	1.3449	

Streep Srδ.

$$2d = 59^{0}25' + 6'.85\,(21 - t) - 0'.0045\,(21 - t)^{2}.$$

t	$2d$ gevonden	$2d$ berekend	Δ
9°.9	60°41'	60°41'	0
12°.45	60°22'	60°23'.7	—1'.7
17°.0	59°55'.5	59°52'.9	+2'.6
20°.7	59°27'.5	59°27'.6	—0'.1
32°.25	58° 8'	58° 7'.8	+0'.2

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer.	Δ
5° C.	1.3673	
		30
10° »	1.3643	
		29
15° »	1.3614	
		30
20° »	1.3584	
		30
25° »	1.3554	
		31
30° »	1.3523	
		31
35° »	1.3492	

Zevende Reeks.

Aether D. Strepen Liα, Naα, Caβ en Srδ.
Brekende hoek $= 73^\circ 18'$.

Streep Liα.

$$2d = 68^\circ 40'.5 + 8'.1853\,(17 - t) - 0'.0091\,(17 - t)^2.$$

t	$2d$ gevonden	$2d$ berekend	Δ
-0°.25	70°59'	70°59'.5	— 0'.5
0°	70°57'.5	70°57'.5	0
2°.9	70°32'.5	70°33'.9	— 1'.4
5°.0	70°17'	70°16'.8	+ 0'.2
11°.6	69°23'	63°23'	0
16°.9	68°40'.5	68°39'.6	+ 0'.9
20°.95	68° 6'	68° 6'.3	— 0'.3
26°.5	67°23'.5	67°21'.0	+ 2'.5
33°.6	66°.29'.5	66°22'.5	0

t	Betrekkelijke brrkingsaanwijzer.	Δ
0° C.	1.3620	
5° »	1.3592	28
10° »	1.3563	29
15° »	1.3533	30
20° »	1.3503	30
25° »	1.3473	30
30° »	1.3443	30
35° »	1.3413	30

Streep Naα.

$$2d = 69^\circ 8'.4 + 8'.2265\,(17 - t) - 0'.01125\,(17 - t(^2.$$

t	$2d$ gevonden	$2d$ berekend	Δ
0°.3	71°23'.5	71°22'.6	+ 0'.9
3°.55	70°55'.5	70°56'.9	— 1'.4
6°.4	70°34'.5	70°34'.0	+ 0'.5
10°.8	69°58'	69°59'.1	— 1'.1
16°.8	69°10'	69°10'	0
21°.9	68°24'	68°27'.7	— 3'.7
26°.55	67°48'.5	68°48'.7	— 0'.2
33°.2	66°52'	68°52'.1	— 0'.1

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
0° C.	1.3640	
5° »	1.3612	28
10° »	1.3583	29
15° »	1.3554	29
20° »	1.3524	30
25° »	1.3494	30
30° »	1.3464	30
35° »	1.3432	32

Streep Caβ.

$$2\,d = 69^{0}27'.3 + 8'.291\,(17 - t) - 0'.01367\,(17 - t)^2.$$

t	$2\,d$ gevonden	$2\,d$ berekend	Δ
$1^0.5$	$71^0 32'.5$	$71^0 32'.4$	$+ 0'.1$
$3^0.35$	$71^0 17'.5$	$71^0 17'.8$	$- 0'.3$
$5^0.45$	$71^0\ 1'$	$71^0\ 1'.2$	$- 0'.2$
$12^0.4$	$70^0\ 3'.5$	$70^0\ 5'.1$	$- 1'.6$
$16^0.85$	$69^0 28'.5$	$69^0 28'.4$	$+ 0'.1$
$20^0.3$	$68^0 54'$	$68^0 59'.8$	$- 5'.8$
$26^0.4$	$68^0\ 6'.5$	$68^0\ 8'.1$	$- 1'.6$
$33^0.5$	$67^0\ 6'.5$	$67^0\ 6'.7$	$- 0'.2$

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
0^0 C.	1.3754	
		29
5^0 »	1.3625	
		28
10^0 »	1.3597	
		29
15^0 »	1.3568	
		30
20^0 »	1.3538	
		31
25^0 »	1.3507	
		31
30^0 »	1.3476	
		31
35^0 »	1.3445	

Streep Srδ.

$$2\,d = 70^{0}3'.7 + 8'.406\,(20 - t) + 0.0062\,(20 - t)^2.$$

t	$2\,d$ gevonden	$2\,d$ berekend	Δ
$5^0.2$	$72^0\ 9'.5$	$72^0 10'.8$	$- 1'.3$
$5^0.7$	$72^0\ 8'.0$	$72^0\ 6'.5$	$+ 1'.5$
$13^0.3$	$71^0\ 2'.5$	$71^0\ 1'.5$	$+ 1'.0$
$16^0.4$	$70^0 35'.5$	$70^0 35'.1$	$+ 0'.4$
$20^0.8$	$69^0 57'$	$69^0 57'.9$	$- 0'.9$
$27^0.3$	$69^0\ 2'.5$	$69^0\ 3'.1$	$- 0'.6$
$34^0.35$	$68^0\ 4'$	$68^0\ 4'$	0

t	Betrekkelijke brekingsaanwijzer	Δ
0^0 C.	1.3704	
		30
5^0 »	1.3674	
		30
10^0 »	1.3644	
		30
15^0 »	1.3614	
		30
20^0 »	1.3584	
		30
25^0 »	1.3554	
		30
30^0 »	1.3524	
		30
35^0 »	1.3494	

ACHTSTE REEKS.

Gelijktijdige bepaling van den brekingsaanwijzer van aether voor de strepen Liα, Naα, Caβ, Srδ, Hα, Hβ en Hγ, en wel bij middelbare temperatuur en voor hetzelfde praeparaat (Aether E). Voor de zuivering van dezen aether werd de meest mogelijke zorg gedragen; evenwel was de vloeistof niet in het luchtledig, maar in lucht over natrium gerectificeerd.

Brekende hoek = 70°18′.
Gevonden waarden voor 2 *d*.

t	Liα	*t*	Hα	*t*	Naα	*t*	Caβ	*t*	Hβ	*t*	Srδ	*t*	Hγ
11°.5	69°29′			12°.8	69°57′	12°.8	70°6′						
13°.2	69°15′			13°.8	69°40′.5	14°.5	69°51′.5			15°.6	70°50′		
16°.2	68°51′.5	16°.3	68°55′.5	16°.3	69°19′	16°.7	69°33′.5	16°.4	70°20′.5	17°.4	70°34′	16°.3	68°5

Reduceert men deze waarden op eene temperatuur van 15° C. en berekent men daaruit de waarden voor de brekingsaanwijzers, zoo verkrijgt men de volgende uitkomst:

	Liα	Hα	Naα	Caβ	Hβ	Srδ	Hγ
	1.3530		1.3558	1.3568			
	1.3534		1.3555	1.3569		1.3616	
	1.3535		1.3555	1.3568		1.3616	
Midden	1.3533	1.3538	1.3556	1.3568	1.3601	1.3616	1.3641 *)

NEGENDE REEKS.

Bepaling, bij de temperatuur der lucht, van den brekingsaanwijzer van denzelfden aether, die gestrekt heeft voor de vierde reeks van proeven omtrent dichtheid en uitzetting, en wel voor de strepen Liα, Naα, Caβ en Srδ.

---

*) LANDOLT (*Zie Ann. der Chem. u. Pharm.*) vond bij 15° C. voor de streepen Hα, Hβ, Hγ de waarden 1.3537, 1.3602 en 1.3641.

Brekende hoek = 66°56′.

Gevonden waarden van 2*d*.

t	Liα	*t*	Naα	*t*	Caβ	*t*	Srδ
11°.7	59°36′					12°	61°8′
13°.2	59°27′	13°.9	59°48′.5	13°	60° 5′	12°.8	61° 2′.5
16°.8	59° 2′	17°.2	59°23′.5	17°.4	59°35′	17°.9	60°27′.5
19°.0	58°47′	19°.2	59° 9′.5	18°.9	59°25′	19°.25	60°19′.5

Hieruit berekent men voor den brekingsaanwijzer na reductie op 15° C. het volgende:

	Liα	Naα	Caβ	Srδ
	1.3534	1.3554	1.3567	1.3616
	1.3535	1.3554	1.3569	1.3617
	1.3535	1.3555	1.3567	1.3616
	1.3535	—	—	1.3615
Midden	1.3535	1.3554	1.3568	1.3616

Tiende Reeks.

Aether D. Bepaling van den brekingsaanwijzer voor de strepen Liα, Naα, Caβ en Srδ bij de temperatuur der lucht.

Brekende hoek = 66°17′.

Gevonden waarden van 2*d*.

t	Liα	*t*	Naα	*t*	Caβ	*t*	Srδ
13°.0	58°33′.5	12°.5	59° 0′	12°.7	59°12′.5	11°.1	60°14′.5
13°.0	58°35′	12°.9	58°57′.5	14°.1	59° 1′	15°.5	59°54′
13°.9	58°28′	14°.1	58°49′	15°.4	58°55′	15°.0	59°52′
15°.0	58°20′	15°.0	58°43′				

Hieruit berekent men voor den brekingsaanwijzer, na reductie op 15° C. het volgende:

Liα	Naα	Caβ	Srδ
1.3534	1.3555	1.3567	1.3614
1.3535	1.3555	1.3566	1.3615
1.3534	1.3555	1.3567	1.3616
1.3534	1.3555	—	—
1.3534	1.3555	1.3567	1.3615

Elfde Reeks.

Dezelfde aether *D*. Bepaling van den brekingsaanwijzer voor de waterstofstrepen Hα, Hβ en Hγ bij gewone temperatuur.

Berekende hoek 66°17′.
Gevonden waarden van 2 *d*.

t	Hα	*t*	Hβ	*t*	Hγ
12°.6	58°43′	12°.7	59°52′	12°.9	60°33′
13°.8	58°34′5	14°.8	59°38′5	15°.4	60°12′
15°.8	58°22′	15°.6	59°30′	16°.2	60°10′5

Hieruit vindt men door berekening de volgende waarden voor den brekingsaanwijzer bij 15° C.

Hα	Hβ	Hγ
1.3541	1.3602	1.3639
1.3540	1.3603	1.3637
1.3541	1.3600	1.3638
1.3541	1.3602	1.3638

Twaalfde Reeks.

Gelijktijdige bepaling van den brekingsaanwijzer voor de strepen Kα, Liα, Naα, Tlα, Srδ en bij de temperatuur der lucht.

Aether E. Brekende hoek = 78⁰.24′.
Gevonden waarden van 2 *d*.

t	Kα	*t*	Liα	*t*	Naα	*t*	Tlα	*t*	Srδ
14°.2	77°54′	14°.5	78°22′	14°.25	78°59′	14°.9	79°26′	15°	80°32′

Hieruit berekent men voor de brekingsaanwijzers na reductie op 15⁰ C. het volgende:

Kα	1.3512
Liα	1.3529
Naα	1.3550
Tlα	1.3570
Srδ	1.3609

DERTIENDE REEKS.

Gelijktijdige bepaling van den brekingsaanwijzer voor de strepen Kα, Liα, Naα, Tlα, Srδ en Rbα bij de temperatuur der lucht.

Aether F. Brekende hoek 56⁰9′.
Gevonden waarden voor 2 *d*.

	Kα	*t*	Liα	*t*	Naα	*t*	Tlα	*t*	Srδ	*t*	Rbα
.8	45°29′	17°.2	45°46.′5	17°.7	46°2′	17°.4	46°20′.5	17°.6	46°49′.5	18°.2	47°16

Hieruit berekent men voor den brekingsaanwijzer na reductie op 15⁰ C. het volgende:

Kα	1.3518
Liα	1.3533
Naα	1.3555
Tlα	1.3576
Srδ	1.3612
Rbα	1.3650

Veertiende Reeks.

Gelijktijdige bepaling van den brekingsaanwijzer voor dezelfde strepen als bij de 13de reeks en bij de temperatuur der lucht.

Aether *F*. Berekende hoek 54°52′.
Gevonden waarden van 2 *d*.

t	$K\alpha$	t	$Li\alpha$	t	$Na\alpha$	t	$Tl\alpha$	t	$Sr\delta$	t	$Rb\alpha$
17°.9	44°7′	14°.2	44°39′	12°.8	45°.2	16°.3	45°3′.5	19°.4	45°18′.5	17°.0	45°57

Hieruit berekent men de volgende brekingsaanwijzers na reductie op 15° C.

$K\alpha$	1.3519
$Li\alpha$	1.3535
$Na\alpha$	1.3556
$Tl\alpha$	1.3578
$Sr\delta$	1.3615
$Rb\alpha$	1.3649

Vijftiende Reeks.

Gelijktijdige bepaling van den brekingsaanwijzer voor de strepen $K\alpha$, $N\alpha$, $Tl\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ en $Rb\alpha$ bij de temperatuur der lucht.

Aether *G*. Berekende hoek 62°1′.
Gevonden waarden van 2 *d*.

t	$K\alpha$	t	$H\alpha$	t	$Na\alpha$	t	$Tl\alpha$	t	$H\beta$	t	$H\gamma$	t	Rb
11°.9	52°11′	19°.6	52°26′	18°.25	52°51′	18°.5	53°10′	19°.6	53°26′	19°.6	54°3′	18°.5	54°

Hieruit berekent men de volgende brekingsaanwijzers na reductie op 20° C.

Kα	1.3490
Hα	1.3543
Naα	1.3527
Tlα	1.3548
Hβ	1.3571
Hγ	1.3608
Rbα	1.3619

Combineert men de verschillende waarden, voor de betrekkelijke brekingsaanwijzers verkregen, met elkander, hetwelk natuurlijk niet geschieden kan zonder eene onzekerheid van één of een paar eenheden in de 4e decimaal over te laten, zoo komt men tot het volgende samenstel: (daarbij is de waarschijnlijkste waarde van den brekingsaanwijzer voor Naα 1.3555 als grondslag aangenomen).

t	Kα	Liα	Hα	Naα	Caβ	Tlα	Hβ	Srδ	Hγ	Rbα
C.	1.3604	1.3622	1.3629	1.3644	1.3656	1.3664	1.3690	1.3705	1.3729	1.3739
„	1.3575	1.3593	1.3600	1.3614	1.3626	1.3634	1.3660	1.3675	1.3699	1.3708
„	1.3545	1.3563	1.3570	1.3585	1.3597	1.3605	1.3631	1.3645	1.3668	1.3677
„	1.3516	1.3534	1.3541	1.3555	1.3567	1.3575	1.3601	1.3615	1.3638	1.3647
„	1.3486	1.3504	1.3511	1.3525	1.3537	1.3545	1.3571	1.3585	1.3608	1.3617
„	1.3457	1.3575	1.3481	1.3495	1.3507	1.3515	1.3541	1.3555	1.3578	1.3586
„	1.3427	1.3445	1.3451	1.3466	1.3478	1.3486	1.3512	1.3525	1.3547	1.3555
„	1.3398	1.3416	1.3422	1.3437	1.3448	1.3456	1.3482	1.3495	1.3517	1.3525

Uit deze waarden wordt de absolute brekingsaanwijzer afgeleid door vermenigvuldiging met den absoluten brekingsaanwijzer van lucht, waarvoor als vroeger kan aangenomen worden:

$$1.000286 - 0.00000079\ (t - 10).$$

Zoodoende verkrijgt men waarden die 0.0004 hooger zijn, dan die welke in bovenstaande tabel zijn samengevat.

In de verhandeling, die in der tijd door M. Hoek en mij werd uitgegeven, hebben wij de uitkomsten medegedeeld,

welke de berekeningen van het brekend vermogen opleverden, wanneer men daarvoor de uitdrukking $(n^2 - 1) V$ aannam. Het bleek toen, dat de verkregene waarden, die hieraan beantwoordden, naarmate de temperatuur toenam, kleiner werden, en HOEK leidde daaruit af: òf dat de ten grondslag gelegde formule van NEWTON niet aan de gestelde vereischten voldeed, òf dat bij stijging van temperatuur lichtaether uit de onderzochte scheikundige verbindingen werd uitgestooten.

Ik heb het niet onbelangrijk geacht, den door mij onderzochten aether ook in den kring van beschouwing te trekken, en tevens voor de vroeger onderzochte verbindingen na te gaan, welke uitkomsten men bij gebruik van de door LANDOLT *) en LORENTZ †) gegevene formulen zou verkrijgen §).

Aether.

Waaarden van $(n^2 - 1) V$ voor de stralen $K\alpha$, $Ca\beta$ en $Rb\alpha$ (V bij 0° C. = 1 gesteld).

t	$K\alpha$		$Ca\beta$		$Rb\alpha$	
0° C.	0.8518		0.8660		0.8884	
		15		17		16
5° »	0.8502		0.8643		0.8868	
		13		14		17
10° »	0.8485		0.8679		0.8851	
		14		17		15
15° »	0.8471		0.8612		0.8836	
		16		14		14
20° »	0.8455		0.8598		0.8822	
		12		14		15
25° »	0.8443		0.8584		0.8807	
		15		12		16
30° »	0.8428		0.8572		0.8721	
		11		12		12
35° »	0.8417		0.8560		0.8769	

*) POGG. *Ann.* Bd. 123. p. 595.

†) Verh. der Kon. Akad. v. Wetenschappen XVIII. POGG. *Ann.* Neue Folge IX, p. 64.

§) Alleen is in plaats van d gebezigd $\frac{1}{V}$, om beter vergelijkbare waarden te verkrijgen met die welke uit de formule $(n^2 - 1) V$ voortvloeien.

Waarden van $(n - 1)\,V$*)
voor zes onderzochte vloeistoffen en voor streep D.
V bij $0^0 = 1$ gesteld.

t	Amyl-alcohol Kopp 1855	Aethyl-acetaat	Aethyl-benzoaat	Aethyl-oxalaat	Aether	Water
0° C.					0.3642	
10° »	0.4158	0.3825	0.5155	0.4196	0.3641	0.3345
20° »	0.4157	0.3822	0.5155	0.4196	0.3637	0.3341
30° »	0.4157	0.3821	0.5154	0.4196	0.3635	0.3339
35° »					0.3633	
40° »	0.4153	0.3821	0.5152	0.4196		0.3337
50° »	0.4150	0.3821	0.5151	0.4195		0.3334
60° »	0.4148	0.3821	0.5149	0.4194		0.3331
70° »	0.4145	0.3824	0.5147	0.4194		0.3329
80° »	0.4143		0.5145	0.4193		0.3328
90° »	0.4140		0.5145	0.4193		0.3326
100° »	0.4140			0.4192		0.3323
110° »				0.4193		

Waarden van $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \times V$*)
voor dezelfde vloeistoffen voor streep D.
V bij $0^0 = 1$ gesteld.

t	Amyl-alcohol Kopp 1855	Aethyl-acetaat	Aethyl-benzoaat	Aethyl-oxalaat	Aether	Water
0° C.					0.2233	
10° »	0.2511	0.2333	0.3022	0.2532	0.2235	0.2152
20° »	0.2514	0.2336	0.3027	0.2536	0.2236	0.2133
30° »	0.2516	0.2338	0.3030	0.2539	0.2237	0.2113
35° »					0.2238	
40° »	0.2517	0.2341	0.3034	0.2542		0.2093
50° »	0.2518	0.2345	0.3038	0.2545		0.2072
60° »	0.2520	0.2349	0.3042	0.2547		0.2051
70° »	0.2521	0.2354	0.3045	0.2550		0.2031
80° »	0.2523		0.3048	0.2553		0.2008
90° »	0.2525		0.3051	0.2557		0.1994
100° »	0.2529		0.3055	0.2560		0.1977
110° »				0.2563		

*) Deze volumina zijn ontleend aan de waarnemingen van Kopp.

Wanneer men de berekening uitvoert voor eene lichtstraal van oneindig groote golflengte, verkrijgt men uitkomsten, die slechts onbeduidende verschillen opleveren met de voorgaande. Een enkel voorbeeld ter toelichting. Wanneer wij voor de golflengte van Hα en Hγ de gegevens van Plücker bezigen (6.564 en 4.339, uitgedrukt in tienduizendste deelen van millimeters) en met de door mij gevondene waarden voor den brekingsaanwijzer van aether bij 0° en 35° de coëfficiënten A uit de bekende formule van Cauchy berekenen, vinden wij:

bij 0° C $A = 1.3557$ en bij 35° C. $A = 1.3354$

en verder voor de waarden van $\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right) V$:

bij 0° C. 0.2183 en bij 35° C. 0.2189.

De verschillen tusschen deze waarden komen, zooals men ziet, bijna volkomen overeen met die, welke uit de voorgaande tabel zijn op te maken. Overziet men de verkregene uitkomsten, zoo ontwaart men dat het gebruik der door Landolt voorgestelde uitdrukking $(n - 1)\ V$, ofschoon zuiver empirisch, voor alle temperaturen *bijna*, maar toch niet geheel standvastige waarden geeft. Er is bij alle door mij onderzochte vloeistoffen steeds eene kleine vermindering van deze waarde te bespeuren naarmate de temperatuur rijst. De formule, door Lorentz gegeven, levert, voor verschillende temperaturen, geene constante producten, maar de afwijkingen zijn onderling veel geringer dan die, welke bij toepassing van de uitdrukking $(n^2 - 1)\ V$ worden verkregen.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Vrijdag 24 April 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, RIJKE, ZEEMAN, GUNNING, MAC GILLAVRY, LORENTZ, VAN RIEMSDIJK, MULDER, HOFFMANN, BEYERINCK, HEYNSIUS, BOSSCHA, PLACE, STOKVIS, KAMERLINGH ONNES, VAN DER WAALS, RAUWENHOFF, DONDERS, VERLOREN, GRINWIS, VAN GOGH, A. C. OUDEMANS JR., VAN BEMMELEN, BIERENS DE HAAN, HUBRECHT, FRANCHIMONT, HOEK, DE VRIES, KOSTER, J. A. C. OUDEMANS, KORTEWEG, DIBBITS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— De Heeren SCHOLS en VAN DIESEN hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 28 Maart 1885; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van de bibliotheek van Teijler's Stichting te Haarlem, 4 April 1885; 3°. D. DE HAAN, waarnemend Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem,

April 1885; 4⁰. J. A. GROTHE, Secretaris van het Historisch Genootschap te Utrecht, Maart 1885; 5⁰. de Gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 16 April 1885; 6⁰. A. LAMEERE, Secretaris der Société entomologique de Belgique te Brussel, 4 April 1885; 7⁰. den Directeur van het Observatoire royal te Brussel, 4 April 1885; 8⁰. A. TIELEMANS, Bibliothecaris der Université catholique te Leuven, 4 April 1885; 9⁰. P. J. VAN BENEDEN, Leuven, 5 April 1885; 10⁰. P. WILLEMS, Leuven, 18 April 1885; 11⁰. MILNE EDWARDS, Parijs, 21 April 1885; 12⁰. den Secretaris der Société d'agriculture, sciences et arts te Valenciennes, 21 April 1885; 13⁰. A. GASTÉ, Secretaris der Académie des sciences, arts et belles-lettres te Caen, 22 April 1885; 14⁰. P. L. SCLATER, Secretaris der Zoological Society te Londen, 30 Maart 1885; 15⁰. J. BAXENDELL, Secretaris der Literary and Philosophical Society te Manchester, 7 April 1885; 16⁰. den Directeur van het royal Institut géologique de Hongrie te Budapest, 3 April 1885; 17⁰. H. VON HELMHOLTZ, Berlijn, 14 Maart 1885; 18⁰. G. KIRCHHOFF, Berlijn, 29 Maart 1885; 19⁰. LUTHER, Directeur der kön. Sternwarte te Koningsbergen, 4 April 1885; 20⁰. H. L. FLEISCHER, Leipzig, 1 April 1885; 21⁰. B. WINDSCHEID, Leipzig, 1 April 1885; 22⁰. R. VON JHERING, Göttingen, 17 April 1885; 23⁰. TH. NÖLDEKE, Straatsburg, 17 April 1885; 24⁰. R. REUSS, Bibliothecaris der Bibliothèque municipale te Straatsburg, 18 April 1885; 25⁰. H. BEUTHIN, Secretaris van het Verein für naturwissenschaftliche Unterhaltung te Hamburg, 28 Maart 1885; 26⁰. G. KARSTEN, Voorzitter van het naturwissenschaftliche Verein für Schleswig-Holstein te Kiel, 13 April 1885; 27⁰. BUCHENAU, Secretaris van het naturforschende Verein te Bremen, 2 April 1885; 28⁰. F. E. KOCH, Secretaris van het Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg te Güstrow, 31 Maart 1885; 29⁰. MULDENER, Bibliothecaris der kön. Universitäts-Bibliothek te Greifswald, 31 Maart 1885; 30⁰. R. THALÉN, Bibliothecaris der Société royale des sciences te Upsala, 14 April 1885; 31⁰. BONOLA, Secretaris der Société khédiviale de Géographie te Caïro, 25 Maart 1885. Aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 'sGravenhage, 9, 11 April 1885; 2°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 'sGravenhage, 15 April 1885; 3°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 20 April 1885; 4°. S. Muller Fz., Archivaris der Rijks-Archieven te Utrecht, Maart 1885; 5°. L. Mandon, Bibliothecaris der Académie des sciences et lettres te Montpellier, 1885; 6°. den Directeur van het royal Institut géologique de Hongrie te Budapest, 2 April 1885; 7°. D. Carutti, Secretaris der Reale Accademia dei Lincei te Rome, 6 Maart 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. eene missive van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (23 April 1885), waarin der Afdeeling wordt medegedeeld, dat Z. M. de Koning de benoemingen van de Heeren C. H. D. Buys Ballot tot Voorzitter en J. D. van der Waals tot Ondervoorzitter bekrachtigd heeft; 2°. een schrijven van de Heeren J. C. en W. Kapteyn (14 April 1885), respectievelijk Hoogleeraren te Groningen en te Utrecht, ter begeleiding eener Verhandeling, getiteld: »les Sinus supérieurs", waarvan de opneming in de werken der Akademie verzocht wordt.

De Verhandeling wordt door den Voorzitter in handen gesteld van de Heeren Bierens de Haan en Korteweg, die de opdracht om daarover advies uit te brengen in de Mei-Vergadering, aannemen.

— De Commissie voor het ontsmettings-regulatief (de Heeren Zeeman, Gunning en Mac Gillavry) brengt rapport uit over het ontwerp, der Afdeeling door Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken toegezonden en verklaart dat zij zich hiermede zeer wel kan vereenigen. Het komt haar echter wenschelijk voor, de bedoelingen der ontwerpers hier en daar iets breeder uiteen te zetten en, in het belang der zaak, nog enkele bepalingen aan het geheel van paragrafen

toe te voegen. Een en ander wordt, bij monde van den Heer MAC GILLAVRY, nader toegelicht. De Vergadering hecht hare goedkeuring aan de gemaakte opmerkingen en besluit, een afschrift van het rapport binnen den kortst mogelijken tijd aan Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken te doen toekomen. Der Commissie wordt voor de vervulling van haar arbeid door den Voorzitter dank gezegd.

— De Heer MULDER biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* een vervolg aan op zijne vroegere onderzoekingen »Over een effluve-ozonometer en ontledingssnelheid van ozon" en licht de door hem verkregen uitkomsten mondeling nader toe.

— De Heer A. C. OUDEMANS JR. spreekt: »Over het verband tusschen chemisch karakter en soortelijk draaiingsvermogen." Hij brengt in herinnering, welke uitkomsten vroeger door hem zijn verkregen bij het onderzoek naar den invloed van zuren op het soortelijk draaiingsvermogen van alcaloïden, en deelt mede, dat hij thans zijn onderzoek heeft uitgestrekt tot de wijziging in het soortelijk draaiingsvermogen van optisch actieve zuren, in het bijzonder van kinazuur en podocarpinezuur, onder den invloed van inactieve bases. De slotsom is, dat dezelfde wetten, welke voor één- en tweezurige alcaloïden gelden, eveneens op één- en tweebasische zuren van toepassing zijn.

Behalve eene verhandeling over het besproken onderwerp, wordt door den Heer OUDEMANS nog eene tweede aangeboden voor de *Verslagen en Mededeelingen*, getiteld: »Over de densiteit, den uitzettings-coëfficiënt en den brekingsaanwijzer van aethylaether."

— De Heer LORENTZ handelt: »Over de gevolgen, die uit de verbinding der stelling van het viriaal met de tweede wet der mechanische warmtetheorie worden afgeleid" en wenscht een opstel daarover in de *Verslagen en Mededeelingen* opgenomen te zien.

— De Heer VERLOREN leest het vervolg zijner »Beschouwingen over de ontwikkeling der bewerktuigde wezens".

— De Heer BIERENS DE HAAN doet de volgende mededeeling:

Toen ik te Londen in de Bibliotheek der Royal Society (Burlington House, Piccadilly) bezig was aan het nemen van afschriften van een 70-tal brieven van CHRISTIAAN HUYGENS aan Sir ROBERT MORAY, Dr. W. WALLIS en aan OLDENBURG, vond ik aldaar, ook in het register van de Royal Society, menig belangrijk stuk. Het is thans de plaats niet, hierover in bijzonderheden te treden; alleen omtrent een enkel punt eenige opmerkingen.

De thermometerschaal werd vroeger aan FAHRENHEIT toegeschreven, die haar op verschillende wijzen inrichtte, tot hij ten laatste op de tegenwoordige verdeeling te land kwam. De Heer R. H. SCOTT, President van de R. Meteorological Society te London heeft echter deze zaak historisch onderzocht en in Julij 1884 een verslag daarover uitgebracht, waaruit bleek dat deze gedachte moest worden toegeschreven aan R. HOOKE, die in zijne Micrographia van 1667 daarvan melding maakt. Hij scheen wel eenigszins trotsch er op te zijn, dat deze verdeeling niet eene Fransche maar eene Engelsche was. Nu is mij uit een brief van HUYGENS: 2 Jan. 1665 gebleken, dat aan dezen grooten geleerde ook hier de voorrang behoort. Hier volge een stuk van zijn brief aan ROBERT MORAY, gevonden in het Archief van de Royal Society.

»Il seroit bon de || songer a une mesure uniuerselle et determinee du froid || et du chaud: en faisant premierement que la capacité || de la boule eut une certaine proportion a celle du tuyau, || et puis prenant pour commencement le degrè de froid || par lequel l'eau commence à geler, ou bien le degrè de || chaud de l'eau bouillante: a fin que sans s'envoier de || thermometre l'on pust se communiquer les degrez || du chaud et du froid qu'on auroit trouvè dans les experiences || et les consigner à la posteritè."

Ook werd aan HUYGENS toegeschreven de uitvinding van

den controleur bij den barometer. HUYGENS zelf meende dit ook, totdat hij op DESCARTES werd gewezen. Merkwaardig is zeker hetgeen hij daaromtrent schreef aan OLDENBURG: 10 Februari 1673.

»J'eusse || souhaitè que la pensée de M. DES CARTES touchant le || barometre compose de mercure et d'eau eust estè connue || de mesme, a scavoir celle qui est mentione dans || une lettre de M. CHANUT, imprime a la fin dn traité || de M. PASCHAL de l'Equilibre des Liqueurs. Car assurement je n'aurois pas donnè cette invention connue || venant de moy, si ce n'est en ce que j'y puis avoir || adjoustè.... Et ce || ne fut que 15 jours apres qu'ils eussent estè publiées dans le Journal que M. MARIOTTE receut cet avis.... N'y ayant rien || que j'abhorre d'avantage que de m'attribuer ce || qui appartient a d'autres. Et quoyque la construction || de Mr. DES CARTES ne puisse pas reussir."

Mij ontbrak de tijd om den brief van DESCARTES te raadplegen, maar ik geloof reden te hebben voor de onderstelling, dat HUYGENS hier al te nederig is geweest, en hem wel degelijk de eer dier uitvinding toekomt.

Als eene merkwaardige bijzonderheid wil ik hier nog mededeelen, dat er in 1674 te Parijs een boekwinkel was »aux armes d'Hollande"; zooals ik in Bouwstoffen N⁰. 29 mededeelde, dat aldaar in 1659 een ander uitgever was, die tot uithangbord had: »a la ville de Leyden."

— Daar er verder niets meer te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

DERDE REEKS.

TWEEDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1886.

GEDRUKT BIJ DE KOEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

TWEEDE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

DE INVLOED VAN GELEIDERS

OP DE

VERDEELING DER ELECTRISCHE ENERGIE.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

1. Wanneer in de nabijheid van een geëlectriseerd lichaam een geleider wordt gebracht, al dan niet met electriciteit geladen, zal de totale energie van het electrostatische veld eene verandering ondergaan en wel toe- of afnemen.

Wordt de betrekkelijke stand der beide lichamen door uitwendigen arbeid in tegengestelden zin der electrische werkingen veranderd, zonder dat eenige geleidende verbinding ontstaat, zoo zal de electrische energie evenveel toenemen als die uitwendige arbeid bedraagt. Worden echter de lichamen aan zich zelve overgelaten, zoo geven hunne ladingen aan de tusschen hen bestaande electrische werking gevolg; de arbeid der electrische krachten is dan positief en correspondeert met eene vermindering der electrische energie.

Merkwaardig is hierbij het geval, dat de geleider, die in de nabijheid van de electrische lading wordt gebracht, aanvankelijk *zonder lading* is, het zij hij geïsoleerd, of met den grond verbonden is.

De geïsoleerde geleider wordt door inductie geladen; zijne totale lading is echter altijd nul, en in de gewone uitdruk-

king voor de energie van het stelsel: »de halve som der producten van potentiaal en lading", komt het product voor dien geleider *niet* voor.

Evenmin geeft een met den grond verbonden geleider, welks potentiaal nul is, een term in de formule, die de energie van het stelsel bepaalt.

Toch hebben beide geleiders invloed op de geheele energie, daar zij door invloed de capaciteit van den aanvankelijken geëlectriseerden geleider en de potentiaal der electrische lading wijzigen.

De totale energie van het electrostatische veld wordt in beide gevallen *verminderd.*

Wij stellen ons voor die vermindering nader te bepalen en zullen, na eene algemeene behandeling van den invloed van willekeurig geladen geleiders, achtereenvolgens onderzoeken het geval, dat een in een punt geconcentreerde vaste electrische massa q zich bevindt tegenover een neutralen of afgeleiden bolvormigen conductor, daarna dit punt tegenover een oneindig vlakken geleider, om ten laatste den bolvormigen condensator te bespreken, welk drietal de eenige stelsels van geleiders vormt, die eene eenvoudige volledige behandeling der energie-verdeeling mogelijk maken.

Als noodzakelijke inleiding tot onze methode zullen wij eene algemeene behandeling van de potentiaal-, capaciteit- en inductie-coëfficiënten voor een stelsel van twee electrische geleiders doen voorafgaan.

2. Zijn voor beide geleiders de electrische ladingen M_1 en M_2, de totale potentialen over die geleiders V_1 en V_2, zoo zijn deze grootheden onderling verbonden door de vergelijkingen:

$$V_1 = p_1 M_1 + p' M_2, \qquad V_2 = p' M_1 + p_2 M_2 . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

De coëfficiënten p_1, p' en p_2 hangen van den vorm en betrekkelijken stand der geleiders af en worden de *potentiaal-coëfficiënten* van het stelsel genoemd. Zij zijn blijkbaar van de afmeting L^{-1}, en positief, terwijl $p' < p_1$ en p_2, ten hoogste daaraan gelijk is. Beide vergelijkingen geven

door oplossing van M_1 en M_2 twee andere van den vorm:

$$M_1 = q_1 V_1 + q' V_2, \qquad M_2 = q' V_1 + q_2 V_2. \;.\;.\;.\;.\; (2)$$

welke coëfficiënten q_1, q' en q_2 functiën van p_1, p' en p_2 zijn, dus evenzeer van den vorm en den betrekkelijken stand der geleiders afhangen.

De coëfficiënten q_1 en q_2 worden de *coëfficiënten van capaciteit*, q' de *inductiecoëfficiënt* der twee geleiders op elkander genoemd. Deze zijn van de afmeting eener lijn; q_1 en q_2 zijn steeds positief, de inductiecoëfficiënt q' is altijd negatief; ook hier laat zich bewijzen, dat de getalwaarde van $q' < q_1$ en q_2 ten hoogste daaraan gelijk is.

Zooals bekend, is V_1 eene constante over de geheele uitgebreidheid van den eersten, V_2 over die van den tweeden geleider, terwijl de vergelijkingen geacht kunnen worden nog geldig te zijn in het grensgeval, dat de eerste lading M_1 in eene vaste lading $q = M_1$ overgaat, die in een punt is geconcentreerd; wel krijgen enkele der zes coëfficiënten dan eene eigenaardige beteekenis, die echter het gebruik der vergelijkingen (1) en (2) ook in dit geval niet uitsluit.

De coëfficiënten q volgen derhalve uit de coëfficiënten p en omgekeerd. Substitutie der waarden van M_1 en M_2 van (2) in (1) geeft twee identieke vergelijkingen in V_1 en V_2, waaruit voor de zes coëfficiënten de volgende drie onderling onafhankelijke betrekkingen ontstaan:

$$p_1 q_1 + p' q' = 1, \quad p' q' + p_2 q_2 = 1, \quad p_1 q' + p' q_2 = 0 \;.\;.\;.\; (3)$$

Stellen wij kortheidshalve:

$$p_1 p_2 - p'^2 = D \quad \text{en} \quad q_1 q_2 - q'^2 = D'. \;.\;.\;.\;.\; (3_a)$$

dan volgt terstond:

$$\left.\begin{array}{lll} p_1 = \dfrac{q_2}{D'}, & p' = -\dfrac{q'}{D'}, & p_2 = \dfrac{q_1}{D'} \\[2ex] q_1 = \dfrac{p_2}{D}, & q' = -\dfrac{p'}{D}, & q_2 = \dfrac{p_1}{D} \end{array}\right\} \;.\;.\;.\;.\; (4)$$

en uit de waarden van p' en q', dat:

$$DD' = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4_a)$$

De wiskunstige bepaling dezer zes coëfficiënten uit den gegeven vorm en stand der geleiders is in het algemeen moeilijk, zoodat het voor weinig gevallen gelukt hunne waarden te bepalen *).

3. De electrische energie van het stelsel geleiders wordt gegeven door de bekende uitdrukking:

$$W = \tfrac{1}{2}(M_1 V_1 + M_2 V_2) \ldots\ldots\ldots (5)$$

Zooals wij reeds in N^0. 1 opmerkten, is zoowel voor een neutralen geleider, waarvoor $M_2 = 0$, als voor een met den grond verbonden conductor, wanneer $V_2 = 0$, de tweede term van het tweede lid nul, zoodat de term voor den tweeden geleider in den vorm van W niet voorkomt. Toch heeft die geleider invloed op de totale energie van het veld, daar V_1 door de nabijheid van M_2 gewijzigd en in beide gevallen *verminderd* wordt; de energie W wordt dus door die nabijheid kleiner.

Ten einde zulks beter te doen inzien, vormen wij twee andere uitdrukkingen voor W, door de waarden van V_1 en V_2 uit (1), daarna van M_1 en M_2 uit (2) in (5) te substitueeren; er volgt dan:

$$W = \tfrac{1}{2}(p_1 M_1^2 + 2p' M_1 M_2 + p_2 M_2^2) \ldots\ldots (6)$$

en

$$W = \tfrac{1}{2}(q_1 V_1^2 + 2q' V_1 V_2 + q_2 V_2^2) \ldots\ldots (6_a)$$

Voor de massa M_1, die aanvankelijk aanwezig was, werd de energie uitgedrukt door:

$$\overline{W} = \tfrac{1}{2} V M_1,$$

of als C de capaciteit van den alleen staanden geleider, die

---

*) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, No. 87 en 10'.

wij zijne *absolute* capaciteit zouden kunnen noemen, welke M_1 en V verbindt door de betrekking:

$$M_1 = V C,$$

wordt

$$\overline{W} = \tfrac{1}{2} M_1 V = \frac{1}{2C} M_1^2 = \tfrac{1}{2} C V^2 \quad \ldots\ldots (7)$$

Voor een alleenstaanden bol met den straal R, is blijkbaar $C = R$ en wordt:

$$\overline{W} = \frac{1}{2R} M_1^2 = \tfrac{1}{2} R V^2.$$

Blijkens het medegedeelde is ons doel derhalve de waarden van W en $\overline{W}$, in (6) en (7) voorkomende, onderling te vergelijken.

4. Wanneer in het algemeen de energie van het stelsel door de aanwezigheid van den tweeden geleider k-maal grooter is geworden, dus $W = k\overline{W}$, zoo geven (6) en (7):

$$k M_1^2 = C(p_1 M_1^2 + 2p' M_1 M_2 + p_2 M_2^2). \ldots (8)$$

Is de gegeven lading M_2 over den bijgebrachten geleider x maal grooter dan de eerste aanwezige lading, dus: $M_2 = x M_1$, zoo volgt:

$$k = C(p_1 + 2p'x + p_2 x^2) \ldots\ldots\ldots (8_a)$$

waaruit:

$$x = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{p_2 k - D C}{p_2^2 C}} \ldots\ldots\ldots (9)$$

of wegens (4):

$$x = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{q_1 k - C}{p_2 q_1 C}} \ldots\ldots\ldots (9_a)$$

Om dus een stelsel te verkrijgen, waarbij de energie k-maal grooter is, geve men den bij te voegen geleider eene lading $M_2 = x M_1$, waarin x door (9) in (9_a) gegeven is.

Zoodat in het algemeen *twee* verschillende ladingen van het tweede lichaam eene zelfde energieverandering te weeg brengen.

De energie zal door de aanwezigheid van het tweede lichaam *niet* veranderd worden, wanneer dit eene lading $x\, M_1$ heeft, waarbij:

$$x = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{p_2 - D\, C}{p_2^2\, C}} = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{q_1 - C}{p_2\, q_1\, C}} \,.\,. \quad (10)$$

5. Van belang zijn nu de beide gevallen, waarbij het tweede lichaam geïsoleerd en zonder lading, of geleidend met den grond verbonden is.

a. Is het lichaam geïsoleerd en zonder lading, dan is $M_2 = 0$ en (6) geeft:

$$W_1 = \tfrac{1}{2}\, p_1\, M_1^2 \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, \quad (11)$$

in gevolge (8) is dan de energie van het stelsel:

$$k_1 = \frac{W_1}{\overline{W}} = p_1\, C \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, \quad (11_a)$$

maal grooter geworden; welke waarde k_1 ook uit (9) volgt door $x = 0$ te stellen.

In het algemeen is dit quotient $\frac{W_1}{\overline{W}} = p_1\, C = p_1 : \frac{1}{C}$ kleiner, ten hoogste gelijk aan de eenheid, zoodat $k_1 < 1$ en dus de energie van het electrische veld door de aanwezigheid van een neutralen geleider *verminderd* wordt.

Die vermindering van energie wordt aangegeven door

$$\Delta_1\, W = \overline{W} - W_1 = \left(\frac{1}{C} - p_1\right) \frac{M_1^2}{2} \,.\,.\,.\,.\, \quad (12)$$

en zij vindt haar equivalent in de energie der op den neutralen geleider geïnduceerde *nullading*.

b. Is de tweede geleider met den grond verbonden, zoo

volgt uit (1) door $V_2 = 0$, $M_2 = -\frac{p'}{p_2} M_1$ te nemen en de energie van het stelsel wordt wegens (6)

$$W_2 = \tfrac{1}{2}\left(p_1 M_1^2 - 2\frac{p'^2}{p_2} M_1^2 + \frac{p'^2_1}{p_2} M_1^2\right) = \frac{D}{2p_2} M_1^2 = \frac{1}{q_1} \cdot \frac{M_1^2}{2} \quad \text{..(13)}$$

De energie is in dit geval

$$k_2 = \frac{W_2}{\overline{W}} = \frac{C}{q_1} \quad \text{. . . . . (14)}$$

maal grooter, zooals uit (9_a) volgt, voor $x = -\frac{p'}{p_2}$. Ook hier heeft vermindering der energie plaats en wel eene grootere dan in het eerste geval; immers is

$$\frac{1}{q_1} = \frac{D}{p_2} = p_1 - \frac{p'^2}{p_2} < p_1 \quad \text{dus} \quad k_2 < k_1$$

en

$$W_1 - W_2 = \frac{p'^2}{p_2} \cdot \frac{M_1^2}{2} \quad \text{. . . . . . . (15)}$$

terwijl de vermindering der aanvankelijk aanwezige energie in dit geval

$$\Delta_2 W = \overline{W} - W_2 = \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{q_1}\right) \frac{M_1^2}{2} \quad \text{. . . . (16)}$$

Dus blijkt dat, daar

$$\frac{1}{C} > p_1 > \frac{1}{q_1},$$

de energie $\overline{W}$ van de enkel aanwezige lading, W_1 van het stelsel, dat door bijvoeging van een neutralen geïsoleerden geleider, W_2 van een met den grond verbonden geleider ontstaat, voorgesteld door

$$\overline{W} = \frac{1}{C}\frac{M_1^2}{2}, \quad W_1 = p_1 \frac{M_1^2}{2}, \quad W_2 = \frac{1}{q_1}\frac{M_1^2}{2} \quad \text{. . . (17)}$$

achtervolgens kleiner wordt, terwijl de laatste *vermindering*: die wegens den arbeid door de electrische krachten bij de afvoering der gelijknamige electriciteit verricht, te voorzien was en in de waarde (15) wordt aangegeven.

Het is van belang op te merken, dat de waarde $k_2 = \frac{C}{q_1}$ in gevolge (9_a) de kleinste waarde is, die k_2 verkrijgen kan; zoodat de energie der oorspronkelijke lading, die zoowel door den neutralen, als door den afgeleiden cenductor verminderd wordt, in het laatste geval de *grootst mogelijke* vermindering ondergaat; beneden de waarde

$$W_2 = \frac{C}{q_1} \overline{W} \quad .$$

daalt de oorspronkelijke energie nooit. — Door echter den tweeden met den grond verbonden geleider zoodanigen vorm en stand te geven, dat q_1, die altijd grooter dan C is, gelijk $\frac{C}{\alpha}$ wordt, laat zich de energie $\overline{W}$ tot elke verlangde kleinere waarde $\alpha \overline{W}$ terugbrengen.

Het behoeft wel geen betoog, dat daar q_1 bij nadering onbepaald toeneemt, van een eigenlijk gezegd *minimum* van energie geen sprake kan zijn; doch bij een *gegeven stand* van den tweeden geleider geeft hij, met den grond verbonden, de *grootste vermindering* van energie.

Door den tweeden (geïsoleerden) geleider eene positieve of negatieve lading te geven, die groot genoeg is, kan, zooals uit (8_a) blijkt, de energie van het stelsel boven iedere waarde toenemen, zoodat het denkbeeld van *maximum* van energie, bij *gegeven stand* der geleiders, vervalt.

Merken wij ten slotte op, dat hier ondersteld wordt, dat zich op den eersten geleider eene gegeven *onveranderlijke* electrische massa M_1 bevindt, wier potentiaal door aanwezigheid van den tweeden geleider veranderd en blijkens het besprokene in de beide hoofdgevallen $M_2 = 0$ en $M_2 = -\frac{p'}{p_2} M_1$ *kleiner* wordt.

Een geheel ander vraagstuk ontstaat, indien niet M_1 doch

V_1 constant blijft; wanneer de eerste massa met eene electriciteitsbron in verbinding staat van constante potentiaal; alsdan volgen gansch andere, meerendeels tegengestelde resultaten, wat de energieverandering bij aanwezigheid van eenen tweeden geleider (neutraal of afgeleid) betreft. Wanneer bijv. de electrische krachten arbeid verrichten, neemt de energie van het stelsel toe. Wij zullen ons hiermede thans niet bezighouden.

6. Alvorens tot de behandeling van bijzondere gevallen over te gaan, willen wij nagaan wat gebeurt, als de aanvankelijk aanwezige electrische lading die eener *niet-geleidende* massa is; welke dus niet alleen wat de hoeveelheid betreft constant blijft, doch ook in verdeeling niet gewijzigd wordt.

Wij hebben dan, als w de *energie* en V de *potentiaal* dier vaste electrische massa en U de potentiaal der lading van het tweede lichaam is, waarvoor wij steeds een *geleider* nemen, voor de energie van het stelsel

$$W = w + \tfrac{1}{2}\int U\,dM_2 + \tfrac{1}{2}\int V\,dM_2 + \tfrac{1}{2}\int U\,dM_1 \;.\;.\;.\; (18)$$

welke, daar $w = \tfrac{1}{2}\int V\,dM_1$, wanneer men $U + V$ door V_1 of V_2 vervangt, naar gelang de potentialen U en V factoren van de massa-elementen dM_1 of dM_2 zijn, de uitdrukking (5) teruggeeft.

Stellen wij

$$\tfrac{1}{2}\int V\,dM_2 = \tfrac{1}{2}\int U\,dM_1 = P \;.\;.\;.\;.\;.\; (19)$$

zoodat

$$W = w + \tfrac{1}{2}\int (U + V)\,dM_2 + P \;.\;.\;.\;.\; (19_a)$$

de in de laatste vergelijking neergeschreven integraal verdwijnt, zoowel bij een neutralen, geïsoleerden als bij een afgeleiden conductor -- in het eerste geval daar $U + V =$ con-

stant en $M_2 = 0$; in het tweede geval omdat den $U + V = 0$ en daar dus in *beide* gevallen

$$- \tfrac{1}{2} \int U\, d M_2 = \tfrac{1}{2} \int V\, d M_2 = P \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

geeft (19_a), zoowel voor een neutralen als afgeleiden conductor,

$$W = w - \tfrac{1}{2} \int U\, d M_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

waarin dan U de potentiaal der nullading of der lading voorstelt, welke op den met den grond verbouden geleider geïnduceerd wordt. In beide gevallen geeft $\tfrac{1}{2} \int U\, d M_2$ de potentieele energie der lading op den geleider *op zich zelve* aan.

Noemen wij deze voor den neutralen geleider E_1, voor den met den grond verbonden E_2, zoo volgt:

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= w - E_1 \\ W_2 &= w - E_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

en hieruit blijkt dan duidelijk, wat er van de *vermindering* aan energie in beide gevallen is. Wanneer de aanvankelijk aanwezige electrische massa eene *vaste* massa is, d. i. eene zoodanige, die over een niet-geleider verbreid is, zal *de energievermindering van het electrische veld gelijk zijn aan de electrische energie van de op den geleider geïnduceerde lading op zich zelve.*

Deze eenvoudige betrekking stelt ons in staat de energievermindering der lading van vaste massa's door naburige geleiders gemakkelijk te bepalen, en deze beschouwing heeft dan alleen zin, wanneer wij de energie niet aanwezig denken bij de massa van den geleider, doch haar over het electrostatische veld verbreid beschouwen.

Is de eerste electrische massa over een *geleider* verbreid, zoo houden de vergelijkingen (22) op geldig te zijn; wel blijft de redeneering, die tot deze vergelijkingen geleid heeft onveranderd, doch de eerste term $w = \tfrac{1}{2} \int V\, d M_1$ blijft dan

bij aanwezigheid van den tweeden geleider niet dezelfde, daar de electrische verdeeling over den eersten geleider alsdan gewijzigd wordt, waardoor V en dus de bovenstaande integraalwaarde verandert. Eene soortgelijke eenvoudige regel blijft echter van toepassing, zoo men in de vergelijkingen (22) door w de waarde verstaat, die de potentieële energie van den eenen geleider op zichzelven verkrijgt, nadat zijne lading door inductie gewijzigd is.

Met die omschrijving geldt dan, voor den neutralen en afgeleiden conductor, den regel (22) volgens welke *de energie van het stelsel gelijk is aan het verschil tusschen de energie van de eerste en tweede lading, ieder op zichzelve genomen.*

Gaan wij nu tot de behandeling van bepaalde, eenvoudige stelsels over en vangen wij aan met zoodanige, waarbij het eerste lichaam een niet-geleider en wel een niet-geleidend electrisch massa punt is.

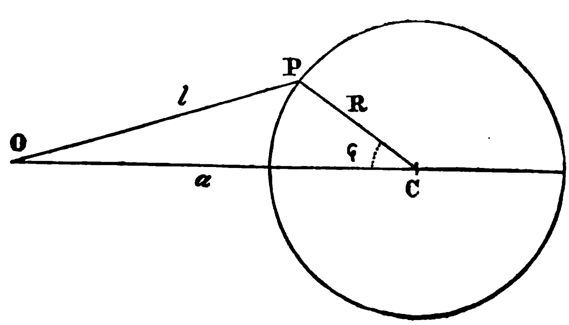
7. *Electrisch massa punt tegenover een bolvormigen geleider.* Wij hebben dan, ingevolge (21) en (20):

$$W = w + \tfrac{1}{2}\int V dM_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

$$= w + \tfrac{1}{2}\int \varrho V ds \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23_a)$$

waarin ds een oppervlakte-element van den bolvormigen geleider, ϱ de dichtheid der geïnduceerde lading voorstelt.

A. *Met den grond verbonden bol.*



Wanneer zich in een punt O eene vaste massa q bevindt, de bol met den straal R op een afstand $OC = a = nR$ van O verwijderd is, zal de dichtheid in een element ds bij P, dat zich op een afstand l van O bevindt, zooals bekend is, gegeven zijn door:

$$\varrho = -\frac{q}{4\pi R} \cdot \frac{a^2 - R^2}{l^3}$$

Voor de potentiaal van q in P hebben wij $V = \frac{q}{l}$ en wanneer φ de hoek is, dien de straal CP met CO maakt, wordt voor een ringvormig element van het boloppervlak

$$ds = 2\pi R \sin\varphi \,.\, R\, d\varphi = 2\pi R^2 \sin\varphi\, d\varphi ;$$

zoodat, daar

$$l^2 = a^2 + R^2 - 2aR\cos\varphi ,$$

$$l\,dl = aR\sin\varphi\, d\varphi \quad \text{en} \quad ds = \frac{2\pi R l}{a}\, dl ;$$

dan zal

$$\tfrac{1}{2}\int \varrho V ds = -\frac{q^2}{8\pi R}(a^2 - R^2)\int \frac{2\pi R}{a l^3}\, dl =$$

$$= -\frac{q^2}{4a}(a^2 - R^2)\int \frac{dl}{l^3} = \frac{q^2}{8a}(a^2 - R^2)\cdot\frac{1}{l^2}$$

dus tusschen de grenzen $a - R$ en $a + R$,

$$\tfrac{1}{2}\int \varrho V ds = \frac{q^2}{8a}(a^2 - R^2)\left(\frac{1}{(a+R)^2} - \frac{1}{(a-R)^2}\right) =$$

$$= -\frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^2}{a^2 - R^2}$$

en de energie W_2 van het veld, bij aanwezigheid van den afgeleiden bol wordt

$$W_2 = w - \frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^2}{a^2 - R^2} \quad \ldots\ldots (24)$$

Ingevolge (22) geeft

$$E_2 = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^2}{a^2 - R^2} \quad \ldots \ldots \ldots (25)$$

de energie van de op den afgeleiden bol gebonden lading op zichzelve aan.

De grootte dier lading $M_2 = \int \varrho \, ds$ is dan, zooals bekend, en bij integratie ook terstond volgt, gelijk $-\frac{R}{a}q$.

b. Geïsoleerde bol, zonder lading.

Voegt men bij de dus gevondene lading eene even groote positieve lading $+\frac{R}{a}q$, gelijkmatig over den bol verbreid, zoo geeft deze eene vermindering van dichtheid $= \frac{q}{4\pi a R}$ en de veranderlijke dichtheid van den neutralen bol wordt

$$\varrho = \frac{q}{4\pi R}\left(\frac{1}{a} - \frac{a^2 - R^2}{l^3}\right);$$

Alsdan wordt de gevondene waarde van $\frac{1}{2}\int \varrho \, V ds$ vermeerderd met

$$\frac{q}{8\pi a R}\int \frac{q}{l} \cdot \frac{2\pi R l}{a} \, dl = \frac{q^2}{4a^2}\int dl = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^2}{a^2}$$

dus wordt

$$\frac{1}{2}\int \varrho \, V ds = -\frac{q^2}{2R}\left(\frac{R^2}{a^2 - R^2} - \frac{R^2}{a^2}\right) = -\frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)}$$

de energie W_1 van het veld bij aanwezigheid van den neutralen bol wordt dan

$$W_1 = w - \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)} \quad \ldots \ldots (26)$$

en ingevolge (22) geeft

$$E_1 = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)} \quad \ldots \ldots \ldots (27)$$

de energie van de op den neutralen bol geïnduceerde nul-lading op zichzelve aan, die kleiner is dan E_1, zooals te verwachten was.

Door $a = nR$ te stellen, worden

$$W_1 = w - \frac{1}{n^2(n^2-1)} \cdot \frac{q^2}{2R} \text{ en } W_2 = w - \frac{1}{n^2-1} \cdot \frac{q^2}{2R} \ldots (28)$$

Nog eenvoudiger zijn deze waarden aan te geven, door op te merken, dat de op den afgeleiden bol geïnduceerde lading $= -\frac{R}{a} q = -\delta q$ bij *gelijkmatige verbreiding* eene energie heeft

$$(W) = \frac{q^2}{2R} \left(\frac{R}{a}\right)^2 = \frac{1}{n^2} \frac{q^2}{2R} \ldots\ldots (29)$$

dus geven (24), (26) en (28),

$$W_1 = w - \frac{R^2}{a^2 - R^2} (W) = w - \frac{1}{n^2 - 1} (W) \ldots (30_a)$$

$$W_2 = w - \frac{a^2}{a^2 - R^2} (W) = w - \frac{n^2}{n^2 - 1} (W) \ldots (30_b)$$

en de waarden (25) en (27) voor E_1 en E_2 worden

$$E_1 = \frac{R^2}{a^2 - R^2} (W) = \frac{1}{n^2 - 1} (W) = \frac{\delta^2}{1 - \delta^2} (W) \ldots (31_a)$$

$$E_2 = \frac{a^2}{a^2 - R^2} (W) = \frac{n^2}{n^2 - 1} (W) = \frac{1}{1 - \delta^2} (W) \ldots (31_b)$$

Nu is de neutrale lading de superpositie van twee ladingen δq, waarvan de positieve gelijkvormig over den bol verbreid, zoodat hare werking voor uitwendige punten equivalent is aan eene lading $\delta q = \frac{R}{a} q = q'$ in het middenpunt C; De negatieve is eene ongelijkvormige lading $-\delta q = -\frac{R}{a} q = -q'$

wier werking voor uitwendige punten equivalent is aan die massa q', geconcentreerd in een punt tusschen C en O op een afstand $d = \frac{R^2}{a} = \delta R$ van het middenpunt verwijderd; zoodat de energieën der ladingen kunnen worden voorgesteld door:

$$E_1 = \frac{d^2}{R^2 - d^2} \cdot \frac{q^2}{2R} \qquad (32_a)$$

$$E_2 = \frac{R^2}{R^2 - d^2} \cdot \frac{q^2}{2R} \qquad (32_b)$$

en wij zien dat de energie E_1 toeneemt met d en verdwijnt als $d = a$, wanneer de beide equivalenten massa's zamenvallen, wat bij oneindige waarde van a gebeurt; de beide dan geheel equivalente ladingen brengen den bol in den ongeladen toestand; de factor $\frac{\delta^2}{1-\delta^2} = \frac{d^2}{R^2 - d^2}$, die met δ en d verdwijnt, geeft het eigenaardige karakter dezer neutrale (of *nullading*) aan.

Voor E_2 blijkt, dat de ongelijkvormige verdeeling den factor $\frac{1}{1-\delta^2}$ heeft, die grooter dan de eenheid is, dus steeds grooter energie dan de gelijkvormige verdeeling dier zelfde massa aangeeft. Voor $\delta = 0$ d. w. z. $a = \infty$ gaat de lading in eene gelijkvormige over, wier energie echter verdwijnt.

Nog merken wij op, dat daar

$$\frac{\delta^2}{1-\delta^2} = \frac{1}{1-\delta^2} - 1 \qquad E_1 = E_2 - \frac{(\delta q)^2}{2R}$$

of

$$E_2 - E_1 = (W) \qquad (33)$$

zoodat het verschil der beide energieën gelijk is aan de energie der gelijkvormige verdeeling van de massa

$$\pm \delta q = \pm \frac{R}{a} q.$$

8. Een voortgezet onderzoek der bij den bol verkregen

vermindering aan energie leert, dat het eerste verlies V_1 bij het inbrengen van den geïsoleerden, neutralen bol zich tot het verlies V, wanneer deze bol is afgeleid, verhoudt als

$$V_1 : V = E_1 : E_2 = 1 : n^2,$$

zoodat, als wij ook het verlies V_2 door de verwijdering der gelijknamige lading invoeren,

$$V_1 : V_2 : V = 1 : n^2 - 1 : n^2 \ldots\ldots \quad (34)$$

en wel is

$$V_1 = \frac{1}{n^2 - 1}(W), \quad V_2 = (W)$$

en het totaal verlies

$$V = V_1 + V_2 = \frac{n^2}{n^2 - 1}(W).$$

V_1 stelt den arbeid voor, die tot de scheiding der beide gelijke, doch tegengestelde hoeveelheden, waaruit de neutrale lading bestaat, gevorderd wordt. V_2 is de energie der gelijknamige lading, die bij de afleiding wordt weggevoerd. Hunne som $V = V_1 + V_2$ geeft de energie E_2 der ongelijkvormige lading van den afgeleiden conductor.

Voeren wij den hoek φ in, die een der raaklijnen, uit O aan den bol getrokken, met de lijn $O\,C$ naar het middenpunt maakt, zoo zal, daar $R = a \sin \varphi$, dus $n \sin \varphi = 1$

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{n^2 - 1}(W) = (W)\,tg^2 \varphi, \\ E_2 &= \frac{n^2}{n^2 - 1}(W) = (W) \sec^2 \varphi \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \quad (35)$$

en dus:

$$E_1 = (W) \sec^2 \varphi - (W) \ldots\ldots\ldots \quad (35_a)$$

welke laatste termen de energieën N en P der ongelijknamige (negatieve) lading $-q'$ en der gelijknamige (positieve) lading $+q'$ op den neutralen geleider aangeven, zoodat:

$$N : P = sec^2 \varphi : 1 = 1 : cos^2 \varphi$$

of

$$P = N cos^2 \varphi \qquad (36)$$

Wij hebben dan nog:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N - P}{N} = sin^2 \varphi$$

of

$$E_1 = E_2 sin^2 \varphi \qquad (37)$$

Wanneer bijv. $\varphi = 45^0$, dus $n = \sqrt{2}$, zal de energie van den afgeleiden bol tweemaal grooter zijn dan die van den neutralen in denzelfden stand; van de nullading over dezen neutralen bol is de energie der negatieve, ongelijknamige en ongelijkmatig verdeelde lading tweemaal grooter dan de energie der gelijknamige en gelijkmatig verbreide positieve lading.

Merken wij eindelijk op, dat bij de neutrale lading de dichtheid nul is in punten, waarvoor wegens:

$$\varrho = \frac{q}{4 \pi R} \left(\frac{1}{a} - \frac{a^2 - R^2}{l^3} \right)$$

$l^3 = a (a^2 - R^2)$ is; of, als $t = \sqrt{a^2 - R^2}$ de lengte der raaklijn uit O aan den bol aanduidt,

$$l = \sqrt[3]{a t^2} \qquad (38)$$

daar nu $a > t$, is ook $l > t$ en heeft dus de cirkel met de dichtheid nul, die het positieve van het negatieve deel der oppervlaktelading scheidt, een grooter straal, is dus *verder* van het massapunt O verwijderd dan de cirkel, volgens welke de kegel met O tot top den bol raakt.

9. Alvorens verder te gaan willen wij het feit bespreken, dat de electrische energie van ladingen, die hetzij in punten geconcentreerd of over geleiders verbreid zijn, geacht kan worden aanwezig te zijn in de ruimte, die deze punten of oppervlakken omgeeft, d. i. in hun zoogenaamd electrostatisch veld.

Over een geleidenden bol met O tot middenpunt en met den straal a zij eene lading M verbreid, dan is, zooals wij zagen, de potenticele energie dier lading

$$W = \tfrac{1}{2} M V, \text{ of daar } V = \frac{M}{a}, \quad W = \frac{M^2}{2a} \quad \ldots \quad (39)$$

Verdeelen wij de ruimte in met den bol concentrische lagen, zoo zal voor eene laag met de stralen r en $r + dr$ het volume $dv = 4\pi r^2 dr$; de kracht op een afstand r van O is $F = \frac{M}{r^2}$; noemen wij, in verband met deeen heden voor energie en kracht, de in een volumeëlement dv aanwezige energie $K F^2 dv$, waarin K eene nader te bepalen getallen constante, zoo wordt de totale energie van het veld

$$W = \int K F^2 dv = 4\pi K M^2 \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = 4\pi K \frac{M^2}{a} \quad . \; . \quad (40)$$

Opdat deze waarde met die onder (39) verkregen overeenstemme, moet

$$4\pi K = \tfrac{1}{2} \quad \text{of} \quad K = \frac{1}{8\pi},$$

zoodat de energie voor het volume dv

$$dW = \frac{1}{8\pi} F^2 dv. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (41)$$

Wij krijgen dan voor de energie in de straks genoemde spherische laag

$$dW = \frac{M}{2} \frac{dr}{r^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (42)$$

derhalve voor de laag begrepen tusschen de stralen $b = \lambda a$ en $b' = \lambda' a$

$$W_b^{b'} = \frac{M}{2} \int_b^{b'} \frac{dr}{r^2} = \frac{M}{2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{b'} \right) \quad \ldots \ldots \quad (43)$$

of ook

$$W_{\lambda}^{\lambda'} = W\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right). \quad \ldots \ldots \quad (43_b)$$

Voor de aan het bolloppervlak a grenzende ruimte, zal $\frac{1}{n}$ der energie gelegen zijn binnen de schil met de stralen a en $p\,a$, waarbij p bepaald wordt door

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{p} = 1 \quad \text{of} \quad n = \frac{p}{p-1}, \quad p = \frac{n}{n-1} \ldots (44)$$

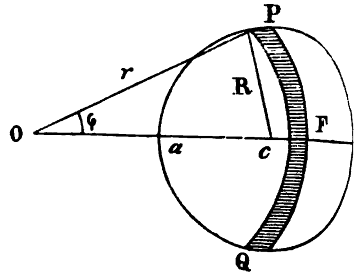
zoodat de ruimte tusschen het gegeven oppervlak en een bolloppervlak met den straal $2\,a$, reeds de helft der totale energie bevat; en zoo deze laatste straal $3\,a$, $4\,a, \ldots p\,a$, is de energie in de ruimte tusschen dit oppervlak en dat van den geladen bol

$$\frac{2}{3}W, \ \frac{3}{4}W, \ \ldots \ \frac{p-1}{p}W.$$

Hetzelfde geldt, wanneer zich in O eene vaste massa q bevindt; deze kan toch beschouwd worden voor de *werking naar buiten* equivalent te zijn aan eene gelijke massa over een *willekeurig* bolloppervlak om O gelijkmatig verbreid — en zoo men hare energie W noemt, zal die massa, wat hare *energie* betreft, equivalent zijn aan eene lading q gelijkmatig over een bol om O verbreid, met den straal λ, gegeven door de vergelijking

$$w = \frac{q^2}{2\,\lambda}, \text{ zoodat } \lambda = \frac{q^2}{2\,w}. \quad \ldots \ldots \quad (45)$$

10. Ter bepaling der energie, die zich in eene bolvormige ruimte met den straal R bevindt, wier middenpunt C op een afstand $a = n\,R$ van het punt O verwijderd is, waarin eene electrische massa q is geconcentreerd, gaan wij uit van de energie $d\,W'$, aanwezig in het gedeelte $P\,F\,Q$ van de met de stralen r en $r + d\,r$ om O beschreven schil.



Daar
$R^2 = r^2 + n^2R^2 - 2nrR\cos\varphi$,
volgt

$$\cos\varphi = \frac{r^2 + n^2R^2 - R^2}{2nrR},$$

$$\frac{1-\cos\varphi}{2} = \frac{R^2 - (r-nR)^2}{4nrR}$$

of als

$$r - nR = xR, \quad \frac{1-\cos\varphi}{2} = \frac{1-x^2}{4n(n+x)}$$

dus, in gevolge (42) voor het gedeelte RFQ der schil,

$$dW' = \frac{q^2}{2} \cdot \frac{1-\cos\varphi}{2} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{2} \cdot \frac{(1-x^2)\,dx}{(n+x)^3};$$

zoodat

$$dW' = \frac{W}{4n} \frac{(1-x^2)\,dx}{(n+x)^3}, \text{ als } W = \frac{q^2}{2R};$$

en voor de energie in den geheelen bol om C

$$E' = W' = \frac{W}{4n} \int_{-1}^{+1} \frac{(1-x^2)\,dx}{(n+x)^3},$$

waarvoor men vindt, daar $n = \frac{a}{R}$,

$$W' = \frac{q^2}{4R}\left(\frac{R^2}{a^2-R^2} - \frac{R}{2a}\, l .\frac{a+R}{a-R}\right) \dots . \; (46)$$

of, als wij $a = nR$ nemen,

$$E' = W' = \frac{q^2}{4R}\left(\frac{1}{n^2-1} - \frac{1}{2n}\, l\, \frac{n+1}{n-1}\right) \dots \; (46_a)$$

11. Vergelijken wij de energie

$$E_1 = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)} = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{1}{n^2(n^2-1)}$$

van den neutralen geleider met E^1; stellen wij daartoe $E_1 = yE^1$, zoo vinden wij voor y, dat is voor de verhouding der energie van den neutralen geleider, tot die welke aanvankelijk verbreid was over de ruimte, waar zich nu de neutraal geladen bol bevindt,

$$y = \frac{E_1}{E^1} = \frac{\frac{1}{n^2(n^2-1)}}{\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{n^2-1} - \frac{1}{2n}\, l\left(\frac{n+1}{n-1}\right)\right\}} \quad . \; . \; . \; (47)$$

waarvoor wij achtervolgens schrijven

$$y = \frac{2}{n^2 - n(n^2-1)\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{3n^3} + \frac{1}{5n^5} + \text{enz.}\right)} = \frac{2}{1 - \frac{n^2-1}{3n^2} - \frac{n^2-1}{5n^4} - \text{enz.}}$$

$$= \frac{2}{\frac{2}{3} + \frac{1}{3n^2} - \frac{1}{5n^2} + \frac{1}{5n^4} - \frac{1}{5n^6} + \text{enz.}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3.5\,n^2} + \frac{1}{5.7\,n^4} + \frac{1}{7.9\,n^6} + \text{enz.}} = \frac{1}{N_n};$$

voor $n = \infty$ wordt $N_\infty = \frac{1}{3}$

terwijl, daar

$$\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \text{enz.} = \frac{1}{2.3} = \frac{1}{6}$$

$$N_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

zoodat

$$E_1 = \frac{1}{N} E^1$$

tot grenswaarden heeft

$$n = 1 \quad E_1 = 2\,E^1 \;\ldots\ldots\ldots \quad (48_a)$$

voor

$$n = \infty \quad E_1 = 3\,E^1 \;\ldots\ldots\ldots \quad (48_b)$$

Derhalve is de energie van den afgeleiden bol, wiens centrum op een afstand $a = n\,R$ van O verwijderd is, welke energie voor willekeurige waarden van n wordt uitgedrukt door

$$E_1 = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3.5\,n^2} + \frac{1}{5.7\,n^4} + \text{enz.}} E^1 \;\ldots\ldots \quad (49)$$

voor kleine waarden van n *tweemaal* grooter dan de energie aanvankelijk in de ruimte aanwezig, die de bol thans inneemt; zij nadert voor groote waarden van n tot het *drievoudige* dier overeenkomstige energie; m. a. w. de energie van den afgeleiden bol is steeds grooter dan het dubbele, kleiner dan het drievoudige der energie, die de ruimte, thans door den bol ingenomen, bevatte, toen de massa q in O *alleen* aanwezig was.

Blijkbaar geldt dezelfde redeneering, wanneer, in plaats van een massa punt q in O, de lading q, aanvankelijk over een bol met willekeurigen straal om O als middenpunt gelijkmatig verbreid was.

Voor de energie van den *afgeleiden* bol zal, daar deze blijkens het in (31_a) en (31_b) gevondene $\frac{a^2}{R^2}$ of n^2 maal grooter is dan van den *neutralen* bol, onder dezelfde omstandigheden,

$$E_2 = n^2 E_1 = \frac{n^2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3.5\,n^2} + \frac{1}{5.7\,n^4} + \text{enz.}} E^1 \;\ldots \quad (50)$$

zij is dus in de uiterste standen $2n^2$ of $3n^2$ maal grooter dan de aanvankelijke energie in de ruimte, die de bol inneemt en in het algemeen is voor den neutralen bol

$$E_1 = (2 + h_n^2) E^1 \ldots\ldots\ldots (51_a)$$

voor den afgeleiden bol

$$E_2 = (2 + h_n^2) n^2 E^1, \ldots\ldots\ldots (51_b)$$

waarin h_n eene constante, die van n afhangt en wier waarde *kleiner* dan de eenheid is.

Bij den afgeleiden bol nadert

$$E_2 = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{1}{n^2 - 1}$$

met toenemende waarden van n tot nul; dan wordt, terwijl E^1 nul tot limiet heeft, voor toenemende waarden van n de coëficiënt van E^1 in (50) oneindig groot.

12. *Algemeene uitdrukking voor de energie van een stelsel, bestaande uit een electrisch massa punt M_1 en een bol met willekeurige lading M_2.*

Voor de algemeene waarde van W maken wij van de uitdrukkingen (6) en (6_a)

$$W = \tfrac{1}{2} (p_1 M_1^2 + 2 p^1 M_1 M_2 + p_2 M_2^2) \ldots (6)$$

en

$$W = \tfrac{1}{2} (q_1 V_1^2 + 2 q^1 V_1 V_2 + q_2 V_2^2) \ldots (6_a)$$

gebruik, waarvoor wij de coëficiënten p en q zullen bepalen.

Voor de massa M_1 nemen wij eene vaste massa q aan, geconcentreerd in een enkel punt — met de energie w en beschouwen die massa, wat de energie betreft, als *equivalent* met dezelfde massa gelijkmatig over een niet geleidend bolоppervlak met *kleinen straal* λ verbreid, dus ingevolge (45), $\lambda = \dfrac{q^2}{2w}$.

Zoodat wij eigenlijk met *twee bolоppervlakken* met de stralen λ en R te doen hebben, waarbij echter de lading over

het eerste bolopppervlak *niet* voor wijziging door inductie vatbaar is.

Is de geleidende bol geïsoleerd en zonder lading dan is $M_1 = q$, $M_2 = 0$ en zal blijkens (26) en (6)

$$W_1 = w - \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^4}{a^2(a^2-R^2)} = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{R^3}{a^2(a^2-R^2)}\right)\frac{q^2}{2} = p_1 \cdot \frac{q^2}{2} \quad (52)$$

zoodat

$$p_1 = \frac{1}{\lambda} - \frac{R^3}{a^2(a^2-R^2)} = \frac{1}{A} \quad \ldots\ldots (53)$$

Is de geleidende bol daarentegen met den grond verbonden, zoo geeft (24)

$$W_2 = w - \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^2}{a^2 - R^2} = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{R}{R^2 - a^2}\right)\frac{q^2}{2} \quad \ldots (54)$$

Nu is, terwijl weder $M_1 = 0$ ingevolge (13)

$$W_2 = \frac{1}{q_1}\,\frac{q^2}{2};$$

dan geeft (54)

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{\lambda} - \frac{R}{a^2 - R^2} = \frac{1}{B} \quad \ldots\ldots (55)$$

in dit laatste geval is, na het in n⁰. 7*a* opgemerkte,

$$M_2 = -\frac{R}{a}\,q,$$

en daar

$$M_2 = -\frac{p^1}{p_2}\,q \text{ (volgens (1)) en } \frac{p_1}{p_2} = -\frac{q^1}{q_1} \text{ (zie (4))}$$

$$\frac{p^1}{p_2} = \frac{R}{a} = -\frac{q^1}{q_1} = \mu \quad \ldots\ldots (54)$$

of

$$p^1 = \frac{R}{a}\,p_2 = \mu\,p_2 \quad \ldots\ldots\ldots (54)$$

zoodat voor de *zes* coëfficiënten *drie* vergelijkingen gegeven zijn en wel

$$p_1 = \frac{1}{A}, \quad q_1 = B, \quad \frac{p^1}{p_2} = -\frac{q^1}{q_1} = \mu ;$$

p_1 en q_1 zijn dus bepaald; de vier overige volgen terstond door middel van de betrekkingen (4). Wij hebben daartoe,

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{B} = \frac{D}{p_2} = p_1 - \frac{p'^2}{p_2} = \frac{1}{A} - \mu^2 p_2 ; \quad p_2 = \frac{1}{\mu^2}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right);$$

$$p^1 = \mu p_2 = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right); \quad q^1 = -\mu q_1 = -\mu B ;$$

eindelijk geeft (53)

$$A = \frac{1}{p_1} = \frac{D'}{q_2} = q_1 - \frac{q'^2}{q_2} = B - \frac{\mu^2 B^2}{q_2}, \text{ dus } \frac{1}{q_2} = \frac{B-A}{\mu^2 B^2}$$

derhalve

$$p_1 = \frac{1}{A} \quad p^1 = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right) \quad p_2 = \frac{1}{\mu^2}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right) \ldots (55)$$

$$q_1 = B \quad q^1 = -\mu B \qquad q_2 = \frac{\mu^2 B^2}{B-A} \ldots\ldots (55_a)$$

voor A, B en μ hunne waarde schrijvende, wordt

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{R}{a^2 - R^2} - \frac{R^3}{a^2(a^2 - R^2)} = \frac{R^2}{a^2};$$

$$\frac{B^2}{B-A} = \frac{B}{A} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)} = \frac{a^2}{R} \cdot \frac{B}{A} \ldots\ldots (56)$$

zoodat

$$p_1 = \frac{1}{\lambda} - \frac{R^3}{a^2(a^2 - R^2)}, \quad p^1 = \frac{1}{a}, \quad p_2 = \frac{1}{R},$$

$$q_1 = \frac{\lambda(a^2 - R^2)}{a^2 - R^2 - \lambda R}, \quad q^1 = -\frac{R\lambda(a^2 - R^2)}{a(a^2 - R^2) - a\lambda R},$$

$$q_2 = \frac{R}{a^2}\left(\frac{a^2(a^2 - R^2) - \lambda R^3}{a^2 - R^2 - \lambda R}\right) \ldots\ldots\ldots (56_a)$$

Zoodat voor de energie van het stelsel *massapunt en bol.* bij *willekeurige* ladingen

$$W = \tfrac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{R^2}{a^2(a^2 - R^2)}\right) M_1^2 + \frac{2}{a} M_1 M_2 + \frac{1}{R} M_2^2 \right\} \quad (57)$$

en

$$W = \tfrac{1}{2} \left\{ \frac{\lambda (a^2 - R^2)}{a^2 - R^2 - \lambda R} V_1^2 - \frac{2 R \lambda (a^2 - R^2)}{a(a^2 - R^2) - a \lambda R} V_1 V_2 + \right.$$

$$\left. + \frac{R}{a^2} \left(\frac{a^2 (a^2 - R^2) - \lambda R^3}{a^2 - R^2 - \lambda R} \right) V_2^2 \right\} \quad \ldots\ldots\ldots (58)$$

waarin als bijzondere gevallen de voor den geïsoleerden, neutralen en voor den afgeleiden bol in (52) en (54) gevondene waarden volgen.

13. ***Electrisch massapunt tegenover een met den grond verbonden geleidend plat vlak.***

Ook hier geldt de uit (21) en (20) afgeleide betrekking

$$W = w + \tfrac{1}{2} \int \varrho \, V ds,$$

waarin ϱ de door de massa q geïnduceerde dichtheid in een element ds van het vlak en V de potentiaal dier massa in dit element aanduidt.

Bevindt zich q op een afstand a van het vlak en op een afstand l van ds, zoo is

$$V = \frac{q}{l}, \quad \varrho = - \frac{a q}{2 \pi l^3},$$

welke laatste waarde uit de in n°. 7 voor de bij den afgeleiden bol gevondene dichtheid terstond is af te leiden.

Polaire coördinaten (r en φ), voor het voetpunt der loodlijn uit q op het vlak als oorsprong, geven $ds = r\, dr\, d\varphi$ en wij hebben

$$\tfrac{1}{2} \int \varrho \, V ds = - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{a q^2}{2 \pi} \iint \frac{r\, dr\, d\varphi}{l^4} =$$

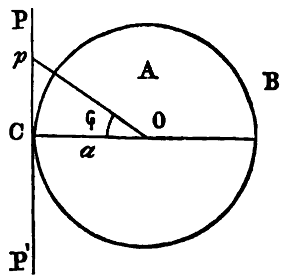
$$= - \frac{a q^2}{2} \int_0^\infty \frac{r\, dr}{(a^2 + r^2)^2} = \frac{a q^2}{4} \left(\frac{1}{a^2 + r^2} \right)_0^\infty = - \frac{q^2}{4 a}$$

zoodat

$$W_2 = w - \frac{q^2}{4a} \quad \ldots \quad (59)$$

of als

$$\frac{q^2}{2a} = p, \quad W_1 = w - \tfrac{1}{2} p \quad \ldots (59_a)$$



Nu is de energie, aanvankelijk (zonder vlak PP') aanwezig in den bol A, die $CO = a$ tot straal heeft,

$$W'_a = \frac{q^2}{r^2} \int_\lambda^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{a}\right) = w - p \quad \ldots (60)$$

De aanvankelijke energie in het gedeelte rechts van het vlak *om* den bol A, dus in de ruimte B wordt gegeven door

$$W'_b = \frac{q^2}{2} \int_a^\infty \frac{1 + \cos\varphi}{2} \frac{dr}{r^2} \text{ waarin } \varphi = \angle pOC,$$

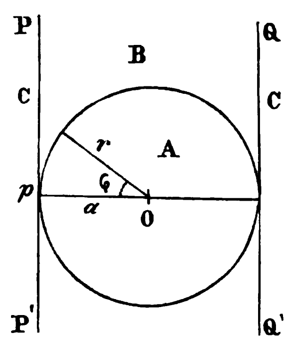
en daar

$$\frac{1 + \cos\varphi}{2} = \frac{r + a}{2}$$

is

$$W'_b = \frac{q^2}{2} \int_a^\infty \frac{r + a}{2r} \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{4} \left(\int_a^\infty \frac{dr}{r^2} + a \int_a^\infty \frac{dr}{r^3} \right)$$

$$= \frac{q^2}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a} \right) = \frac{3}{8} \frac{q^2}{a}$$



zoodat

$$W'_b = \frac{3}{4} p \quad \ldots \quad (61)$$

Aanvankelijk was dus in de ruimte, die rechts van het vlak ligt de energie

$$W'_{ab} = W'_a + W'_b = w - p + \frac{3}{4} p = w - \frac{1}{4} p \quad \ldots (62)$$

links van dit vlak, de energie

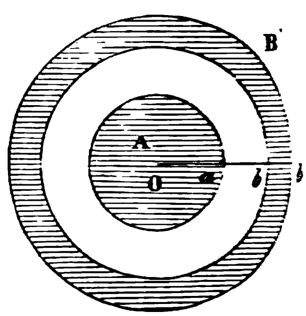
$$W'_c = w - (W'_a + W'_b) = \frac{1}{4}p \quad . \quad . \quad . \quad (62_c)$$

Terwijl nu bij aanwezigheid van het geleidend met den grond verbonden vlak, ten gevolge der inductie, en ingevolge (59^a) de *totale energie* wordt

$$W = w - \tfrac{1}{2}p,$$

heeft er dus in het electrische veld eene vermindering $\tfrac{1}{2}p = 2W'_c$ plaats, zoodat de totale energie is verminderd met de energie $C + C'$, die zich aanvankelijk in de ruimte links van PP' en rechts van QQ' bevond. De energie, die nadat het vlak tegenover de massa q geplaatst is, in het electrische veld aanwezig blijft, komt dus, hoewel anders verdeeld, in grootte overeen met de energie, die zich aanvankelijk om het massapunt O bevond in de ruimte gelegen tusschen beide vlakken PP' en QQ'.

14. *De bolvormige condensator.*



Over een geleidend bol-oppervlak A, dat O tot middenpunt en $Oa = a$ tot straal heeft, is eene electrische lading q verbreid, hetzij onmiddellijk of door inductie van eene binnen dit bol-oppervlak geplaatste vaste massa q.

De energie dier lading $W = \dfrac{q^2}{2a}$, is dan in de ruimte, die den bol omgeeft, verbreid volgens den in n⁰. 9 gegeven regel.

Nu wordt eene geleidende schil BB' met de stralen $Ob = b = \lambda a$, en $Ob' = b' = \lambda' a$ concentrisch om den bol A gebracht; die schil zij ongeladen en wij beschouwen haar eerst geïsoleerd, daarna met den grond verbonden. — Zooals bekend is, induceert de inwendige lading q op het binnen-oppervlak B der schil eene lading $-q$, op haar

buiten-oppervlak B' eene gelijknamige lading $+q$, beide ladingen gelijkvormig over die oppervlakken verbreid, welke laatste lading bij verbinding met den grond verwijderd wordt.

Ook dan geldt in beide gevallen, volgens het in n⁰. 6 ontwikkelde, de betrekking

$$W = \overline{W} + \tfrac{1}{2}\int \varrho\, V\, ds \; \ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

waarin V, de potentiaal der inwendige lading, terwijl de integraal over binnen- en buiten-oppervlak der schil genomen is.

Daar voor het binnen-oppervlak $V_i = \frac{q}{b}$ voor het buiten-oppervlak $V_u = \frac{q}{b'}$, terwijl beide ladingen constante dichtheden hebben, zoodat

$$\int \varrho\, V\, ds = V \int \varrho\, ds,$$

geeft (63) voor de *geïsoleerde* schil

$$W_1 = \frac{q^2}{2a} - \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{b'}\right) \ldots\ldots \quad (64)$$

of bij invoering van $\overline{W} = \frac{q^2}{2a}$, $b = \lambda a$ en $b' = \lambda' a$,

$$W_1 = \overline{W}\left(1 - \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) \ldots\ldots \quad (64_a)$$

Is, in de tweede plaats, de schil geleidend met den grond verbonden, zoo wordt

$$\int \varrho\, V\, ds = V \int \varrho\, ds = -\frac{q^2}{2b}$$

en de totale energie in dit geval

$$W_2 = \frac{q^2}{2a} - \frac{q^2}{2b} \ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

of liever

$$W_2 = \overline{W}\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \dots\dots\dots (65_s)$$

Toen alleen de lading over A aanwezig was, bevond zich in de ruimte, die nu de schil inneemt eene hoeveelheid energie (vergel. 43_a)

$$W_{s_1} = \overline{W}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) \dots\dots\dots (66)$$

en in de geheele ruimte, die het binnen-oppervlak B omgeeft, de energie

$$W_{s_2} = \frac{1}{\lambda}\overline{W} \dots\dots\dots (67)$$

Eene vergelijking der waarden (66) en (67) met (64_s) en (65_a) leert:

1e dat de energievermindering van het veld bij de *geïsoleerde* schil juist gelijk is aan de energie, die vroeger in hare ruimte aanwezig was; zoodat, analoog aan den hydrostatischen regel van ARCHIMEDES, *het verlies aan energie voor het electrische veld bij de geïsoleerde, neutrale, concentrische schil gelijk is aan de energie, die de schil verplaatst;*

2e dat voor de *afgeleide* schil alle energie van het veld wegvalt in de ruimte der schil en daar buiten, zoodat de verbinding met den grond met de verwijding der geleidende schil in de ruimte buiten het oppervlak B' overeenkomt.

Dit zoo eenvoudige resultaat volgt doordien, zooals bekend, de ladingen der schil geene werking naar binnen uitoefenen en dus de lading over het geleidend oppervlak A niet door inductie wijzigen.

Ten slotte blijkt, dat in het gedeelte van het veld tusschen de oppervlakken A en B (de ruimte die binnen de schil, buiten het geladen oppervlak ligt) de energie onveranderd blijft, hetzij de schil niet aanwezig is, hetzij de ongeladen schil al dan niet geïsoleerd, zich concentrisch tegenover het geladen boloppervlak A bevindt.

Blijkbaar vindt in de beide voor de schil behandelde gevallen de vermindering aan energie haar equivalent in de energie der door inductie over het oppervlak der schil verbreide electrische lading.

15. *Bolvormige condensator met geladen schil.*

Bij eene willekeurige lading der schil bezigen wij weder de algemeene uitdrukkingen (6) en (6_a)

$$W = \tfrac{1}{2}\{p_1 M_1^2 + 2p^1 M_1 M_2 + p_2 M_2^2\}$$
$$W = \tfrac{1}{2}\{q_1 V_1^2 + 2q^1 V_1 V_2 + q_2 V_2^2\}$$

ten einde voor dit stelsel van *twee* geleiders, kern en schil, de waarde der coëfficiënten p en q te bepalen.

Daartoe geven de betrekkingen (1)

$$V_1 = p_1 M_1 + p^1 M_2, \quad V_2 = p^1 M_1 + p_2 M_2,$$

wanneer de schil is afgeleid, $V_2 = 0$, dus $M_2 = -\frac{p^1}{p^2} M_1$; daar echter in dit geval $M_2 = -M_1$ volgt $p^1 = p_2$, en (4) geeft dan $q^1 = -q_1$.

Voor $M_2 = 0$, de geïsoleerde, neutrale schil, volgt dan $V_1 = p_1 M_1$, en daar directe berekening geeft

$$V_1 = \frac{M_1}{a} - \frac{M_1}{b} + \frac{M_1}{b^1}, \text{ wordt } p_1 = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}.$$

Bij dezelfde onderstelling wordt $V_2 = \frac{M_1}{b^1}$ dus $p^1 = p_2 = \frac{1}{b^1}$, en voor de eerste waarde van W volgt,

$$W = \tfrac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}\right) M_1^2 + \frac{2}{b^1} M_1 M_2 + \frac{1}{b^1} M_2^2\right\} \ldots (68)$$

die voor $M_2 = 0$ en $M_2 = -M_1$ geeft als $M_1 = q$

$$W_1 = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}\right)\frac{q^2}{2} \quad \text{en} \quad W_2 = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\frac{q^2}{2}$$

vereenkomstig het in (64) en (65) gevondene.

Voor de capaciteit- en inductie-coëfficiënten volgt uit de vergelijkingen (4) daar

$$p_1 = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}, \quad p^1 = \frac{1}{b^1}, \quad p_2 = \frac{1}{b^1},$$

$$D = p_1 p_2 - p'^2 = \frac{1}{a b^1} - \frac{1}{b b^1}, \text{ dus } \frac{1}{D} = \frac{a b b^1}{b - a}$$

en

$$q_1 = \frac{p_2}{D}, \quad q^1 = -\frac{p^1}{D}, \quad q_2 = \frac{p_1}{D}$$

terstond

$$q_1 = \frac{a b}{b - a}, \quad q^1 = -\frac{a b}{b - a}, \quad q_2 = b^1 + \frac{a b}{b - a};$$

de tweede uitdrukking voor W geeft dan

$$W = \frac{1}{2(b-a)} \{a b V_1^2 - 2 a b V_1 V_2 + (a b - a b^1 + b b^1) V_2^2\} \ldots (68_b)$$

welke laatste formule meer bepaaldelijk dient voor het geval, dat de potentialen over kern en schil gegeven zijn en de ladingen, die van deze gegevens volgens (2) afhangen, door geleidende verbinding met aanwezige bronnen van electriciteit op standvastige potentialen gehouden worden.

Op dit, wat de verandering der energie betreft, geheel afwijkend geval, werd in n⁰. 5 gewezen. Omtrent de *vermeerdering*, die de energie van het electrische veld bij aanwezigheid van een tweeden geleider bij zoodanige voorwaarden ondergaat, zullen wij thans in geen nader onderzoek treden.

16. Ten einde de vermindering der energie van het electrische veld nader toe te lichten, voor zoover zulks thans mogelijk is, merken wij vooreerst op, dat de door ons behandelde gevallen dit eigenaardig eenvoudige gemeen hebben, dat de oorspronkelijke lading door den bijkomenden tweeden geleider *niet* gewijzigd wordt. Bij het tegenover een vast

electrisch massapunt geplaatst bolvormig oppervlak of, geleidend plat vlak zal de werking der geïnduceerde lading op de vaste, onverplaatsbare, electrische massa in het punt zonder gevolg blijven; terwijl bij den bolvormigen condensator de werking der geëlectriseerde schil op elk inwendig punt nul is, zoodat de electriciteit op de geleidende kern niet in hare verdeeling gewijzigd wordt.

Wij stellen ons voor, dat aanvankelijk het electrisch massapunt of de geleidende geladen kern van den condensator alleen aanwezig is en later het tweede lichaam, de steeds concentrische geleider, van af het oneindige tot nabij die electrische massa wordt gebracht.

Deze verplaatsing van den geleider in het electrische veld der eerste massa heeft, opdat de electrische werking binnen den geleider nul worde, de vorming eener oppervlakte lading en daarmede scheiding van electriciteit in den aanvankelijk ongeladen geleider ten gevolge.

Die geïnduceerde lading vertegenwoordigt in haar electrisch arbeidsvermogen den arbeid door de electrische kracht bij de scheiding der electriciteiten verricht en dit geldt voor den geïsoleerden geleider. Bij den met den grond verbonden geleider voegt zich hierbij eene vermeerdering aan energie, gelijk aan den arbeid, die voor de verwijdering der met de aanvankelijke lading gelijknamige electriciteit noodig was.

Het voor de noodzakelijke vorming der geïnduceerde lading noodige arbeidsvermogen werd ontnomen aan het electrische veld, welks energie met dit bedrag *verminderd* werd en het is juist deze vermindering, welke door ons werd berekend en nagegaan.

Hierbij merken wij nog op, dat in de door ons behandelde gevallen de eerst aanwezige lading niet gewijzigd wordt; doch de geïnduceerde lading op den bijgebrachten geleider wijzigt de electrische kracht F voor ieder punt van het electrische veld; zoodat de electrische energie $\frac{1}{8\pi} F^2 \, dv$, die bij een element dv van dit veld behoort, verandert en de geheele energie van dit veld een geringer bedrag krijgt, *verminderd* wordt.

Zooals daareven is uiteengezet, vindt deze vermindering der energie van het veld haar *equivalent* in de (potentiëele) energie der *geïnduceerde* lading op zichzelve, wat ook in n°. 6 naar aanleiding der formule (22) werd opgemerkt.

Het in n°. 14 behandelde geval van den bolvormigen condensator, waar, bij de geïsoleerde en neutrale schil de energie vermindering van het veld juist zijn equivalent vindt in het electrisch arbeidsvermogen der door inductie geladen bolvormige schil, geeft hiervan een wel wat eenvoudig, doch zeer aanschouwelijk voorbeeld.

Meer volledig, wat de wijziging van het electrische veld betreft, is het in n°. 7 en 8 behandelde geval van een electrisch massapunt tegenover een geleidenden bol.

Wij meenen met het hier medegedeelde te kunnen volstaan. De behandeling van het meer algemeene geval, waarbij de aanvankelijk aanwezige lading door den geïnduceerden geleider gewijzigd wordt, moet thans achterwege blijven.

Utrecht, Mei 1885.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 30 Mei 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, ZAAIJER, BIERENS DE HAAN, SCHOLS, VAN DIESEN, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, HOEK, VAN 'T HOFF, PLACE, STOKVIS, VAN HASSELT, GRINWIS, VERLOREN, KORTEWEG, RIJKE, BOSSCHA, HEYNSIUS, RAUWENHOFF, LORENTZ, GUNNING, BEHRENS, VAN DEN BERG, MAC GILLAVRY, KAMERLINGH ONNES, HUBRECHT, MICHAËLIS, MULDER, FRANCHIMONT, DE VRIES, KOSTER, ZEEMAN en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts van de Letterkundige Afdeeling de Heer: CAMPBELL.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. C. J. GONNET, Adjunct-Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 27 Mei 1885; 2°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 26 Mei 1885; 3°. A. GONDRY, Secretaris van het Willems-fonds te Gent, 25 Mei 1885; 4°. DELABORDE, Directeur der Bibliothèque Nationale te Parijs, 24 April 1885; 5°. den Directeur der Ecole Polytechnique te Parijs, 24 April 1885; 6°. het Ministère de la Guerre te Parijs, 28

April 1885; 7°. den Bibliothecaris der Société Mathématique de France te Parijs, 7 Mei 1885; 8°. DE MILLORIÉ, Directeur van het Musée Guimet te Lyon, 28 April 1885; 9°. BRUEVIL, Archivaris der Société des sciences physiques et naturelles te Bordeaux, 22 April 1885; 10°. J. GARNIER, Secretaris der Société des antiquaires de Picardie te Amiens, 23 April 1885; 11°. A. DURIEUX, Secretaris der Société d'émulation te Cambrai, 22 April 1885; 12°. L. DESCHAMPS DE PAS, Secretaris der Société des antiquaires de la Morinie te St. Omer, 23 April 1885; 13°. GATIEN-ARNOULT, Secretaris der Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres te Toulouse, 26 April 1885; 14°. J. H. HUTKE, Bibliothecaris der Royal Medical Chirurgical Society te Londen, April 1885; 15°. den Secretaris der Académie Hongroise des Sciences te Budapest, 5 Mei 1885; 16°. den Secretaris van het Historischer Verein für Steiermark te Graz, 4 Mei 1885; 17°. HUBER Directeur van het Ferdinandeum te Innsbrück, 23 Mei 1885; 18°. de Redactie der Mittheilungen van JUSTUS PERTHES' Geographischer Anstalt te Gotha, 2 Mei 1885; 19°. den Directeur van den Zoologischer Garten te Frankfurt a./M., 2 Mei 1886; 20°. LAUBMANN, Directeur der kön. Hof- und Staatsbibliothek te München, 28 April 1885; 21°. den Directeur van het Germanisches National-Museum te Neurenberg, 27 April 1885; 22°. den Secretaris van het Naturhistorischer Verein te Augsburg, 5 Mei 1885; 23°. A. GRUBER, Secretaris der Naturforschende Gesellschaft te Freiburg i./B., 7 Mei 1885; 24°. URBACH, Bibliothecaris van het Verein für Erdkunde te Dresden, 7 Mei 1885; 25°. C. KNOOP, Secretaris der Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde te Hanau, 13 Mei 1885; 26°. W. STUDEMUND, Straatsburg, 25 April 1885; 27°. D. CARUTTI, Secretaris der Regia Lynceorum Academia te Rome, 11 Mei 1885; 28°. J. B. DE ROSSI, Rome, 27 April 1885; 29°. L. CREMONA, Rome, 30 April 1885; 30°. L. CREMONA, Bibliothecaris der Societa Italiana delle scienze te Rome, 29 April 1885; 31°. A. SOBRERO. Secretaris der Académie Royale des Sciences te Turin, 4 Mei 1885; 32°. G. ORSINI, Secretaris der R. Accademia delle scienze dell' Istituto te Bologna, 25 April 1885;

33°. G. Bizio, Secretaris der R. Istituto di scienze, lettere ed arti te Venetië, 20 Mei 1885; 34°. F. Rosati, Directeur der R Scuola normale superiore te Pisa, 23 April 1885; 35°. F. Malmberg, Directeur van het Nautisk-meteorologiska byran te Stockholm, 21 April 1885; 36°. A. C. Drolsum, Bibliothecaris der Université royale te Christiania, 29 April 1885; 37°. E. Regel, Directeur van den Jardin impérial de Botanique te St. Petersburg, 17 April 1885; 38°. den Secretaris der Naturforscher Gesellschaft te Dorpat, Januari 1885; 39°. M. Barcena, Directeur van het Observatorio Central te Mexico, 15 April 1885; 40°. M. da Motta Teixeira, Bibliothecaris van het Museu Nacional te Rio de Janeiro, 1 Mei 1885; 41°. A. Liversidge, Secretaris der Royal Society of N. S. W. te Sydney, September 1884; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. G. N. de Stoppelaar, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Middelburg, 20 April 1885; 2°. den Secretaris der Naturforschende Gesellschaft te Emden, 15 Mei 1885; 3°. den Secretaris der Naturforscher Gesellschaft te Dorpat, Januari 1885; 4°. J. E. Hilgard, Superintendent der U. S. coast and geodetic Survey Office te Washington, 30 December 1884; 5°. E. C. Pickering, Directeur van Harvard College Observatory te Cambridge, 30 Maart 1885; 6°. R. W. Young, Secretaris van het Canadian Institute te Toronto, 18 April 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

Worden gelezen: 1°. eene missive van Z.E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (11 Mei 1885), inhoudende de kennisgeving dat Z. M. de Koning de benoemingen, door de Afdeeling gedaan, heeft goedgekeurd; 2°. brieven van de Heeren van 't Hoff, Stieltjes, Gylden en von Sachs, waarin zij der Afdeeling dank zeggen voor de hun ten deel gevallen onderscheiding; 3°. brieven van de Heeren Stieltjes,

FÜRBRINGER, J. A. C. OUDEMANS en A. C. OUDEMANS JR., waarin kennis wordt gegeven dat zij verhinderd zijn ter Vergadering te verschijnen.

— De Heer VAN 'T HOFF wordt de Vergadering binnengeleid door de Heeren HOEK en HUBRECHT en door den Voorzitter verwelkomd.

— De Secretaris leest een brief van het correspondeerend lid der Afdeeling, den Heer VERBEEK, gedagteekend van Buitenzorg 19 Maart 1885, waarin de aandacht der Afdeeling gevestigd wordt op een door den Heer A. P. MELCHIOR, Ingenieur der burgerlijke openbare werken in Nederlandsch-Indië, aan de boekerij der Akademie ten geschenke aangeboden boekwerk, getiteld: »De gang van eb en vloed te Batavia".

Verder wordt kennis genomen van eene mededeeling van het overlijden van het buitenlandsch lid der Akademie, den Hoogleeraar Dr. F. G. J. HENLE, op 76-jarigen leeftijd te Göttingen. Dit bericht werd bereids met een adres van rouwbeklag beantwoord.

— De Heer GRINWIS spreekt »Over den invloed van geleiders op de verdeeling der electrische energie" en biedt over dit onderwerp eene verhandeling aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer VERLOREN draagt het derde en laatste gedeelte voor zijner »Beschouwingen over de ontwikkeling der bewerktuigde wezens" en hoopt deze later voor de Verslagen en Mededeelingen aan te bieden.

— De Heer ZAAIJER biedt eene verhandeling aan voor de 4° werken: »Over het onderzoek van arsenicum-houdende lijken" en behandelt mondeling de vraag of het gebruik van arsenicum gedurende het leven noodzakelijk moet lijden tot eene uitdroging of mumificatie der lijken, dan wel of dit verschijnsel ook van andere oorzaken afhankelijk kan zijn. De conclusie is, dat het dogma der arsenicum-mumi-

ficatie niet langer kan worden toegelaten, en dat tal van omstandigheden, buiten het gebruik van arsenicum, de uitdroging van cadavers kunnen te weeg brengen.

— De Heer SCHOLS spreekt »over de half convergente reeks voor de berekening van $\int e^{-x^2}\, dx$" en biedt over dit onderwerp een opstel aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer HUBRECHT geeft eene korte beschrijving van een nieuw geslacht van Zeevederen (Pennatulida), waarvan twee exemplaren uit de Japansche zee op eene diepte van 71 vadem verkregen werden en waaraan hij den naam van *Echinoptilum Macintoshii* wenscht te geven.

De onderscheidende kenmerken van het nieuwe genus zijn van dien aard, dat het onder de meer primitief georganiseerde vormen een plaats verdient, terwijl andererzijds punten van overeenkomst met hooger bewerktuigde groepen niet te miskennen zijn.

— De Heer MULDER biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan twee korte opstellen, getiteld: »Over een additie-product met broomcyaan" en »Smeltpunt en kookpunt van broomcyaan".

— Voor de boekerij der Akademie wordt aangeboden: door den Heer BIERENS DE HAAN, uit naam van het Wiskundig Genootschap: Onvermoeide arbeid komt alles te boven, Deel XII, Stuk 1, van het »Nieuw Archief der Wiskunde"; en door den Heer SCHOLS: »Waterbouwkunde" 4 Deelen met Atlas, uitgegeven door de Heeren HENKET, SCHOLS en TELDERS.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

DE HALF-CONVERGENTE REEKS

TER

BEREKENING VAN DE INTEGRAAL

$$\psi(Z) = e^{Z^2} \int_Z^\infty e^{-z^2}\, dz.$$

DOOR

Ch. M. SCHOLS.

Zooals bekend is kan de integraal $\int_Z^\infty e^{-z^2}\, dz$ niet door directe integratie gevonden worden; voor het berekenen daarvan moet men zijn toevlucht nemen tot reeksontwikkelingen. Verschillende reeksontwikkelingen zijn voor dat doel ontwikkeld. Sommige daarvan zijn geschikt voor kleine, andere voor groote waarden van Z. Tot deze laatsten behoort de volgende half-convergente reeks reeds door LAPLACE aangegeven:

$$e^{Z^2} \int_Z^\infty e^{-z^2}\, dz = \frac{1}{2\,Z} - \frac{1}{2^2\,Z^3} + \frac{1.3}{2^3\,Z^5} - \frac{1.3.5}{2^4\,Z^7} + \dots$$

$$\dots \pm \frac{1.3.5\dots(2n-1)}{2^{n+1} Z^{2n+1}} \mp \frac{1.3.5\dots(2n+1)}{2^{n+1}} e^{Z^2} \int_Z^\infty z^{-2n-2} e^{-z^2} dz. \quad (1)$$

waarvoor wij kortheidshalve zullen schrijven:

$$\psi(Z) = P_0 - P_1 + P_2 - P_3 + \dots \pm P_n \mp R_n. \quad (2)$$

Iedere volgende term wordt bij deze reeks uit den voorafgaanden gevonden door middel van de betrekking:

$$P_n = \frac{2n-1}{2Z^2} P_{n-1} \dots\dots\dots \quad (3)$$

waaruit blijkt dat de termen P_n steeds kleiner worden zoolang:

$$2n - 1 < 2Z^2$$

is; voor grootere waarden van n nemen de termen in grootte steeds toe, waaruit blijkt dat de reeks divergent is. Toch kan zij gebruikt worden voor de berekening van $\psi(Z)$ en dus van $\int_Z^\infty e^{-z^2} dz$ omdat wanneer men de reeks bij een zekeren term P_n eindigt de rest R_n kleiner is dan P_n hetgeen onmiddellijk blijkt als men opmerkt dat:

$$R_{n-1} = P_n - R_n$$

is, en R_n en R_{n-1} beiden positief zijn. Wanneer P_n dus slechts zoo klein is, dat de waarde daarvan verwaarloosd kan worden, dan kan die reeks dienen om de waarde van $\psi(Z)$ te berekenen.

Aangezien de termen afwisselend positief en negatief zijn, biedt deze reeks nog dit bijzonder voordeel, dat de waarden die men achtereenvolgens vindt door de reeks bij verschillende termen af te breken, afwisselend te groot en te klein zijn, zoodat men steeds grenzen vindt waartusschen de juiste waarde van $\psi(Z)$ gelezen is.

Intusschen is de waarde van den kleinsten term P_n, dat is de term die bepaald wordt door de voorwaarde:

$$2n - 1 < 2Z^2 < 2n + 1 \dots\dots\dots \quad (4)$$

alleen dan zoo klein, dat hij verwaarloosd kan worden, wanneer Z eene betrekkelijk groote waarde heeft. Het is echter duidelijk dat zij ook voor veel kleinere waarden kan worden toegepast, indien men voor de rest R_n eene goede benaderde waarden kan vinden.

De rest die onder een betrekkelijk eenvoudigen vorm door eene bepaalde integraal gegeven is, leent zich zeer goed om op verschillende wijzen benaderde waarden daarvoor te vinden. Wij zullen ons hier er toe bepalen een paar betrekkelijk eenvoudige uitdrukkingen daarvoor af te leiden, die eene zeer groote benadering opleveren.

§ 2. Voor het gemak van de ontwikkeling zullen wij echter vooraf in plaats van Z het vierkant daarvan als veranderlijke invoeren, wij stellen dus:

$$Z^2 = X \qquad z^2 = x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

en stellen met het zelfde doel:

$$2n + 1 = 2m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Door het invoeren hiervan vinden wij voor de algemeene uitdrukking van P_n en R_n:

$$P_n = G_{n-1} X^{-m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

$$R_n = G_n e^X \int_X^{\infty} x^{-n-1} e^{-x} dx \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

waarin:

$$G_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdots \frac{2n+1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdots m \quad \ldots (9)$$

is.

Voor de betrekking tusschen twee opvolgende termen P_{n-1} en P_n volgt hieruit:

$$P_n = \frac{m-1}{X} P_{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

§ 3. Stelt nu $P_n \varphi_n$, waarin φ_n eene functie van X is, eene benaderde waarde voor R_n voor, dan kan men stellen:

$$R_n = P_n \varphi_n + R'_n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Wendt men die benaderde waarde voor R_n aan dan zal men eene fout maken gelijk aan R'_n en het komt er dus op aan

voor φ_n eene zoodanige uitdrukking te vinden, dat R'_n eene waarde bezit belangrijk kleiner dan R_n.

De rest R'_n kan men schrijven onder den vorm:

$$R'_n = G_m e^X \int_X^\infty \omega_n x^{-m-1} e^{-x} dx \; . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

waarin ω_x eene functie van x is, die op eenvoudige wijze van de functie φ_n afhangt. Vervangt men namelijk in (11), P_n, R_n en R'_n door hunne uitdrukkingen (7), (8) en (12) dan vindt men na deeling door $G_{m-1} e^X$:

$$m \int_X^\infty x^{-m-1} e^{-x} dx = \varphi_n X^{-m} e^{-X} + m \int_X^\infty \omega_n x^{-m-1} e^{-x} dx$$

waaruit door differentiatie volgt:

$$- m X^{-m-1} e^{-X} = \frac{d\varphi_n}{dX} X^{-m} e^{-X} -$$

$$- (X + m) \varphi_n X^{-m-1} e^{-X} - m \omega_n X^{-m-1} e^{-X}$$

en dus:

$$\omega_n = 1 - \frac{X + m}{m} \varphi_n + \frac{X}{m} \frac{d\varphi_n}{dX} \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

§ 4. Aangezien R'_n den zelfden vorm heeft als R_n op de factor ω_n na zoo zal R'_n eene kleine waarde in betrekking tot R_n hebben, als ω_n voor waarden van x tusschen X en ∞ klein is. Vooral is het wenschelijk dat dit het geval is voor waarden van x die weinig grooter zijn dan X, omdat als dan de overige factoren onder het integraalteeken hunne grootste waarde bereiken, terwijl voor grootere waarden van x die factoren snel afnemen. Het zal dus zaak zijn φ_n zoodanig te kiezen dan ω_n eene zeer kleine waarde verkrijgt of zelfs nul wordt voor waarden van x omstreeks gelijk aan X.

Van veel belang is het de uitdrukking zoodanig te kiezen dat ω_n tusschen de grenzen X en ∞ niet van teeken ver-

andert, omdat men als dan bepaald weet dat R'_n eene positieve of eene negatieve waarde heeft, zoodat men weet in welken zin de afwijking plaats heeft, die ontstaat door het verwaarlozen van R'_n. Past men als dan die uitdrukking op twee opvolgende resten R_n en R_{n+1} toe, dan vindt men twee grenswaarden voor $\psi(Z)$ waartusschen de juiste waarde gelegen is.

Wij zullen daarom trachten voor ω_n een uitdrukking te vinden die zich onder den vorm van een vierkant voordoet.

Men zou voor ω_n een zekeren vorm kunnen aannemen en dan daaruit φ_n berekenen, maar dit is niet wel uit te voeren omdat φ_n dan gegeven wordt door de integraal:

$$\varphi_n = m\, X^m e^X \int_X^\infty (1 - \omega_n)\, x^{-m-1}\, e^{-x}\, d\, x$$

die zeker nog moeielijker te vinden is dan de rest R_n zelve.

Wij volgen den omgekeerden weg, nemen voor φ_n eene eenvoudige uitdrukking met onbepaalde coëfficiënten en bepalen die dan zoodanig, dat ω_n aan de gestelde voorwaarde voldoet

§ 5. Trachten wij in de eerste plaats voor φ_n eene uitdrukking te vinden van den vorm:

$$\varphi_n = \frac{a}{X + p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

waarin a en p twee onbepaalde coëfficiënten.

Uit (13) volgt nu:

$$\omega_n = 1 - \frac{a}{m}\frac{X + m}{X + p} - \frac{a X}{m\,(X + p)^2} =$$

$$= \frac{(m-a)\, X^2 - \{a\,(1 + m + p) - 2\, m\, p\}\, X + m\, p\,(p - a)}{m\,(X + p)^2}$$

welke uitdrukking onder den vorm:

$$w_n = Q\, \frac{(X - p')^2}{m\,(X + p)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

kan gebracht worden.

Door de coëfficiënten van de gelijknamige machten van X van de tellers van beide uitdrukkingen aan elkaar gelijk te stellen, vinden wij:

$$\left.\begin{aligned} Q &= m - a \\ 2p'Q &= a(1 + m + p) - 2mp \\ p'^2 Q &= mp(p - a) \end{aligned}\right\} \quad \ldots (16)$$

Voor de vier onbekenden a, p, p' en Q hebben wij dus drie vergelijkingen, een van die vier onbekenden kan dus willekeurig gekozen worden. Nemen wij daarvoor p dan vinden wij door oplossing:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{4mp}{1 + 2(m + p) + (m - p)^2} \\ Q &= \frac{m(1 + m - p)^2}{1 + 2(m + p) + (m - p)^2} \\ p' &= p\,\frac{1 - m + p}{1 + m - p} \end{aligned}\right\} \quad \ldots . (17)$$

Uit de laatste vergelijking volgt, dat p niet geheel willekeurig kan gekozen worden, want wil ω_s eene kleine waarde hebben dan moet p' positief zijn en daaruit volgt dat p gelegen moet zijn tusschen $m - 1$ en $m + 1$.

Daar het vooral te doen is eene uitdrukking te vinden voor de rest van den kleinsten term, waarvoor dus:

$$m - 1 < X < m$$

is, zoo mag p' slechts weinig van m verschillen. Uit de formules (17) blijkt nu dat hiervoor noodig is, dat p maar zeer weinig van m verschilt; nemen wij daarbij in aanmerking dat voor $p = m$ die formules zich aanmerkelijk vereenvoudigen, dan zijn wij gerechtigd om p eenvoudig gelijk aan m te nemen, waardoor wij vinden:

$$a = \frac{4\,m^2}{4\,m+1}$$

$$Q = \frac{m}{4\,m+1}$$

$$p' = m$$

en dus:

$$R_n = P_n \frac{4\,m^2}{(4\,m+1)(X+m)} + R'_n \quad \ldots . (18)$$

waarin:

$$R'_n = G_m\, e^X \int_X^\infty \frac{1}{4\,m+1} \frac{(x-m)^2}{(x+m)^2}\, x^{-m-1}\, e^{-x}\, dx \ldots . (19)$$

Daar R'_n altijd positief is, zoo is de gevonden benaderingswaarde kleiner dan R_n. Voeren wij voor X en m wederom de waarden Z en n in, dan vinden wij dus:

$$R_n > P_n \frac{2\,(2\,n+1)^2}{(4\,n+3)\,(2\,Z^2+2\,n+1)} \quad \ldots . (20)$$

§ 6. Zoo als wij in § 4 opmerkten, kan men door deze uitdrukking toe te passen op twee opvolgende resten twee grenswaarden voor $\psi(Z)$ vinden; intusschen is het wenschelijk die formule alleen toe te passen op de rest van den kleinsten term, dus op den term die bepaald wordt door de voorwaarde (4) of in de hier gebruikte notatie overgebracht,

$$m - 1 < X < m$$

omdat de formule alsdan de beste waarde voor $\psi(Z)$ geeft.

Op die wijze verkrijgen wij echter slechts ééne grenswaarde voor $\psi(Z)$. Om ook eene grenswaarde aan de andere zijde te hebben, zullen wij eene waarde afleiden, waar beneden R'_n noodzakelijk moet liggen.

Wanneer men namelijk in (19) voor x in den noemer de

kleinere waarde X in de plaats stelt, dan vindt men voor het tweede lid eene te groote waarde, waaruit dus volgt:

$$R'_n < \frac{G_m e^X}{(4m+1)(X+m)^2} \int_X^\infty (x-m)^2 x^{-m-1} e^{-x} dx .$$

Door ontwikkeling van $(x-m)^2$ en splitsing der integratie gaat deze uitdrukking over in:

$$R'_n < \frac{G_m e^X}{(4m+1)(X+m)^2} \left[\int_X^\infty x^{-m+1} e^{-x} dx - \right.$$

$$\left. - 2m \int_X^\infty x^{-m} e^{-x} dx + m^2 \int_X^\infty x^{-m-1} e^{-x} dx \right] .$$

De drie hierin voorkomende integralen zijn dezelfde die blijkens de formule (8) voorkomen in R_{n-2}, R_{n-1} en R_n; wij kunnen die integralen dus daarin uitdrukken, waardoor wij vinden:

$$R'_n < \frac{(m-1)\, m\, R_{n-2} - 2m^2 R_{n-1} + m^2 R_n}{(4m+1)(X+m)^2} .$$

Uit (2) in verband met (10) volgt echter:

$$R_{n-1} = P_n - R_n$$

$$R_{n-2} = P_{n-1} - P_n + R_n = P_n \frac{X-m+1}{m-1} + R_n$$

waardoor onze uitdrukking overgaat in:

$$R'_n < \frac{m}{4m+1} \frac{P_n (X-3m+1) + R_n (4m-1)}{(X+m)^2}$$

Substitueeren wij hierin voor R_n de waarde uit (18) dan vinden wij door oplossingen van R'_n:

$$R'_n < P_n \frac{m}{(4m+1)(X+m)} \frac{2m + (4m+1)(X-m)(X-m+1)}{(4m+1)(X+m)^2 - m(4m-1)} . (21)$$

Voeren wij de oorspronkelijke waarden Z en n in, dan gaat deze uitdrukking over in:

$$R'_n < P_n \frac{2n+1}{(4n+3)(2Z^2+2n+1)}\,.$$
$$.\frac{4(2n+1)+(4n+3)(2Z^2-2n-1)(2Z^2-2n+1)}{(4n+3)(2Z^2+2n+1)^2-2(2n+1)(4n+1)} \quad . . (22)$$

§ 7. Wanneer men de uitdrukkingen (21) of (22) nagaat, dan ziet men dat R'_n eene goede benadering geeft voor waarden die voldoen aan de voorwaarde:

$$2n-1 < 2Z^2 < 2n+1$$

of:

$$m-1 < X < m$$

dus juist voor het geval dat de formule wordt toegepast op de rest van den kleinsten term.

De teller van (21) b.v. bestaat uit de som van twee deelen, het eerste deel $2m$ is altijd positief, het tweede gedeelte ook, behalve voor waarden van X gelegen tusschen de bovengenoemde grenzen $m-1$ en m. Voor waarden van X tusschen die grenzen wordt dat tweede gedeelte negatief en dus de waarde van R'_n zeer klein. De grootste negatieve waarde $(m+\frac{1}{4})$ van dien term is echter nog kleiner dan het eerste gedeelte, zoodat de gevonden grenswaarde voor R'_n steeds positief blijft.

De omstandigheid dat voor waarden van X tusschen die grenzen die term negatief wordt, geeft ons gelegenheid de grenswaarde voor R'_n voor dat geval nog te vereenvoudigen; door het negatieve gedeelte weg te laten vinden wij namelijk voor het tweede lid van (21) eene grootere waarde, waaruit dus volgt:

$$R'_n < P_n \frac{2m^2}{(4m+1)(X+m)[(4m+1)(X+m)^2-m(4m-1)]} \quad . . (23)$$

Hieruit kan echter eene nog eenvoudigere grenswaarde worden afgeleid. Voor het bijzondere geval, dat $X=m$ is, gaat bovenstaande uitdrukking over in:

$$R'_n < P_n \frac{1}{(4m+1)(16m^2+1)} = \frac{P_n}{(4X+1)(16X^2+1)}$$

Voor kleinere waarden van X is het gemakkelijk aan te toonen, dat het tweede lid van (23) kleiner is dan:

$$\frac{P_n}{(4X+1)(16X^2+1)}$$

zoodat à fortiori R'_n ook kleiner is dan dat bedrag.

Voor het geval dat men de formule (20) dus toepast op de rest van den *kleinsten* term zal men dus een fout maken, die kleiner is dan:

$$\frac{P_n}{(4Z^2+1)(16Z^4+1)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

§ 8. Stellen wij in de tweede plaats:

$$\varphi_n = \frac{aX+b}{X^2+2pX+q} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

dan volgt uit (13)

$$\omega_n = 1 - \frac{(x+m)(ax+b)}{m(x^2+2px+q)} + \frac{ax}{m(x^2+2px+q)} - \frac{x(ax+b)(2x+2p)}{m(x^2+2px+q)^2}$$

welke uitdrukking wij zullen trachten te brengen onder den vorm:

$$\omega_n = Q\frac{(x^2-2p'x+q')^2}{m(x^2+2px+q)^2} \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

Brengen wij beide uitdrukkingen voor ω_n onder den zelfden noemer en stellen de coëfficiënten van de gelijknamige machten van X in de tellers aan elkaar gelijk, dan vinden wij:

$$\left.\begin{aligned}
Q &= m - a \\
-4p'Q &= 4mp - a(m+2p+1) - b \\
(2q'+4p'^2)Q &= 2mq + 4mp^2 - a(2mp+q) - b(m+2p+2) \\
-4p'q'Q &= 4mpq - a(mq-q) - b(2mp+q+2p) \\
q'^2 Q &= mq^2 - bmq
\end{aligned}\right\} \quad . (27)$$

zijnde vijf vergelijkingen ter bepaling van de zeven onbekenden: a, b, p, q, p', q' en Q. Deze vergelijkingen ondergaan eene aanmerkelijke vereenvoudiging door $q' = q$ te stellen; doen wij dit, dan kunnen de verschillende onbekenden op rationeele wijze in p' worden uitgedrukt; de oplossing der vergelijkingen geeft ons namelijk:

$$\left.\begin{aligned}
a &= m\frac{2(m+p'+2)(m+p')}{2(m+p'+2)(m+p')+1} \\
b &= 2m(m+p')\frac{m^2+mp'+m-p'}{2(m+p'+2)(m+p')+1} \\
Q &= m\frac{1}{2(m+p'+2)(m+p')+1} \\
p &= m \\
q &= q' = \frac{b}{a}m = m\frac{m^2+mp'+m-p'}{m+p'+2}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (28)$$

Er blijft nu nog over voor de grootheid p' eene keuze te doen. Bij het doen van die keuze moeten wij letten op de uitdrukking (26) voor ω_n en zorgen dat deze, voor waarden van x iets grooter dan X, zoo klein mogelijk wordt. De keuze van p' heeft vooral invloed op den teller dier uitdrukking; stellen wij dezen teller gelijk nul dan vinden wij door oplossing:

$$x = p' \pm \sqrt{p'^2 - q'} = p' \pm \sqrt{\frac{m+p'}{m+p'+2}(p'^2 - m^2 + 2p' - m)}$$

Voor deze twee waarden van x wordt ω_n nul. Wenschelijk is het nu dat deze twee waarden van x dicht bij elkaar liggen, daar alsdan voor waarden in die buurt ω_n zeer klein zal zijn. Wij zullen p' dus zoodanig moeten kiezen dat de factor $p'^2 - m^2 + 2p' - m$ eene kleine waarde verkrijgt. Voor $p = m$ wordt de factor gelijk aan m en de twee wortels:

$$x = m \pm \frac{m}{\sqrt{m+1}}.$$

Deze twee wortels liggen echter te ver uit elkaar om ω_n voor eene bepaalde waarde van x zeer klein te maken. Nemen wij p' kleiner dan neemt die factor af en de wortels naderen dus tot elkaar; voor $p' = \sqrt{m^2 + m + 1} - 1$, dat is voor een waarde van p' iets grooter dan $m - \frac{1}{2} = n$ wordt de factor nul en vallen dus beide wortels samen; voor nog kleinere waarden van p' wordt de factor negatief. Het doelmatigste zou dus zijn voor p' een waarde te kiezen tusschen:

$$\sqrt{m^2 + m + 1} - 1 \text{ en } m$$

liefst zoo dicht mogelijk bij de eerste waarde; dit is echter niet mogelijk zonder de formules zeer samengesteld te maken. De eenvoudigste waarde dicht bij die grens, die wij aan p' kunnen geven zonder de formules samengesteld te maken, is:

$$p' = m - \tfrac{1}{2} = n \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (29)$$

De twee wortels worden dan wel is waar imaginair, maar de uitdrukking $x^2 - 2p'x + q'$ verkrijgt alsdan een minimum voor $x = p' = n$ zoodat in de buurt daarvan ω_n klein wordt en (25) dus eene goede benadering geeft voor waarden van X in de buurt van $X = n$ gelegen.

Stellen wij dus $p' = n$ dan vinden wij na eene kleine vervorming:

$$\varphi_n = \frac{2(m+n)(m+n+2)}{2(m+n)(m+n+2)+1} \cdot \frac{mX + m^2 - \dfrac{m(m+n)}{m+n+2}}{X^2 + 2mX + m^2 - \dfrac{m(m+n)}{m+n+2}} \, . . (30)$$

$$w_n = \frac{1}{2(m+n)(m+n+2)+1} \cdot \left(\frac{x^2 - 2nx + m^2 - \dfrac{m(m+n)}{m+n+2}}{x^2 + 2mx + m^2 - \dfrac{m(m+n)}{m+n+2}} \right)^2 \, . . (31)$$

§ 9. Aangezien ω_n en dus R'_n positief zijn zoo is de gevondene benaderingswaarde te klein. Voeren wij in plaats

van m en X de waarden n en Z in, dan vinden wij dus, na eene kleine vervorming:

$$R_n > \frac{A}{A+2} \cdot \frac{b Z^2 + c}{a Z^4 + 2 b Z^2 + c} P_n \quad \ldots \ldots (32)$$

waarin:

$$\left.\begin{aligned} A &= (4n+1)(4n+5) \\ a &= 4(4n+5) \\ b &= 2(2n+1)(4n+5) \\ c &= (2n+1)(8n^2+6n+3) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots (33)$$

Men zou hier op gelijke wijze als in § 6 eene grenswaarde voor R'_n kunnen afleiden, het is echter te voorzien dat men daardoor ingewikkelde formules zal verkrijgen, die wellicht te vereenvoudigen zullen zijn, zooals in § 6, maar niet dan na eene lastige vervorming. Noodig is het niet deze grens op te maken, omdat men altijd door de formule op twee opvolgende resten toe te passen twee grenzen voor de waarde van $\psi(Z)$ vindt.

Men zal alsdan goed doen die formule toe te passen op de rest van den kleinsten term en op die van den daarop volgenden term, omdat men dan de nauwste grenzen verkrijgt. Alleen wanneer $2Z^2$ weinig kleiner is dan een oneven getal kan het voordeeliger zijn de formule toe te passen op de resten van de twee termen, die op den kleinsten volgen. Is $2Z^2$ juist gelijk aan een oneven getal dan heeft men twee gelijke kleinste termen; in dit geval passe men de formule toe op de rest van den tweeden van deze gelijke termen en op die van den daarop volgenden, dus op de waarden $n = Z^2 + \frac{1}{2}$ en $n = Z^2 + \frac{3}{2}$.

§ 10. Ten einde de benadering te laten zien, welke door de ontwikkelde formules kan verkregen worden, passen wij ze toe op een paar gevallen voor de functie:

$$\psi(Z) = e^{Z^2} \int_Z^\infty e^{-z^2} dz.$$

Nemen wij in de eerste plaats $Z = 4$. Formule (1) of (2) zooals die gewoonlijk wordt opgegeven, geeft in dit geval de twee volgende grenswaarden:

$$0{,}12141.25982.01129$$

en

$$0{,}12141.26180.42998$$

waaruit dus de waarde van $\psi(4)$ tot in 7 decimalen gevonden wordt.

Formule (20) toegepast op de rest R_{16} geeft:

$$R_{16} > 0{,}00000.00099.23213.$$

Deze waarde afgetrokken van de laatste van de bovenstaande waarden geeft:

$$\psi(4) < 0{,}12141.26081.19785$$

met eene fout, die volgens formule (24) kleiner is dan:

$$0{,}00000.00000.00074$$

waaruit dus volgt:

$$\psi(4) > 0{,}12141.26081.19711.$$

De eerste door ons ontwikkelde formules geeft dus hier twee grenswaarden die tot in 13 decimalen overeenstemmen.

Nemen wij als tweede voorbeeld $Z = 3$ dan geeft formule (1) of (2) als grenswaarden:

$$\psi(3) < 0{,}15865.01064.53884$$

en

$$\psi(3) > 0{,}15862.11527.43224$$

waardoor *vier* decimalen bepaald zijn.

Formule (20) geeft:

$$R_9 > 0{,}00001.44868.87801$$

dit gevoegd bij de laatste van de twee bovenstaande waarden geeft:

$$\psi(3) > 0{,}15863.56396.31025$$

met eene fout R'_9 die volgens formule (24) kleiner is dan:

$$0,00000.00006.03341$$

waaruit volgt:

$$\psi(3) < 0,15863.56402.34366$$

zoodat hier nog *negen* decimalen met zekerheid bepaald zijn.

Passen wij de formule (32) toe op de resten R_9 en R_{10} dan vinden wij:

$$R_9 > 0,00001.44871.20449$$

$$R_{10} > 0,00001.60751.29190$$

waaruit volgt:

$$\psi(3) > 0,15863.56398.63673$$

$$\psi(3) < 0,15863.56398.64175$$

waar dus *twaalf* decimalen volkomen nauwkeurig bepaald zijn.

Nemen wij eindelijk $Z = 2$ dan geeft formule (1) of (2) de twee grenswaarden:

$$\psi(2) > 0,22314.45312.5$$

$$\psi(2) < 0,22955.32226.5625$$

waardoor de tweede decimaal nog niet volkomen zeker bepaald is.

De formules 20) en (24) toegepast op R_4 en R'_4 geven hier:

$$\psi(2) < 0,22633.89563.78193$$

$$\psi(2) > 0,22633.74895.22755$$

waardoor reeds vijf decimalen zeker zijn bepaald, terwijl de formule (32) toegepast op R_4 en R_5 ons geeft:

$$\psi(2) < 0,22633.85293.97548$$

$$\psi(2) > 0,22633.85223\ 18237$$

dat zijn twee waarden die slechts in de negende decimaal verschillen.

§ 11. Door R. RADAU zijn onlangs nieuwe uitgebreide tafels uitgegeven van de functie ψ (Z) *). In de inleiding tot die tafels zegt hij, dat de reeksen, die gewoonlijk voor de berekening daarvan voor kleine waarden van Z worden opgegeven, alleen met vrucht te gebruiken zijn tot $Z = 2$; de halfconvergente reeks alleen voor waarden van Z grooter dan 4. Voor waarden van Z tusschen 2 en 4 heeft hij daarom andere reeksen ontwikkeld, die eene meer omslagtige berekening vereischen. Zooals uit de voorbeelden in den vorigen paragraaf blijkt, kan, wanneer men ψ (Z) tot in 7 à 8 decimalen verlangt, de halfconvergente reeks nog worden toegepast tot $Z = 3$ met de eenvoudige benaderingformules (20) en (24) en tot: $Z = 2$ met de eenigszins samengesteldere maar toch nog betrekkelijk eenvoudige formule (32).

RADAU geeft niet de waarden der functie zelve maar de logarithmen daarvan in 7 decimalen. De ontwikkelde formules geven de logarithmen nog met dat aantal decimalen tot $Z = 2$. Want zoekt men de logarithmen van de twee voor ψ (2) gevonden grenswaarden, dan vindt men:

$$log.\ \psi(2) < 9{,}3547574.899$$

$$log.\ \psi(2) > 9{,}3547584.763$$

waardoor de zevende decimaal nog volkomen juist bepaald is.

Delft, 23 Mei 1885.

---

*) R. RADAU Tables de l'intégrale $\psi(Z)$. *Annales de l'Observatoire de Paris*. Mémoires. Tome XVI. Paris 1884.

OVER EEN ADDITIE-PRODUCT

VAN

N. CYANUURZUUR AETHYL MET BROOMCYAAN.

DOOR

E. MULDER.

In 't algemeen wordt betrekkelijk veel beteekenis gehecht aan de vorming van additie-produkten, en wel vooral, indien deze te verkrijgen zijn door een lichaam, dat veel toepassing toelaat, zooals het geval schijnt te wezen met broomcyaan. Aanleiding tot deze studie werd gevonden in een eigenschap der verbindingen van n. cyanuurzuur aethyl met broom en chloorwaterstof, om reeds bij gewone temperatuur van een additie-product over te gaan in een substitutie-product; en zoo werd de toevlucht genomen tot broomcyaan, waarvan men met recht meende te mogen vermoeden, dat het een betrekkelijk stabiel additie-product zou vormen. Bij wijze van voorbereiding werd in drie buizen gedaan (en daarna toegesmolten):

a. 0,68	gr.	n. cyanuurzuur	aethyl	en	0,3 gr.	broomcyaan
b. 0,602	»	»	»	»	0,6 »	»
c. 0,62	»	»	»	»	0,9 »	»

hoeveelheden ongeveer overeenkomende met die uitgedrukt door de formules $BrCN , C_3N_3 . 3OC_2H_5$; $2BrCN . 3OC_2H_5$ en $3BrCN . C_3N_3 . 3OC_2H_5$ ($BrCN = 105{,}73$ en $C_3N_3 . 3OC_2H_5 = 212{,}64$).

Buis a. Bijna alles bleef vast bij gewone temperatuur. In de hand gehouden tot alles was vloeibaar geworden, bleef de massa geruimen tijd bij gewone temperatuur in dezen toestand volharden.

Buis b. De twee lichamen gingen bij gewone temperatuur over in een vloeistof, die bij eenigzins lagere temperatuur kristalliseerde.

Buis c. Bevatte krystallen van broomcyaan en een vloeibare verbinding. In de hand gehouden ging weldra alles over in vloeibaren staat, bij staan krystallen afzettende van broomcyaan. Het overige kan bij ongeveer 8^0 overgaan in vasten staat, om bij ongeveer 10^0 andermaal vloeïbaar te worden.

Reeds volgt uit het medegedeelde als waarschijnlijk, dat er twee verbindingen kunnen bestaan van broomcyaan en n. cyanuurzuur aethyl, en wel: $BrCN$, $C_3N_3 . 3OC_2H_5$ en $2BrCN$, $C_3N_3 . 3OC_2H_5$, terwijl de verbinding $3BrCN$, $C_3N_3 . 3OC_2H_5$ niet schijnt gevormd te worden (onder gemelde omstandigheden), evenmin als een additie-product van de formule: $3HCl . C_3N_3 . 3OC_2H_5$ schijnt te kunnen optreden.

Tot het doen eener analyse der verbinding met $2BrCN$ was het noodwendig niet geoorloofd broomcyaan en n. cyanuurzuur aethyl bij elkander te doen in de verhouding uitgedrukt door $2BrCN$ en $C_3N_3 . 3OC_2H_5$, maar wel in die van $3BrCN$ en $C_3N_3 . 3OC_2H_5$. In een glazen buis (met glazen stop te sluiten) geplaatst onder een exsiccator, ontstond weldra de vloeibare verbinding, terwijl de overmaat van broomcyaan terugbleef (wel te verstaan werkende bij ongeveer 10^0).

I. Een hoeveelheid van 0,4631 gr. stof gaf 0,5187 gr. kooldioxyde en 0,1557 gr. water;

0,4745 gr. gaf 64,5 C.C. stikstof bij $8,6^0$ en 762,24 (gecorr.).

II. 0,4114 gr. van een andere bereiding gaf 0,4571 gr. kooldioxyde en 0,1322 gr. water.

III. 0,2498 gr. van een derde bereiding gaf 0,2242 gr. broomzilver, overeenkomende met 0,0954 gr. broom.

IV. 0,3681 gr. stof van een vierde bereiding gaf 0,333 gr. broomzilver, bevattende 0,1417 gr. broom.

Berekend op 100 gew. d. stemt dit overeen met:

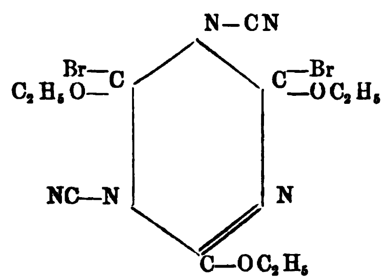
	I.	II.	III.	IV.	$2 BrCN, C_3 N_3 . 3 OC_2 H_5$ vordert:
Koolstof . .	30,5	30,3	—	—	31,0
Waterstof .	3,7	3,5	—	—	3,5
Stikstof. . .	16,4	—	—	—	16,5
Broom . . .	—	—	38,1	38,4	37,6.

Zooals blijkt, is er wat broomcyaan opgelost in de vloeibare verbinding, dat trouwens niets bevreemdends heeft. Het is een merkwaardig verschijnsel om die twee stoffen zich als 't ware met elkander te zien verbinden, in zooverre als zij vloeibaar worden (het smeltpunt van n. cyanuurzuur aethyl is 29^0 en dat van broomcyaan 52^0); blijkbaar wordt hierbij warmte verbruikt.

De verbinding wordt langzamerhand gedissocieerd bij gewone temperatuur, terwijl n. cyanuurzuur aethyl terugblijft. Geplaatst onder een exsiccator met zwavelzuur (calciumoxyde Ca O schijnt geen broomcyaan vast te leggen), blijft het gewicht eerst na eenige dagen constant. Deze verbinding komt mij voor zeer geschikt te zijn voor de studie van dissociatie, meer nog met 't oog op de stelling van Debray, omdat het additieproduct binnen een verschil van eenige graden in vloeibaren en vasten staat kan optreden.

Wordt broomcyaan en n. cyanuurzuur aethyl genomen in de verhouding aangegeven door Br CN en $2 C_3 N_3 . 3 OC_2 H_5$, zoo wordt het geheel een vloeistof bij een verwarmen in de hand, om bij gewone temperatuur langzamerhand voor een goed deel over te gaan in vasten staat. De verbinding $Br C N, C_3 N_3 . 3 O C_2 H_5$ is nog niet geanalyseerd en heeft ook voor ons thans geen belang; daarentegen zal een studie worden gemaakt van het substitutie-product gevormd door deze verbinding te verhitten. Uitgaande van een mengsel van $3 Br C N$ op $C_3 N_3, 3 O C_2 H_5$ en verhit bij 125^0 gedurende vier uur in een toegesmolten buis, bleek er bij openen druk te zijn, waarna de buis op nieuw werd toege-

smolten en verhit tot dit niet meer het geval was. Er was ontstaan een vloeibaar geel gekleurde massa sterk den reuk hebbende van broomcyaan. Geplaatst onder een exsiccator bleef het geheel vloeibaar; na verhitten gedurende korten tijd in een open buis werd alles omgezet in een harde glasachtige massa, blijkbaar een substitutie-product. Ook de studie dezer reactie zal worden vervolgd. Keeren we nog even terug tot het product van synthese van 2 Br C N en $C_3 N_3 . 3 O C_2 H_5$. Uit de vorming van additie-produkten van n. cyanuurzuur aethyl met broom en chloorwaterstof, en het ontstaan reeds bij gewone temperatuur van substitutie, blijkt genoegzaam, dat men hier en zoo ook met broomcyaan, heeft te doen met atomistische additie. Bijgevolg kan dan tot structuurformule worden genomen *):



Utrecht, 30 Mei 1885.

*) Lettende op de vorming van aethylchloride na additie van chloorwaterstof, wordt het broom geplaatst bij de koolstof.

SMELTPUNT EN KOOKPUNT VAN BROOMCYAAN.

DOOR

E. MULDER.

Het smeltpunt van broomcyaan is naar LÖWIG *) 4⁰, SERULLAS *) 16⁰, en volgens BINEAU †) blijft dit lichaam nog vast bij 40⁰. Naar aanleiding dezer opgaven wordt in de *Dict. de Chimie* van WURTZ (art: bromure de cyanogène, geteekend A. N.) gezegd: »cette grande différence entre les résultats obtenus est inexplicable, à moins qu'il n'existe plusieurs bromures de cyanogène isomériques qu'auraient été confondus." Er is echter nog wel een ander geval mogelijk, dat namelijk deze bepalingen iets te wenschen overlaten, en dit is inderdaad aan te nemen. Het smeltpunt van broomcyaan bleek ongeveer te zijn 52⁰. Bij nagenoeg 16⁰ wordt de massa wel wat meer doorschijnend, maar dit behoeft nog geen aanleiding te geven tot een aannemen van isomerificatie. Na smelten en andermaal vast worden, blijft het smeltpunt onveranderd. Het kookpunt is gelegen bij ongeveer 61,3⁰ bij 750 mm. (gecorr.). Tusschen smeltpunt en kookpunt bestaat dus slechts een verschil van 9,3⁰. Een be-

---

*) In zijn *Lehrb. d. org. Chem.* S. 688 (1881) zegt BEILSTEIN, dat het *kookpunt* van broomcyaan hooger is dan 40⁰ volgens BINEAU; ongeveer hetzelfde treft men aan in de *Physikalische Tabelle* van LANDOLT en BÖRNSTEIN, waarin staat, dat het *kookpunt* naar BINEAU ongeveer is 40⁰. In het werk van GERHARDT: *Traité de Chim. org.* T, I. 459 en de *Dict. de Chim.* van WURTZ p. 1081, is alles goed opgegeven.

†) *Annal de Chim. et de Phys.* Sér. 2. T. 68, 424.

trekkelijk klein verschil tusschen smeltpunt en kookpunt wordt tevens aangetroffen bij chloorcyaan (en zoo ook b.v. bij cyaan en stikstof-monoxyde). In dergelijke gevallen is de kans wel zeer gering, dat er atomistische verbindingen bestaan tusschen de (gas-) moleculen Br CN, Cl C N (C N . CN, N_2O) in vloeibaren en vasten staat.

Utrecht, 30 Mei 1885.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 27 Juni 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, DE VRIES, HOEK, HUBRECHT, MAC GILLAVRY, ZAAIJER, SCHOLS, VAN DIESEN, BIERENS DE HAAN, VERLOREN, RIJKE, ZEEMAN, STOKVIS, VAN 'T HOFF, VAN RIEMSDIJK, GRINWIS, BOSSCHA, J. A. C. OUDEMANS, KOSTER, DONDERS, RAUWENHOFF, PLACE, MULDER, MICHAËLIS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts van de Letterkundige Afdeeling de Heeren: CAMPBELL en BOOT.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 1 Juni 1885; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teijler's Stichting te Haarlem, 6 Juni 1885; 3°. TH. VAN DOESBURGH, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 16 Juni 1885; 4°. de Gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 11 Juni 1885; 5°. den Gouverneur der koninklijke militaire Akademie te Breda, 28 Mei 1885; 6°. H. FORIZ,

Bibliothecaris der Société géologique de Belgique te Luik, 27 Juni 1885; 7^{0}. den Secretaris der Société académique te St. Quentin, 25 Mei 1885; 8^{0}. J. A. GODLEY, Under-secretary of State for India te Londen, 8 Juni 1885; 9^{0}. J. E. A. MARTIN, Secretaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Alterthumskunde te Jena, 3 Juni 1885; 10^{0}. FISCHER, Bibliothecaris der kön. oeffentliche Bibliothek te Stuttgart, 2 Juni 1885; 11^{0}. O. BUCHNER, Secretaris der Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde te Giessen, 1885; 12^{0}. TEGULÉ, Bibliothecaris der Université royale te Lund, 15 Juni 1885; 13^{0}. A. KARPINSKY, Directeur van het Comité géologique te St. Petersburg, 20 Mei 1885; 14^{0}. KORSCH, Directeur der Musées public et Roumiantroy te Moscou, 10 Juni 1885; 15^{0}. RENARD, Voorzitter der Société impériale des naturalistes te Moscou, 8 Juni 1885; 16^{0}. O. KIHLMAN, Bibliothecaris der Societas pro fauna et flora Fennica te Helsingfors, 27 Mei 1885; 17^{0}. J. E. BICLINGS, Bibliothecaris van het Surgeon General's Office te Washington, 19 Mei 1885; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden: 1^{0}. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 1 Juni 1885; 2^{0}. J. J. A. A. FRANTZEN, Secretaris der Maatschappij van Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 1885; 3^{0}. BUYS BALLOT, Directeur van het koninklijk Nederl. meteorologisch Instituut te Utrecht, 17 Juni 1885; 5^{0}. E. VON MARTENS, Secretaris der Gesellschaft Naturforschender Freunde te Berlijn, 1885; 6^{0}. den Secretaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Alterthumskunde te Jena, 1885; 7^{0}. H. BUSCHBAUM, Secretaris van het naturwissenschaftliche Verein te Osnabruck, 11 Juni 1885; 8^{0}. J. M. APARICI, Directeur van het Museo de Ingenieros del Ejercito te Madrid, 20 Mei 1885; 9^{0}. E. TEGULÉ, Bibliothecaris der Université royale te Lund, 15 Maart 1885; 10^{0} A. E. ARPPE, Directeur der Administration de l'Industrie de Finlande te Helsingfors, 19 Mei 1885; waarop

het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Ingekomen een brief van Sir Jos. Dalton Hooker, waarin der Afdeeling dank gezegd wordt voor zijne benoeming tot buitenlandsch lid der Akademie.

— De Voorzitter deelt mede dat de Commissie (de Heeren Engelmann, Stokvis, Rauwenhoff), door de Afdeeling benoemd om te beslissen, aan welken geleerde, »die zich in den loop der laatste tien jaren het meest verdienstelijk heeft gemaakt op het gebied van de studie der microscopische wezens," de 2de Leeuwenhoek-medaille behoort te worden toegewezen, eenstemmig was in haar oordeel, dat hiervoor op dit oogenblik geen ander in aanmerking kon komen dan de Heer Ferdinand Cohn, hoogleeraar in de planten-physiologie aan de Universiteit te Breslau.

Dien geleerde werd van de gevallen beslissing kennis gegeven en hem het voornemen der Afdeeling meêgedeeld om hem de medaille op den 8sten September e. k. — de dagteekening van den brief, waarin Leeuwenhoek's ontdekking der microscopische wezens vermeld staat — door den Rector Magnificus der Breslauer Universiteit in eene plechtige Senaatszitting te doen uitreiken. Uit het antwoord van Prof. Cohn (5 Juni 1885), dat voorgelezen wordt, blijkt echter, dat de Breslauer Universiteit op den 8sten September in staat van vacantie verkeert. Dit geeft den Voorzitter aanleiding om voor te stellen, de verdere gedachtenwisseling over deze aangelegenheid in eene buitengewone Vergadering voort te zetten. Hiertoe wordt besloten.

— De Heer Hugo de Vries spreekt »over de door Darwin ontdekte verschijnselen van aggregatie in het protoplasma der insecten-etende planten." Darwin had bespeurd, dat in de cellen van de klierstelen van *Drosera rotundifolia*, ten tijde van het opnemen van dierlijk voedsel, eigenaardige veranderingen plaats grijpen. De oorspronkelijk homogeen roode inhoud dier cellen maakt dan plaats voor talrijke, grootere

en kleinere lichamen van eene roode kleur, die in een kleurloos vocht liggen, en voortdurend hunne grootte, hun vorm en hunne plaats veranderen. Deze massa's zijn niet zelden allen te zamen vele malen kleiner dan het volumen der cel; de roode kleurstof is in deze dus in zekeren zin opgehoopt, gecondenseerd, en dit is de reden, waarom DARWIN dit verschijnsel met den naam van aggregatie bestempelde. Dat de eigenaardige bewegingen dier lichamen op hun bestaan uit levend protoplasma wijzen, kon aan DARWIN niet ontgaan, doch van welken aard deze lichamen waren, is door hem niet nader beschreven.

Latere schrijvers hebben omtrent de juistheid van DARWIN's meening over de protoplasmatische natuur zijner »aggregated masses" twijfel geopperd, en beweerd, dat men hier slechts met een scheikundigen neêrslag in het celvocht, en dus niet met een levensverschijnsel te doen had. Eene nauwkeurige studie van het verschijnsel leidt echter tot de overtuiging, dat DARWIN's uitspraak volkomen juist was, en leert tevens in de aggregatie een der merkwaardigste vormen kennen, waaronder zich het leven in plantencellen kan uiten.

Lang voordat de prikkels, die het opnemen van dierlijk voedsel begeleiden, de door DARWIN beschreven condensatie van het roode celvocht bewerken, kon spreker reeds belangrijke veranderingen in de cellen bespeuren. Deze bestonden hierin, dat de aanvankelijk trage en weinig gedifferentieerde stroomingen van het wandstandig protoplasma veel krachtiger en hare banen veel rijker vertakt werden. Tevens wordt de vacuole allengs in een aantal grootere en kleinere deelen verdeeld, die alle door de stroomen van het protoplasma bewogen worden, en wel zóó, dat de kleinere in de richting van de as der cellen rondgevoerd, de grootere daarentegen voornamelijk in dwarsche of schuine richting worden verschoven. Deze vacuolen worden allengs niet alleen talrijker, maar tevens ook kleiner; haar gezamenlijk volumen neemt, in den loop van eenige uren, zóó af, dat het dikwijls nog slechts één derde of minder van het volumen van het oorspronkelijk celvocht bedraagt. Deze vacuolen zijn de »aggregated masses" van DARWIN; het zijn

dunne blazen, met een rooden, vloeibaren inhoud gevuld. Verwarmt men ze tot boven de temperatuurgrens van het leven, of behandelt men ze met verdunde zuren, dan ziet men de blaas barsten, haren inhoud uitstorten en samenschrompelen. Ook in deze periode der aggregatie moet de oorzaak der bewegingen in de stroomen van het wandstandig protoplasma gezocht worden, die de vacuolen voortschuiven, tegen elkander aandrukken en daardoor inéén doen vloeien, of wel ze tot lange dunne buizen uitrekken, en deze in de zonderlingste bochten kronkelen.

De osmotische spanning in de cellen vermindert ten gevolge van de beschreven contractie der vacuolen niet merkbaar, daar de stelen der klieren hare stijfheid, die geheel op deze spanning berust, in dien tijd onverminderd behouden. En daar nu de aggregatie ook dan plaats vindt, wanneer de prikkels zóó gekozen worden, dat de mogelijkheid om dierlijk voedsel op te nemen buiten gesloten is, b. v. bij mechanische prikkeling, zoo moet men besluiten, dat een deel der in het celvocht opgeloste stoffen, met een deel van het water, door de wanden der zich contraheerende vacuolen naar buiten getreden zijn. Dat niet het geheele celvocht door deze wanden heengaat, blijkt daaruit, dat de roode kleurstof, en evenzoo de in het celvocht aanwezige looistof, in de vacuolen besloten blijven. Men moet dus voorloopig aannemen, dat die stoffen, die aan het celvocht voornamelijk zijn turgorkracht geven, en dat zijn voor zoo verre dit onderzocht kon worden, in deze cellen druivensuiker en verbindingen van plantenzuren, door de wanden, met het water, naar buiten treden.

Doch hoe dit zij, zeker is het, dat eene isoleering van den wand der vacuole van het wandstandig protoplasma in levende plantencellen tot nu toe nog niet waargenomen werd. Wel is het mogelijk, zulk eene afscheiding kunstmatig in cellen teweeg te brengen, doch slechts dan, wanneer men de buitenlaag en het stroomend protoplasma doodt, zonder den wand der vacuole rechtstreeks te beschadigen. In dit opzicht mag dus het verschijnsel van aggregatie als geheel eenig beschouwd worden.

Overeenkomstige verschijnselen treft men ook bij andere insecten-etende planten aan; zoo b. v. bij *Utricularia vulgaris* en *Pinguicula vulgaris*.

Een paar vragen van de Heeren J. A. C. OUDEMANS en DONDERS, naar de mate van spanning van het celvocht en het bewijs voor de aanwezigheid van afsluitende wanden aan de oppervlakte der vacuolen, worden door den spreker beantwoord. Ten slotte wordt de aanbieding van een opstel over het gesprokene voor de Verslagen en Medeelingen in het vooruitzicht gesteld.

— De Heer BIERENS DE HAAN leest het derde rapport der HUYGENS-Commissie, waarin o. a. wordt meêgedeeld, dat met het drukken der bescheiden in het aanstaande najaar een begin zal worden gemaakt, en biedt dit verslag aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

Nadat de Voorzitter der Commissie opnieuw dank heeft gezegd voor hare onafgebroken werkzaamheid, wordt de Vergadering, daar er niets meer te verhandelen is, gesloten.

DERDE RAPPORT

VAN DE

HUYGENS-COMMISSIE.

(Uitgebracht in de Vergadering van 27 Juni 1885).

Sedert ons laatste rapport van 29 November 1884 is er door onze Commissie veel belangrijks te vermelden.

Met het nemen van afschriften en het collationeeren daarvan werd geregeld voortgegaan, en dit mag nu als bijna afgeloopen worden beschouwd. Daaronder komen voor o. a. eene verzameling brieven, aanwezig op het Stedelijk Archief te Amsterdam. Van een verblijf in Londen op het einde van 1884 maakte ons lid BIERENS DE HAAN gebruik om de minuten en copiën, die wij hier te Leiden bezaten, te vergelijken met de oorspronkelijke, die er op Burlington House (bij de Royal Society) en op het British Museum aanwezig zijn. Hij collationeerde 12 brieven, en nam volledige afschriften van 12 andere; tevens bevond hij toen, dat er nog een 70-tal brieven overbleven, om afgeschreven te worden. Na eenige mislukte pogingen slaagde men er eindelijk in, om 3 brieven te laten afschrijven: de uitslag was echter ten opzichte van juistheid en kosten niet geheel bevredigend, en de som, als minimum gevraagd voor het afschrijven der overige brieven, was zoo hoog, dat uwe Commissie besloot haren Voorzitter te machtigen, om zelf afschriften te gaan nemen. Daarvoor meende hij ongeveer tien tot twaalf dagen noodig te zullen hebben tot het afschrijven van 68 brieven: maar hij heeft met het nazien en collationeeren zeventien dagen noodig gehad, om 72 brieven af te schrijven, waaronder

stukken, die anders allicht aan het oog zouden ontsnapt zijn; de oogst bevatte dan ook 195 folio bladzijden schrift, benevens 20 bladzijden folio met aanteekeningen. Van die zeventien dagen werkte hij er slechts een in het British Museum, de overige in Burlington House. Dat het hem niet ontbrak aan gelegenheid tot het opmerken van merkwaardige bijzonderheden, is u gebleken uit eene korte mededeeling in uwe Afdeeling 25 April jl.

Toen allengs de brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS waren afgeschreven, bevonden zich daaronder een 140-tal zonder adres, soms zonder datum. Was het voor een 60-tal minder bezwaarlijk, ze met het passend adres te voorzien, bij de overige 80 stond de Heer v. D. SANDE BAKHUYZEN den Heer BIERENS DE HAAN getrouw ter zijde. En het mocht hun, soms slechts na langdurig heen en weder zoeken, gelukken alle, op 2 na, tot hun adres, of tot hun datum, en meermalen, waar beide ontbraken, ook tot beide terug te brengen. Zij vonden tot hunne geruststelling een bewijs voor hunne nauwkeurigheid in het tweemalen voorkomen van het feit, dat een op die laatste wijze gedetermineerde brief reeds in de verzameling gevonden werd, van geheel andere zijde daarin opgenomen, met gelijkluidend adres en datum. Dit feit trouwens, dat wij van vele brieven zoowel de minuten alsook de copie bij het oorspronkelijke in handen kregen, is dikwerf voorgekomen.

Thans zijn beide Heeren nog bezig bij brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS aan bekend adres, maar met onbekenden datum, dezen laatsten vast te stellen, hetgeen dan evenzeer uit den inhoud of uit de verdere briefwisseling moet worden opgemaakt; in den regel slagen zij daarin naar wensch.

Dergelijke arbeid voor de brieven *aan* CHRISTIAAN HUYGENS moest nog tot later worden uitgesteld.

Ook hier kreeg men te doen met brieven zonder onderteekening, en soms zonder datum. Ten opzichte der eerste soort was de dadelijk aangewezen weg het vergelijken van het meer of minder sprekend handschrift. Deze leverde goede uitkomsten, en er konden zelfs meermalen brokstukken van brieven (die de 4 eerste bladzijden slechts bevatten) tot vol-

ledigheid worden gebracht. Toen echter dit middel was uitgeput, moesten weder de inhoud en de bijomstandigheden tot richtsnoer strekken; maar dit hielp ons hier, tot nog toe althans, niet zoo volledig, als wij dit straks konden vermelden. Dan, zooals gezegd werd, deze arbeid is nog niet afgeloopen; wij moeten eerst de geheele wederzijdsche briefwisseling nauwkeurig vergelijken; en deze methode zal ons zeker nog veel doen vinden, wat thans nog onbepaald moest blijven.

Wij kunnen nu echter reeds de lijsten leveren voor de beide soorten van brieven *van* en *aan* Chr. H., meer nauwkeurig dan zulks in de voorloopige lijsten konde geschieden, die bij ons vorige Rapport gevoegd zijn. Zie de Bijlagen A met 1234 brieven *van* en de Bijlage B met 1374, brieven *aan* onzen Huygens.

Daaronder komen voor geheele reeksen van belangrijke briefwisselingen.

1°. *Frankrijk.*

9	aan	Auzout	met	13	antwoorden.
31	aan	Bouilliaud	met	44	antwoorden.
17	aan	de Carcavy	met	12	antwoorden.
30	aan	Chapelain	met	59	antwoorden.
12	aan	de la Hire	met	14	antwoorden.
17	aan	Marq. de l'Hospital	met	20	antwoorden.
3	aan	Mersenne	met	9	antwoorden.
5	aan	Milon	met	15	antwoorden.
7	aan	Petit	met	22	antwoorden.
5	aan	Thevenot	met	12	antwoorden.

2°. *Engeland.*

1	aan	Brouncker	met	7	antwoorden.
7	aan	Fatio de Duilliers	met	14	antwoorden.
52	aan	Rob. Moray	met	64	antwoorden.
40	aan	H. Oldenburg	met	101	antwoorden.
13	aan	J. Wallis	met	14	antwoorden.

3⁰. *Andere vreemdelingen.*

12	aan Hevelius	met	12	antwoorden.
11	aan Kinner a Löwenthurn	met	15	antwoorden.
29	aan G. G. Leibnitz	met	36	antwoorden.
8	aan Princeps Leopold ab Hetruria	met	19	antwoorden.
30	aan Ren. Slusius	met	65	antwoorden.
17	aan Gregorius a St. Vincentio	met	19	antwoorden.

4⁰. *Hollanders.*

3	aan J. Gentius	met	16	antwoooden.
4	aan Joh. de Graaf	met	20	antwoorden.
17	aan Nic. Heinsius	met	15	antwoorden.
13	aan J. Hudde	met	15	antwoorden.
61	aan Fr. van Schooten	met	56	antwoorden.

5⁰. *Bloedverwanten.*

22	aan zijn vader Constantijn H.	met	17	antwoorden.
195	aan zijn broeder Constantijn H.	met	161	antwoorden.
221	aan zijn broeder Lodewijk H.	met	6	antwoorden.
19	aan zijn zwager Doublet	met	26	antwoorden.
1	aan zijn zuster Doublet	met	33	antwoorden.

Dit ten opzichte van het eerste gedeelte van ons mandaat, ten gevolge van ons laatste Rapport. Ten opzichte van het tweede gedeelte daarvan, om maatregelen te nemen tot de uitgaaf van onzen arbeid, herhalen wij hier, hetgeen u reeds vroeger is medegedeeld, dat de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem besloten heeft die uitgave op zich te nemen, niettegenstaande de aanmerkelijke kosten, daaraan verbonden, wilde deze een vorm verkrijgen, die waardig was te achten aan de zaak, en aan de persoon, dien het hier geldt. Wij kunnen daarbij voegen, dat men reeds een eind wegs gevorderd is met de voorbereidende maatregelen; dat de druk en het papier zullen toonen, wat men in Nederland op dit gebied goeds kan leveren, aangezien dit is toevertrouwd aan onze meest beroemde deskun-

digen; en dat wij in dit najaar met het drukken hopen te beginnen.

Voor dien tijd evenwel is er nog veel te doen. Wij moeten lijsten maken van alle brieven naar alphabetische volgorde, en daarna die brieven chronologisch rangschikken. Dan moeten zij met aanteekeningen en verwijzingen worden voorzien, genoegzaam om den draad der briefwisselingen te kunnen volgen. En daarop moeten dan wederom klappers worden zamengesteld, om in deze briefwisseling den weg te kunnen volgen, en te kunnen vinden wat men noodig heeft.

Intusschen kunnen dan door de verschillende leden onzer Commissie de bijzonderheden worden verzameld, noodig voor de wetenschappelijke bewerking der door CHRISTIAAN HUYGENS uitgegeven geschriften.

Daar het lid BIERENS DE HAAN vooreerst genoeg werks zal vinden in het ordenen der briefwisselingen zelve, en het maken der verschillende aanteekeningen daarbij, heeft uwe Commissie den Heer KORTEWEG uitgenoodigd zich bij haar te voegen, en mocht zij het genoegen smaken hem in haar midden te zien plaats nemen.

Uwe Commissie hoe langer hoe meer overtuigd van het gewicht der taak haar opgedragen, en geslaagd zijnde in het bijeenbrengen van een materiëel, meer dan gewoon belangrijk in velerlei opzichten, hoopt hare beste krachten te wijden aan het volbrengen van die taak; het stichten van een monument onzen CHRISTIAAN HUYGENS waardig; een beeld van zijn verheven werkkring in de wetenschappelijke ontwikkeling der zeventiende eeuw.

Amsterdam, 27 Juni 1885.

D. BIERENS DE HAAN, *Voorzitter.*
H. A. LORENTZ, *Secretaris.*

BIJLAGE A.

LIJST DER BRIEVEN DOOR CHR. HUYGENS GESCHREVEN.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*
1	1688	Ablancourt.
1	1683	S. Alberghetti.
1	1662	van den Andel.
1	1691	van Asten.
1	1694	Capt. van Asten.
9	1664—1665	Auzout.
1	1656	P. Aynscom.
1	1657	von Baerle.
1	1691	P. Baert.
1	1687	Bailly.
2	1656—1694	E. Bartholinus.
1	1689	H. Basnage.
4	1690—1693	P. Bayle.
1	1694	Becker.
1	1690	B. Bekker.
2	1659	Belair.
2	1685	de Beringhen.
1	1665	P. Bertet.
3	1652—1658	de Bie.
4	1693—1694	Bignon.
6	1690—1693	S. van de Blocquery.
1	1658	A. Boddens.
1	1669	Boreel.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*
31	1656—1662	Ism. Bouillaud.
1	1675	Lord Brouncker.
1	1658	Brunetti.
4	1657—1658	H. Bruno.
1	1657	van der Burgh.
1	1665	van Call.
2	1656	Calthof.
2	1663—1665	M. Campani.
17	1656—1666	de Carcavy.
2	1684—1686	Cassini.
1	1660	Mll. Certain.
1	1674	P. des Chales.
30	1656—1666	Chapelain.
1	1688	de la Chapelle.
3	1671—1675	Duc de Chevreuse.
1	1664	Chieze.
3	1687	H. Coets.
11	1665—1682	Colbert.
5	1655—1659	A. Colvius.
2	1659	B. Conradus.
2	1659	Costerus.
1	1675	Couterie.
1	1687	Coyet.
1	1687	Mad. Coyet.
1	1692	A. L. Coyman
1	1691	G. Cuperus.
1	1683	Cusson.
1	1687	Dalence.
1	1657	Dierkens.
19	1666—1668	Doublet.
1	1668	Susanna Doublet.
2	1656—1666	Elsevier.
2	1692—1693	d'Espagnet.
3	1668—1669	Estienne.
1		J. della Faille.
7	1687—1692	N. Fatio de Duilliers.
1	1679	Fermat.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan:*
2	1687—1688	Friquet.
4	1683—1690	B. Fullenius.
7	1669 1683	Gallois.
1	1663	van Gangel.
2	1659—1660	du Gast.
3	1687	J. Gentius.
1	1657	Gobert.
2	1651—1654	J. Golius.
1	1691	Gousset.
6	1685—1691	A. de Graaf.
4	1688—1693	J. de Graaf.
2	1667—1668	Jac. Gregorius Scotus.
5	1652—1656	G. Gutschovius.
1	1669	du Hamel.
1	1684	de Hautefeuille.
17	1639—1665	Nic. Heinsius.
12	1656—1665	J. Hevelius.
12	1682—1694	de la Hire.
1	1662	Hobby.
1	1658	Hodierna.
17	1669—1694	Marq. de l'Hospital.
1	1682	de Hubert
13	1657—1690	J. Hudde.
1	1690	D. Huet.
3	1641—1648	Christ. Huygens, Grootvader.
22	1651—1685	Const. Huygens, Vader.
195	1646—1695	Const. Huygens, Broeder.
221	1645—1689	Lodew. Huygens, Broeder.
2	1692	Hub. Huygens.
1	1675	Justel.
1	1656	S. Kechelius ab Hollenstein.
1	1664	de Kincardin.
11	1652—1665	A. de Kinner a Löwenthurm.
1	1688	de Lannion.
2	1689—1690	A. Leeuwenhoek.
19	1674—1694	G. G. Leibnitz.
8	1660—1673	Princeps Leopold ab Hetruria.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
1	1655	Th. de Leydis.
3	1653—1654	D. Lipstorp.
1	1691	W. van Lith.
3	1683—1685	de Louvois.
1	1692	W. Matthysz.
1	1692	van Merle.
3	1646—1662	Mersenne.
3	1691	G. Meyer.
5	1656—1659	Milon.
2	1655	J. B. Mocchi.
1	1646	du Mont.
5	1662—1668	de Montmort.
52	1661—1669	R. Moray.
1	1665	G. Mouton.
40	1665—1675	H. Oldenburg.
4	1657—1665	R. Pagetius.
4	1690—1691	D. Papin.
1	1659	B. Pascal.
1	1679	Pelisson.
2	1673—1686	Perrault.
1	1687	Petcom.
7	1658—1665	Petit.
1	1658	Pieck.
4	1660—1664	D. Rembrandtsz van Nierop.
1	1657	Mej. Renesse.
1	1673	Reyer.
3	1664—1666	Duc de Roannes.
5	1655—1656	de Roberval.
4	1677—1690	Ol. Römer.
8	1675—1684	de la Roque.
1	1694	de Rosey.
2	1665	le Roy.
2	1660—1665	C. C. Rumphius.
1	1665	Ruysch.
2	1652	A. A. de Sarasa.
61	1650—1660	Fr. van Schooten.
6	1652—1659	P. Seghers.

Aantal.	Datums.	Brieven *van* CHRISTIAAN HUYGENS *aan*:
1	1674	Silvius.
30	1657—1674	R. Slusius.
1	1675	H. Smethwick.
3	1692	J. G. Steigerthal.
1	1680	H. Stevin.
4	1652—1660	A. Tacquet.
1	1656	Tassin.
5	1661—1665	Thevenot.
3	1665—1677	Thuret.
3	1687	Ehr. Gualth de Tschirnhaus.
1	1666	Ulenburg.
1	1690	Vegelin van Claerbergen.
17	1651—1668	Gregorius a St. Vincentio.
2	1658—1665	J. Vlitius.
1	1653	de Vogelaar.
6	1689—1693	D. de Volder.
13	1655—1693	J. Wallis.
1	1694	W. Wichers.
3	1663—1670	Joh. de Wit.
1	1664	Duc de York.
1	1658	Neef.
3	1665	Staten-Generaal.
4	1688—1693	Bewindh. O. I. Compagnie.
67	1655—1694	Zonder adres.

BIJLAGE B.

LIJST DER BRIEVEN AAN CHR. HUYGENS GESCHREVEN.

Aantal.	Datums.	Brieven *aan* HUYGENS.
1	1683	S. Alberghetti.
13	1664-1674	Auzout.
2	1676—1691	P. Baert.
1	1674	W. Balle.
3	1656—1673	E. Bartholinus.
4	1683—1692	P. Bayle
1	1689	B. Bekker.
3	1659	Bellair.
1	1558	M. Bernhardi.
2	1665	P. Bertet.
1	1681	J. Bilberg.
1	1655	L. Biur.
3	1690—1692	S. van de Blocquery.
3	1658—1660	A. Boddens.
1	1672	Boecler.
1	1655	E. van Boolsma.
1	1682	Borchese.
1	1660	A. Borelli.
1	1642	Boswell.
44	1656—1667	Ism. Bouillaud.
6	1662—1672	R. Boyle.
1	1675	Boyt.
4	1652—1663	G. Brereton.

Aantal.	Datums.	Brieven *aan* HUYGENS.
1	1660	Brienne.
1	1675	de Brion.
7	1661—1675	Brouncker.
3	1663	H. Bruce.
3	1659—1670	Brunetti.
7	1645- 1660	H. Bruno.
1	1668	J. Bruynesteyn.
1	1660	Buot.
3	1665—1674	G. Campani.
2	1664	M. Campani.
12	1656—1662	de Carcavy.
3	1637—1649	des Cartes.
1		Cassagnes.
6	1670—1686	Cassini.
1		Caze.
1	1665	C. F. Des Chales.
1		Chamaze.
1	1656	de Chambonnière.
1		Chanut.
59	1656—1673	Chapelain.
2	1687—1688	la Chapelle Besse.
1	1686	Christine.
1	1684	C. Cock.
2	1686	H. Coets.
1	1681	J. Columbus.
6	1655—1660	A. Colvius.
1	1656	N. Colvius.
1	1669	C. Comiers.
3	1656	Conrart.
1	1673	Cousin.
2	1689—1691	G Cuperus.
3	1660	C. Dati.
1	1689	H. Decquer.
1	1696	S. Dierquens.
1		H. Disdier.
1		Dodart.
26	1660—1681	Ph. Doublet.

Aantal.	Datums.	Brieven *aan* Huygens.
33	1656 - 1681	Susanna Doublet.
1		C. Drebbel.
2	1668	Dulaurens.
1	1665	S. Durand.
1	1667	F. Eschinardi.
1	1675	d'Espagnet.
8	1668—1673	Estienne.
14	1684 - 1692	N. Fatio de Duilliers.
1	1671	Ferguson.
4	1660 — 1662	Fermat.
1	1688	J. Flamsteed.
1	1666	M. Fogelius.
6	1657—1661	Frenicle de Bessy.
1	1687	Freybergen.
1	1683	B. Fullenius.
1	1683	Gallé.
4	1675—1682	Gallois.
5	1659—1660	du Gast.
1	1673	Gellet.
16	1682—1687	P. Gentius.
1	1684	Gottignies.
2	1690— 1691	Gousset.
4	1690—1691	A. de Graaf.
20	1686—1693	J. de Graaf.
1	1669	J. Grandamy.
1	1693	D. Gregory.
2	1667	J. Gregorius.
2	1678	N. Grevius.
5	1660—1673	Guisony.
3	1653—1692	G. Gutschovius.
4	1670—1685	J. B. du Hamel.
7	1678—1679	N. Hartsoecker.
2	1674—1689	de Hautefeuille.
15	1659—1666	N. Heinsius.
1	1659	G Hesius.
3	1657—1658	H. van Heuraet.
12	1656 - 1665	J. Hevelius.

Aantal.	Datums.	Brieven *aan* HUYGENS.
14	1680—1691	de la Hire.
1	1661	Hobbes.
1	1693	G. van Hogendorp.
1	1665	Holtes.
20	1690—1695	Marq. de l'Hospital.
15	1657—1688	J. Hudde.
2	1691	Huet.
17	1638—1685	Constantijn Huygens, Vader.
161	1648—1695	Constantijn Huygens, Broeder.
6	1669—1680	Lodewijk Huygens, Broeder.
2	1656	Philippus Huygens, Broeder.
2	1692	Hubertus Huygens.
1	1687	Jacquelot.
1	1690	Justel.
15	1652—1665	A. Kinner de Löwenthurm.
1	1661	A. Kircherus.
1	1679	Lamothe.
1	1657	de Lannion.
10	1674—1679	A. Leeuwenhoek.
36	1679—1694	G. G. Leibnitz.
18	1660—1668	Princeps Leopold ab Hetruria.
3	1652—1654	D. Lipstorp.
1	1690	W. van Lith.
2	1665—1667	Lubrinitzki de Liebienitz.
2	1690	J. Ludolff.
1	1660	L. Magalotti.
1	1678	Manforde.
2	1668	Mariotte.
1	1669	Mathion.
9	1646—1662	Mersenne.
4	1691	G. Meyer.
1	1663	Millot.
15	1656—1660	Milon.
8	1662—1665	de Monmort.
64	1661—1669	R, Moray.
4	1665—1673	G. Mouton.
1	1669	W. Neile.

Aantal.	Datums.	Brieven *aan* Huygens.
3	1660 – 1661	M. A. Neuraeus.
1	1657	Lady Newcastle.
1	1669	de Nonancourt.
2	1668	F. van der Noot
4	1668 – 1669	F. G. de Nulandt.
1	1692	Nuys.
1		de Nyest.
101	1661 — 1676	H. Oldenburg.
7	1657 — 1665	R. Pagetius.
4	1675 — 1676	Pailheres.
7	1675 — 1691	D. Papin.
2	1670 — 1672	G. Pardies
3	1659 — 1660	B. Pascal.
6	1669 — 1684	Perrault.
22	1658 — 1673	Petit.
4	1665	la Peyrere.
1		Picard.
1	1655	J. Placentini.
1		Quesnel.
1		J. Reeves.
4	1659 — 1669	D. Rembrandtz van Nierop.
1	1637	H. Renerus.
1		Renier.
2	1662 — 1674	M. A. Ricci.
1	1693	Duc de Roannes.
4	1656	Roberval.
6	1677	O. Römer.
7	1682 — 1684	de la Roque.
1	1681	Rumph.
1	1652	A. A. de Sarasa.
56	1648 — 1660	F. van Schooten.
1	1661	C. Schott.
1	1665	J. Schuler,
65	1657 — 1672	R. Slusius.
1	1675	H. Smethwick.
1	1662	Sorbiere.
2	1661	Southwell.

Aantal.	Datums.	Brieven *aan* Huygens.
1	1690	J. J. Spener.
3	1666	B. de Spinosa.
1	1681	A. Spole.
1		Stampioen de Jonge.
5	1692	J. G. Steigerthal.
2	1660	H. Stevin.
1		H. J. C. Sweerts.
7	1652—1659	A. Tacquet.
12	1661—1667	Thevenot.
1	1675	Thuret.
9	1682—1687	E. W. de Tschirnhaus.
1	1670	Vallot.
1	1687	Varignon.
3	1678—1679	de Vaumesle.
5	1683—1687	Vegelin van Claerbergen.
1	1674	de Vegnauld.
1	1691	M. van Velden.
19	1651—1665	Gregorius a St. Vincentius.
7	1658—1663	J. Vlitius.
3	1689—1693	B. de Volder.
2	1656—1657	J. Vondel.
1	1688	Is. Vossius.
4	1668—1675	de la Voye.
1	1688	van Waesbergen.
4	1665—1673	H. van de Wall.
14	1655—1673	J. Wallis.
3	1654	J. Weissel.
4	1659—1664	J. de Wit.
2	1661	C. Wren.
1	1654	J. de Wijck.
25	1658—1685	Zonder naam van afzender.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 September 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, KORTEWEG, LORENTZ, VAN DER WAALS, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, HUBRECHT, DONDERS, MICHAËLIS, MULDER, VAN RIEMSDIJK, MARTIN, HOFFMANN, ZAAIJER, SURINGAR, FRANCHIMONT, MAC GILLAVRY, SCHOLS, BIERENS DE HAAN, VAN DIESEN, RAUWENHOFF, GRINWIS, J. A. C. OUDEMANS, BOSSCHA, VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, STOKVIS, PLACE, VERLOREN, ZEEMAN, KOSTER, FÜRBRINGER, BEHRENS, DE VRIES, BEIJERINCK, HOEK en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts van de Letterkundige Afdeeling de Heer: NABER.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van:

1°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Stads Bibliotheek te Haarlem, 8 Juli 1885; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 8 Augustus 1885; 3°. J. TIDEMAN, Secretaris van het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 8 Juli 1885; 4°. TH. VAN DOESBURGH, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam, 6 Augustus 1885; 5°. W. F. C. VAN LAAK JR., Bibliothecaris der Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1885; 6°. de Gedeputeerde

Staten van Friesland te Leeuwarden, 6 Augustus 1885; 7⁰. L. G. Berends, Gouverneur der koninklijke militaire Akademie te Breda. 10 Juli 1885; 8⁰. van der Burg, Batavia, 19, 26 Mei 1885; 9⁰. den Bibliothecaris der Vereeniging tot bevordering van geneeskundige wetenschappen in Nederlandsch-Indië te Batavia, 28 Mei 1885; 10⁰. H. Torin, Bibliothecaris der Société géologique de Belgique te Luik, 1885; 11⁰. den Secretaris der Académie des Sciences, Arts et belles Lettres te Dyon, 14 Augustus 1885; 12⁰. R. Leigh, Bibliothecaris der literary and philosopical Society te Liverpool, Mei 1885; 13⁰. R. Sydney Marsden, Secretaris der royal physical Society te Edinburg, 29 Juli 1885; 14⁰. J. Szombathy, Secretaris der anthropologische Gesellschaft te Weenen, 3 Augustus 1885; 15⁰. F. Czermak, Secretaris van het naturforschende Verein te Brunn, 24 Januari 1885; 16⁰. H. Brunn, Bibliothecaris der astronomische Gesellschaft te Leipzig, 28 Juli 1885; 17⁰. P. Schiemenz, Bibliothecaris van het zoologisch Station te Napels, 18 Juli 1885; 18⁰. F. P. Ruffini, Secretaris der R. Academia delle Scienze te Bologna, 1 September 1884; 19⁰. J. M. Latino-Coelho, Secretaris der Académie royale des Sciences te Lissabon, 31 Mei 1885; 20⁰. H. G. Zeuthen, Secretaris der Académie royale des Sciences te Kopenhagen, 31 Mei 1885; 21⁰. J. C. Wieser, Bibliothecaris der U. S. naval Observatory te Washington, 28 Juli 1885; 22⁰. J. A Turner, Bibliothecaris der Smithsonian Institution te Washington, 27 Juli 1885; 23⁰. E. C. Pickering, Directeur van Harvard College Observatory te Cambridge, 1 Augustus 1885; 24⁰. E. Evers, Secretaris der Academy of Science te St. Louis, 1885; 25⁰. M. E. Mathews, Secretaris der Office of the James Lick Trust te San Francisco, 11 Augustus 1885; 26⁰. M. Perez, Onder-Directeur van het Observatorio meteorologica-magnetico central te Mexico, 15 Augustus 1885; 26⁰. U. Seto, Voorzitter der Universiteit te Tokio, 2 Augustus 1885; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1⁰. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 'sGravenhage, 27, 30 Juli, 7, 20, 21, Augustus, 18 en 21 September 1885; 2⁰. Ministerie van Waterstaat, Handel en Nijverheid te 's Gravenhage, 29 Augustus 1885; 3⁰. Louis Riebbr, Secretaris der Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst te Amsterdam, 21 Juli 1885; 4⁰. G. C. W. Bohnensieg, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 1885; 5⁰. J. Bosscha, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 3 September 1885; 6⁰. Schorer, Voorzitter van gedeputeerde Staten van Noord-Holland te Haarlem, 22 Juli 1885; 7⁰. A. A. Vorsterman van Oyen te 'sGravenhage, 24 Juni 1885; 8⁰. A. D. van Riemsdijk te Utrecht, 4 Juli 1885; 9⁰. Buys Ballot, Directeur van het kon. Ned. meteorologisch Instituut te Utrecht, 12 September 1885; 10⁰. Th. van Doesburgh, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 15 Augustus 1885; 11⁰. den Commissaris des Konings in de provincie Friesland te Leeuwarden, 11 Juli 1885; 12⁰. A. H. van der Kemp, Secretaris der N. I. Maatschappij van Nijverheid en Landbouw te Batavia, 1 Juni 1885; 13⁰. van der Burg te Batavia, 30 Juli 1885; 14⁰. J. Liagre, Secretaris der Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique te Brussel, Juni 1885; 15⁰. den Directeur van het Musée royal d'Histoire naturelle de Belgique te Brussel, 30 April en 21 Augustus 1885; 16⁰. E. Reusens, Bibliothecaris der Université catholique te Leuven, Januari 1885; 17⁰. den Secretaris der Société philomatique te Parijs, 13 April 1885; 18⁰. Ch. Schefer, Administrateur der Ecole spéciale des Langues orientales vivantes te Parijs, 30 April 1885; 19⁰. de Milloué, Directeur van het Musée Guimet te Lyon, 13 April, 22 Mei 1885; 20⁰. Gatien-Arnoult, Secretaris der Académie des Sciences, Inscriptions et belles-Lettres te Toulouse, 7 Juni 1885; 21⁰. R. J. Glairebrook, Secretaris der Cambridge philosophical Society te Cambridge, 1885; 22⁰. D. Marchenti, Directeur van het Museo civico di Storia naturale te Triëst, 29 Juni 1885; 23⁰. Auwers, Secretaris der kön. preuss. Akademie der Wissenschaften

te Berlijn, Mei 1885; 24°. FÖRSTEMANN, Archivaris der kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 27 Juni 1885; 25°. BARACK, Bibliothecaris der kais. Universität te Straatsburg, 15 Juni 1885; 26°. R. DE BOAVENTURA MARTINS PEREIRA te Lissabon, 1885; 27°. W. HAFFNER, Secretaris der Association géodésique internationale te Christiania, 5 Juli 1885; 28°. G. STORM, Secretaris der Videnskabs-Selskabet te Christiania, 11 Juli 1885; 29°. H. WILD, Directeur van het physikalisch-central Observatorium te St. Petersburg, Februari 1885; 30°. JAMES C. PILLING, Secretaris der U. S. geological Survey te Washington, 1 Mei 1885; 31°. E. BURGESS, Secretaris der Boston Society of natural History te Boston, Mei 1884; 32°. CH. A. ASHBURNER, Directeur der 2d geological Survey of Pennsylvania te Philadelphia, 23 April 1885; 33°. C. BABBILL, Secretaris der State agricultural Society te Madison, 18 Maart 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. mededeelingen van de Heeren MEES en GUNNING, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen; 2°. een brief van den gepens. kapt. luit. ter zee A. A 's GRAEUWEN (14 Aug. 1885), waarin het overlijden wordt meêgedeeld, op 68-jarigen leeftijd, van het lid der Akademie, wijlen den vice-admiraal JOH. VAN GOGH. Naar aanleiding van dit schrijven schetst de Voorzitter in korte trekken de verdiensten van den afgestorvene, zoowel ten opzichte van het vaderland als van het kon. Ned. meteorologisch Instituut, en herinnert hij, hoe ook de Akademie door zijne degelijke rapporten, in vroeger dagen vooral, in hooge mate gebaat werd; 3°. eene missive van den Heer Mr. E. M. VON BAUMHAUER (11 Juli 1885), ter begeleiding van het welgelijkend portret van wijlen zijn overleden vader, den Hoogleeraar E. H. VON BAUMHAUER, lid der Akademie; 4°. een brief van den Heer Prof. H. KAPTEIJN, waarin hij, ook uit naam zijns broeders, de verhandeling terug verzoekt, onder den titel van »Les Sinus supérieurs" ter plaatsing in de werken der Akademie aangeboden;

5°. een opstel voor de Verslagen en Mededeelingen van het lid der Akademie STIELTJES, getiteld: »Sur quelques formules qui se rapportent à la théorie des fonctions elliptiques."

De Secretaris bericht, dat de communicatiebrief van den Heer 's GRAEUWEN met een brief van rouwbeklag werd beantwoord; dat aan de familie VON BAUMHAUER de dank der Afdeeling voor haar gewaardeerd geschenk werd toegebracht; dat aan het verzoek der Heeren KAPTEIJN werd gevolg gegeven, en dat het opstel van den Heer STIELTJES ter perse zal worden gelegd.

— De Voorzitter noodigt de Heeren SURINGAR, PLACE en VERLOREN uit, den Heer Prof. FERD. COHN, aan wien de LEEUWENHOEK-medaille werd toegekend, de vergaderzaal binnen te leiden.

De Heer COHN neemt te midden der Vergadering plaats en wordt door den Voorzitter in hartelijke woorden verwelkomd en gelukgewenscht met de hem ten deel gevallen onderscheiding. Daarna wordt de Heer STOKVIS, bij ontstentenis van den Heer ENGELMANN (Voorzitter der LEEUWENHOEK-Commissie), uitgenoodigd, de gronden te ontvouwen, waardoor genoemde Commissie gedreven werd, den laureatus de LEEUWENHOEK-medaille toe te kennen. De Heer STOKVIS voldoet aan dit verlangen en spreekt eene rede uit in de Duitsche taal, waarin de hooge verdiensten van den Heer COHN ten opzichte van het microscopisch onderzoek der laagste organismen, gedurende de laatste tien jaren, uitvoerig wordt uiteengezet. De rede wordt met bijvalsbetuigingen begroet en gevolgd door de uitreiking van het eermetaal, met eenige toepasselijke woorden, door den Voorzitter. De Heer COHN betuigt in diep gevoelde woorden zijn dank aan de Akademie en de LEEUWENHOEK-Commissie voor beider bemoeiingen in de voor hem zoo beteekenisvolle aangelegenheid, waardeert in hooge mate de hem ten deel gevallen onderscheiding, en brengt hulde aan LEEUWENHOEK's uitnemende verdiensten, daarbij in herinnering brengend hoe Nederland, gedurende het tijdvak, waarin die gevierde natuuronderzoeker zijne ontdekkingen bekend maakte, mocht bogen op het

bezit van tal van mannen, die, in zeer verschillende richtingen, zich ten opzichte van hun vaderland in hooge mate verdienstelijk hebben gemaakt.

Na den afloop der plechtigheid wordt den Heer COHN uitgeleide gedaan, en de gewone werkzaamheden hervat.

— De Voorzitter wenscht de Heeren SURINGAR en MARTIN, beiden ter Vergadering tegenwoordig, geluk met hunne behouden terugkomst in het vaderland.

— De Heer HOEK houdt eene voordracht over den anatomischen bouw der Cirripediën. Zijne jongste onderzoekingen leidden hem tot de volgende uitkomsten:

Het door hem reeds vroeger waargenomen en beschreven segmentaal-orgaan *) wordt in een vorig segment nog door een dergelijk orgaan in geheel rudimentairen toestand voorafgegaan. Dit mag als een bevestiging beschouwd worden van de juistheid der meening, dat aan deze organen werkelijk deze beteekenis toekomt en steunt dus ook — hetzij dan min of meer indirect — de opvatting, dat ook de opening van het vrouwelijk geslachtsorgaan, aan den voet van het eerste paar rankpooten gezeten, oorspronkelijk een segmentaal-organ-opening is. Aan drie op elkander volgende paren aanhangselen (waarvan de eerste twee aan den zoogenaamden kop, het derde aan de borst gezeten is) zouden deze organen dus nog voorkomen en wel:

Segmentaal-orgaan I. Een in het parenchymateuse bindweefsel blind eindigend kanaal, dat in het voetlid van het tweede paar kaken (maxillen) uitmondt: het is waarschijnlijk een rudimentair orgaan, doch het wordt bij de zittende, zoowel als bij de gesteelde Cirripediën aangetroffen.

Segmentaal-orgaan II. Vormt een naar het vrije uiteinde toe nauwer, van onderen trechtervormig verwijd kanaal, met behulp waarvan de lichaamsholte met de buitenwereld in onmiddellijke gemeenschap staat: het verkeert dus nog geheel

*) Zoology of the Voyage of H. M. S CHALLENGER. Report on the Cirripedia. *Anatomical Part*. 1884. p. 23.

in den toestand, waarin hetzelfde orgaan bij de Chaetognathen b. v. wordt aangetroffen. (Eerst in een hooger stadium verkrijgt dit kanaal een meer kronkelend verloop en is het aan het binnenste uiteinde met een met trilharen bezetten trechter voorzien.) Voor zooverre bekend, staat het voorkomen van een dergelijk segmentaal-orgaan bij de Cirripediën in de Arthropoden-wereld geheel op zich zelf.

Segmentaal-orgaan III is in dienst getreden van het vrouwelijk geslachtsorgaan. Bij de Crustaceeën liggen de openingen der vrouwelijke voortplantingsorganen in den regel nabij de grens van borst en achterlijf. Dat ze bij Limulus aan den voet van het 7de paar aanhangselen voorkomen — dus aan het begin van de met den thorax der andere gelede dieren overeenkomende lichaamsafdeeling -- wordt door Ray Lankester beschouwd als een punt van overeenkomst van genoemd dier met de Arachnoïden *). De Cirripediën staan dan ook, wat hun plaatsing der geslachtsopening aan het voorste paar thorax-aanhangselen betreft, onder de ware schaaldieren geheel op zich zelf. De opening voert langs een nauw kanaal in een gewoonlijk eivormige holte, die met een fraai en hoog cylinderepithelium bekleed is en steeds een van de in haar uitmondende oviduct geheel verschillend karakter vertoont. Uitvoerkanaal en daarmede samenhangende eivormige holte zouden dan respectivelijk met het uitvoerkanaal en den trechter van het segmentaal-orgaan overeenkomen.

Spreker handelt in de tweede plaats over de lichaamsholte der Cirripediën. In de welbekende, door de gebroeders Hertwig opgestelde, Coelomtheorie komt den Arthropoden een plaats toe onder de Enterocoeliërs. Onderzoekt men echter een Cirripeed met behulp van dwarsche doorsneden, dan krijgt men den indruk, met een parenchymateus dier (vergelijkbaar met de Cestoden en de Mollusken) te doen te hebben. In het achterste gedeelte van het lichaam vindt men alle holten tusschen de organen onderling, tusschen darm en lichaamswand ingenomen door een weefsel, dat zich als

---

*) E. Ray Lankester, *Limulus an Arachnid*. 1881. p. 66.

een cellig blazig bindweefsel laat aanduiden. In dit weefsel bevinden zich lacunen, aan welke men bezwaarlijk een andere beteekenis kan toekennen, als door uiteenwijking van de bindweefsel-elementen ontstane ruimten. Meer naar voren, ongeveer op de grens van het kop- en borstgedeelte, vertoont zich echter een andere holte in de dwarsche doorsneden. Van de eerste coupes af, vertoont zij zich als een parig orgaan: een wijde langwerpige zak, die met een plat epithelium bekleed is en met behulp van het 2de segmentaal-orgaan met de buitenwereld communiceert. Een breede mesenteriaal-band verbindt aan de buikzijde darm en lichaamswand en vormt op die wijze het tusschenschot tusschen de twee zakken of holten, die de lichaamsholte vormen. Deze holten communiceeren niet met de bovengenoemde lacunen in het bindweefsel; ofschoon spreker omtrent de ontwikkeling dezer holten geen waarnemingen deed, gevoelt hij meer neiging ze met de lichaamsholte der Enterocoeliërs, dan met die der Schizocoeliërs *) te vergelijken.

In de derde plaats deelt spreker mede een excretie-orgaan (?) bij de Cirripediën ontdekt te hebben, dat met de lichaamsholte in verbinding schijnt te staan en aan beide zijden van het lichaam als een uiterst dunwandige vliezige zak optreedt. Het onderzoek naar de structuur van den wand dezer zakken brengt aan het licht, dat hij bestaat uit een laag kliercellen, die voortdurend bezig zijn stukken af te stooten en althans een oppervlakkige overeenkomst vertoonen met de cellen van het Bojanus-orgaan der Plaatkieuwige Weekdieren. Het voorkomen van een dergelijk orgaan bij de Cirripediën is — voor zooverre spreker althans bekend is — een voor de Crustaceeën geheel op zichzelf staand feit.

Een paar vragen van den Heer Hubrecht worden door den spreker beantwoord.

— De Heer Franchimont houdt zijne aangekondigde voordracht »over de werking van salpeterzuur op amiden".

---

*) Deze begrippen moeten hier geheel in de beteekenis opgevat worden, hen door de gebroeders Hertwig toegekend. Zie Coelomtheorie, *Jenaische Zeitschrift*. 1882.

— De Heer VAN BEMMELEN, verhinderd ter Vergadering te verschijnen, wenscht de door hem in het vooruitzicht gestelde mededeeling tot de October-vergadering uit te stellen.

— De Heer MARTIN geeft een kort verslag van zijn onderzoek naar het ontstaan van de binnenwateren van Curaçao, doch hoopt later uitvoeriger daarop terug te komen.

— De Heer BEHRENS geeft een kort verslag van de onderzoekingen van den Heer FENNEMA: »over de werkzaamheid van de vulkanen Semeroe en Lemongan in Mei 1885", en legt daarbij over een brief van genoemden Heer, vervat in de volgende bewoordingen:

In April j.l. vertoonde de vulkaan *Semeroe* verhoogde werkzaamheid. In den nacht van 17 op 18 April had eene catastrophe plaats, waarbij een veelbelovend koffieland verwoest werd en de administrateur, 3 geëmploijeerden en een 80tal inlandsche werklieden het leven lieten.

Den ondergeteekende werd opgedragen het terrein te bezoeken, omtrent den aard der verschijnselen te berichten en zooveel mogelijk na te gaan waar en in hoe verre de overige bebouwde streken aan den voet van den berg gevaar hadden te duchten. Ook de nabijgelegen vulkaan *Lemongan*, die omstreeks denzelfden tijd heviger werkte, werd bezocht.

Dit onderzoek bracht feiten aan het licht, die onze beschouwing omtrent de tegenwoordige werkzaamheid van de vulkanen in dezen archipel in eenige opzichten belangrijk wijzigen. Daar er, wegens de nog niet voltooide samenstelling der kaarten, nog wel eenige tijd zal verloopen, vóór een uitvoerig verslag kan worden uitgegeven, stel ik er prijs op, de voornaamste uitkomsten van het onderzoek reeds nu in het kort bekend te maken.

Voornamelijk op gezag van JUNGHUHN, werd tot nu toe aangenomen, dat er, ten minste op Java, een belangrijk verschil bestaat tusschen de werkzaamheid der vulkanen, in historische tijden waargenomen, en die waardoor deze bergen in vroegere tijden zijn opgebouwd.

De bekende vulkanen bestaan uit alle producten der vul-

kanische werkzaamheid, zoowel uit lava als uit tuf, vulkanisch puin, zand en asch. Volgens JUNGHUHN is echter in historische tijden nooit op Java waargenomen, dat de lava over den rand van den krater heenvloeide en als *lavastroom* op de buitenhelling van den berg vast werd. De tegenwoordige werkzaamheid zou, volgens hem, enkel aanleiding geven tot de vorming van tuf- en aschkegels.

Wat voor Java gold, schijnt ook voor Sumatra door te gaan. Bij geen van de 66 vulkanen, die door het onderzoek van de laatste jaren aldaar bekend werden, zijn recente lavastroomen opgemerkt. Als oorzaak van deze veranderde werkzaamheid, kon men wijzen op de aanzienlijke hoogte, die de vulkanen over het algemeen bereikt hebben. De spanning in den vulkanischen haard (waardoor dan ook veroorzaakt) was niet voldoende, de lava tot een niveau van ruim 3000 meter boven zee op te drijven. Ook flankerupties komen niet voor; parasitische kegeltjes op de hellingen der vulkanen behooren tot de uitzonderingen, hetzij doordien het massief van den vulkaan stevig genoeg is om het ontstaan van spleten te verhinderen, hetzij doordien de lava te dikvloeibaar is om deze spleten op te vullen.

Bij de groote eruptie van Krakatau in 1883, waarbij het eruptiepunt slechts 50 meter boven zee lag, heeft men evenmin sporen van lavastroomen kunnen ontdekken.

Het onderzoek van den Semeroe en den Lemongan heeft echter geleerd, dat met deze tegenstelling van de tegenwoordige tegenover de vroegere werkzaamheid der Java-vulkanen, gebroken moet worden.

In April 1885 is aan den Semeroe, op eene hoogte van meer dan 3600 meter boven zee, gloeiende vloeibare lava over den kraterrand gestroomd en aan den Lemongan werden verschillende lavastroomen aangewezen, die buiten allen twijfel in de laatste 50 jaren naar beneden zijn gekomen.

De *Semeroe* bestaat uit een slanken kegel, die, van boven zeer steil, in een breeden vlakken voet uitloopt. De vlakke voet gaat vrij plotseling in de steilere helling over, onge-

veer op 1400 meter boven de zee. Dit is zoo in het oogvallend, dat, volgens het spraakgebruik van de koffieplanters in den omtrek, op die hoogte de eigenlijke Semeroe begint. Aan de zuidzijde bedraagt de gemiddelde helling op het niveau, van 700 – 1400 meter zeehoogte, 6°; van 1400 – 2100 meter, ruim 20°, en van 2100 meter tot aan den top, ruim 30°.

Deze steile kegel bestaat aan de oppervlakte en tot tientallen van meters diepte uit los zand met tallooze steenbrokken, die tot meer dan 10 kub. meter inhoud bezitten. De plantengroei strekt zich het verst uit aan de noordzijde, doch ook daar niet hooger dan tot 3000 meter.

Klimt men langs deze steile helling naar boven over losse massa's, die alleen door hun gewicht worden saamgehouden en die onder eene helling van 1 op $1^1/_2$ liggen, dan begrijpt men, hoe gevaarlijk deze reusachtige puinhoop, zoo hoog boven de omgeving, kan worden, wanneer door eene uitwendige oorzaak de massa in beweging wordt gebracht.

De kruin van den berg bestaat uit 3 toppen: 1° de *Mahameroe*, een zeer regelmatige kegel zonder krateropening, 3671 meter hoog (Java's hoogste spits); 2° de eigenlijke *Semeroe*, een gedeelte van een ouden kraterrand (hoogste punt 3654 meter). Het hoogste punt van den zadel tusschen 1 en 2 ligt op 3585 meter zeehoogte; 3° de *Djonggring Seloko*, een kegel met de werkzame krateropening. Deze ondergaat vrij aanzienlijke veranderingen. Ten tijde van het bezoek van JUNGHUHN in September 1844 en nog later, vertoonde de kraterrand aan de Z O. zijde eene vrij diepe inkerving.

Bij de opneming door den topographischen dienst in 1879, was de geheele rand gaaf en lag het laagste punt op 3595 meter, niet meer dan 20 meter beneden het hoogste punt van den rand (3615 meter).

Gedurende tientallen van jaren worden van den Semeroe niets dan ascheruptie's vermeld. Somtijds om het kwartier, somtijds met eenige uren tusschenpoos, rijzen donkere wolken, waterdamp met asch, zand en steenen, uit den krater

op. Des nachts zijn de steenen als gloeiende punten zichtbaar. Nu en dan werden in het Malang'sche, aan de westzijde, vrij onbeduidende aschregens waargenomen.

Van tijd tot tijd werd ook bericht, dat een donkerroode gloed 's nachts aan den top zichtbaar was.

In April j.l is de lava in de kraterpijp opgestegen en op het laagste punt aan de zuid-zuidoostzijde over den rand gestroomd, hetgeen als een vurige streep van beneden zichtbaar werd. In de losse massa's van den steilen kegel groef de lava zich een bed, en steenen en zand rolden naar beneden. Reeds op 12 en 13 April werden belangrijke steenstortingen waargenomen en verschillende koffieondernemingen, o. a. *Kali-bening*, verlaten. Op den 16den keerden de bewoners gedeeltelijk terug en in den nacht van 17 op 18 April had de catastrophe plaats, die hun allen noodlottig werd.

Door den druk van de vloeibare lavamassa inwendig, bezweek de zuidoostelijke kraterwand en werd over eene breedte van 260 meter en eene verticale hoogte van 220 meter naar buiten gedrukt.

De massa zand en steenen stortte als een reusachtige steenlawine naar beneden en overstelpte met onweêrstaanbaar geweld den vlakkeren voet over eene lengte van 7000 meter en een gemiddelde breedte van meer dan 1000 meter.

Langs de helling van den kegel is een breede geul met steile wanden zichtbaar. De bodem van de geul is bedekt met lava, die, met veel geringere snelheid dan de lawine, daar langs is afgestroomd. Des nachts vertoonde zich het benedengedeelte als eene donkergloeiende massa; des daags zag men voortdurend, en vooral aan het benedeneinde, veel waterdamp opstijgen. Dagen na de eruptie bewoog zich de stroom nog langzaam afwaarts, hoewel hij niet lager kwam dan op het niveau van 2100 meter. Slechts losse stukken, die van den gestolden voorkant waren afgebroken, zijn verder naar beneden gerold.

De uitgestroomde lava heeft dus slechts indirect schade aangericht, door namelijk de losse massa's van den steilen kegel in beweging te brengen. Terwijl, volgens ruwe schat-

ting, de uitgestroomde lava een volume van tusschen 3 à 400.000 kub. meter kan hebben gehad, bedraagt het volume van de steenlawine op zijn allerminst 20.000.000 kub. meter, dus meer dan vijftigmaal meer.

De gewone werkzaamheid van den krater was, gedurende dit opstijgen en overvloeien van de lava, niet veel sterker dan gewoonlijk. In het Malang'sche werden slechts onbeduidende aschregens waargenomen. Alleen waren de geluiden heviger dan gewoonlijk. Echter moet worden opgemerkt, dat op de op 5 kilometer afstand gelegen koffieondernemingen de geluiden veel minder sterk waren dan die in 1883, aldaar waargenomen tijdens de eruptie van het meer dan 800 kilometer verwijderde Krakatau. In de op 33 kilometer afstand gelegen afdeelingshoofdplaats *Loemadjang* is slechts door enkele personen opgemerkt, dat er in den nacht van 17 op 18 April iets bijzonders plaats had.

De *Lemongan* bereikt nog niet de helft der hoogte van den Semeroe; zijn hoogste top ligt slechts 1668 meter boven zee. De vlakke voet gaat eveneens vrij plotseling in den zeer steilen kegel over. Aan de westzijde bedraagt de gemiddelde helling: van 300—600 meter zeehoogte, $3^1/_2{}^0$; van 600—1000 meter zee, 16^0, en van 1000 meter tot aan den top, ruim 33^0.

Het is een tweelingberg, waarvan de N. O. helft, de *Taroeb* (1668 meter), met flauw concaven, steilen rand den kegel van den eigenlijken Lemongan (1636 meter) omgeeft. De buitenhelling van den Taroeb is eveneens fraai-kegelvormig en tot aan den top begroeid. De Lemongan is boven het niveau van 600 meter geheel kaal. Het hoogste punt van den zadel tusschen den Taroeb en den Lemongan ligt 1530 meter boven zee. In 1879 lag de werkzame krater als een meer dan 200 meter diepe kuil aan de Z.W.zijde beneden den top van den Lemongan. Het laagste punt van den rand lag op 1525 meter. Sedert heeft zich rondom den krater een nieuwe kegel opgehoopt, die bij mijn bezoek aan den top

in Mei j.l. boven den eigenlijken Lemongan uitstak en eene hoogte van 1662 meter bereikt had.

Merkwaardig zijn aan dezen vulkaan de fraaie lavastroomen en de parasitische kegeltjes, die in groot aantal aan de oppervlakte verspreid liggen en waardoor de Lemongan zich van alle tot nu toe meer bekende vulkanen in den Archipel onderscheidt.

Bij mijn definitief verslag zal eene kaart worden gevoegd, waarop de lavastroomen zijn aangegeven. Vooral werden *die* stroomen nagegaan, waarvan de eruptietijd uit vroegere berichten met zekerheid bepaald kon worden, b. v.: die van 13—15 Sept. 1849, eene flankeruptie, 600 meter verticaal beneden den top; een stroom van April 1869, uit den hoofdkrater, en een stroom in Mei 1877, eveneens uit den hoofdkrater.

De geschiedenis van den lavastroom van April 1883 is het best bekend. Deze vloeide uit den hoofdkrater naar het westen, tot beneden het niveau van 400 meter, over eene lengte van 5000 meter. Nog drie weken na de eruptie schoof de stroom langzaam vooruit, een klein dorp werd geraseerd, maar de inwoners hadden ruim den tijd, hunne eigendommen te redden en zelfs hunne huizen te verplaatsen.

De stroom is 10—20 meter dik en 200—400 meter breed. Gedurende het opmeten in Mei j.l. brandden de blootsvoets loopende arbeiders zich nog herhaaldelijk de voeten aan den uit de spleten opstijgenden heeten waterdamp.

Eindelijk is in April van dit jaar weder lava uit den hoofdkrater gevloeid naar het Z.Z.W. Van dezen stroom werden door mij stukken geslagen in Mei, toen de lava nog zeer heet was. De stroom was niet meer dan 25 meter breed, maar schijnt het voorspel geweest te zijn van eene heviger eruptie, daar nu op 6 Augustus wordt bericht, dat de Z.Z.W. kraterwand bezweken is en groote hoeveelheden lava in Z.Z.W. richting afvloeien.

Deze eruptie's van den Lemongan zijn betrekkelijk onschadelijk. De berg is weinig bevolkt en weinig bebouwd. De lavastroomen vloeien na zekeren tijd zoo langzaam, dat zij gemakkelijk kunnen worden ontweken. Ook hier zijn de

steenlawine's, als indirekt gevolg van de lavaeruptie, het gevaarlijkst. Daardoor verloren b. v. in 1869 eenige menschen het leven.

De berg bestaat echter voor een veel kleiner gedeelte dan de Semeroe uit los materiaal en door de veel geringere hoogte van den steilen kegel komt eene steenlawine aan den vlakken voet veel spoediger tot staan.

JUNGHUHN spreekt reeds van de merkwaardige *meertjes* rondom den Lemongan.

Hij beschouwt ze als door instorting ontstaan en deze verklaring is hoogstwaarschijnlijk juist. Doch vóór die instorting zijn het eruptiepunten geweest, die zoogenaamde parasitische kegeltjes rondom hun centrum hebben opgehoopt. De buitenhelling van deze kegeltjes is in vele gevallen door jongere eruptieproducten overdekt. De karakteristieke vorm is daardoor gedeeltelijk verborgen, doch b. v. op de kaarten van den topographischen dienst, schaal 1 : 20.000, nog zeer goed te herkennen. Ook de ligging der eruptieproducten rondom de meertjes is in de meeste gevallen nog zeer goed aan te wijzen.

In het terugzinken van de lava na eene periode van werkzaamheid, heeft men zeker wel de oorzaak van de centrale instortingen te zoeken.

In het uitvoerig verslag zullen de afmetingen enz. van een 30tal dergelijke parasitische kegeltjes meêgedeeld, en van sommige hunner kaarten en profielen geleverd worden.

De diameter der centrale instortingen bedraagt van 250—1000 meter; de diepte van den bodem beneden den rand, b. v. bij de *Ranoe-pakis* 160, en bij de *Ranoe-bedali* ruim 200 meter.

Behalve deze, komen nog een aantal onregelmatige kegelvormige verheffingen voor, zonder kateropening. Het zijn punten, waar alleen lava aan den dag is gekomen, aan den Etna »*Bocche*" genoemd. Gewoonlijk zijn ook deze door jongere eruptieproducten overdekt, maar in de nabijgelegen ravijnen zijn dikwijls de bijbehoorende lavastroomen ontbloot.

Twee richtingen zijn aan te wijzen, die beide den centraalkrater snijden, waarlangs verscheidene parasitische kegeltjes

en *bocche* gerangschikt zijn en die dus op radiale spleten wijzen. Voor het overige liggen zij vrij onregelmatig verspreid.

Beschouwen wij nu den aard der eruptieproducten van beide vulkanen, dan vinden wij een merkwaardig verschil. De lava en de overige uitwerpselen van den Semeroe zijn alleen *hyperstheenandesiet.*

Die van den Lemongan zoowel als van den Taroeb, van den centraalkrater zoowel als van de parasitische kegeltjes en *bocche*, zijn uitsluitend *bazalt.*

In April 1885 is dus bijna op hetzelfde oogenblik op twee punten, slechts 48 kilometer van elkander verwijderd, het eene 3600 meter, het andere slechts 1660 meter boven zee, lava veor den dag gekomen van zeer verschillende chemische en mineralogische samenstelling.

Uit de waarneming, dat in den tegenwoordigen tijd door Java's vulkanen geen lava geleverd werd, is wel eens de gevolgtrekking gemaakt, dat de vulkanische werkzaamheid op dit eiland aan het afnemen was.

De eruptie van Krakatau in 1883 is wel het sterkste bewijs hiertegen.

Omgekeerd zou men nu ook kunnen beweren, dat het feit, dat uit Java's hoogsten bergtop weer lava gevloeid is, er op wijst, dat we aan den ingang staan van eene periode van verhoogde werkzaamheid der vulkanen.

Deze gevolgtrekking kan echter evenmin worden toegegeven.

Het al of niet overvloeien van lava is namelijk geen directe maatstaf, waarnaar de intensiteit der vulkanische werkzaamheid kan beoordeeld worden.

Zeker is eene zeer aanzienlijke spanning noodig om eene lavazuil tot 3600 meter boven zee op te drijven. Maar bij de eruptie van Krakatau in 1883 zijn nog veel grootere krachten in het spel geweest, en toch zijn toen op 50 meter boven zee geen werkelijke lavastroomen naar buiten gevloeid.

Het eenvoudigst is dit wel te verklaren door eene zekere inrichting van den vulkanischen haard, zooals die door den Heer VERBEEK, in zijn groot werk over Krakatau, wordt aangenomen (zie aldaar blz. 109 en kaart fig. 32).

Is eenmaal de spanning voldoende om eene uitbarsting te veroorzaken, dan zal het al of niet uitvloeien van lava alleen afhankelijk zijn:

van den *vorm* van den vulkanischen haard;

van de *verhouding* tusschen stoom en lava in dien haard;

en van de *capaciteit der kraterpijp*, in verhouding tot de hoeveelheid opgeperste lava.

Buitenzorg 9 Augustus 1885.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden: Door den Heer HUBRECHT, uit naam van den Heer Dr. J. F. VAN BEMMELEN: Ueber vermuthliche rudimentäre Kiemenspalten bei Elasmobrauchiern; door den Heer BIERENS DE HAAN een vervolg op zijne Bibliographie Néerlandaise des sciences mathématiques et physiques; door den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN zijne Unursuchungen ueber die Rotationszeit des Planets chars und ueber Aenderungen tenir Flecke; door den Heer PLACE, uit naam van den Heer Dr. J. VAN REES: Protozoaires et Coelentérés de 1 Escout de l'Est; Over intra-cellulaire spijsverteering en over de beteekenis der witte bloedlichaampjes; Over de port-embryonale ontwikkeling der Murea vornitoria.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

SUR QUELQUES FORMULES

QUI SE RAPPORTENT À LA

THEORIE DES FONCTIONS ELLIPTIQUES.

PAR

M. STIELTJES.

Dans les formules qui suivent on doit toujours, sauf indication contraire, attribuer au nombre n placé sous le signe Σ les valeurs entières et positives

$$n = 1,\ 2,\ 3,\ 4 \ldots$$

le nombre m désignera les nombres impairs

$$m = 1,\ 3,\ 5,\ 7 \ldots$$

Ensuite D représente un nombre entier positif ou négatif, mais je suppose toujours que D n'est divisible par aucun carré hors l'unité.

Je distingue quatre cas.

I.

$D > 0$, $D \equiv 2$, 3 mod. 4. En posant

$$F(x) = \Sigma \left(\frac{D}{m}\right) e^{-\frac{m^2 \pi x}{4D}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\alpha)$$

cette fonction jouit de ces propriétés:

$$F\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{x}\, F(x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\alpha')$$

[illegible]

$$f(x - 2i) = e^{-\frac{\pi i}{?}} f(x) \quad \ldots\ldots [illegible]$$

[illegible]

II.

$D < 0$, $D \equiv 2, 3$ mod. 4. En posant

$$G(x) = \Sigma \left(\frac{D}{m}\right) m\, e^{\frac{m^2 \pi x}{4D}} \quad \ldots\ldots\ldots$$

on aura

$$G\left(\frac{1}{x}\right) = (\sqrt{x})^3\, G(x) \quad \ldots\ldots\ldots$$

$$G(x - D i) = e^{-\frac{\pi i}{4}} G(x). \quad \ldots\ldots$$

III.

$D > 0$, $D \equiv 1$ mod. 4. En posant

$$\left.\begin{aligned} F_1(x) &= \Sigma \left(\frac{n}{D}\right) e^{-\frac{n^2 \pi x}{D}} \\ F_2(x) &= \Sigma (-1)^n \left(\frac{n}{D}\right) e^{-\frac{n^2 \pi x}{D}} \\ F_3(x) &= \Sigma \left(\frac{m}{D}\right) e^{-\frac{m^2 \pi x}{4D}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots$$

a

$$\left.\begin{aligned} F_1\left(\frac{1}{x}\right) &= \sqrt{x}\, F_1(x) \\ F_2\left(\frac{1}{x}\right) &= (-1)^{\frac{D-1}{4}} \sqrt{x}\, F_3(x) \\ F_3\left(\frac{1}{x}\right) &= (-1)^{\frac{D-1}{4}} \sqrt{x}\, F_2(x) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (\gamma')$$

$$\left.\begin{aligned} F_1(x + Di) &= F_2(x) \\ F_2(x + Di) &= F_1(x) \\ F_3(x + Di) &= e^{-\frac{\pi i}{4}} F_3(x) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (\gamma'')$$

Toutefois, ces formules sont en défaut dans le cas $D = 1$, is en prenant dans ce cas au lieu de (γ)

$$F_1(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-n^2\pi x}$$

$$F_2(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n e^{-n^2\pi x}$$

$$F_3(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(2n-1)^2\pi x}{4}}$$

s relations (γ') et (γ'') restent vraies.

IV.

$D < 0$, $D \equiv 1$ mod. 4. En posant

$$\left.\begin{aligned} G_1(x) &= \Sigma \left(\frac{n}{D}\right) n\, e^{\frac{n^2\pi x}{D}} \\ G_2(x) &= \Sigma (-1)^n \left(\frac{n}{D}\right) n\, e^{\frac{n^2\pi x}{D}} \\ 2\, G_3(x) &= \Sigma \left(\frac{m}{D}\right) m\, e^{\frac{m^2\pi x}{D}} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (\delta)$$

on aura

$$\left.\begin{aligned} G_1\left(\frac{1}{x}\right) &= (\sqrt{x})^3\, G_1(x) \\ G_2\left(\frac{1}{x}\right) &= (-1)^{\frac{D-1}{4}} (\sqrt{x})^3\, G_3(x) \\ G_3\left(\frac{1}{x}\right) &= (-1)^{\frac{D-1}{4}} (\sqrt{x})^3\, G_2(x) \end{aligned}\right\} \dots\dots (\delta')$$

$$\left.\begin{aligned} G_1(x - D\,i) &= G_2(x) \\ G_2(x - D\,i) &= G_1(x) \\ G_3(x - D\,i) &= e^{-\frac{\pi i}{4}}\, G_3(x) \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (\delta'')$$

Partout on doit supposer positive la partie réelle de x et de $\sqrt{x}$.

On voit bien les conséquences qui se rattachent à ces formules et sur lesquelles j'aurai peut-être l'occasion de revenir plus tard.

Pour le moment je me borne à cette indication que toutes ces formules se déduisent sans peine à l'aide des propriétés fondamentales de la fonction Θ d'une part et d'autre part des formules que Gauss a données dans son célèbre mémoire intitulé *Summatio quarundam serierum singularium* 1808. Oeuvres tome II.

Paris, Septembre 1885.

TOESPRAAK VAN

Prof. STOKVIS

BIJ GELEGENHEID VAN DE UITREIKING DER LEEUWENHOEK-MEDAILLE

AAN

Prof. FERD. COHN.

(Uitgebracht in de Vergadering van 26 Sept. 1885).

Indem ich der Aufforderung unseres geehrten Praesidenten nachkomme, kann ich es nur bedauern, dass *mir* die unverdiente und unerwartete Ehre zu Theil fällt, Sie, hochverehrter und berühmter Herr College, im Namen des Ausschusses für die Zuweisung der LEEUWENHOEK-Medaille an dieser Stelle zu begrüssen. Und Sie alle, meine Herren, werden gewiss dieses lebhafte Bedauern mit mir theilen. Am Krankenbett seiner Gattin weilend fehlt unser verehrtes Mitglied, Prof. ENGELMANN, der Vorsitzender unseres Ausschusses, welchem wir das ausgezeichnete Referat über die Zuweisung der Medaille verdanken, eben jetzt in unserer Mitte. Wie vortrefflich und würdig würde er sich der schönen und dankbaren Aufgabe erledigt haben, welcher ich mich nur halb zagend zu unterziehen wage! Welchen unvergesslichen Eindruck würde es auf Sie, hochverehrter Herr COHN, gemacht haben, wenn er, durch Geburt ein Meister der deutschen Sprache, durch seine wissenschaftlichen Siege ein Herrscher auf dem Arbeitsfeld, auf welchem Sie Ihre schönsten Lorbeeren gepflückt haben, seiner Bewunderung für Ihre Arbeiten bei dieser Gelegenheit hätte Ausdruck geben können!

Wie schmerzlich uns aber auch seine Abwesenheit berührt, wir wissen, dass er mit seinen Gedanken bei uns ist, und ich für meinen Theil würde gewiss die grosse Ehre,

welche mir zu Theil fällt, nämlich jetzt das Wort zu führen, abgelehnt haben müssen, wenn mir nicht Coll. ENGELMANN selbst zur Seite gestanden hätte, und ich mich nicht auf sein ausgezeichnetes Referat hätte stützen können, um Ihnen, hochverehrter Herr, die Begrüssung unseres Comités darzubringen.

Als der Ausschuss unserer Akademie zur Zuweisung der LEEUWENHOEK-Medaille die Frage zu erledigen hatte, welcher Naturforscher, den Stiftungs-Urkunden der Medaille gemäss, im letzten Dezennium sich am meisten um das Studium der mikroskopischen Wesen verdient gemacht hatte, da war es einem jedem sogleich einleuchtend, dass bei der fortschreitenden Entwicklung der Wissenschaft, nicht zum zweiten Male ein EHRENBERG gefunden werden könnte, welchem es seiner Zeit gegeben war, das ganze Gebiet der mikroskopischen Wesen zu übersehen, und in jedem seiner Theile gründlich zu bearbeiten. Mit der Ausbreitung des Gebiets wuchs die Zahl der Aufgaben und der Errungenschaften. In den letzten Jahren waren es nicht länger mehr allein die Morphologie und die descriptive Anatomie, welche die Arbeiten auf diesem Gebiete beherrschten; daneben wurde der Entwicklung, den Metamorphosen, der Fortpflanzung, den Lebens-Erscheinungen im allgemeinen und ihren Bedingungen, und schliesslich nicht am wenigsten der Bedeutung der mikroskopischen Wesen im Haushalt der Natur, ein eingehendes, gründliches und bewusstes Studium zum Theil. So erreichte nicht nur die Morphologie, sondern auch die Biologie der Infusorien, und der ihnen verwandten kleinen Organismen eine früher ungekannte und ungeahnte Höhe.

Obgleich nun auch jede Unter-Abtheilung des grossen Gebietes sich solch einer regen Theilnahme zu erfreuen hatte, so gab es dennoch einen Theil, welcher mehr wie alle andere — und mit Hinsicht auf seine eminente praktische Bedeutung mit vollem Rechte — das lebhatteste Interesse der Gelehrten und der ganzen Laienwelt in Anspruch nahen. Brauche ich die Bacteriologie zu nennen? Die Bedeutung dieses jüngsten Zweiges des Studiums der

mikroskopischen Wesen sowohl in theoretischer wie in praktischer Hinsicht ist allgemein anerkannt. Die Geschichte des menschlichen Wissens hat nur wenig Beispiele solcher riesenhafter Fortschritte aufzuweisen, wie hier in wenig Jahren gemacht worden sind, und in gewissem Sinne ist man volkommen berechtigt das letzte Dezennium als die Periode der Bacteriologie zu bezeichnen.

Unter diesen Umständen schien es im höchsten Maasse wünschenswerth und geboten, die goldene LEEUWENHOEK-Medaille dieses Mal einem Forscher zuzuweisen, welcher sich speciell auch auf dem Gebiete der Bacteriologie ganz aussergewöhnliche Verdienste erworben hatte.

Als man dann weiter überlegte, dass man am meisten im Geiste der Stiftung handelte, wenn man dem Andenken des einzigen LEEUWENHOEK getreu insbesondere auf die naturhistorische Bedeutung der vorliegenden Arbeiten und Untersuchungen das Hauptgewicht legte, und den Forscher auszeichnete, welcher durch die glänzenden Erfolge seines vielseitigen Strebens, und seines unermüdlichen Eifers im Gebrauch des Mikroskops uns am meisten das Bild unseres grossen Landgenossen wieder vor Augen führte — da war auch die Entscheidung getroffen, und die hohe Auszeichnung wurde einstimmig Ihnen, hochvererhrter Herr COHN, zugewiesen!

Bacteriologe ersten Ranges, haben Sie, seit mehr wie dreissig Jahren, Arbeiten von bleibenden Verdiensten auf jedem Gebiete des Studiums der mikroskopischen Organismen geliefert. Nach EHRENBERG's Tod giebt es keinen Forscher, welcher Ihnen in Vielseitigkeit auf diesem Gebiet gleich kommt, keinen, welcher Sie in Tüchtigkeit und Originalität übertrifft. Die wunderbare Welt, welche LEEUWENHOEK mit Staunen im Tropfen Regenwasser entdeckte, die Welt der Rotatorien, Infusiorien, Flagellaten, Rhizopoden, Amoeben, Diatomaceen, Desmidiaceen, Confervoideen, Schwämme u. s. w. hat Ihnen viele früher nie gekannte Geheimnisse anvertraut. In Ihren Beiträgen »*zur Biologie der Pflanzen*" haben Sie zahlreiche Geheimnisse der kleinsten lebenden Wesen, der Bacterien, entschleiert, und die von Ihnen über

Bacterien gelieferten oder unter Ihrer Leitung angestellten Arbeiten sind bis jetzt die reichste Quelle unseres Wissens auf diesem Gebiet. Sie haben es verstanden, durch sorgfältige, öfters wiederholte Beobachtungen, an der Hand einer klaren Kritik. Ordnung zu schaffen in dem scheinbaren Chaos der Formen, und in der bis dahin ganz verwirrten Terminologie. Sie haben zu gleicher Zeit durch höchst wichtige Experimente und Betrachtungen die Lebensweise, die chemischen Lebensbedingungen, die Fermentwirkung der Bacterien, ihre Veränderungen unter dem Einfluss von Wärme und Kälte auf meisterhafte Weise dargestellt. Die Morphologie sowie die Entwicklungs-Geschichte der Spaltpilze sind Ihnen zum grössten Dank verpflichtet, und die allgemeine Biologie erwähnt mit dankbarer Anerkennung Ihre schöne fundamentale Entdeckung der Dauersporen in 1875. Als Sie das aussergewöhnliche Widerstands-Vermögen dieser Dauersporen gegen extreme Temperaturen, gegen Austrocknen u. s. w. darstellten, haben Sie am meisten von allen Forschern der Neuzeit dazu beigetragen, die berühmte Streitfrage über das Bestehen einer Abiogenesis oder Generatio spontanea zur Lösung zu bringen. Und es ist gewiss ein wunderbares Zusammentreffen, dass gerade ein Jahrhundert nach dem Erscheinen von LAZARO SPALLANZANI's berühmten: *Expériences pour servir à l'histoire de la génération*, der Forscher gekrönt wird, welcher die schlagendsten Beweise für die Richtigkeit der SPALLANZANI'schen Auffassung in unserer Zeit gebracht hat. Praktisch wichtiger vielleicht noch war das Licht, welches Ihre Untersuchungen über Bacterien auf die Aetiologie der Infektions-Krankheiten warfen. In unmittelbarem Anschluss an Ihre so eben erwähnten Arbeiten erschien doch, unter Ihrem Aegide, die bald classisch gewordene Untersuchung ROBERT KOCH's über die Aetiologie des Milzbrandes, die erste hell leuchtende Fackel auf einem Gebiete, auf welchem Medizin und Hygiene schon lange sehnsuchtsvoll nach der Verscheuchung der alten dogmatischen und mystischen Nebel aussahen.

Und wenn schon Ihre im letzten Dezennium und bereits früher veröffentlichen bacteriologischen Studien Ihnen alle

Ansprüche auf die goldene LEEUWENHOEK-Medaille geben, diese Ansprüche werden noch vergrössert durch die vielen höchst werthvollen und dauernden Aufschlüsse, welche Sie über das Leben und Wesen auch so vieler anderer Mikroorganismen gebracht haben! Es hiesse Ihrer Bescheidenheit zu nahe treten, wenn ich sie alle hier erwähnen wollte. Nur zwei davon darf ich nicht mit Stillschweigen übergehen. Es sind Ihre classischen, höchst wissenschaftlichen, sich eng an LEEUWENHOEK's Forschungen anschliessenden Arbeiten über Volvox Globator und Protococcus. Sie haben zum ersten Male erkannt, wie der Volvox, eine der sonderbarsten lebenden Formen, welche seit ihrer Entdeckung bald zu den Pflanzen, bald wie von LEEUWENHOEK zu den Thieren gerechnet wurde, welche einmal als eine Colonie selbstständiger Organismen, ein anderes Mal als ein vielzelliges Individuum betrachtet wurde, wie der Volvox sich durch ein abwechselndes Vorkommen einer geschlechtslosen und einer höchst complicirten sexuellen Fortpflanzung unterscheidet, und so einen bis dahin undurchdringbaren Schleier der Generations-Geschichte gelüftet. In Ihrer Arbeit über Protococcus — die bekannte einzellige Form, welche den blutenden Schnee verursacht, und auf der Grenze zwischen Thier-Reich und Pflanzen-Reich stehend, in so hohem Masse das Interesse aller Biologen beansprucht — haben Sie zum ersten Mal auf Grund mikrochemischer und anderweitiger mikroskopischen Beobachtungen die seither allgemein anerkannte Uebereinstimmung des thierischen und pflanzlichen Protoplasma's ausgesprochen und bewiesen, und so eines der wesentlichsten Fundamente zum Aufbau der allgemeinen Biologie gelegt.

Ihre Verdienste um das Studium der mikroskopischen Organismen sind so allgemein anerkannt, dass wir uns durch Ihre Gegenwart in unserer Mitte im hohen Masse geehrt fühlen, und uns glücklich achten, Ihnen die goldene LEEUWENHOEK-Medaille zuweisen zu können. Dabei schenken Sie uns die Gelegenheit, eine Pflicht der tiefsten und innigsten Dankbarkeit zu erfüllen. Denn, wenn die ganze wissenschaftliche Welt Ihre vortreffliche Leistungen auf dem

Gebiete der Wissenschaft mit der grössten Anerkennung rühmt, wir Niederländer zollen Ihnen besondern Dank für den lebhaften Enthusiasmus, mit welchem sie die wissenschaftliche Welt zur feierlichen Verehrung des Andenkens unseres grossen Landgenossen LEEUWENHOEK aufgefordert haben. Ich kann doch nicht unterlassen, es noch einmal hier auszusprechen, dasz Sie es waren, hochverehrter und hochgefeierter Herr COHN, welcher im Jahre 1872 zuerst die Aufmerksamkeit der Gelehrten Europa's auf das in 1875 zu begehende 200 jährige Jubilaeum »eines der glänzendsten und unvergänglichsten Entwicklungsmomente des menschlichen Wissens" gelenkt haben, und dass wir Ihnen den ersten und den kräftigsten Anstoss zur LEEUWENHOEK-Feier und zur Stiftung der Medaille verdanken.

Es ist ein erhabenes Gefühl, dem Verdienste seine Krone aufsetzen zu können, aber wer dabei zu gleicher Zeit den lang gehegten Wunsch erfüllen kann, ein Zeugniss seiner tief gefühlten Dankbarkeit abzulegen, darf sich doppelt glücklich schätzen.

Und wenn ich zum Schlusse Sie, hochgefeierter Laureatus, hochverehrter Meister, zu der erworbenen Ehre beglückwünsche, so kann ich das nicht besser thun, als indem ich Sie mit den Worten begrüsse, mit welchen unser grosser Dichter CONSTANTIJN HUYGENS gerade vor 200 Jahren (in 1685) LEEUWENHOEK begrüsste, und welche also lauten: »Ich (Wir) werde(n) nicht müde Ihren unermüdlichen Fleiss zu bewundern in der Untersuchung von Natur-Geheimnissen, welche für so viele unserer Nachkommen ein klares Licht und ein Sporn sein wird, um stets tiefere und tiefere Wahrheiten aufzufinden"; und indem ich damit den herzlichsten Wunsch aller Ihrer Freunde, d. h. aller Naturforscher verknüpfe, dass es Ihnen, wie LEEUWENHOEK, gegeben sein möge, um bis in ein hohes Alter Ihre trefflichen Forschungen über mikroskopische Organismen fortzusetzen, zum Nutzen der Wissenschaft, zum Wohl der Menschheit, und getreu der Devise:

»In tenui labor, at tenuis non gloria."

ANTWOORD VAN

Prof. FERD. COHN

OP DE TOESPRAAK VAN Prof. STOKVIS.

Hochverehrter Herr Präsident, Hochgeehrte Versammlung!

Empfangen Sie meinen herzlichsten Dank fur die hohe Auszeichnung, für die kostbare Gabe, die ich soeben von Ihnen erhalten; Sie haben den Werth derselben noch erhöht durch die liebenswürdige Weise, in welcher mir dieselbe überreicht wurde. Den höchsten Werth aber lege ich darauf, dass die mir von Ihnen verliehene Medaille den Namen und das Bildniss des grossen Naturforschers trägt, mit dessen Arbeiten ich schon als Student durch meinen unvergesslichen Lehrer Chr. G. Ehrenberg in Berlin vertraut wurde, und dessen Bewunderung in mir gewachsen ist, je länger und je tiefer ich in die unsichtbare Welt einzudringen vermochte, welche *er* als der erste den Menschen aufgeschlossen hat.

In der That war Antony van Leeuwenhoek ein würdiger Sohn jenes grossen Zeitalters, in welchem die *Niederlande* an die Spitze der gesammten Culturentwicklung traten, jenes Zeitalters, welches ich als das der *Befreiung* bezeichnen möchte, wie wir dem zunächst vorangegangenen den Namen der Wiedergeburt, der Renaissance zu geben pflegen. Denn damals wurde auf *niederländischem Boden* nach langen heldenmüthigen Kämpfen zum erstenmale die Befreiung erstritten, nicht blos für das eigene Volk, sondern für die ganze

Menschheit; nicht blos die Befreiung von der Fremdherrschaft, sondern auch die politische und die bürgerliche Freiheit, die Freiheit des religiösen Glaubens und der wissenschaftlichen Forschung. Und wie im Frühling nach der Ueberwindung des Winters mit einemmale unzählige Blüthen aus der Erde hervorspriessen, so erschienen auf dem Boden der befreiten Niederlande gleichzeitig eine solche Fülle hervorragender Männer, wie sie seit dem Verfall Griechenlands nur selten in einem so kleinen Lande vereinigt waren: grosse Staatsmänner und grosse Seehelden, grosse Kaufleute und grosse Künstler, grosse Denker, grosse Gelehrte und grosse Naturforscher. Es zeugt von der ungewöhnlichen Begabung LEEUWENHOEK's, dass es ihm gelang, in dieser glänzenden Epoche seinen Namen den Ersten seines Landes anzureihen, dass seine Zeitgenossen ihn als Entdecker einer neuen Welt den andern grossen Weltentdeckern, einem CHRISTOPHORUS COLUMBUS, einem CHRISTIAAN HUYGHENS an die Seite stellten, dass die berühmtesten Gelehrten mit ihm in Briefwechsel traten und mit Spannung seinen Forschungen folgten und dass selbst der Römische Kaiser bei seinem Besuch im Haag den bescheidenen Beschliesser der Schöppenstube von Delft zu sich beschied, um sich von ihm in die *arcana naturae* einweihen zu lassen.

Wenige Jahrzehnte vor LEEUWENHOEK waren in Holland die beiden Instrumente erfunden worden, die vor Allem dazu beigetragen haben, nicht blos den sinnlichen, sondern auch den geistigen Horizont der Menschheit über die engen Schranken, welche die Natur selbst gesetzt zu haben scheint, ins Unendliche zu erweitern: ich meine das *Mikroskop* und das *Teleskop*. Aber damals bestand noch nicht jene Theilung der Arbeit, welche heutzutage die Werkstatt des Mechanikers und Optikers von dem Laboratorium des Naturforschers scheidet; wer damals Entdeckungsreisen unternahm im Reiche des unendlich Fernen und des unendlich Kleinen, musste gewissermassen sein eigener Schiffsbauer, sein eigener Rheder sein. Und gleichwie CHRISTIAAN HUYGHENS erst dann neue Welten am Sternenhimmel zu entdecken vermochte, nachdem er selbst die Gläser seines Fernrohrs polirt und

zusammengestellt hatte, so musste auch der Entdecker der Welt im Wassertropfen sich selbst seine Mikroskoplinsen schleifen; und dass in dieser Kunst keiner der Zeitgenossen LEEUWENHOEK gleichkam, sicherte diesem gewissermassen den Alleinbesitz der neuen Welten, die er entdeckte. So kam es dass LEEUWENHOEK während seiner langen Laufbahn allein und fast ohne Mitarbeiter sich der Aufgabe unterziehen musste, seine Zeitgenossen nicht blos mit dem feinsten Bau der grösseren Thiere und Pflanzen, sondern ganz besonders auch mit jenen unzähligen mikroskopischen Thierchen und Pflänzchen bekannt zu machen, von deren Vorhandensein man bis dahin keine Ahnung gehabt hatte — und dass nach seinem Tode sich viele Jahrzehnte lang kein Nachfolger fand, der das begonnene Werk fortzusetzen im Stande war.

Was aber LEEUWENHOEK für alle Zeiten den Ruhm eines grossen Naturforschers sichert, ist, dass er sein Mikroskop nicht blos zur Augenbelustigung, zur Auffindung neuer kurioser Einzelheiten benutzte, sondern dass er dasselbe zu verwerthen suchte für die Lösung der grossen Fragen der allgemeinen Naturwissenschaft. Zu LEEUWENHOEK's Zeiten war es vor Allem die Frage von dem Ursprung des Lebens, welche die Naturphilosophen auf das lebhafteste beschäftigte; die Antwort, welche LEEUWENHOEK auf seine mikroskopischen Entdeckungen begründete: dass das Leben auf der Erde nicht von selbst entstehen könne, sondern dass es ausnahmslos hervorgehe aus Keimen, welche, bald schon mit blossem Auge, bald nur unter dem Mikroskop sichtbar, von Wesen gleicher Art hervorgebracht sind — diese Antwort hat erst durch die Forschungen der Neuzeit ihre endgültige Bestätigung gefunden. Seitdem haben wir erfahren, dass die Bedeutung der mikroskopischen Welt noch viel weiter reicht, als ihr erster Entdecker ahnen konnte. Vor einer Reihe von Jahren hat ein hochverdienter Forscher dieses Landes, P. HARTING, in einer überaus anregenden Schrift »*die Macht des Kleinsten in der Natur*" geschildert; wie viel grösser erscheint diese Macht uns heutzutage, seitdem wir wissen, dass die mikroskopischen Thiere und die mikroskopischen Pflanzen durch ihre Arbeitsleistungen sich an den grössten

Vorgängen betheiligen, auf denen der gesammte Naturhaushalt beruht, dass sie insbesondere in unser eigenes Wohl und Wehe bedeutungs- und oft verhängnissvoll eingreifen. Niemals besser als heutzutage verstehen wir den tiefsinnigen Spruch des alten PLINIUS:

»Rerum natura nusquam magis quam in minimis tota est".

So ist es LEEUWENHOEK gewesen, der das feste Fundament gelegt hat zu einem mächtigen Bau, an welchem Forscher aller Nationen seit zwei Jahrhunderten — und in der Gegenwart eifriger denn jemals -- weiter arbeiten. Dass Sie, meine Herren, den sehr bescheidenen Antheil, welchen ich selbst an dieser Arbeit nehmen dürfte, heut in so ausgezeichneter Weise belohnt haben, dafür erlaube ich mir nochmals meinen innigsten Dank auszusprechen: Dank vor Allen Ihnen, *Herr Präsident*, der Sie durch den Glanz Ihres hochberühmten Namens dieser Feier eine besondere Weihe verliehen haben; Dank Ihrem *Ausschuss*, der mir die hohe Anerkennung zugesprochen, in dessen Mitte auch ich meinen verehrten Collegen ENGELMANN heut hier auf das lebhafteste vermisse; Dank Ihnen, Herr College OUDEMANS, der sie die Beschlüsse des Ausschusses in so liebenswürdiger Weise zur Ausführung gebracht; Dank auch Ihnen, Herr College STOKVIS, für die ebenso beredten als wohlwollenden, mich fast beschämenden Worte, mit denen Sie mich hier begrüssten; Dank *Ihnen Allen*, meine Herren, dass Sie mir einen Festtag bereitet haben, dessen Andenken in mir nicht verlöschen wird.

SPORENDONEMA TERRESTRE OUD.

EEN VOORBEELD VAN

ENDOGENE SPOREVORMING BIJ DE HYPHOMYCETEN.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

(Voorgedragen in de Vergadering van 28 Februari 1885).

Tot de kenmerken der ware Schimmels of Hyphomyceten behoort o. a. dat hare sporen of conidiën niet *in* sporehouders, doch door de toppen van overeindstaande draden: dat is dus vrij, niet opgesloten, of, zooals men ook wel zegt, *exogeen* worden voortgebracht. Soms zijn die conidiën één-, soms twee- of meercellig; soms afzonderlijk, soms echter ook wel in meer of minder aanzienlijken getale bij elkander gezeten, of ook wel tot kortere of langere snoeren vereenigd. In het laatste geval zijn de verst van haar oorsprong verwijderde conidiën de oudste en de dichtst bij dien oorsprong gezetene de jongste, en is het verband tusschen de conidiën van denzelfden keten tot zulke geringe afmetingen teruggebracht, dat men het woord »afsnoeren" gebruikt om de gemakkelijkheid aan te duiden, waarmeê de op elkander volgende onderdeelen elkander loslaten. Zeer fraaie voorbeelden van conidiënketens vindt men bij de geslachten *Aspergillus*, *Sterigmatocystis*, *Penicillium*.

Het kan niemand ontgaan, dat de conidiën eigenlijk niet anders zijn dan de toppen der draden, welke haar tot steun verstrekken, maar, ter bereiking van het bij hunne vorming beoogde doel, door een tusschenschot of een tot volkomen

scheiding voerend proces van insnoering. van het lagere gedeelte afgesloten. Ter vermenigvuldiging voortgebracht, behoorden zij van de draden, wier beperkt leven zij niet mochten deelen, gescheiden te worden om des te beter eene zelfstandige toekomst te gemoet te gaan.

Men zou zich, en zeer zeker niet zonder reden, kunnen voorstellen, dat in die bevoorrechte toppen der Schimmeldraden eenig proces tot stand komt, gezeteld in het protoplasma, waardoor het taaier leven dier toppen veroorzaakt en hun vermogen om tot nieuwe planten op te wassen wordt voorbereid; en, verder voort redeneerend, de onderstelling kunnen wagen, dat zulk een top, na van den moederdraad afgebroken of afgevallen te zijn, eigenlijk uit twee onderdeelen: 1^{0}. eene spore of een conidium, en 2^{0}. een daarom heen liggend vlies — van den oorspronkelijken celwand afkomstig — bestaan moet. Uit het microscopisch onderzoek echter blijkt van zulk eene scheiding in twee bestanddeelen niets, en vandaar dan ook, dat zoowel de tegenwoordige als de vroegere mycologen zich nooit met de leer hebben kunnen vereenigen, alsof de sporen, aan opstaande Schimmeldraden te vinden, als zelfstandige korrels binnen die draden zouden worden voortgebracht.

Indien wij zeggen »nooit", begaan wij echter eene historische fout. Inderdaad maakte DESMAZIÈRES omstreeks het jaar 1826 bekend, dat hem een geval van endogene sporevorming was voorgekomen, zoodat hij zich gerechtigd achtte voor de Schimmel, die het verschijnsel vertoonde, een nieuwen naam, en wel dien van *Sporendonema* te scheppen, in plaats van die van *Mucor*, *Aegerita*, *Oidium*, *Sepedonium*, waarmede de plant vroegér geslachtelijk werd aangeduid. Voluit werd deze onder den titel van *Sporendonema Casei* beschreven en in gedroogde exemplaren — zoo o. a. in de *Plantes Cryptogames du Nord de la France*, onder N^{0}. 161 — verspreid. Men vindt ze namelijk niet anders dan op de korstige oppervlakte van kaas, die gedurende geruimen tijd in kelders bewaard werd. Zij vormt er helder-cinnaberroode weeke kussens op, die zich uiterst gemakkelijk tot microscopisch onderzoek leenen, en dan ook, na DESMAZIÈRE's bekendma-

king, meer nog dan vroeger aan dat onderzoek werden onderworpen.

Desmazières gaf van zijne bevindingen in de volgende woorden verslag: »C'est d'après cet examen que j'ai créé le genre *Sporendonema*, et que j'ai reconnu que l'espèce unique qu'il renferme jusqu'à présent a pour caractère essentiel: des tubes ou filaments courts, simples ou rameux, continus, presque hyalins, dressés, groupés, d'un cent vingtième de millimètre de grosseur, contenant dans leur intérieur, et presque toujours dans toute leur étendue, de très-grosses sporules rougeâtres, arrondies, un peu inégales en diamêtre et souvent fort serrées et comprimées les unes contre les autres, mais placées bout à bout sur une seule ligne, de manière que les filaments paraissent comme pourvus de cloisons très-rapprochées". De schrijver vervolgt: »La sortie des sporules a lieu par le sommet des filaments qui, après la dissémination, deviennent tout-à-fait hyalins et un peu plus étroits. Quelquefois aussi les sporules sont mises en liberté par la destruction de la membrane excessivement mince qui constitue ces mêmes filaments".

De uitslag van Desmazière's onderzoekingen ten opzichte van de kaas-Schimmel, ondervonden geene tegenspraak vóór 1838. Toen echter verklaarde Corda in het tweede stuk zijner *Icones Fungorum* (pag. 8), dat hij met den Franschen mycoloog niet konde meêgaan, en dat door hem het verschijnsel der endogene sporevorming nooit was waargenomen bij de talrijke exemplaren van *Sporendonema Casei*, die met de meeste zorg door hem waren onderzocht. Hij verklaarde, nooit anders dan ketens van afgesnoerde sporen gezien te hebben, juist zooals ze door hem aan het geslacht *Torula* werden toegeschreven.

Het verdient nu echter opmerking, dat de afbeelding, door Corda bij zijn text gegeven (Plaat IX, fig. 36), in geenen deele overeenkomt met den bouw der *Sporendonema*-plant, zooals die in Desmazière's *Plantes du Nord de la France* te vinden is (Fig. 5 en 6), zoodat de gevolgtrekking niet te gewaagd is, dat beide Mycologen geenszins dezelfde, maar verschillende fungi onderzocht hebben, op

grond waarvan dan ook CORDA's *Torula Casei* niet als synoniem met DESMAZIÈRE's *Sporendonema Casei* mag worden aangenomen. Degeen, die deze opmerking maakte, was BERKELEY (*Ann. and Mag. of nat. History*, 2[d] Ser., V, 460) en ikzelf had de gelegenheid, mij van de juistheid daarvan te overtuigen.

Met de zooeven uitgesproken conclusie vervalt ook het gewicht, dat anders aan CORDA's onderzoek te hechten zoude zijn geweest. Aan den anderen kant echter mag uit de negatieve uitkomst van zijn onderzoek de juistheid van DESMAZIÈRE's gevolgtrekkingen nog geenszins worden afgeleid. BERKELEY wees in het zooeven aangehaalde tijdschrift, terzelfder plaats, op goede gronden aan, dat het geslacht *Sporendonema* geene reden van bestaan had en dat *Sporendonema Casei* naar het geslacht *Torula* moest worden overgebracht. Wegens het verschil tusschen de door DESMAZIÈRES aan den eenen en CORDA aan den anderen kant onderzochte en beschreven fungi, en doordien laatstgenoemde auteur den titel van *Torula Casei* reeds gebruikt had, moest een andere naam voor de typische *Sporendonema Casei* worden uitgedacht en werd door BERKELEY daarvoor die van *Torula Sporendonema* gekozen. Deze contradictio in terminis kan alleen van een plantenbeschrijvend, maar niet van een logisch standpunt worden goedgekeurd.

DESMAZIÈRE's fout had hierin bestaan, dat hij bij zijne *Sporendonema*-draden den rooden inhoud der leden, die sterk afstak bij de kleurlooze wanden, voor sporen gehouden, en de in werkelijkheid aanwezige tusschenschotten over het hoofd had gezien. Verder was zijne opvatting, alsof de toppen der *Sporendonema*-draden kleurloos werden door het naar buiten ontsnappen der vroeger daarbinnen opgesloten roode sporen, gebleken onjuist te wezen *), en konde het naar buiten komen der sporen op andere plaatsen van den draad evenmin geacht worden met de werkelijkheid overeen te

*) De kleurloosheid dier toppen moet enkel daaraan worden toegeschreven, dat er nog geene tusschenschotten gevormd, en nog geen gekleurd protoplasma werd voortgebracht

stemmen. Het bestaan van tusschenschotten en het afbreken van de draden ter hoogte dier tusschenschotten, bleek *Sporendonema* met *Torula* gemeen te hebben, en dienovereenkomstig kon er nu ook geene sprake meer wezen van sporen, in volle vrijheid in de draden van den onderzochten fungus opgesloten.

Onder de oudere auteurs, die de waarneming van Desmazières voor goede munt opnamen, noemen wij, als een der meest beroemde, Elias Fries. Deze ging zelfs zoo ver, ook de latere *Achlya prolifera*, eene Saprolegniacee, die echter toen ter tijde voor het eerst in korte termen beschreven was, onder het nieuwe geslacht op te nemen, en de reeds bekende *Torula epizoa* eveneens daarheen te verwijzen en met de naam van *Sporendonema Sebi* te bestempelen. Al deze foutieve bepalingen werden door latere mycologen, met betere instrumenten toegerust, verbeterd, maar daarmede was nu ook *Sporendonema* voor goed van de lijst der geslachten in het Rijk der *Fungi* afgevoerd.

Onder deze omstandigheden kan het geene verwondering wekken, dat ik hoogelijk verrast was, toen ik, eenige weken geleden, te midden van een runbed in eene der warme kassen van den Amsterdamschen hortus, kluitjes aarde vond, met een half wit, half bruinachtig draadnet bedekt, welks onderdeelen, bij een nauwkeurig onderzoek, mij bleken aan de hoofdvereischten van het vroeger door Desmazières gevormde, doch door lateren weder aan de vergetelheid prijsgegeven geslacht *Sporendonema* te voldoen.

Voornoemd draadnet bestond (Fig. 1) uit ten deele kruipende, ten deele overeindstaande, kleurlooze, onregelmatig vertakte draden, waarvan gene, zooals gewoonlijk, het vegetatieve gedeelte of het mycelium, deze het generatieve gedeelte vertegenwoordigen. Beiden waren meest met uiterst fijne naaldjes van eenig kalkzout (geene koolzure kalk) bezet. In de kruipende draden vond ik tusschenschotten, doch in de overeindstaande niet. Nu echter bleek het dat deze laatsten, met de sporevorming belast, deze sporen niet aan hunne toppen of ter zijde aan armpjes droegen, ook niet afzonderlijk afsnoerden of in ketens voortbrachten, maar

wel degelijk in hun binnenste tot ontwikkeling deden komen. Op regelmatige afstanden (Fig. 2), werden kleurlooze dichtere partijen — propjes gecondenseerd protoplasma — aangelegd, die langzamerhand eene bruine tint aannamen, en dan tevens de beide platte vlakken, waardoor zij aanvankelijk aan hare beide polen begrensd werden (Fig. 2^a), eene zekere afronding deden ondergaan (Fig. 2^b), ten gevolge waarvan ten laatste de eenigermate uitgerekt ovale vorm (Fig. 3) bereikt werd. De wand der rijpe sporen vond ik tamelijk dik.

Bijzonder merkwaardig was het verder, dat de tusschenruimten tusschen de verschillende sporen niet alleen ledig en dus ook kleurloos en doorschijnend bleven, maar ten laatste, juist in het midden, door eene cirkelsnede getroffen werden (Fig. 3), ten gevolge waarvan de draden in stukjes uiteenvielen (Fig. 4), die elk afzonderlijk een sporehoudend gedeelte in hun midden, en twee korte buisvormige aanhangselen te zien gaven. In ons geval kon er dus aan de endogene vorming der sporen niet langer getwijfeld worden, en bestond er grond, het geslacht *Sporendonema* opnieuw in de wetenschap in te voeren en de waargenomen soort *Sporendonema terrestre* te noemen.

De vraag, of er op de plaats der cirkelsneden geen tusschenschot te zien is, moet ontkennend beantwoord worden. Ook tusschen de sporen en hare buisvormige aanhangselen is geen spoor van tusschenschotten te zien.

Alvorens te eindigen, zij het mij vergund in herinnering te brengen, dat het vormen van sporen binnen de draden bij sommige Hyphomyceten vroeger ook wel werd opgemerkt, maar dat het verschijnsel zich dan steeds tot de liggende draden of het mycelium bepaalde. Men beschouwde die voor kieming vatbare lichamen — niet het minst om hun van het gewone voorkomen der ware sporen afwijkenden vorm — dan ook minder als sporen, dan wel als eene soort van broedknoppen, en zag ze nooit in vrijheid komen, tenzij de wanden van den draad, waarin zij werden voortgebracht, te niet waren gegaan. Deze vorming mag met de door ons waargenomene natuurlijk niet op gelijke lijn

gesteld worden en doet dus geene afbreuk aan de zeldzaamheid van het door ons waargenomen verschijnsel.

Verder doen wij opmerken, dat onze fungus tot dezulken behoort, welke op de grens staan tusschen de wit- en zwart-Schimmels — de »white" en »black Moulds" der Engelschen; de Mucedineae en Dematiei der latijn schrijvende Mycologen — of m. a. w. die de kleurlooze draden der eerste met de donker gekleurde sporen der tweede groep in zich vereenigen. Het gebruik echter wil, dat men zulke vormen onder de Mucedineae of wit-Schimmels te boek stelt.

Dat de naam van conidiën, die uitsluitend voor exogene kiemkorrels past, voor de endogene van ons *Sporendonema terrestre* niet gebruikt kan worden, ligt voor de hand. Er bestaat geene reden, meenen wij, om den naam van sporen aan deze voortbrengselen te weigeren. Ook in dit opzicht dus houdt onze fungus het midden tusschen twee uiteenwijkende groepen van fungi, doch nu tusschen eene lagere groep, waarmede zij den weinig samengestelden bouw gemeen heeft, en eene hoogere, wier saamgesteldere vormen zich tevens door den aanleg van endogene sporen onderscheiden.

Van den hoogeren fungus, tot welken onze Draadschimmel in genetisch verband zou kunnen staan, weten wij niets. Het is echter juist om reden, dat de kennis van dit verband voor een bnitengewoon groot aantal Schimmels (de Dematiei daaronder begrepen) tot hiertoe in het duister ligt, dat wij de opvatting van hen, die meenen, dat die Fungi nu ook in geen systeem behooren te worden opgenomen, niet kunnen beamen. Deze handeling voert namelijk tot het veronachtzamen der meestentijds zeer fraaie, en in elk geval zeer belangrijke vormen, die er toe behooren, en dus tot een achteruitgang onzer kennis van deze planten, dien zij niet verdienen. Men kan buitendien, in navolging van FUCKEL, aan de reeks der Fungi perfecti eene reeks van Fungi imperfecti overstellen, en zoodoende de beide opvattingen met elkander verzoenen.

Het ontstaan van cirkelsneden aan de vruchtbare takken van onzen fungus, behoort eveneens tot zijne merkwaardige eigenschappen. Dit verschijnsel komt betrekkelijk zelden voor.

Onder de Algen werd het opgemerkt bij de Oedogoniaceeën en onder de allerlaagste organismen bij *Bacillus subtilis* (onder de Schizomyceten) en bij de Mucorineeën. Bij de Hyphomyceten was er tot hiertoe geen geval van waargenomen

De diagnose van onzen fungus behoort na al het voorgaande te luiden:

Sporendonema terrestre Oud. — Mycelio in terra humosa repente albo, articulato, ramoso; hyphis fertilibus erectis, ramosis, continuis. Sporis endogenis, a se invicem remotis, ex hypharum fertilium protoplasmate ortis, primitus achromis, utrimque planis, postremo fuscis, utrimque rotundatis, manicatis, i. e. tubulo membranaceo brevi, achromo, ex hypharum interstitiis vacuis circumcisione orto ornatis. Longit. sporarum 7 μ, latitudo earum $2^1/_3$ μ, absque appendiculis maniciformibus.

VERKLARING DER PLAAT.

Fig. 1. Plantje van *Sporendonema terrestre* Oud. (vergroot; schematisch).

" 2ᵃ. Gedeelte van een opstaanden draad, met beginnende sporevorming; toppen der kleurlooze protoplasmaklompjes afgeknot.

" 2ᵇ. Gedeelte van een opstaanden draad, met lichtbruine sporen, wier toppen reeds zijn afgerond.

" 3. Opstaande draad met geëindigde sporevorming.

" 4. Afzonderlijke rijpe sporen.

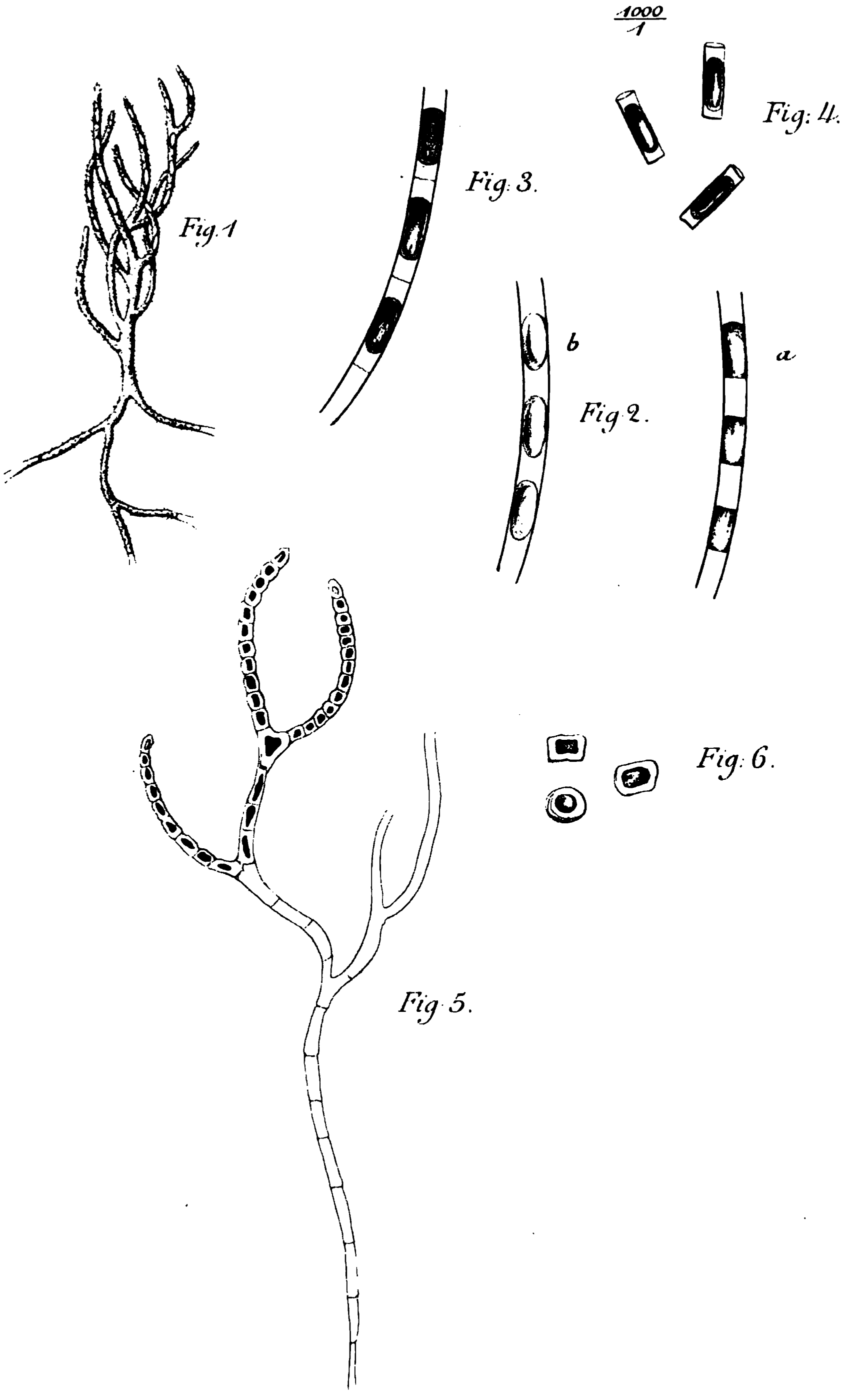
" 5. Vruchtbare tak van Sporendonema Casei Desm.

" 6. Afzonderlijke sporen van dezelfde.

Amsterdam, Februari 1885.

172

MANS. Sporendonema terrestre.



Lith. gebr. Remen

PROCES-VERBAAL

VAN DE

[G]EWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 31 October 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, GRINWIS, [K]ORTEWEG, GUNNING, A. C. OUDEMANS JR., RAUWENHOFF, PLACE, [S]TOKVIS, KAMERLINGH ONNES, VAN DER WAALS, LORENTZ, VAN [B]EMSDIJK, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, MICHAËLIS, MULDER, FRAN[C]HIMONT, DE VRIES, BEIJERINCK, ZAAIJER, HOFFMANN, SURINGAR, [H]OEK, BIERENS DE HAAN, VAN DIESEN, BOSSCHA, J. A. C. OUDEMANS, [S]CHOLS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, DONDERS, MAC GILLAVRY, [H]EEMAN, VAN BEMMELEN, RIJKE, VAN 'T HOFF, BEHRENS, HUBRECHT, [e]n C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen [e]n goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ont[v]angen werken der Akademie van:

1°. M. BERTHELOT, te Parijs, 1885; 2°. den Secretaris der [S]ociété zoologique de France te Parijs, 1885; 3°. F. KRAUSS, [B]ibliothecaris van het Verein für vaterländische Naturkunde [i]n Württemberg, te Stuttgart, 20 Juni 1885; 4°. TH. STECK, [B]ibliothecaris der naturforschende Gesellschaft te Bern, [1]885; 5°. E. R. KOCH, Bibliothecaris der allgemeine schwei[z]erische Gesellschaft te Bern, 26 Mei 1885; aangenomen [v]oor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 6 October 1885; 2°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 23 October 1885; 3°. G. C. W. Bohnensieg, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 1885; 4°. Saint Lager, Secretaris der Académie des Sciences, belles Lettres et Arts te Lyon, 30 Juli 1885; 5°. W. H. M. Christie, Directeur van het royal Observatory te Greenwich, 5 September 1885; 6°. Th. Steck, Bibliothecaris der naturforschende Gesellschaft te Bern, Juli 1885; 7°. E. R. Koch, Bibliothecaris der schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften te Bern, Juli 1885; 8°. R. Thalen, Secretaris der Société royale des Sciences te Upsala, 1 Augustus 1885; 9°. J. C. Pilling. Directeur der U. S. geological Survey te Washington, 10 Mei, 29 Juni, 18 Juli, 11 Augustus 1885; 10°. D. Murray, Secretaris der New-York State Library te Albany, 5 Mei 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behoort verder een brief van Mevr. de Wed Heynsius- du Rieu (6 Oct. 1885), waarin der Afdeeling kennis wordt gegeven van het overlijden van haar echtgenoot, wijlen Dr. A. Heynsius, Hoogleeraar te Leiden, lid der Akademie. Dit geeft den Voorzitter aanleiding, in eenige waardeerende woorden de diensten te herinneren, door Heynsius aan de wetenschap, de Leidsche Universiteit en der Akademie bewezen, en hem te schetsen als een bekwaam en scherpzinnig onderzoeker en uitnemend docent. Met diep leedwezen werd het heengaan van den krachtigen man, op een betrekkelijk niet zeer gevorderden leeftijd, door allen vernomen; de herinnering aan hem en aan hetgeen hij wrochtte, zal echter niet spoedig worden uitgedoofd.

— De Heer Behrens leest het levensbericht van wijlen Dr. Vogelsang, Hoogleeraar aan de Polytechnische School

:e Delft, overleden 6 Juni 1874, en biedt dit aan voor iet eerstvolgend jaarverslag.

— De Heer SCHOLS spreekt »Over eene aequivalente projectie met minimum-afwijking voor een cirkelvormig terrein van geringe uitgebreidheid" en biedt een opstel over lit onderwerp aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer VAN BEMMELEN houdt eene voordracht »Over le samenstelling en het voorkomen der zure gronden in iet Nederlandsch diluvium." In aansluiting met een vroeger door hem daaromtrent verricht onderzoek, herinnert le spreker, dat de verwijderde oorzaak van het zuur worden van gronden toen reeds in de aanwezigheid van ferro-sulfaat (ijzervitriool) door hem gezocht werd. Thans gaat hij le omstandigheden na, waaronder voornoemd zout uit het zeewater, dat vroeger deze gronden aan het oog onttrok, ontstaan is, en hoe daaruit, onder den invloed van den plantengroei, van organische stoffen en van lage organismen, pyriet (zwavelijzer) werd voortgebracht. Dit pyriet, op bepaalde plaatsen opgehoopt, kan onder veranderde omstandigheden in basisch ferro-sulfaat overgaan; eene stof, waardoor de onvruchtbaarheid van den bodem bepaald wordt. Eene vraag van den Heer DE VRIES wordt door den spreker beantwoord.

— Verder deelt de Heer VAN BEMMELEN het volgende mede:

In de Vergadering van den 27sten December 1884 vermeldde ik de uitkomsten van Dr. BAKHUIS ROOZEBOOM omtrent de dissociatiespanning van het Broomwaterstof-hydraat. Het bleek toen, dat een onderzoek naar de sterkte van de oplossing aan broomwaterstofgas wenschelijk was, vooral van het punt af, waar deze oplossing dezelfde zamenstelling heeft bereikt als het hydraat ($HBr.2H_2O$). De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM heeft zich sedert met dat onderzoek bezig gehouden en de volgende uitkomsten verkregen.

Neemt men het beloop der kromme lijn, die de betrek-

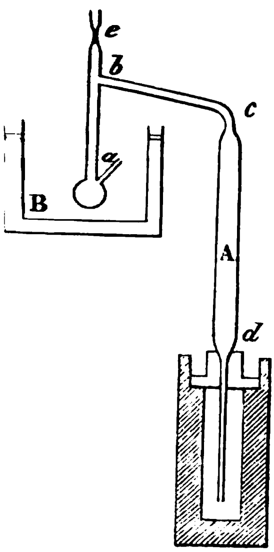
king tusschen temperatuur en dissociatiespanning graphisch voorstelt, in het oog, dan komt men tot het besluit, dat de sterkte der oplossing na het bovengenoemde punt moet toenemen, voor punten liggende op den teruggaanden tak, omdat de druk toe- en de temperatuur afneemt. Doch onzeker bleef het, of zulks nog het geval is, zoodra de kromme lijn haren normalen loop herneemt.

De sterkte der oplossing werd bepaald bij drukkingen van één tot acht athmospheeren, dus tot nabij den druk bij welke het broomwaterstofgas vloeibaar wordt.

Tot een druk van $2^1/_2$ athm. werd die bepaling verricht door bij de vereischte temperatuur het gas te leiden door water, terwijl de vereischte druk door eene kwikkolom geregeld werd. Het gas moest door deze kwikkolom heengaan vóór het kon uittreden. De sluiting der verbindingsplaatsen in den toestel kon bij drukkingen van 1 tot $2^1/_2$ athm. verkregen worden door met metaaldraad omwonden caoutchoukbuisjes. De U-vormige buis, waarin de verzadigde oplossing van Br H bereid was, moest daarna afgesmolten en gewogen worden, om de bepaling der hoeveelheid Br H mogelijk te maken. Dit gelukte door gebruikmaking van eene kunstgreep, vroeger door Hannay aangegeven. In elk der beide armen van de U-buis waren twee capillaire vernauwingen aangebracht, en een propje paraffine ter zijde boven de benedenste vernauwing vastgekleefd. Nadat de verzadiging bij den vereischten druk en de vereischte temperatuur was verkregen, werd door zijdelingsche verhitting der buis het eene propje gesmolten, zoodat het in de vernauwing vloeide en deze afsloot, vervolgens het andere propje; op hetzelfde oogenblik werd snel de verbinding met den aanvoer- en afvoertoestel verbroken, en de U-buis bij de bovenste vernauwingen afgesmolten, vervolgens gewogen en geanalyseerd.

Voor drukkingen bij 3 athm. en daarboven was dit hulpmiddel niet meer voldoende. Er bleef dus niets anders over dan eene bekende hoeveelheid water in het absorbtiebuisje te brengen, en het aantal cc. gas te meten, hetwelk daarin bij de vereischte temperutuur en druk werd opgenomen.

De volgende toestel werd gebezigd:



De buret A was in $^1/_{10}$ cc. verdeeld. Zij werd bevestigd in de buis van CAILLETET's pomp, en is door *bc* verbonden met de buis *ab* en den bol B, in welken laatsten de opslurping van het gas plaats vond. Hiertoe werd door *a* in B een bekend gewicht aan water gebracht, en vervolgens *a* afgesmolten.

Dit inbrengen werd verricht met behulp van eene capillaire buis, waaruit eene tennaastebij bekende hoeveelheid water, door middel van eene kleine caoutchoukballon, werd uitgedreven. Door terugwegen van het glazen toestelletje, werd het gewicht van het water tot op ± $^1/_{10}$ gr. nauwkeurig bepaald. De hoeveelheid water bedroeg in ee reeksen van proefnemingen 54.0 en 72.1 mgr.

Dit water werd eerst door ingevoerd H Br gas in vast draat veranderd, en voorts de geheele toestel met droog Br gevuld tot *d*, waartoe het kwik, vooraf tot *b* opgempt, langzaam werd afgelaten tot *d*. Daarna werd afgeolten bij *e*, en, nadat de kristallen gesmolten waren, B een bad van de vereischte temperatuur gesteld. De verschte druk werd met de pomp ingesteld, en met een geoten manometer, die aan den toestel bevestigd was, gemen. De manometer was door den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM lven verdeeld en gecontroleerd. Nadat alle opslurping van s had opgehouden, werd de kwikstand in A afgelezen. angezien nu vooraf bepaald was, welk volumen dezelfde eveelheid gas onder juist dezelfde omstandigheden van uk en temperatuur (in denzelfden toestel) innam, zoo kon t het verschil der beide metingen de hoeveelheid gas bekend worden, die in de vloeistof opgenomen was boven de eveelheid, welke beantwoordde aan de formule H Br 2 H_2O.

De volgende cijfers werden verkregen:

STERKTE DER VERZADIGDE OPLOSSING VAN BROOMWATERSTOF
Deelen H Br. op 1 d. water.

Temp.	Druk.	1ste methode.	2de Methode. 1ste reeks waarnemingen.	2de Methode. 2de reeks waarnemingen.
— 12.6	$1^1/_2$ Athm.	2.48		
— 14.	2 »	2.63	2.60	
— 15.5	$2^1/_2$ »	2.76	2.73	2.74
— 14.	3 »		2.79	2.81
— 11.	4 »		2.89	
— 8.7	5 »		2.99	3.02
— 7.2	6 »		3.10	
— 5.8	7 »		3.20	3.30
— 4.7	8 »			3.43

Het is alzoo overtuigend gebleken, dat ook voor dat gedeelte der kromme lijn, waar zij haren loop herneemt, de oplossing in sterkte toeneemt, en dat deze vermeerdering vrij sterk is. De invloed der drukverhooging is grooter dan de tegenovergestelde invloed der temperatuursverhooging.

— De Heer C. A. J. A. OUDEMANS biedt voor de Verslagen en Mededeelingen aan een opstel, getiteld: »Contributions à la flore mycologique de Nowaja Semlja" en deelt mede, dat de fungi, daarin beschreven, gevonden werden op onderscheidene Phanerogamen, door Prof. M. WEBER in Aug. 1881 van een bezoek aan Nowaja Semlja meêgebracht, toen hij deel uitmaakte van de bemanning van de *Willem Barents*.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden:

door den Heer VAN RIEMSDIJK, uit naam van den Heer Dr. J. LORIÉ: Contributions à la géologie des Pays-Bas; door den Heer BIERENS DE HAAN, uit naam van den Hoogleeraar LE PAIGE te Luik: Correspondance de RENÉ FRANÇOIS DE SLUSE; door den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN: Verslag van den staat der Sterrenwacht te Leiden, van 16 September 1884 tot 15 September 1885.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

EENE EQUIVALENTE PROJECTIE MET MINIMUMAFWIJKING

VOOR EEN

CIRKELVORMIG TERREIN VAN GERINGE UITGEBREIDHEID.

DOOR

Ch. M. SCHOLS.

§ 1. Door den Heer TISSOT *) is op eenvoudige wijze aangetoond, dat het niet mogelijk is eene equivalente kaartprojectie te vinden voor het halfrond, waarbij de grootste verandering, die een hoek ondergaat, kleiner is dan bij de zenithale equivalente projectie. Dat bewijs is evenzeer van toepassing op een terrein van willekeurige grootte, dat door een cirkel begrensd wordt.

Is namelijk a de spherische straal van dien cirkel, R de straal van het bolvormig aardoppervlak, dan is de oppervlakte van het terrein:

$$4 \pi R^2 \sin^2 \frac{a}{2R},$$

Aangezien het terrein op de kaart dezelfde oppervlakte moet beslaan en de cirkel de eigenschap bezit bij een zelfden inhoud den kleinsten omtrek te hebben, zoo zal de omtrek

*) M. A. TISSOT, *Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques* Paris 1881, p. 110.

van het terrein op de kaart minstens gelijk zijn aan den omtrek van den cirkel, die tot inhoud heeft de boven aangegeven oppervlakte van het terrein. De straal van dien cirkel is $2\,R\,sin\,\frac{a}{2\,R}$ en de omtrek $4\,\pi\,R\,sin\,\frac{a}{2\,R}$. Op het aardoppervlak is de omtrek van het terrein slechts:

$$2\,\pi\,R\,sin\,\frac{a}{R} = 4\,\pi\,R\,sin\,\frac{a}{2\,R}\,cos\,\frac{a}{2\,R}$$

waaruit volgt, dat de omtrek van het terrein eene vergrooting ondergaat, die minstens gelijk is aan:

$$\frac{1}{cos\,\frac{a}{2\,R}} = sec\,\frac{a}{2\,R}.$$

Bij eene dergelijke vergrooting behoort eene hoekverandering, die minstens gelijk is aan $2\,\omega$, waar ω berekend wordt uit:

$$2\,tang\,\omega = sin^2\,\frac{a}{2\,R}\,sec\,\frac{a}{2\,R}.$$

Hieruit blijkt dus, dat het niet mogelijk is eene equivalente projectie te vinden, waarin de hoekverandering kleiner is dan de berekende waarde $2\,\omega$. Bij de zenithale equivalente projectie is dat de grootste afwijking die voorkomt, zoodat door het bestaan van die projectie de mogelijkheid bewezen is, van eene projectie te vinden, waarin die minimum afwijking niet overschreden wordt.

Bij de voorstelling van het halfrond is $\frac{a}{R} = 90^0$ en dus $tang\,\omega = \frac{1}{4}\sqrt{2}$, waaruit volgt: $2\,\omega = 28^0\,56'\,33''$. Voor een terrein van geringe uitgebreidheid kan men de goniometrische lijnen in bovenstaande formule in reeksen ontwikkelen en de termen van hoogere orde daarin verwaarloozen, waaruit dan volgt: $2\,\omega = \frac{a^2}{4\,R^2}$; voor $a = 170000$ meter, dat is

voor den straal van den kleinsten cirkel, die om Nederland beschreven kan worden, vindt men hiervoor: $2\,\omega = 36''$.

§ 2. Blijkt het dus dat het niet mogelijk is eene equivalente projectie te vinden, waarin de grootste verandering der hoeken kleiner is dan bij de zenithale equivalente projectie, zoo is daardoor niet uitgesloten, dat er nog andere projectiën bestaan, waarbij het boven gevonden minimum in de afwijking niet overschreden wordt.

Het valt gemakkelijk na te gaan, dat eene projectie, wil ze in dat geval verkeeren, aan de volgende voorwaarden zal moeten voldoen:

1. De omtrek van het terrein moet in de kaart een cirkel zijn.

2. Deze cirkel moet zijn een lijn van gelijke vervorming.

3. In ieder punt van den cirkel moet de richting van de sterkste vergrooting raaklijn zijn aan den cirkel.

4. Voor geen enkel punt binnen den cirkel mag de grootste verandering der hoeken grooter zijn dan voor den omtrek.

In de hiervolgende bladzijden zal eene dergelijke projectie voor een terrein van geringe uitgebreidheid worden ontwikkeld en wel eene projectie waarbij, even als bij de projectie van Bonne en bij de kegelvormige projectie, de parallellen door cirkels worden voorgesteld.

Voor een terrein van geringe uitgebreidheid, wanneer daarvan eene kaart op groote schaal vervaardigd moet worden, biedt namelijk de equivalente zenithale projectie het bezwaar, dat daarbij geen rekening wordt gehouden met de afplatting der aarde en dat de formules voor het berekenen van de coördinaten van de punten door lengte en breedte gegeven, vrij ingewikkeld zijn. Wil men met de afplatting rekening houden, dan dient men eerst door equivalente overbrenging de punten van de spheroïde op den bol over te brengen alvorens die punten van den bol op het platte vlak te projecteeren, waardoor men geen zuivere zenithale projectie meer verkrijgt en men de bewerking nog ingewikkelder maakt. Bij eene projectie met cirkelvormige parallellen levert het in rekening brengen der afplatting even als bij

de projectie van BONNE en bij de kegelvormige projectie niet het minste bezwaar.

§ 3. Nemen wij het centrale punt als oorsprong van een rechthoekig coördinaten stelsel, waarvan de Y-as samenvalt met den meridiaan van dat punt, dan heeft men voor eene symetrische projectie met cirkelvormige parallellen:

$$X = (T - \sigma) \sin \alpha \qquad Y = T - (T - \sigma) \cos \alpha \;.\;.\; (1)$$

waarin T eene constante namelijk de ordinaat van het gemeenschappelijk middelpunt der parallelcirkels, σ eene functie van de breedte φ, namelijk het stuk dat van de Y-as door den parallelcirkel wordt afgesneden, zoodat $T - \sigma$ den straal van den parallelcirkel in de kaart voorstelt, en α een hulphoek is, die afhangt, zoo wel van de breedte φ van het beschouwde punt als van zijne lengte λ, welke laatste geteld zal worden van den meridiaan van het centrale punt als eersten meridiaan.

Het komt er nu in de eerste plaats op aan de projectie tot eene equivalente projectie te maken, waartoe voldaan moet worden aan de voorwaarde:

$$\frac{dX}{d\lambda} \cdot \frac{dY}{d\varphi} - \frac{dX}{d\varphi} \cdot \frac{dY}{d\lambda} = Rr.$$

Door differentiatie van de vergelijkingen (1) vindt men:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX}{d\varphi} &= -\sigma' \sin\alpha + (T-\sigma)\cos\alpha \frac{d\alpha}{d\varphi} & \qquad \frac{dX}{d\lambda} &= (T-\sigma)\cos\alpha \frac{d\alpha}{d\lambda} \\ \frac{dY}{d\varphi} &= \sigma' \cos\alpha + (T-\sigma)\sin\alpha \frac{d\alpha}{d\varphi} & \qquad \frac{dY}{d\lambda} &= (T-\sigma)\sin\alpha \frac{d\alpha}{d\lambda} \end{aligned}\right\} . \;(2)$$

Substitueert men deze uitdrukkingen in bovenstaande voorwaarde, dan vindt men, na eene eenvoudige vervorming:

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{Rr}{\sigma'(T - \sigma)} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (3)$$

waaruit door integratie volgt:

$$\alpha = \frac{R r}{\sigma' (T - \sigma)} \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Door differentiatie ten opzichte van φ volgt hieruit voor het differentiaal-quotiënt $\frac{d\alpha}{d\varphi}$ dat in (2) voorkomt:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \left[\frac{R' r}{\sigma' (T - \sigma)} - \frac{R^2 \sin\varphi}{\sigma' (T - \sigma)} - \frac{\sigma'' R r}{\sigma'^2 (T - \sigma)} + \frac{R r}{(T - \sigma)^2}\right] \lambda$$

waarvoor wij kortheidshalve zullen schrijven:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = A \frac{R}{T - \sigma} \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

en waarin dus A eene hulpgrootheid voorstelt, die gegeven wordt door:

$$A = \frac{R' r}{R \sigma'} - \frac{R \sin\varphi}{\sigma'} - \frac{\sigma'' r}{\sigma'^2} + \frac{r}{T - \sigma} \ldots (6)$$

§ 4. Door de voorwaarde van de equivalentie is de hulphoek α dus bepaalt, zoodat wij nog kunnen beschikken over de functie σ en de constante T om aan de in § 2 genoemde voorwaarden te voldoen. Hiertoe is het noodig de vervormingen der kaartprojectie na te gaan; deze nu worden bij eene equivalente projectie bepaald door de volgende formules:

$$4 \, tang^2 \, \omega = P + Q - 2 \ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\left.\begin{aligned} T &= \sqrt{T^2 + \left(\frac{P - Q}{2}\right)^2} \sin 2B \\ \frac{P - Q}{2} &= \sqrt{T^2 + \left(\frac{P - Q}{2}\right)^2} \cos 2B \end{aligned}\right\} \ldots (8)$$

waarin ω de helft van de maximumverandering der hoeken aangeeft en B de hoek is, die de richting van de sterkste

vergrooting met de Y-as maakt; P, Q en T zijn drie grootheden, die afhangen van de differentiaal-quotiënten onder (2) opgegeven en wel:

$$P = \frac{1}{R^2}\left[\left(\frac{dX}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\varphi}\right)^2\right]$$

$$Q = \frac{1}{r^2}\left[\left(\frac{dX}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\lambda}\right)^2\right]$$

$$T = \frac{1}{Rr}\left[\frac{dX}{d\varphi}\cdot\frac{dX}{d\lambda} + \frac{dY}{d\varphi}\cdot\frac{dY}{d\lambda}\right].$$

Substitueeren wij hierin de in (2) gevonden uitdrukkingen en letten daarbij op de in (3) en (5) gevonden waarden van $\frac{d\alpha}{d\lambda}$ en $\frac{d\alpha}{d\varphi}$ dan vinden wij:

$$P = \left(\frac{\sigma'}{R}\right)^2 + A^2\lambda^2$$

$$Q = \left(\frac{R}{\sigma'}\right)^2$$

$$T = A\frac{R}{\sigma'}\lambda.$$

§ 5. De tot hiertoe ontwikkelde formules hebben allen betrekking op een terrein van willekeurige uitgebreidheid. Indien wij ons voor het vervolg tot een terrein van geringe uitgebreidheid bepalen, dan kunnen wij ons met eene benadering te vreden stellen en dan blijkt al aanstonds dat aan de eerste voorwaarde van § 2 altijd voldaan is, want een beperkt terrein van cirkelvormige gedaante zal zich altijd projecteeren als eene figuur die bij benadering een cirkel is.

Voor de grootste vervorming in een willekeurig punt van de kaart volgt uit (7):

$$(2tang\omega)^2 = A^2\lambda^2 + \left(\frac{\sigma'}{R}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sigma'}\right)^2 - 2 = A^2\lambda^2 + \left(\frac{\sigma'}{R} - \frac{R}{\sigma'}\right)^2 \dots (8)$$

welke uitdrukking wij zullen ontwikkelen volgens de machten van de lengte λ en van het breedte verschil $\beta = \varphi - \varphi_0$.

Bij die ontwikkeling dienen wij er op te letten dat het niet noodig is, dat in het centrale punt de afwijking nul wordt, dat het zelfs voordeelig kan zijn aldaar eene geringe afwijking te laten bestaan, mits die afwijking, wanneer wij ons van het centrale punt verwijderen niet toeneme. Stellen wij die afwijking voor het centrale punt $2\,\omega_0$, dan moet voor dat punt:

$$\frac{\sigma'}{R} - \frac{R}{\sigma'}$$

gelijk worden aan $2\,tang\,\omega_0$ en de eerste afgeleide daarvan gelijk nul. Hieruit volgt, indien alle grootheden, die op het centrale punt betrekking hebben, door den index nul worden aangeduidt:

$$\sigma_0' = R_0\,tang\,(45 + \tfrac{1}{2}\,\omega_0)$$

waarvoor wij kortheidshalve zullen schrijven:

$$\sigma_0' = p\,R_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

en waarin dus p de grootheid $tang\,(45 + \frac{1}{2}\,\omega_0)$ voorstelt, die slechts weinig van de eenheid afwijkt.

De eerste afgeleide van die zelfde grootheid ten opzichte van φ, dat is:

$$\frac{\sigma''}{R} - \frac{R'\sigma'}{R^2} + \frac{R\sigma''}{\sigma'^2} - \frac{R'}{\sigma'} = \left(\frac{\sigma''}{\sigma'} - \frac{R'}{R}\right)\left(\frac{\sigma'}{R} + \frac{R}{\sigma'}\right)$$

voor dat zelfde punt gelijk nul stellende, vinden wij:

$$\frac{\sigma_0''}{\sigma_0'} = \frac{R_0'}{R_0}$$

of:

$$\sigma_0'' = \frac{\sigma_0'}{R_0}\,R_0' = p\,R_0' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Om dezelfde reden moet de waarde van A voor het cen-

trale punt nul worden; nemen wij daarbij in aanmerking dat $\sigma_0 = 0$ is, dan volgt uit (6) als wij op de betrekkingen (9) en (10) letten:

$$\frac{R'_0 r_0}{p\, R_0^2} - \frac{\sin\varphi_0}{p} - \frac{R'_0 r_0}{p\, R_0^2} + \frac{r_0}{T} = 0$$

of:

$$T - p\,\frac{r_0}{\sin\varphi_0} = p\, N_0 \,\mathrm{cotang}\,\varphi_0 \,. \;\ldots\ldots \quad (11)$$

Het differentiaal-quotiënt van A ten opzichte van φ is:

$$\frac{R''\, r}{R\,\sigma'} - 2\,\frac{R'\sin\varphi}{\sigma'} - \frac{R'^2\, r}{R^2\,\sigma'} - \frac{R'\, r\,\sigma''}{R\,\sigma'^2} - \frac{R\cos\varphi}{\sigma'} +$$
$$+ 2\,\frac{R\,\sigma''\sin\varphi}{\sigma'^2} - \frac{\sigma'''\, r}{\sigma'^2} + 2\,\frac{\sigma''^2\, r}{\sigma'^3} - \frac{R\sin\varphi}{T-\sigma} + \frac{r\,\sigma'}{(T-\sigma)^2}$$

en voor het centrale punt gaat dit, wanneer wij op (9), (10) en (11) letten, over in:

$$\frac{R''_0\, r_0}{p\, R_0^2} - \frac{\cos\varphi_0}{p} - \frac{\sigma'''_0\, r}{p^2\, R_0^2} = -\frac{\cos\varphi_0}{p}\left[1 - \frac{R''_0\, N_0}{R_0^2} + \frac{\sigma'''_0\, N_0}{p\, R_0^2}\right]$$

waarvoor wij kortheidshalve zullen schrijven:

$$-\frac{\cos\varphi_0}{p}\,(1 - C). \;\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

en waarin dus C voorstelt de constante:

$$C = \frac{R''_0\, N_0}{R_0^2} - \frac{\sigma'''_0\, N_0}{p\, R_0^2} \;\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

zoodat wij voor σ'''_0 vinden:

$$\sigma'''_0 = p\, R''_0 - p\,\frac{R_0^2}{N_0}\,C. \;\ldots\ldots \quad (14)$$

waarin C eene constante, waarover wij naar willekeur kunnen beschikken.

Het tweede differentiaal-quotiënt eindelijk van $\frac{\sigma'}{R} - \frac{R}{\sigma'}$ is:

$$\frac{\sigma'''}{R} - 2\frac{R'\sigma''}{R^2} - \frac{R''\sigma'}{R^2} + 2\frac{R'^2\sigma'}{R^3} + 2\frac{R'\sigma''}{\sigma'^2} + \frac{R\sigma'''}{\sigma'^2} - 2\frac{R\sigma''^2}{\sigma'^3} - \frac{R''}{\sigma'}$$

en gaat voor het centrale punt als wij op (9), (10) en (14) letten over in:

$$-\left(p + \frac{1}{p}\right)\frac{R_0}{N_0}\,C.$$

Met behulp van de reeks van TAYLOR vinden wij nu met verwaarloozing van grootheden van hoogere orde:

$$\frac{\sigma'}{R} - \frac{R}{\sigma'} = 2\,tang\,\omega_0 - \tfrac{1}{2}\left(p + \frac{1}{p}\right) C\frac{R_0}{N_0}\beta^2$$

$$A = -\frac{\cos\varphi_0}{p}(1 - C)\,\beta$$

en hierdoor gaat (8) over in:

$$(2 tang\,\omega)^2 = \frac{\cos^2\varphi_0}{p}(1 - C)^2\beta^2\lambda^2 + \left[2 tang\omega_0 - \tfrac{1}{2}\left(p + \frac{1}{p}\right)C\frac{R_0}{N_0}\beta^2\right]^2$$

of als wij in aanmerking nemen dat ω eene kleine grootheid van de tweede orde is en dus p slechts eene grootheid van de tweede orde van de eenheid verschilt:

$$(2\,\omega)^2 = \cos^2\varphi_0\,(1 - C)^2\,\beta^2\,\lambda^2 + \left(2\,\omega_0 - C\,\frac{R_0}{N_0}\,\beta^2\right)^2$$

en als wij nog opmerken dat tot op grootheden van de tweede orde na:

$$X = r_0\,\lambda = N_0\cos\varphi_0\,\lambda \quad \text{en} \quad Y = R_0\,\beta$$

is, dan vinden wij voor ω tot op grootheden van de derde orde na:

$$2\omega = \sqrt{\left(2\omega_0 - C\frac{Y^2}{N_0 R_0}\right)^2 + (1-C)^2\left(\frac{XY}{N_0 R_0}\right)^2} \; . \; . \; (15)$$

§ 6. De maximum-verandering der hoeken in een willekeurig punt, blijkt dus behalve van de afwijking in het centrale punt alleen nog af te hangen van de grootheid C, door daaraan dus verschillende waarden toe te kennen, kunnen wij verschillende projectiën vinden, die aan verschillende voorwaarden voldoen.

Bij de projectie van BONNE is $C = 0$ en daarvoor gaat (15) over in:

$$2\omega = \sqrt{(2\omega_0)^2 + \left(\frac{XY}{N_0 R_0}\right)^2}$$

waaruit blijkt dat het in dit geval niet voordeelig is in het centrale punt eene afwijking toe te laten. Voor die projectie zal men dus nemen $\omega_0 = 0$ en vindt dan de bekende uitdrukking

$$2\omega = \frac{XY}{N_0 R_0}$$

voor die projectie terug.

Voor de kegelvormige projectie is $C = 1$ en daarvoor vindt men:

$$2\omega = \sqrt{\left(2\omega_0 - \frac{Y^2}{N_0 R_0}\right)^2}$$

waaruit blijkt dat in dit geval het toelaten van eene afwijking in het centrale punt werkelijk voordeelig is. Van deze omstandigheid is door ALBERS in de naar hem genoemde kegelvormige projectie werkelijk partij getrokken *).

---

*) H. C. ALBERS, *Beschreibung einer neuen Kegelprojection* in ZACH, *Monatliche Correspondenz* 1805, Band XII, blz. 450. Zie hierover ook: GERMAIN, *Traité des projections des cartes géographiques.* Paris, p. 104 en GRETSCHEL, *Lehrbuch der Karten-Projection.* Weimar, 1873, blz. 148 en 188.

Voor andere waarden van C kan dit ook het geval zijn en meer in het bijzonder zullen wij hier onderzoeken het geval dat C gelegen is tusschen 0 en 1.

Stellen wij in (15) $X = 0$ dan vinden wij voor de ordinaten-as, dat is voor den eersten meridiaan:

$$2\,\omega = \sqrt{\left(2\,\omega_0 - C\frac{Y^2}{N_0\,R_0}\right)^2}$$

waaruit blijkt dat ω afneemt van ω_0 in het centrale punt tot dat $Y = \pm\sqrt{\dfrac{2\,\omega_0\,N_0\,R_0}{C}}$ wordt, ω wordt dan nul. Voor grootere waarden van Y zoowel in positieven als in negatieven zin neemt ω onbepaald toe.

Om de verandering van ω voor andere waarden van X na te gaan differentieeren wij eerst ω^2 ten opzichte van Y^2 en vinden dan:

$$4\frac{d\,\omega^2}{d\,Y^2} = -\frac{4\,\omega_0\,C}{N_0\,R_0} + 2\,C^2\,\frac{Y^2}{N_0^2\,R_0^2} + (1-C)^2\frac{X^2}{N_0^2\,R_0^2}$$

waaruit blijkt, dat te beginnen met $Y = 0$, ω altijd met Y toeneemt, indien $X^2 > \dfrac{4\,\omega_0\,C\,N_0\,R_0}{(1-C)^2}$ is. Voor kleinere waarden van X begint ω, die voor $Y = 0$ altijd gelijk aan ω_0 is, af te nemen totdat $Y^2 = \dfrac{2\,w_0\,N_0\,R_0}{C} - \dfrac{(1-C)^2}{2\,C^2}\,X^2$ wordt, ω bereikt alsdan hare kleinste waarde en voor grootere waarden van Y, zoowel positieve als negatieve, neemt ω wederom onbepaald toe; voor eene zekere waarde van Y zal ω dus wederom gelijk aan ω_0 worden en hieruit volgt dat er eene gesloten kromme lijn bestaat voor elk punt waarvan $\omega = \omega_0$ en waar binnen ω altijd kleiner hoogstens gelijk aan ω_0 is.

Ten einde deze kromme lijn nader te leeren kennen hebben wij in (15) ω slechts gelijk aan ω_0 te stellen, waardoor wij vinden:

$$\frac{Y^2}{N_0 R_0}\left(\frac{(1-C)^2}{N_0 R_0} X^2 + \frac{C^2}{N_0 R_0} Y^2 - 4\,\omega_0\, C\right) = 0$$

Deze kromme lijn bestaat uit twee deelen vooreerst de X-as waarvan wij reeds weten dat daar overal $\omega = \omega_0$ is en ten tweede eene ellips met de halve assen:

$$\frac{\sqrt{4\,N_0\,R_0\,\omega_0\,C}}{1-C} \quad \text{en} \quad \frac{\sqrt{4\,N_0\,R_0\,\omega_0\,C}}{C}.$$

Voor $C = \frac{1}{2}$ gaat deze ellips over in den cirkel:

$$X^2 + Y^2 = 8\,N_0\,R_0\,w_0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (16)$$

die tot straal heeft:

$$\sqrt{8\,N_0\,R_0\,w_0}\,.$$

Laten wij dezen cirkel nu samenvallen met den omtrek van het terrein, dan hebben wij den straal daarvan slechts gelijk a te stellen en vinden dus:

$$a = \sqrt{8\,N_0\,R_0\,\omega_0} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (17)$$

of

$$2\,\omega_0 = \frac{a^2}{4\,N_0\,R_0} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (18)$$

§ 7. Door dus $C = \frac{1}{2}$ en $2\,\omega_0 = \dfrac{a^2}{4\,N_0\,R_0}$ te stellen, is de omtrek van het terrein geworden eene lijn van gelijke vervorming en wel zoodanig dat binnen dien cirkel de vervorming kleiner, hoogstens (op de X-as) gelijk is aan de vervorming bij den omtrek en hierdoor is dus aan de 2de en 4de van de in § 2 genoemde voorwaarden voldaan. Voor de grootste verandering, die de hoeken bij den omtrek ondergaan, vinden wij hier:

$$2\,\omega = 2\,\omega_0 = \frac{a^2}{4\,N_0\,R_0}$$

overeenkomende met de grenswaarde in § 1 gevonden en hieruit blijkt reeds voldoende, dat ook aan de derde voor-

waarde voldaan is; was dit toch niet het geval, dan zou de liniaire vergrooting van den cirkel, die den omtrek vormt, kleiner zijn dan de maximum-vergrooting overeenkomende met $\omega = \omega_0$ en de cirkel bij gevolg een kleineren omtrek hebben dan met zijn inhoud overeenkomt.

Het is echter niet moeielijk direct aan te toonen, dat werkelijk aan die voorwaarde voldaan is. Ontwikkelen wij namelijk de grootheden P, Q en T van § 4 zooals wij dit in § 5 voor *tang* ω gedaan hebben, dan vinden wij:

$$P = p^2 - C \frac{Y^2}{N_0 R_0}$$

$$Q = \frac{1}{p^2} + C \frac{Y^2}{N_0 R_0}$$

$$T = -(1-C) \frac{XY}{N_0 R_0}$$

en daar

$$p^2 - \frac{1}{p^2} = \left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right) = 2 \, tang \, \omega_0 \, \frac{2}{cos \, \omega_0} = 4 \, \omega_0$$

is:

$$\frac{P - Q}{2} = 2 \, \omega_0 - C \frac{Y^2}{N_0 R_0}.$$

De wortelgrootheid van (8) gaat hierdoor over in:

$$\sqrt{\left(2 \, \omega_0 - C \frac{Y^2}{N_0 R_0}\right)^2 + (1 - C)^2 \frac{X^2 Y^2}{N_0^2 R_0^2}}$$

hetgeen niets anders is dan de waarde $2 \, \omega$, zoodat wij voor (8) vinden:

$$2 \, \omega \sin 2 B = -(1-C) \frac{XY}{N_0 R_0}$$

$$2 \, \omega \cos 2 B = 2 \, \omega_0 - C \frac{Y^2}{N_0 R_0}$$

of als wij $C = \frac{1}{2}$ stellen:

$$\left.\begin{aligned} \omega \sin 2B &= -\frac{XY}{4N_0R_0} \\ \omega \cos 2B &= \omega_0 - \frac{Y^2}{4N_0R_0} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (19)$$

waarbij wij er echter op bedacht moeten zijn aan ω altijd de positieve waarde te geven. Neemt men ω met het negatieve teeken, dan stelt B de richting voor van de lijn, die de kleinste liniaire vergrooting ondergaat.

Voor den cirkel:

$$X^2 + Y^2 = a^2$$

is nu $\omega = \omega_0$ en daardoor gaan bovenstaande formules, als men tevens den enkelen hoek B invoert, over in:

$$2\,\omega_0 \sin B \cos B = -\frac{XY}{4N_0R_0}$$

$$2\,\omega_0 \sin^2 B = +\frac{Y^2}{4N_0R_0}$$

waaruit door deeling volgt:

$$\tan B = -\frac{Y}{X}.$$

De straal gaande van den oorsprong naar het punt $X\,Y$ van den cirkel maakt met de Y-as een hoek β gegeven door de formule:

$$\tan \beta = +\frac{X}{Y}.$$

Vermenigvuldigen wij deze beide uitdrukkingen, dan vinden wij:

$$\tan B \tan \beta = -1$$

waaruit volgt, dat de lijn van de sterkste vergrooting loodrecht staat op den straal en dus samenvalt met de raaklijn aan den cirkel.

§ 8. Resumeeren wij thans de verkregen uitkomsten, dan vinden wij dat aan de in § 2 opgenoemde voorwaarden bij

een cirkelvormig terrein van geringe uitgebreidheid voldaan wordt door te stellen:

$$C = \tfrac{1}{2} \quad \text{en} \quad 2\,\omega_0 = \frac{a^2}{4\,N_0\,R_0};$$

dat als wij

$$p = tg\,(45 + \tfrac{1}{2}\,w_0) = 1 + \frac{a^2}{4\,N_0\,R_0}$$

stellen, T gegeven wordt door de formule:

$$T = p\,N_0\,cotang\,\varphi_0$$

en σ bepaald is door de voorwaarden:

$$\sigma_0 = 0, \quad \sigma'_0 = p\,R_0, \quad \sigma''_0 = p\,R_0', \quad \sigma'''_0 = p R''_0 - p\,\frac{R_0^2}{2\,N_0},$$

terwijl de hoogere differentiaal-quotiënten geheel onbepaald zijn en dus zoo gekozen kunnen worden als voor andere doeleinden het meest gewenscht is. Onder andere kan men voor σ nemen:

$$\sigma = p \int_{\varphi_0}^{\varphi} R\,d\varphi - \frac{1}{12}\,p\,\frac{R_0^2}{N_0}\,\beta^3.$$

De daarbij voorkomende integraal is het stuk van den meridiaan tusschen de breedten φ en φ_0, dat is de waarde van σ bij de projectie van Bonne.

Voor de berekening van de coördinaten hebben wij in de eerste plaats te berekenen den hulphoek α uit de formule:

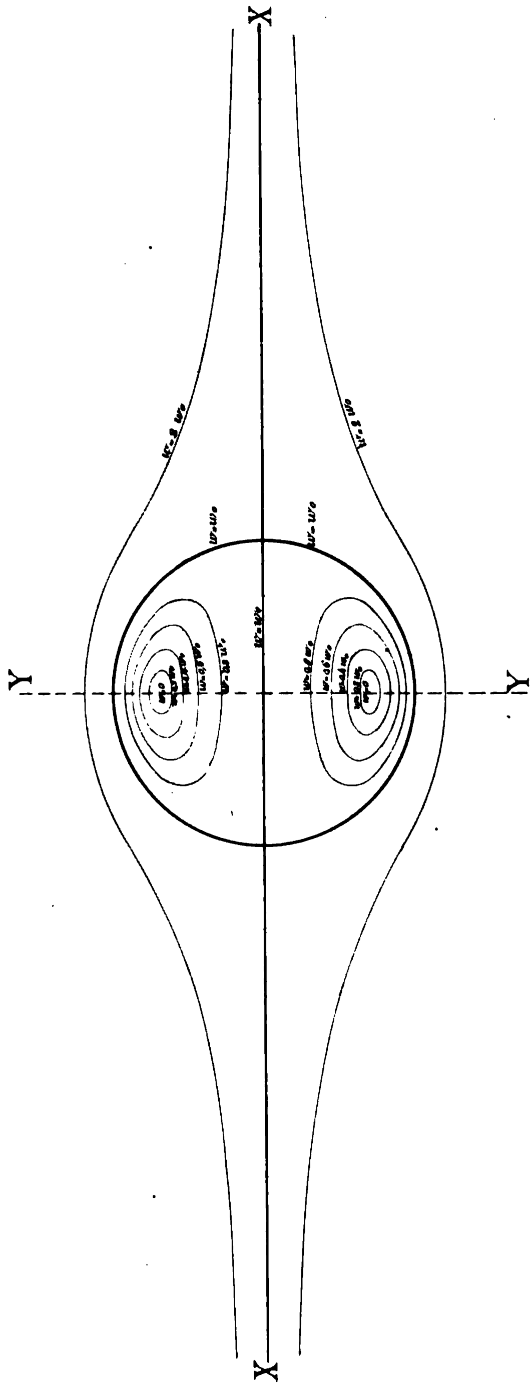
$$\alpha = \frac{R\,r}{\sigma'\,(T - \sigma)}\,\lambda.$$

De coördinaten worden dan gevonden uit de formules (1) waarvoor wij echter met het oog op de praktische uitvoering der berekening beter schrijven:

$$X = (T - \sigma)\,sin\,\alpha, \qquad Y = \sigma + X\,tang\,\tfrac{1}{2}\,\alpha.$$

Voor de grootste verandering, die een hoek in een willekeurig punt ondergaat, vinden wij uit (15) als wij C en ω_0 door hunne waarden vervangen:

M. SCHOLS. Aequivalente projectie.



Lith. Gebr^s Reimeringer, Amst.

$$2\,\omega = \frac{\sqrt{(a^2 - 2\,Y^2)^2 + 4\,X^2\,Y^2}}{4\,N_0\,R_0}.$$

Ten einde de waarden van ω voor verschillende punten van de kaart beter te kunnen overzien, voegen wij hierbij eene teekening, waarop eenige van de lijnen van gelijke vervorming voorkomen. De cirkel, die den omtrek van het terrein vormt en waarvoor $\omega = \omega_0$ is, is door een dikke lijn voorgesteld. Voor twee punten namelijk $Y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ is de vervorming nul. De lijnen waarvoor ω kleiner is dan ω_0, vormen telkens een stel van twee gesloten kromme lijnen om die twee punten en zijn geheel binnen den cirkel gelegen. In de figuur zijn daarvan voorgesteld de vier lijnen, waarvoor $\omega = 0{,}2\,\omega_0$, $0{,}4\,\omega_0$, $0{,}6\,\omega_0$ en $0{,}8\,\omega_0$ is. De lijnen, waarvoor ω grooter dan ω_0 is, liggen geheel buiten den cirkel en bestaan uit twee takken, die de X-as tot asymptoot hebben. Van deze lijnen is in de figuur alleen die voorgesteld, waarvoor ω gelijk is aan $2\,\omega_0$.

Wat de richting van de sterkste vergrooting aangaat, daarvoor volgt uit (19):

$$8\,N_0\,R_0\,\omega\,\sin 2\,B = -\,2\,X\,Y$$

$$8\,N_0\,R_0\,\omega\,\cos 2\,B = a^2 - 2\,Y^2,$$

waaruit volgt, dat voor de Y-as tusschen de punten $Y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ die richting met de Y-as samenvalt, voor andere waarden van Y staat die richting loodrecht op de Y-as. Voor Y gelijk nul, dat is voor de X-as is B altijd nul en staat dus die richting loodrecht op de X-as. Gaan wij van de X-as uit langs eene zelfde ordinaat, dan draait die richting, welke aanvankelijk met de ordinaat samenvalt langzaam tot zij bij $Y = \frac{a}{\sqrt{2}}$ een hoek van 45^0 met de ordinaat maakt en verder eerst voor $Y = \infty$ loodrecht daarop komt te staan. Ontmoet de ordinaat den cirkel $X^2 + Y^2 = a^2$, dan zal aldaar de richting van de sterkste vergrooting aan den cirkel raken.

Delft, 25 October 1885.

CONTRIBUTIONS

À LA

FLORE MYCOLOGIQUE DE NOWAJA SEMLJA.

PAR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Lorsque mon honoré collègue, Mons. le Dr. MAX WEBER, professeur de zoologie et d'anatomie comparée à l'Université d'Amsterdam, tout en faisant partie de l'Etat major du *Willem Barents*, eut l'occasion de visiter l'île de Nowaja Semlja au mois d'Août 1881, il en rapporta entre autres une soixantaine de plantes, qui, faisant partie maintenant de l'herbier de son épouse, Mad. WEBER-VAN BOSSE, furent mises à ma disposition, pour étudier les champignons dont plusieurs d'entre elles semblaient être attaquées.

En me livrant à cette étude, il fallait auparavant me convaincre de la justesse des noms appliqués aux plantes nourricières et tenter de déterminer un petit nombre de Joncées, de Cypéracées et de Graminées, faisant partie de la collection et restées jusqu'ici inabordées. Comme résultat de ces recherches, précédées par celle de Mad. WEBER, j'ose publier la liste suivante qui, comme on s'en apercevra, compte 5 espèces (Lycopodium Selago L., Carex atrata L., Carex Goodenoughii GAY, Wahlbergella angustifolia RUPR. et Saxifraga granulata L.) qui, jusqu'à ce jour, semblent être échappées aux recherches antérieures et figurent comme des nouveautés parmi celles, décrites comme appartenant à la flore de Nowaja Semlja.

Liste des Plantes

rapportées par Mr. MAX WEBER de l'île de
Nowaja Semlja
pendant les jours du 8 *au* 10 *Août*, 1881.

Equisétacées.

1. Equisetum arvense *L.*

Lycopodiacées.

*2. Lycopodium Selago *L.*

Graminées.

3. Aira caespitosa *L.* var. brevifolia *Trautvetter.*
4. Arctagrostis latifolia *Grisebach* (= Colpodium latifolium *Rob. Brown*).
5. Hierochloa alpina *Roemer* et *Schultes.*

Cypéracées.

*6. Carex atrata *L.*
*7. » Goodenoughii *Gay* (= C. vulgaris *Fries*).
8. Eriophorum angustifolium *Roth.*
9. » Scheuchzeri *Hoppe.*

Joncées.

10. Luzula arcuata *Wahlenberg.*

Salicinées.

11. Salix polaris *Wahlenberg.*
12. » reptans *Ruprecht* et *Lundström.*

Polygonées.

13. Oxyria reniformis *Hooker* (= O. digyna *Campden*).
14. Polygonum viviparum *L.*

Caryophyllacées.

15. Cerastium alpinum *L.*
16. Silene acaulis *L.*
17. Stellaria longipes *Goldie.*
*18. Wahlbergella angustifolia *Ruprecht* (= W. affinis *Fries*).
19. » apetala *Fries.*

Renonculacées.

20. Caltha palustris *L.*
21. Ranunculus acris *L.* var. borealis *Trautvetter.*
22. » nivalis *L.*
23. » » *L.* var. sulfureus *Wahlenberg.*
24. » pygmaeus *Wahlenberg.*
25. Thalictrum alpinum *L.*

Papavéracées.

26. Papaver nudicaule *L.*

Crucifères.

27. Cardamine bellidifolia *L.*
28. » pratensis *L.*
29. Cochlearia arctica *Schlechtendal.*
30. Draba alpina *L.*
31. » » *L.* var. legitima *Lindblom.*
32. Matthiola nudicaulis *Trautvetter.*

Crassulacées.

33. Rhodiola rosea *L.*

Saxifragées.

34. Saxifraga aizoides *L.*
35. » caespitosa *L.*
*36. » granulata *L.*
37. » hieraciifolia *Waldstein* et *Kitaibel.*
38. » Hirculus *L.*
39. » nivalis *L.*
40. » oppositifolia *L.*
41. » rivularis *L.*

Rosacées.

42. Dryas octopetala *L.*
43. Potentilla fragiformis *L.*

Papilionacées.

44. Astragalus alpinus *L.*
45. Oxytropis campestris *L.*
46. Phaca frigida *L.*

Polémoniacées.

47. Polemonium coeruleum *L.*
48. » pulchellum *Bunge.*

Aspérifoliées.

49 Eritrichium villosum *Bunge.*
50. Myosotis sylvatica *Hoffmann.*

Scrophulariacées.

51. Pedicularis hirsuta *L.*
52. » sudetica *Willdenow.*

Campanulacées.

53. Campanula uniflora *L.*

Valérianaceae.

54. Valeriana capitata *Pallas.*

Composées.

55. Antennaria carpathica *Bluff* et *Fingerhut.*
56. Artemisia borealis *Pallas.*
57. Petasites frigida *Fries.*

Deux espèces de *Salix* et une de *Draba* ne permettaient pas un examen approfondi à cause de l'état imparfait des fleurs.

Sur vingt de ces espèces j'ai trouvé un certain nombre de Champignons qui presque tous appartenaient au tribu des Pyrénomycètes, mais dont plusieurs n'avaient pas encore été décrits, de sorte que nos trouvailles peuvent servir à compléter la liste des Champignons de Nowaja Semlja donnée par feu L. Fuckel et publiée dans le 3e volume de l'ouvrage de Mr. von Heuglin, ayant pour titre: *Reisen nach dem Nordpolarmeer in den Jahren* 1870 und 1871; Braunschweig, 1874.

La circonstance que l'ouvrage de Mr. von Heuglin resta presque inconnu aux mycologues, ce qui explique que Mr. le Prof. P. A. Saccardo dans son Sylloge Fungorum (a⁰ 1881—1884) se tait absolument des espèces qui y avaient été proposées comme nouvelles par Fuckel, me décida à

intercaler ici un aperçu des Champignons épiphytes, au nombre de 18, décrits par le savant mycologue nassovien, tout en y ajoutant les diagnoses de ceux dont l'existence nous resta inconnue jusqu'à la publication de l'ouvrage de Mr. VON HEUGLIN.

Aperçu
des Champignons épiphytes rapportés de l'île de Nowaja Semlja et décrits dans l'ouvrage de VON HEUGLIN par L. FUCKEL.

Auricularini.

1. Exobasidium Vaccinii *Wororin* forma Salicis FUCKEL. Sur les feuilles vivantes du Salix rotundifolia.

Uredinei.

2. Puccinia Epilobii *De Candolle* (teleutosporifera). Sur les feuilles d' E. alpinum.

Phyllostictei.

3. Labrella (?) arctica *Fuckel* *). Sur les feuilles sèches du Potentilla Fragariastrum.
4. Phoma Pedicularidis *Fuckel* †). Sur les feuilles sèches d'un Pedicularis.
5. Phoma Drabae *Fuckel* §). Sur les tiges sèches d'une espèce de Draba.

---

*) Labrella arctica *Fuckel.* — Disculis punctiformibus, minutis, nigris, orbicularibus seu oblongis, planis, sporidiis cylindraceis, continuis, rectis, utrimque obtusis, hyalinis, 12—14 Mikr. long., 4 Mik. crass.

†) Phoma Pedicularidis *Fuckel.* — Peritheciis ab epidermide tectis, depresso-globosis, atris, mediae magnitudinis, ostiolo brevi, cylindrico, erumpente, atro; sporidiis cylindraceis, rectis, biguttulatis, hyalinis, 6 Mik. long., 2 Mik. crass.

§) Phoma Drabae *Fuckel.* (Die 2e deutsche Nordpolarf. II, 94). — Sphaeriacearum. n. sp. pycnophora. — Peritheciis sparsis, sub caulis epidermide nidulantibus, demum liberis, minutis, depresso-globosis, vertice umbonatis, pallidioribus, nigris; stylosporis angustissime fusiformibus, curvatis, continuis, hyalinis, 22 Mik. long., 2 Mik. crass. (Tab. III, f. 7).

Sphaeriacei.

6. Sphaerella Papaveris *Fuckel* *). Sur les feuilles sèches du Papaver nudicaule.
7. Sphaerella isariphora *Fuckel* (Symb. Myc. 101). — Spermogonium = Septoria Stellariae *Westendorp*. Sur les feuilles sèches de l'Alsine verna.
8. Sphaerella Pachypleuri *Fuckel* †). — Sur les parties desséchées du Pachypleurum alpinum.
9. Sphaerella adusta *Fuckel* §). — Sur les feuilles et les tiges sèches de l'Epilobium latifolium.
10. Sphaerella fusispora *Fuckel* **). — Sur les feuilles et les tiges sèches du Ranunculus pygmaeus.

---

* Sphaerella Papaveris *Fuckel*. — Peritheciis in foliorum nigrescentium pagina superiore et inferiore gregariis et fere foliorum totam superficiem occupantibus, minutissimis, aterrimis, conicis; ascis fasciculatis, oblongis, 8-sporis, 56 Mik. long., 24 Mikr. crass.; sporidiis conglobatis, oblongo-clavatis, utrimque obtusis, rectis, inaequaliter didymis, hyalinis, 22 Mik. long., 8—10 Mikr. crass. (Tab. II, f. 1).

†) Sphaerella Pachypleuri *Fuckel*. — Peritheciis gregariis sparsisve, minutis, aterrimis, semiliberis, e basi globosa antice obtuso-conicis, ostiolis demum perforatis; ascis fasciculatis, oblongis, sessilibus, 8-sporis, 52 Mik. long., 10 Mik. crass.; sporidiis distichis, oblongo-subclavatis, rectis, inaequaliter didymis, loculis guttulatis, hyalinis, 16 Mik. long., 4 Mill. crass.; spermatiis inter ascos in sporophoris brevioribus ortis, anguste fusiformibus, curvatis, 2—4-guttulatis seu obscure 2—3-septatis, antice abrupte ciliatis, cilia spermatiae dimidiam partem superante, 24 Mik. long., 2 Mikr. crass. (Tab. II, f. 2).

§) Sphaerella adusta *Fuckel*. — Peritheciis in maculis fusco-nigris, rugulosis, adustis, quandoque tota folia caulesque occupantibus, gregariis, minutis, atris, depresso-globosis, ostiolo prominulo, papillaeformi, perforato; ascis fasciculatis, sessilibus, 8-sporis, 56 Mik. long., 16 Mik. crass.; sporidiis distichis, oblongo-clavatis, rectis, antice obtusissimis, basi acuminatis, valde inaequaliter didymis, septo in sporidii angustiore parte, ad septum non constrictis, hyalinis, 16 Mikr. long., 6 Mik. crass. (Tab. II, f. 3).

**) Sphaerella fusipora *Fuckel*. — Peritheciis in gregibus laxis sub epidermide nidulantibus, demum totis liberis, minutis, aterrimis, globosis, ostiolo papillaeformi, truncato, perforato; ascis fasciculatis, oblongis, sessilibus, 8-sporis, 60 Mik. long., 20 Mik crass.; sporidiis oblique imbricato-distichis, fusiformibus, subrectis, utrimque obtusiusculis, inaequaliter didymis, ad septum parum constrictis, loculis 1—2-guttulatis valinis, 24 Mik. long., 6 Mik. crassis (Tab. II, f. 4).

11. Sphaeria Chamaejasmes *Fuckel* *). — Sur les tiges sèches de l'Androsace Chamaejasme.
12. Sphaeria arctica *Fuckel* (2e Nordpolf.) †). — Sur les feuilles sèches du Poa alpina.
13. Pleospora Dryadis *Fuckel* (2e Nordpolf.) §). — Sur les feuilles sèches du Dryas octopetala.
14. Pleospora Matthiolae *Fuckel* **). — Sur les feuilles du Matthiola nudicaulis.
15. Pleospora abbreviata *Fuckel* ††). — Sur les calyces et les légumes sèches du Phaca frigida.

---

*) Sphaeria Chamaejasmes *Fuckel.* — Peritheciis gregariis, raro sparsis, sub epidermide nidulantibus, demum subliberis, minutis, atris, e basi globosa antice conicis, acutis; ascis oblongis, sessilibus, 8-sporis, 104 Mik. long., 12 Mik. crass.; sporidiis oblique submonostichis, oblongis, rectis, utrimque obtusis, aequaliter didymis et ad septum facile diffractis, hyalinis, 16 Mik. long., 6 Mikr. crass. (Tab. II, f. 5).

†) Sphaeria arctica *Fuckel.* (Die 2e Deutsche Nordpolarf. II, 94). — Peritheciis in macula cinerascente gregrariis seu lineari-dispositis, erumpentibus, globoso-conicis, miuutis, aterrimis, demum perforatis; ascis fasciculatis, oblongis, contortis, sessilibus, tunica erassa, 8-sporis, 72 Mik. long., 17 Mik. crass.; sporidiis imbricato-distichis, oblongis, utrimque parum attenuatis, rectis, uniseptatis, ad septum constrictis, loculis inaequalibus biguttulatisque, hyalinis, 24 Mik. long., 8 Mik. crass. (Tab. III, f. 4).

§) Pleospora Dryadis *Fuckel* (Die 2e Deutsche Nordpolarf. II, 93). — Peritheciis in foliorum aridorum nondum delapsorum pagina superiore sparsis, punctiformibus, globoso-conicis, atris, demum subliberis, ostiolis perforatis; ascis oblongo-ovatis, oblique stipitatis, tunica crassa, 8 sporis, 88 Mik. long., 32 Mik. crass.; sporidiis subdistichis, oblongis, utrimque obtusis, uniseptatis, ad septum constrictis, loculis uniguttulatis, primo hyalinis, demum flavo-fuscis, 30—32 Mik. long., 12 Mik. crass. (Tab II, f. 6).

**) Pleospora Matthiolae *Fuckel.* — Peritheciis sparsis, punctiformibus, ab epidermide tectis, atris, ostiolo conico, obtuso, prominulo, atro; ascis maturis ovatis seu subglobosis, 30 Mik. long., 24 Mik. crass; immaturis basin versus contractis, superiore parte ovato-ventricosis, 54 Mik. long., 24 Mik. crass., 8-sporis; sporidiis conglobatis, oblongis, utrimque obtusis, antice parum obtusioribus crassioribusque, rectis, uniseptatis, demum pallide-fuscis, 20 Mik. long., 8 Mik. crass. (Tab. II, f. 7).

††) Pleospora abbreviata *Fuckel.* — Peritheciis sparsis, demum semiliberis, aterrimis, pro ratione minutis, globoso-conicis; ascis oblongo-ovatis, stipite laterali brevi, 8-sporis, 88 Mik. long., 34 Mik. crass.; spo-

16. Pleospora herbarum *Rabenhorst* (Herbarium mycologicum ed. II, n⁰. 547). — Sur les tiges sèches du Cochlearia.
17. Pleospora hyperborea *Fuckel* (2e Nordpolf.) *). — Sur les feuilles sèches de l'Andromeda tetragona.

Pezizei.

18. Micropeziza Lychnidis *Fuckel* †). — Sur les tiges du Lychnis apetala.

De ces 18 Champignons les nos 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13 et 16 furent rapportés de Nowaja Semlja, le n⁰ 2 de Hammerfest, les nos 12 et 17 de Spitsbergen, tandisqu'aucune mention est faite du lieu natal des nos 14, 15 et 18.

Qu'il nous soit permis à présent de donner le détail de nos propres recherches. Pour cela il sera peut être plus utile de signaler en première ligne les plantes nourricières et en dernière les parasites qui les habitent, que de suivre le chemin opposé.

---

ridiis conglobatis, oblongo-ovatis, inaequaliter didymis, medio constrictis, 5-septatis, cum septis longitudinalibus, primo aureis dein fuscis, 24 Mik. long., 12 Mik. crass. (Tab. II, f. 8).

*) Pleospora hyperborea *Fuckel* (Die 2e Deutsche Nordpolarf. II, 92). — Peritheciis in foliorum aridorum pagina superiore nidulantibus, sparsis, punctiformibus, semiimmersis et basi globoso a foliorum substantia grisea elevata cinctis, parte libera obtuse conica, siccis applanata, aterrima, perforata; ascis oblongo-ovatis, utrimque attenuatis, 8-sporis, 60 Mik. long., 24 Mik. crass.; sporidiis in asci media parte conglobatis, oblongis, utrimque obtusis, rectis, 3-septatis, ad septum intermedium constrictis, flavo-fuscis, 24 Mik. long., 8 Mik. crass. (Tab. II, f. 9).

†) Micropeziza Lychnidis *Fuckel*. – Cupulis sparsis, sessilibus sed non adnatis, punctiformibus, orbicularibus, planis, margine fusco-nigro, crenulato, sicco connivente, disco pallide-fusco; ascis oblongis, sessilibus, 8-sporis, 56 Mik. longis, 12 Mik. crass.; sporidiis farctis, fusiformibus, parum curvatis, utrimque acuminatis, continuis (seu septo obscuro?), hyalinis, 24 Mik. long., 4-5 Mik. crass. (Tab. II, f. 10).

GRAMINÉES.

Arctagrostis latifolia *Grisebach* (in Ledebour Flora Rossica IV, 434). Synonymes: Colpodium latifolium Rob. Brown; Catabrosa latifolia Fries; Ciana Brownii Ruprecht.

1. Pleospora Arctagrostidis n. sp. (Tab. I, f. 1). — Perithecia in foliis hypogena, epidermide pro maxima parte tecta, 0.1 mill. in diametro, atra, poro pertusa, glabra. Asci cylindracei, primitus saltem quam maxime curvati, numerosi, paraphysibus quamplurimis filiformibus stipati, 116 × 30 μ, 8-spori. Sporidia disticha, obovato-oblonga, primitus mellei coloris, pellucida, postea fuscescentia, semipellucida, medio parum constricta, septis horizontalibus 7, loculamentis plurimis septo verticali murali-divisis, 35 × 12 μ. — Affinis videtur P. septemseptatae SACCARDO (Syll. II, 271), cujus tamen descriptio ob mensurae ascorum sporarumque defectum incompleta.

Deschampsia brevifolia *Rob. Brown* (Verm. Schrifte I, 426). Synonymes: Aira arctica Trinius; Aira caespitosa var. brevifolia Trautvetter; Festuca brevifolia dans la dissertation de Mr. M. RUYS (p. 68)? *).

2. Sphaerella Tassiana de Notaris (Sferiacei Italici 87, tab. XCVIII; tab. nostra I, f. 2). — Perithecia foliicola sparsa, 0.1 mill., infra epidermidem occultata, denique ostiolo papillari (centro aperto) epidermidem perforantia. Asci brevissime stipitati, oblique conoideo-oblongati, i. e. e basi uno tantum latere ampliore (quasi inflata) sursum angustiores, vertice obtusissimi ibidemque membrana incrassata insignes, 8-spori, 60 × 20 μ. Pharaphyses nullae. Sporidia cylindrico-oblonga, utrimque obtusa, justo medio septata, ad septum vix et ne vix quidem constricta, coloris expertia, 22 × 5 μ.

---

*) M. RUYS. *De verspreiding der Phanerogamen van Arktisch Europa* Kampen, 1884.

Hierochloa alpina *Römer* et *Schultes* (Syst. Vegetab. II, 515).

3. Leptosphaeria Hierochloae n. sp. (Tab. I, f. 3). — Perithecia foliicola, sparsa, primitus occultata, postremo erumpentia, subglobosa, atra, structurae parenchymatosae flaccidae, simpliciter perforata (i. e. ostiolo nullo vel vix prominente), 180—250 μ. Asci brevissime pedunculati, parum curvati, paraphysati, 90—95 × 30 μ, membrana ubique aequali. Sporidia in quovis asco 8, tristicha, oblongo-fusoidea, recta, utrimque obtusata, mellei coloris, 5-septata, ad septa levissime constricta, 30 × 9 μ, loculo quarto omnium maximo.

CYPÉRACÉES.

Carex atrata *L.*

4. Sphaerella saxatilis *Schröter* (Nördische Pilze, 12; Saccardo Syll. I, 530). (Tab. I, f. 4). — Perithecia in foliis subsparsa, sphaeroidea, 60—75 μ, innata, ostiolo depresso, parum distincto, contextu tenui fuliginoso. Asci fasciculati, parci, ovoideo-saccati, infra medium crassiores, 30—35 × 15—17 μ, octospori. Sporidia conglobata, fusoidea, parum curvata, achroma, 17—20 × 4—5 μ, medio 1-septata, non constricta.

Eriophorum angustifolium *Roth.*

5. Septoria Eriophori n. sp. (Tab I, f. 5). — Perithecia foliicola, minutissima (70 μ), tenerrima, fusca, epidermide tecta, ostiolo denique circumcirca aperturam profundius tincto, prominentia Sporidia numerosissima, coloris expertia, bacilliformia, p. m. undulato-curvata, apice acuta, basi truncata, 70—75 × 3 μ.

In iisdem foliis Leptosphaeriae speciem distinguere licuit, cujus tamen diagnosis, immaturitatis peritheciorum causa, proferre mihi non contigit.

CARYOPHYLLACÉES.

Cerastium alpinum *L.*

6. Pleospora Cerastii n. sp. — Foliicola, hypogena.

Perithecia atra, carbonacea, 70—100 μ. Asci pauci (vulgo 7) in eodem perithecio, clavati, 105 × 23 μ, 8-spori. Paraphyses non observavi. Sporidia disticha, obovato-oblonga, saturate fusca, fere opaca, 7-septata, murali-divisa, medio parum constricta, parte dimidia antica paulum latiore.

Silene acaulis *L.*

7. Leptosphaeria Silenes acaulis de Notaris (in Saccardo Syll. II, 47) (Tab. I, f. 6). — Sparsa, superficialis, epiphylla. Perithecia exigua, atra, rotundata, vertice attenuato-mammosa, e cellulis rotundatis molliusculis contexta, papulosa, ostiolo minuto hiantia. Asci crassiuscule clavati, 8-spori, 58—75 × 16—18 μ (in exemplis nostris 58 × 16 μ), paraphysibus coalesçentibus. Sporidia fusoidea, utrimque obtusiuscula, levissime curvula, 32—40 × 6 μ (in nostris exemplis 28 × 6 μ), 3-septata, dilute luteolo-fuscescentia.

RENONCULACÉES.

Ranunculus nivalis *L.* var. sulphureus *Wahlenberg* Flora Lapponica, 157.

8. Leptosphaeria Weberi n. sp. *) (Tab. I, f. 7). — Perithecia hypophylla, minuta (100—150 μ), primitus infra epidermidem abscondita, postremo papilla obtuse-conica prominentia, sparsa, nigra. Asci maturi cylindraceo-clavati, brevissime stipitati, parum curvati, paraphysati, 60—70 × 14—16 μ. Sporidia, ut videtur, tristicha, fusoidea, stricta vel pl. m. falcata, utrimque obtusiuscula vel subacuta, triseptata, 25—37 × 5—7 μ, juniora dilutius, seniora saturatius olivacea, loculo secundo in multis ampliore.

9. Sphaerella nivalis n. sp. (Tab. I, f. 8). — Perithecia minuta, primitus infra epidermidem abscondita, postremo vertice prominula, poro pertusa, quoad structuram tenerrima. Asci cylindracei, brevissime pedicellati, 90 × 9 μ,

---

*) Dixi in honorem Collegae aestumatissimi Max Weber, Zoologiae et Anat. comp. professoris in Universitate Amstelaedamensi.

8-spori. Sporidia monosticha, coloris expertia, oblonga, 1-septata, loculo superiore subampliore, 11—12 × 4—5 μ.

10. Metasphaeria Annae n. sp. (Tab. I, f. 9) *). — Perithecia sparsa, minuta (200 μ), depresso-globosa, ostiolo vix papillato, laxe parenchymatosa, atra, glabra. Asci pauci, ovato-oblongi, inaequilateri, sessiles, 130 × 50 μ, 8-spori, membrana (saltem in statu non plane maturo) tumescente. Sporidia, ut videtur, tristicha, fusoidea, recta, utrimque obtusa, coloris expertia, utplurimum 6-septata, 60 × 14 μ (absque strato mucilaginoso, 3—4 μ crasso, sporidia obducente). Loculamenta 7 quoad capacitatem a se invicem valde diversa, ut patet e numeris sequentibus, quibus eorum altitudo indicatur: 6 μ, 7 μ, $9^1/_3$ μ, $11^2/_3$ μ, $11^2/_3$ μ, $9^1/_3$ μ, 7 μ.

M. pachyascae SACCARDO (Syll. II, 171), in foliis Campanulae Zoysii hospitanti, proxima. Huic vero »asci obovati" et »sporidia subhyalina" tribuuntur, dum auctores silent de differentia capacitatis quam in loculamentis sporidiorum in nostris exemplis observavi.

PAPAVÉRACÉES.

Papaver nudicaule *L.*

11. Ascochyta Papaveris n. sp. (Tab. I, f. 10). — Perithecia in pagina foliorum superiore (an etiam inferiore?) nigrescente sparsa, nigra, parva (200 μ), membranacea, e cellulis parenchymaticis satis amplis fuliginei coloris contexta. Sporulae late fusoideae vel subellipsoideae, coloris expertes, medio septatae, 9 × $3^1/_2$ μ, gelatine distentae, maxima copia e peritheciis erumpentes.

CRUCIFÈRES.

Draba alpina *L.*

12. Ascochyta Drabae n. sp. (Tab. I, f. 11). — Pe-

---

*) Dixi in honorem dominae ANNAE VAN BOSSE, Collegae aestumatissimi M. WEBER uxoris, Algarum in nostra patria scrutatoris indefessae.

rithecia in foliorum laminis petiolisque innata, sparsa, membranacea, atra, subsphaerica, poro centrali denique supra epidermidem prominentia, 100—130 μ. Sporulae oblongae, 10 × $2^1/_2$ μ, utrimque obtusae, medio septatae ibique levissime contractae, coloris expertes. Ob folia emarcida minime clarum an maculae in vivis sint distinguendae.

Cardamine bellidifolia *L.*

13. Pleospora herbarum *Rabenhorst* (in Herb. Mycolog. ed 2ª, n⁰. 547; Saccardo Syll. II, 247). (Tab. I, f. 12). — In caule. Asci in peritheciis peripherici 116 × 30 μ, centrales 80 × 32 μ, cylindracei, curvati, breve pedunculati, membrana ubique quoad crassitudinem aequali. Sporidia 35 × 15 μ, obscure fusca, parum pellucida, medio constricta, septis horizontalibus 7, verticalibus quibusdam murali-divisis.

Alium fungum, verosimiliter Sphaerellae speciem, ob statum immaturum rite explorare mihi non contigit.

Matthiola nudicaulis *Trautvetter* (Conspectus florae insul. Nowaja Semlja, 50).

14. Puccinia Dentariae *Fuckel* (Symbolae Mycolog. 1er Nachtr. 7 (295). — In foliis. (Tab. I, f. 13).

Il n'est nullement douteux que notre champignon ne soit identique avec celui trouvé d'abord par Albertini et Schweinitz (Conspectus fungorum in Lusatia sup. crescentium, a⁰. 1815, p. 129 sub »Uredo"), puis par Fuckel, et plus tard encore par Mr. de Thümen (Mycotheca universalis n⁰. 37) sur le *Dentaria bulbifera*. Non seulement les descriptions de l'espèce, culminant dans la diagnose de Mr. Winter (Kryptogamen-Flora I, 177), s'accordent parfaitement avec les propriétés du champignon vivant sur le Matthiola, mais en outre il n'existait pas la moindre différence entre les objets originaires des herbiers vénaux de Fuckel et de Mr. de Thümen et ceux que j'avais l'occasion d'examiner. Les stries longitudinales d'une extrême finesse dont parle Mr. Winter et que l'on observe sur les échantillons dans l'état sec, ne

faisaient non plus dèfaut dans nos exemplaires et nous frappaient même par leur netteté.

Il nous reste à fixer l'attention sur la rareté du champignon qui, après l'an 1805, époque où il fut découvert par ALBERTINI et SCHWEINITZ, ne fut retrouvé qu'en 1871 par FUCKEL. Les exemplaires de Mr. DE THÜMEN furent distribués en 1875 et ceux de Mr. WEBER récoltés en 1881.

Qu'il nous soit permis enfin de faire ressortir que les objets attaqués du *Dentaria*, dont font mention ALBERTINI et SCHWEINITZ, furent cueillis près de Neuwied en Juin et Juillet; tandis que les trouvailles de FUCKEL furent faites en Mai dans l'Oestricher Wald (Nassau), celles de Mr. DE THÜMEN en Septembre dans le Danemarck et la Finlande, et celles de Mr. WEBER en Août à Nowaja Semlja.

ROSACÉES.

Dryas octopetala *L.*

15. Sphaerella Octopetalae n sp. (Tab. I, f. 14). — Perithecia epiphylla, subgregaria, minutissima (50 μ), atra, absque ullo macularum vestigio, parte basilari in foliorum parenchymate abscondita, apicali vero supra epidermidem prominente, e parenchymate laxo, fuscescenti-nigro contexta. Asci maturi 70—80 $\times$ 25 μ, membrana sursum praesertim gelatinoso-incrassata, 8-spori, paraphysibus deficientibus. Sporidia coloris expertia, di-vel tristicha, oblongo-obovata, 21 $\times$ 7 μ, septata, ad septum levissime constricta, parte dimidia antica latiore subhemisphaerica circa 9 μ, postica paululum angustiore, magis oblonga, circa 12 μ longa.

Differt a *S. ootheca* (Saccardo Syll. II, 506) peritheciis dimidio minoribus, sporidiis contra fere dimidio majoribus; a *S. Dryadis* (ibid.) peritheciorum praesentia in pagina foliorum superiore, absentia in inferiore, minutie, sporidiis enucleatis, majoribus (cf. quoque figura AUERSWALDII in RABENHORST, Mycologia Europaea tab. VII, fig. 100); a *S. Biberwierensi* tandem macularum absentia, minutie, ascis 8- neque 6-sporis, sporidiis multo majoribus (cf. AUERSWALD l. c. t. VII, f. 101).

Potentilla fragiformis *L.*

16. Sphaerella Potentillae n. sp. (Tab. I, f. 15). — Perithecia in foliis aridis hospitantia, ... *). Asci inaequilateri, oblongo-clavati, aparaphysati, 70—80 × 14 μ, coloris expertes, membrana ubique aequali, vulgo 20 in eodem perithecio. Sporidia disticha, recta, coloris expertia, oblongo-obovata, 1-septata, 18—23 × 5—7 μ, parte dimidia anteriore latiore rotundata, posteriore multo angustiore, ad altitudinem septi paululum constricta.

17. Microthyrium arcticum n. sp. (Tab. I, f. 16). — Perithecia in foliis aridis amphigena, superficialia, vulgo gregaria, imo dense conferta, dimidiata, minuta (60—100 μ), atterrima, pl. m. nitentia, effoeta rugosa, centro perforata. Asci 35 × 7 μ. Sporidia disticha, coloris expertia, bacilliformia, medio septata.

PAPILIONACÉES.

Astragalus alpinus *L.*

18. Phoma Astragali alpini n. sp. (Tab. I, f. 17). — Perithecia caulogena, sparsa, atra, primo abscondita, denique superficialia, depresso-globosa, ostiolo breve-conico, 170—200 μ. Sporidia dilutissime flavescentia, continua, 6 × $2^1/_3$ μ, recta, utrimque obtusata, vacuolis in exemplis nostris siccatis perraro distinguendis.

19. Pleospora herbarum *Rabenhorst* (Herb. Mycol. ed 2ª, nº. 547), forma Astragali. — Foliicola, peritheciis 100 μ. Ascos non vidi. Sporidia opaca, nigro-fusca, transverse 7-septata, caeterum murali-divisa.

Oxytropis campestris *L.*

20. Pleospora herbarum *Rabenh.* (l. c.) forma Oxytropis. — Sporidia opaca, medio constricta, transverse 7-septata, murali-divisa, 35 × 16 μ.

---

*) Semel observata, postea frustra quaesita.

POLÉMONIACÉES.

Polemonium pulchellum *Bunge* (in Ledebour fl. Rossica III, 84).

21. Phoma Polemonii n. sp. (Tab. I, f. 18). — Perithecia phyllogena, subcarbonacea, innato-erumpentia, sparsa, minuta. Sporulae coloris expertes, oblongo-ovales, utrimque obtusae, $11^2/_3 \times 4^2/_3$ μ.

22. Pleospora herbarum *Rabh.* (l. c) forma Polemonii. — Asci et paraphyses deficientes. Sporidia saturate fusca, fere opaca, medio parum constricta, transverse 7-septata, caeterum murali-divisa, 37×14 μ.

LÉGENDE.

PLANCHE I.

Fig. 1. Asque et spore du *Pleospora Arctagrostidis* OUD.
" 2. " " " " *Sphaerella Tassiana* DE NOT.
" 3. " " " " *Leptosphaeria Hierochloae* OUD.
" 4. " " " " *Sphaerella saxatilis* SCHRÖTER.
" 5. Sporules du *Septoria Eriophori* OUD.
" 6. Asque et spore du *Leptosphaeria Silenes acaulis* DE NOT.
" 7. " " " " *Leptosphaeria Weberi* OUD.
" 8. " " " " *Sphaerella nivalis* OUD.
" 9. " " " " *Metasphaeria Annae* OUD.
" 10. Sporules de l' *Ascochyta Papaveris* OUD.
" 11. " " " *Ascochyta Drabae* OUD.
" 12. Asque du *Pleospora herbarum* RAB.
" 13. Spores du *Puccinia Dentariae* FUCK.
" 14. Asque et spore du *Sphaerella Octopetalae* OUD.
" 15. " " " " *Sphaerella Potentillae* OUD.
" 16. Périthèce dimidée et asque sporifère du *Microthyrium arcticum* OUD.
" 17. Sporules du *Phoma Astragali alpini* OUD.
" 18. " " *Phoma Polemonii* OUD.

Planche II.

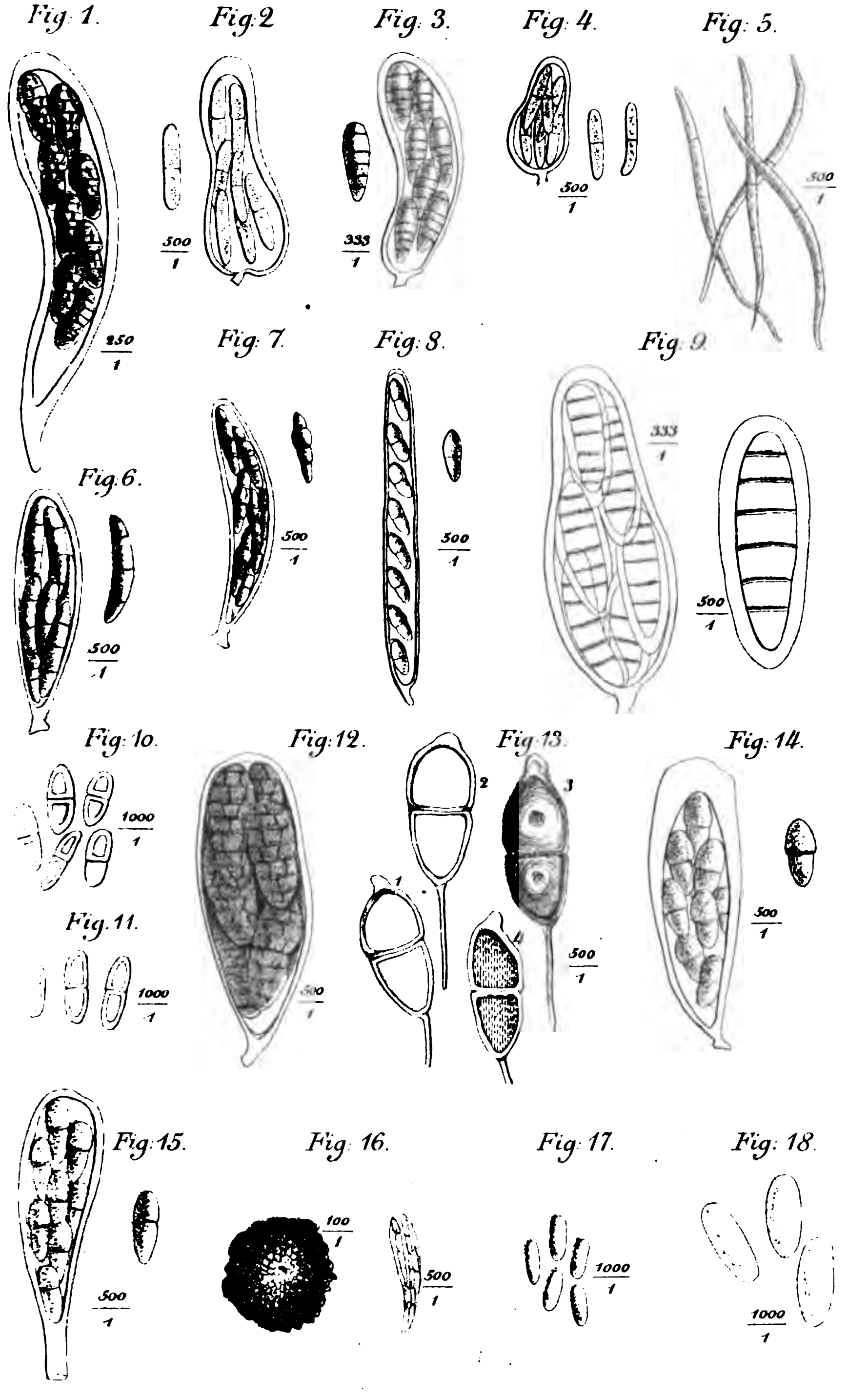
Fig. 1. Asque et spore du *Sphaerella Papaveris* Fuckel.
" 2. " " et spermatie du *Sphaerella Pachypleuri* Fuckel.
" 3. " " " du *Sphaerella adusta* Fuckel.
" 4. " " spores " *Sphaerella fusispora* Fuckel.
" 5. " " spore " *Sphaeria Chamaejasmes* Fuckel.
" 6. " " spores " *Pleospora Dryadis* Fuckel.
" 7. " " spore " *Pleospora Matthiolae* Fuckel.
" 8. " " " " *Pleospora abbreviata* Fuckel.
" 9. " " " " *Pleospora hyperborea* Fuckel.
" 10. " " " " *Micropeziza Lychnidis* Fuckel.

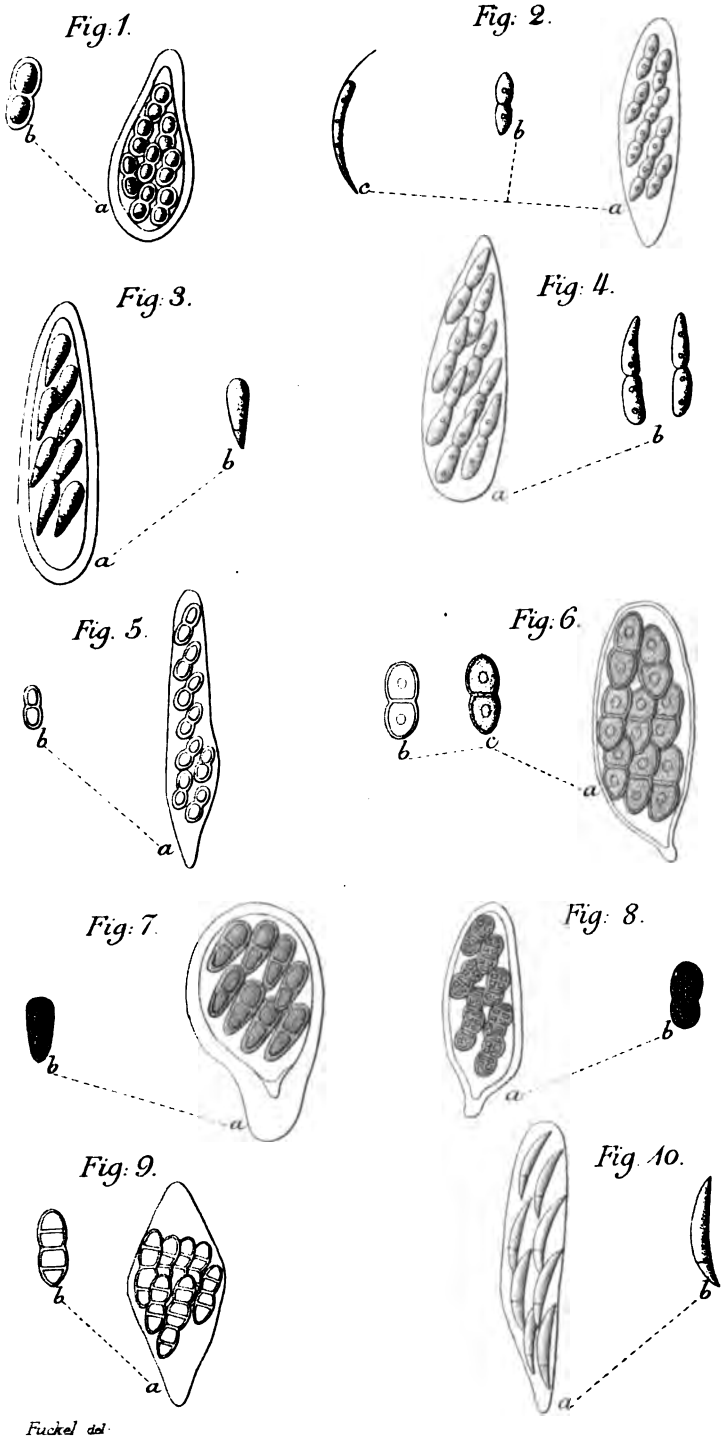
(Reproduction des figures 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 de la dissertation de Mr. L. Fuckel contenue dans les „Reisen nach dem Nordpolarmeer in den Jahren 1870 und 1871, von M. Th. von Heuglin, III, Braunschweig, 1874;" et des figures 1 et 4, planche I, appartenant à la dissertation du même auteur, contenue dans „Die zweite deutsche Nordpolarfahrt in den Jahren 1869 und 1870. Leipzig, F. A. Brockhaus, 1874)."

Planche III.

Fig. 1. *Pleospora arctica* Fuckel. — *a.* asque; *b.* spore pas encore mûre; *c.* spore mûre; *d.* pseudoparaphyse.
" 2. *Pleospora paucitrichia* Fuckel. — *a.* périthèce 32 fois agrandi; *b.* asque; *c.* spore.
" 3. *Sphaeria nivalis* Fuckel. — *a.* asque; *b.* spore.
" 4. *Sphaeria arctica* Fuckel. — *a.* deux asques; *b.* spore.
" 5. *Ceratostoma foliicolum* Fuckel. — *a.* périthèce 30 fois agrandi; *b.* spore.
" 6. *Cytispora capitata* Fuckel. — Spermatie.
" 7. *Phoma Drabae* Fuckel. — Stylospore.

(Reproduction des figures 2, 3, 5, 6, 7 et 8, planche I, appartenant à la dissertation de Mr. L. Fuckel, contenue dans „Die zweite deutsche Nordpolarfahrt in den jahren 1869 und 1870. Leipzig, F. A. Brockhaus, 1874).


Fig: 1.
250/1
Fig: 2
500/1
Fig: 3.
333/1
Fig: 4.
500/1
Fig: 5.
500/1
Fig: 6.
500/1
Fig: 7.
500/1
Fig: 8.
500/1
Fig: 9.
333/1
500/1
Fig: 10.
1000/1
Fig. 11.
1000/1
Fig: 12.
500/1
Fig: 13.
1
2
3
4
500/1
Fig: 14.
500/1
Fig: 15.
500/1
Fig: 16.
100/1
500/1
Fig: 17.
1000/1
Fig: 18.
1000/1



Fuckel del.

Fig: 1.

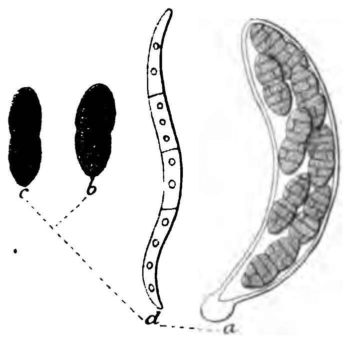


Fig: 2.

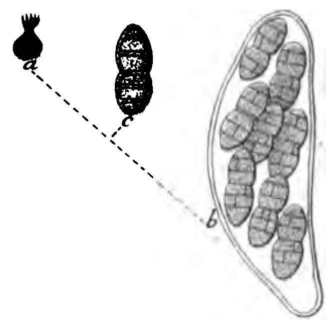


Fig: 3.

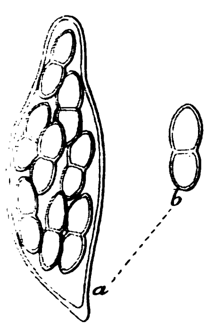


Fig: 4.

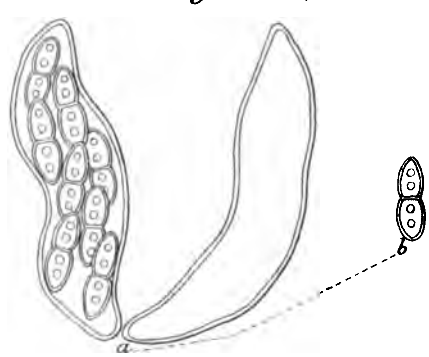


Fig: 5.

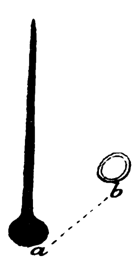


Fig: 6.



Fig: 7.



Fuckel. del

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 November 1885.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, KORTEWEG, MAC GILLAVRY, VAN DER WAALS, HUBRECHT, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, HOEK, BEIJERINCK, HOFFMANN, DE VRIES, ZAAIJER, SURINGAR, BIERENS DE HAAN, VAN DIESEN, SCHOLS, BOSSCHA, ZEEMAN, BEHRENS, A. C. OUDEMANS JR., PLACE, KAMERLINGH ONNES, STOKVIS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— De Heer GUNNING heeft zijne afwezigheid schriftelijk verontschuldigd.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1º. den Bibliothecaris van het Institut royal géologique de la Suède te Stockholm, 31 October 1885; 2º. J. THORBURN, Bibliothecaris der geological and natural history Survey te Sussex, 20 November 1885; 3º. A. LEIBIUS, Secretaris der royal Society of N. S. W. te Sydney, 30 September 1885; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. W. E. HOYLE, Secretaris der royal physical Society te Edinburg, 6 November 1885; 2°. R. J. GLAZEBROOK, Secretaris der Cambridge philosophical Society te Cambridge, 1885; 3°. ZEISS, Voorzitter der botanische Gesellschaft te Landshut, 27 September 1885; 4°. R. HEIDENRAIN, Voorzitter der Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur te Breslau, 1 Juli 1885; 8°. H. SANTESSON, Bibliothecaris van het Institut royal géologique de la Suède te Stockholm, 31 October 1885; 6°. J. J. BRIDE, Bibliothecaris der public Library te Melbourne, 22 September 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankzegging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. eene missive van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid (den Haag, Nov. 1885), waarin der Afdeeling verzocht wordt, den Minister in te lichten omtrent de leefwijze van een klein Schaaldier (Limnoria terebrans), hetwelk, in paalwerk aan de zeekusten van Frankrijk waargenomen, een schadelijken invloed op het hout der borstweringen bleek uit te oefenen. Eene mededeeling over het dier, in een Fransch tijdschrift verschenen, is in afschrift aan de missive toegevoegd.

De Voorzitter wenscht de zaak, om advies, in handen gesteld te zien van eene Commissie, samengesteld uit de Heeren HUBRECHT, HOFFMANN, HOEK, VAN DIESEN, MICHAËLIS en VAN 'T HOFF. De eerstgenoemde vier Heeren, ter vergadering tegenwoordig, nemen de opdracht aan; aan de laatste twee zal van hunne benoeming schriftelijk kennis worden gegeven;

2°. een brief (Batavia, 30 Juni 1885) van den Heer Dr. C. TH. SLUITER, correspondeerend lid der Afdeeling, te Batavia, waarin de wensch wordt te kennen gegeven, dat de Afdeeling zich wende tot de Regeering met het verzoek, aan Nederlandsche zoölogen, die zich bereid zouden verklaren, aan het zoölogisch station te Batavia te gaan werken, het gaan naar Indië gemakkelijk te maken, door hun vrijen overtocht voor de heen- en t'huisreis te verstrekken.

De brief van den Heer SLUITER wordt in handen gesteld van de Heeren HUBRECHT en HOEK, met verzoek, der Afdeeling omtrent de daarin uitgedrukte wenschen te dienen van voorlichting en raad.

— De Heer MAC GILLAVRY deelt mede, dat vulling met vloeistof van den linker harteboezem van den mensch, in den rechter boezem een negatieven druk van ongeveer 6 millim. water doet ontstaan, en is van oordeel dat dit feit, althans voor een gedeelte, rekenschap geeft van de zoogenoemde eigen zuigkracht van het hart.

— De Heer PLACE spreekt over de berekening van den inhoud der hartekamer uit het dagelijksch verbruik aan zuurstof, en het verschil in zuurstofgehalte van het slagaderlijk en het aderlijk bloed, in verband met het aantal hartslagen in 24 uur. De inhoud der hartekamer wordt door den spreker op 100 c.c. geschat.

— De Heer BUYS BALLOT spreekt over de berekening van de Januari- en Juli-temperatuur voor de verschillende breedtecirkels en meridianen der aarde, uit de beste thans bestaande isothermkaarten, en wijst aan hoe men daaruit, indien die kaarten voor elke maand verbeterd zullen gegeven zijn, die verschillen uit den invoed van wind en stroomen zal kunnen verklaren. — Verder wordt in het licht gesteld, wat men reeds omtrent de wisseling van de warmte aan de geheele oppervlakte der aarde in den loop van het jaar kan opmaken.

— De Heer VAN DER WAALS spreekt over de plaats der buigpunten in de isothermische lijnen.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

[illegible]

[illegible] physique et l'histoire [illegible]

[illegible] 2 December 1885: aangenomen [illegible]

[illegible] ten geleide van boekgeschenken van

le navolgenden: 1°. het Ministerie van binnenlandsche zaken te 's Gravenhage, 4 December 1885; 2°. G. C. W. Bohnensieg, Conservator van de Bibliotheek van Teylers Stichting te Haarlem, October 1885; 3°. J. Bosscha, Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 30 November 1885; 4°. den Directeur van het Institut royal géologique de Hongrie te Budapest, 1 December 1885; 5°. J. C. Pilling, Bibliothecaris der U. S. geological Survey te Washington, 30 October 1885; 6°. den Secretaris van de Smithsonian Institution te Washington, 1885: waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. eene kennisgeving van Mevr. de Wed. Harting (3 Dec. 1885), van het overlijden van haar echtgenoot: wijlen Prof. Dr. P. Harting, rustend lid der Akademie. — De Voorzitter herdenkt in korte woorden wat Harting voor de wetenschap, zijne studenten, de Akademie en de Maatschappij geweest is, en schetst hem als een voorbeeld ter navolging; 2°. een in het Engelsch geschreven adres over het »Elizabeth Thompson Science Fund" te Boston, waaruit geldelijke ondersteuning verstrekt kan worden voor onderzoekingen, welke de bevordering van menschelijke kennis of maatschappelijk welzijn ten doel hebben; 3°. een afdruk van een adres der Nederl. Dierk. Vereeniging aan de Tweede Kamer der Staten-Generaal: over de oprichting en het onderhoud van een zoölogisch Station aan de Nederlandsche Kust.

— De Commissie, benoemd om der Afdeeling te dienen van voorlichting en raad in zake het schriftelijk verzoek van Dr. C. P. Sluiter te Batavia, in de vorige vergadering ter kennis der leden gebracht, brengt verslag uit bij monde van den Heer Hubrecht. Zij komt, op gronden nader in haar rapport ontwikkeld, tot het voorstel, dat de Afdeeling aan den wensch van Dr. Sluiter gehoor geve, en zich wende tot de Hooge Regeering met eene warme aanbeveling van

zijn denkbeeld, om Nederlandsche beoefenaren der Dierkunde tot het bezoeken van het te Batavia door hem gestichte zoölogisch Station op te wekken, door het verleenen eener geldelijke subsidie uit de Staatskas, groot genoeg om de heen- en tehuisreis te bekostigen. Na eenige discussie, tusschen de Heeren HUBRECHT en BOSSCHA gevoerd naar aanleiding van de vraag, tot welk Hoofd der beide Departementen van Binnenlandsche Zaken of Koloniën, het adres der Afdeeling behoort gericht te worden, wordt besloten dit te doen toekomen aan den Minister van Binnenlandsche Zaken, doch Z.E. dan tevens uit te noodigen, zoo daartoe termen mochten bestaan, ter bereiking van het doel en het opheffen van wellicht in eene of andere richting zich openbarende bezwaren, in overleg te treden met zijn ambtgenoot voor Koloniën. Aan dezen Minister zal een afschrift van het adres aan den Minister van Binnenl. Zaken worden toegezonden.

— De Heer SURINGAR bespreekt de vertegenwoordiging van de familie der *Cacteeën* op de Nederlandsche West-Indische eilanden, naar aanleiding van de daarheen gemaakte reis in den vorigen winter. De soorten, die aldaar in het wild voorkomen, behooren tot de geslachten *Opuntia*, *Cereus* en *Melocactus*.

Van het geslacht *Opuntia* vermeldt hij vier soorten, als aangetroffen op de eilanden boven den wind, en een gelijk getal voor de eilanden beneden den wind. De *Cerei* zijn op eerstgenoemde twee, op laatstgenoemde vier in getal. Omtrent ééne soort van beide geslachten moet nog worden uitgemaakt, of zij aan beide groepen van eilanden gemeenschappelijk is, dan of het op beide zeer na verwante soorten zijn. De andere zijn alle verschillend. Onbekende vormen komen daarbij niet voor. Alleenlijk geven het medegebrachte materiaal en de gemaakte aanteekeningen aanleiding tot aanvulling van de kennis van hare kenmerken en begrenzing.

Het geslacht *Melocactus* wordt op de eilanden boven den wind door prachtexemplaren van den typischen vorm van *Melocactus communis* DC vertegenwoordigd; maar op de

eilanden beneden den wind werd een zeer groote verscheidenheid van andere, voor een goed deel nieuwe, vormen aangetroffen.

Van deze *Cacteeën* werden — behalve op reis gemaakte aanteekeningen — bloemen, vruchten en deelen van het lichaam op spiritus, van sommige *Cerei* en *Opuntia's*, en van de meeste *Melocacti*, levende exemplaren medegenomen. Deze laatste werden, na terugkomst in het vaderland, op groote schaal gephotographeerd, ten einde de kenmerken ten allen tijde te kunnen controleeren en een goeden grondslag te verkrijgen voor later te publiceeren afbeeldingen.

Spreker behandelt de kenmerken, die bij het geslacht *Melocactus* tot onderscheiding der soorten dienen en hunne betrekkelijke waarde. Hij heeft er naar gestreefd, om niet alleen de nieuw waargenomen vormen te beschrijven, maar ook om het verband tusschen de verschillende vormen op te sporen. Hier en daar zijn in verschillende richtingen divergeerende seriën op te merken.

De resultaten van zijn onderzoek zullen later, met de noodige afbeeldingen, meer uitvoerig worden gepubliceerd. Voorloopig worden hierbij de beschrijvingen gegeven van de nieuw gevonden *Melocacti*, benevens van een *Cereus*, die, hoewel reeds aan HERMANN, den voorganger van BOERHAAVE als Directeur van den Leidschen hortus, bekend, ten gevolge van misvatting en verwarring met andere soorten opnieuw benoemd is moeten worden.

Voor de Verslagen en Mededeelingen wordt een opstel toegezegd, waarin de diagnosen der tot hiertoe onbekend gebleven soorten gegeven zullen worden.

— De Heer VAN BEMMELEN deelt het volgende mede:

Dr. BAKHUIS ROOZEBOOM heeft zich bezig gehouden met de studie der dissociatieverschijnselen, bij eene verbinding van ammoniumbromuur met ammonia. De uitkomsten van dit onderzoek schijnen niet onbelangrijk, in verband met de vraag: of de wet van DEBRAY een criterium aanbiedt ter herkenning eener chemische verbinding in eene vloeistof, die in den toestand van dissociatie verkeert.

Gelijk bekend is, geldt zij als criterium voor vaste verbindingen in dissociatie.

Hare toepassing op vloeistoffen gaf tot nog toe slechts negatieve uitkomsten, dewijl nog geene vloeibare verbinding gevonden werd die, bij gelijkblijvende temperatuur, eene zelfde spanning behield, onafhankelijk van de hoeveelheid gas, welke door dissociatie verwijderd was.

Dit bleek niet alleen voor de gewone gasoplossingen (ISAMBERT en DEBRAY), maar ook voor stoffen als SCl_4 en SCl_2 (ISAMBERT en MICHAËLIS), welke zich ten opzichte der spanning gedroegen als oplossingen van Cl_2 in S_2Cl_2, aangezien de spanning bij vermindering van chloorgehalte steeds daalde. ISAMBERT en MICHAËLIS leidden uit hunne waarnemingen niet dezelfde gevolgtrekking af. Of men eene vloeistof, zooals SCl_4, die zich onder den invloed van andere stoffen als chemische verbinding gedraagt, ook op zich zelve als zoodanig mag beschouwen, is voorzeker door de toepassing van DEBRAY's wet niet uit te maken, zoolang nog niet bekend is of er eene dergelijke vloeistof bestaat, of bestaan kan, welke aan die wet gehoorzaamt. Wel meende de heer GAY onlangs te hebben aangetoond, dat eene bepaalde verbinding mocht worden aangenomen in de oplossingen van NO in ferrozouten, maar deze meening berust op eene onjuiste interpretatie der proefnemingen, waaruit zich integendeel laat afleiden, dat het gehalte aan NO met de spanning wisselt.

De Heer ROOZEBOOM hoopt eerlang eenige waarnemingen bekend te maken betreffende de oplossing van Cl_2 in CrO_2Cl_2 en de vloeistoffen NO Br en $NOBr_3$, uit welke wederom blijkt. dat de spanning dezer vloeistoffen afneemt met haar dalend gehalte aan Cl, of NO — ook bij gelijkblijvende temperatuur.

Andere stoffen als Br Cl, $NOCl_3$, NO_2Cl, zijn uit dit oogpunt nog niet onderzocht. Het valt zeer te betwijfelen of eene standvastige spanning gevonden zal worden bij eenige dezer vloeistoffen.

Al de genoemde voorbeelden hebben dit gemeen: dat de vloeistof bij hare ontleding zich splitst in een gas en eene vloeistof. Het scheen van belang, ook den gang der verschijnselen na te gaan bij zulke vloeistoffen, wier ontledingsprodukten

een gas en eene vaste stof zijn. Het aantal dergelijke stoffen is vrij beperkt. Voorbeelden zijn: I Cl, $Se_2 Cl_2$, $Se_2 Br_2$, de verbinding van SO_2 met kamfer, en vooral de door TROOST (*Compt. Rend.* T 88 — T 94) ontdekte verbindingen van ammoniumzouten met NH_3, welke meestal boven eene zekere temperatuur vloeibaar worden.

Hoewel TROOST ook de dissociatie dezer laatste verbindingen onderzocht, zijn zijne opgaven te onbestemd om er iets uit af te leiden in betrekking tot de geldigheid der wet van DEBRAY, ook boven hare smeltpunten.

De Heer R. onderzocht die verschijnselen daarom nader bij de verbinding $NH_4 Br . 3 NH_3$.

Deze stof ontstaat in vloeibaren toestand door het vaste zout $NH_4 Br$ bij —1° te verzadigen met NH_3, bij een druk van 1 atm. De verkregen vloeistof kan tot ongeveer —12° afgekoeld worden vóór zij vast wordt. Het smeltpunt der verbinding is evenwel 8°.7— onder eigen druk.

Bepaalt men nu de spanningen der verbinding in vloeibaren en in vasten toestand, dan blijken deze te verschillen. De spanning van NH_3 boven de vaste verbinding is kleiner dan die boven de vloeistof, doch wordt bij 8°.7 daaraan gelijk:

Spanning van $NH_4 Br . 3 NH_3$

Temperatuur.	Vast.	Vloeibaar.
—20°	180 m.M.	—
—15°	227 »	—
—10°	313 »	485 m.M.
— 5°	427 »	615 »
0°	578 »	787 »
5°	770 »	990 »
8°.7	1155 »	1155 »
10°	— »	1225 »
15°	— »	1500 »

Laat men nu NH_3 gas uit, en bepaalt wederom de spanning boven de vloeistof, en vervolgens boven de vaste verbinding, die na genoegzame afkoeling ontstaat, dan blijkt de spanning der vloeistof voortdurend kleiner te worden, naarmate de hoeveelheid NH_3 vermindert.

De spanning der vaste verbinding blijft echter, gelijk te verwachten was, standvastig. Slechts wordt het smeltpunt voortdurend iets lager; telkens samenvallende met het punt waar de spanningslijn der vaste stof die der vloeistof ontmoet. *Aan elke samenstelling der vloeistof beantwoordt echter eene temperatuur, beneden welke ook hare spanning standvastig wordt*, en dit blijft, hoeveel NH_3 ook worde uitgelaten. Dit feit heeft plaats op het oogenblik, dat zich uit de vloeistof kristallen gaan afzetten van de verbinding $NH_4 Br . NH_3$. Elk verder uitlaten heeft slechts vermeerdering dier kristallen ten gevolge, terwijl de bovenstaande vloeistof eene onveranderde samenstelling behoudt. Hiermede moet dus noodwendig het standvastig blijven der spanning gepaard gaan. *De standvastige spanning bestaat dus voor die vloeistof, welke verzadigd is met de vaste verbinding* $NH_4 Br . NH_3$. De samenstelling dezer vloeistof verandert echter met de temperatuur. Hoe meer deze stijgt, hoe meer van de vaste verbinding wordt opgelost; de vloeistof, die verzadigd is, bevat dus steeds minder NH_3.

— 7°	2.74 NH_3	9°	2.60 NH_3
— 1°	2.69 »	12°	2.57 »
2°	2.66 »	16°	2.53 »
6.7	2.63 »	25°	2.45 »

Hieruit volgt, dat de temperatuur, beneden welke de spanning standvastig wordt, voor de vloeistof des te hooger gelegen is, naarmate haar gehalte aan NH_3 kleiner is. Dit bleek bij de bepalingen:

Gehalte aan NH_3	—10°	—5°	0°	5°	10°	15°	20°	25°	Temp. beneden welke $NH_4Br . NH_3$ aanwezig was.
mol.	m.M.								
3.04	500	641	811	1007	1253	1538	—	—	$< -10^\circ$
2.95	—	-	762	954	1185	1461	—	—	$< -10^\circ$
2.86	436	562	716	900	1121	1386	—	-	$< -10^\circ$
2.77	405	523	672	852	1060	—	—	—	—10°
2.68	408	511	637	798	99	—	—	—	0°
2.59	—	515	637	780	944	1161	—	--	10°
2.50	—	—	—	—	945	1134	1368	---	19°
2.41	408	512	636	780	945	1135	1350	1591	29°
2.22	—	—	633	-	941	—	--	—	$> 30^\circ$
2.04	405	511	634	778	942	1129	1347	1585	$> 30^\circ$

Stelt men al deze waarden door lijnen voor, dan ziet men dat de spanningslijnen voor vloeistoffen van verschillend gehalte afgesneden worden door de spanningslijn der vloeistoffen, die bij verschillende temperaturen verzadigd zijn met de verbinding $NH_4 Br . NH_3$. Beneden deze lijn *) kan

*) Het snijpunt dezer lijn met de spanningslijn der vaste verbinding $NH_4 Br$ 3 NH_3 geeft tevens het laagste smeltpunt dier verbinding: 6°.6. Bij het vast worden eener vloeistof, die minder dan 3 NH_3 bevat, vormt zich, nevens de vaste verbinding met 3 NH_3 (A), ook eene bepaalde hoeveelheid der verbinding met 1 NH_3 (B). Bij het smelten van A lost deze echter iets op van B Hoe meer van deze laatste voorhanden is, des te meer verlaagt zij het genoemde smeltpunt. Het laagste smeltpunt zal natuurlijk voorkomen, als de hoeveelheid van B zoo groot is, dat zij door de ontstane vloeistof A juist opgenomen kan worden. Dit geschiedt als de gemiddelde samenstelling bedraagt $NH_4 Br . 2{,}63 NH_3$; welke samenstelling de bij 6°.6 verzadigde vloeistof bezit.

Men vindt deze temperatuur ook uit het snijpunt der lijnen, welke

men niet komen, hoeveel gas ook wordt uitgelaten, zoolang men nog blijft boven 1 mol. NH_3.

In het onderzochte geval blijkt dus, dat het ontstaan eener standvastige spanning bij de vloeistof onafscheidelijk verbonden is aan het ontstaan eener vaste stof, die minder gas bevat dan de vloeistof Deze vaste stof bepaalt zelve niet de spanning. Daar de verbinding NH_4 Br . NH_3 veel kleinere spanning heeft: maar veroorzaakt het standvastig blijven van de samenstelling der vloeistof en alzoo ook van hare spanning.

Is hier nu eene vloeistof, die, binnen zekere temperatuurgrenzen, de wet van DEBRAY volgt, zoo is men hiermede evenwel niet in staat te beslissen of de vloeistof, die de spanning uitoefent, als chemische verbinding mag opgevat worden. In haar geheel voorzeker niet; want hare samenstelling wisselt tusschen — 10^0 en + 21^0 van 2.77 NH_3 tot 2.45 NH_3. Of men in haar vloeistofmoleculen NH_4Br . 3 NH_3 nevens moleculen NH_4 Br . NH_3 mag aannemen, is minstens hoogst twijfelachtig. De spanning toch is door die bijgemengde moleculen sterk gedaald en de regelmatige wijze waarop zij daalt, van 3 NH_3 tot 2.5 NH_3, zou eer doen besluiten, dat in de vloeistof de ammonia regelmatig verdeeld is tusschen alle moleculen NH_4 Br .

Bovendien, indien men de vloeistof bij 1 atm. druk verzadigt beneden de temperatuur, waarbij hare spanning 1 atm. bedraagt (4^0.5), dan bekomt men niet eene vloeistof van de juiste samenstelling NH_4 Br . 3 NH_3, maar van eene met de temperatuur afwisselende samenstelling; terwijl bij vaste verbindingen, in toestand van dissociatie, onder dergelijke omstandigheden de verbinding altijd geheel hersteld wordt.

— De Heer HUBRECHT geeft verslag van de uitkomsten,

---

voorstellen: 1°. de samenstelling der vloeistoffen, die bij verschillende temperaturen met de verbinding B verzadigd zijn; 2°. de smeltpunten van de verbinding A, bij aanwezigheid van verschillende hoeveelheden der verbinding B. De gesmolten verbinding A treedt dus op als oplosmiddel voor de vaste stof B, geheel op dezelfde wijze als water tegenover NaCl, en het laagste smeltpunt 6^0.6 stemt geheel overeen met het sme[illegible] -naamde kryo-hydraten.

door den Heer Dr. J. F. VAN BEMMELEN, adsistent in de dierkunde aan de Universiteit te Utrecht, verkregen bij het onderzoek naar de ontwikkeling en de metamorphose der kieuw- of visceraalspleten en der aortabogen bij embryonen van Tropidonotus natrix en Lacerta muralis.

Bij Tropidonotus bleken overblijfselen van alle vijf paar kieuwspleten te blijven bestaan.

Uit de eerste kieuwspleet ontstaat de tuba eustachii, die rudimentair blijft.

Van de tweede blijft een uit epitheelcellen opgebouwd lichaampje over, dicht achter de tuba.

De derde vindt men als een gesloten epitheelblaasje op het midden van de arteria carotis gelegen.

Uit de toppen van de vierde en vijfde ontstaat de thymus.

De plaats, waar deze spleten vlak naast elkander in den oesophagus uitmonden, rekt zich uit tot een steel, die op één plaats opzwelt tot een epitheelblaasje, dat bestaan blijft, terwijl de steel verdwijnt. Men vindt het ook bij volwassen Slangen tusschen de beide lappen der thymus ingelegen.

Bij Lacerta muralis gaan, in tegenstelling met Tropidonotus, de vierde en vijfde kieuwspleet reeds in een vroeg stadium van het embryonale leven verloren; terwijl de thymus ontstaat uit de toppen van de tweede en derde.

Het overige epitheel der tweede kieuwspleet verdwijnt, dat der derde daarentegen ontwikkelt zich tot een blaasje, dat tegen den achterwand van den carotisboog aanligt, evenals het derivaat der gelijknamige spleet bij Tropidonotus. De carotis vormt op die plaats een kleinen plexus; er ontstaat dus eene zoogenaamde carotisklier.

Vóórdat het vijfde paar kieuwspleten verdwijnt, vormt de achterrand van de linker spleet eene epitheliaalwoekering, die zich als een gesloten epitheelblaasje afsnoert en gedurende het geheele embryonale leven op dezelfde plaats blijft liggen, n.l. asymmetrisch ter linkerzij van de trachea, vooraan in den dorsalen pericardiaalrand, en den vorm krijgt van een rond groot epitheliaal lichaam met dikken wand. De overeenkomst met de reeds vroeger door VAN BEMMELEN aangetroffen derivaten van het entoderm in den

pericardiaalwand bij haaien en roggen, zoowel in ligging en wijze van ontstaan, als in het asymmetrisch voorkomen (dat bij Elasmobranchii veelvuldig, bij Lacerta regelmatig zich schijnt voor te doen) wettigt het vermoeden, dat men hier met homologe organen te doen heeft, en wel in beide gevallen met rudimenten eener zesde kieuwspleet.

Bij Tropidonotus en Lacerta beide, ontstaan achtereenvolgens zes paar aortabogen, evenals bij Amphibiën, waarvan het voorste vóór het eerste paar kieuwspleten en het achterste achter het laatste paar kieuwspleten gelegen is. De twee voorste paren verliezen hun samenhang met den dorsalen vereenigingsstam reeds, wanneer de achterste paren pas aangelegd worden; wat er van hen overblijft vormt de carotis externa.

De derde aortaboog wordt carotis communis en tevens begin der carotis interna; de vierde levert de eigenlijke arcus aortae; de vijfde gaat zeer vroeg te gronde en de zesde wordt arteria pulmonalis. De resten van den vijfden boog ziet men nog in sommige embryonale stadiën tusschen de rudimenten der vierde en vijfde kieuwspleet liggen.

De thyreoidea ontstaat bij beide vormen als eene mediane ongepaarde uitstulping van den ventralen wand der mondholte; zij treedt niet, zooals bij Zoogdieren, in verband met resten der vierde kieuwspleet.

Reeds in zeer jonge stadiën is het verschil in histologischen bouw tusschen die gedeelten der kieuwspleten, welke thymus worden, en die welke blijvend een epitheliaal karakter behouden, zeer duidelijk zichtbaar.

Bij jonge exemplaren van Alligator lucius en Crocodilus sp. werd eene thymus gevonden, die zich uitstrekte van den achterwand van het labyrinth tot aan den oorsprong der groote arteriën uit het hart, en die aan dit laatste uiteinde een eivormig lichaampje droeg, door bindweefsel bevestigd aan den carotis-stam, op de plaats waar deze zich splitst in car. communis, art vertebralis en art. subclavia.

Bij een jong exemplaar van Emys Europaea was daarentegen de thymus klein en rond, samengesteld uit vele lobben en halverwege de lengte van den hals gelegen. In haar

binnenste bleek zij (op doorsneden) een afgerond, epitheliaal gebouwd lichaampje te bevatten. Tusschen arcus aortae, art. pulmonalis en ductus botalli, lagen ter weerszij twee eveneens epitheliale lichaampjes. Hieruit volgt met groote waarschijnlijkheid, dat bij dezen Schildpad, evenals bij Lacerta, de thymus een derivaat is van de tweede en derde kieuwspleet, en tusschen aorta en pulmonalis resten van de vierde en vijfde spleet blijvend voorkomen; zoodat ook hier de pulmonalis ontstaat uit den 6den aortaboog.

Bij alle Reptiliën ligt de thymus in de onmiddellijke nabijheid van de arteria carotis, de vena jugularis, den nervus sympathicus en den nervus vagus. De laatste vormt in de nabijheid der tweede thymuslob een ganglion, dat, naar zijne ontwikkelingswijze te oordeelen, het homologon is van het ganglion nodosum der Zoogdieren. Geheel in denzelfden stand vindt men de thymus der Vogels. Hare grootte vertoont aanzienlijke verschillen. De thyreoidea der Vogels is in twee helften verdeeld, die ter weerszij aan het ondereind der thymus liggen; onder elke thyreoideahelft vindt men weer een epitheliaal lichaampje, gelegen tegen de carotis, op de plaats waar deze zich vertakt. Waarschijnlijk is dit lichaampje een derivaat der derde kieuwspleet. Bijna zeker is dit het geval met de zoogenaamde carotisklier der Zoogdieren.

— De Heer Mac Gillavry biedt uit naam van den Heer D. E. Siegenbeek van Heukelom voor de boekerij der Akademie een boekwerk aan, getiteld: *Pathologisch Bindweefsel*, en geeft een kort overzicht van de uitkomsten, waartoe de schrijver gekomen is. Deze zijn:

1o. Bij de nieuwvorming van bindweefsel vormen zich de nieuwe elementen steeds door Karyokinese;

2o. in tegenstelling met hetgeen tot nu toe geloofd werd, vond de schrijver dat in Sarcomen, die uren na den dood uit het lijk genomen werden, toch de phasen der Karyokinese gemakkelijk te herkennen zijn, mits men zich bediene van een door den schrijver in bijzonderheden aangegeven dahlia-eosine kleuring;

3o. dat de spoelvormige elementen in Sarcomen zich

onderscheiden van het nieuw gevormd bindweefsel der ontstekingshaarden door de sterke proliferatie (blijkende uit de talrijke *mitosen* in het praeparaat);

4⁰. dat de spoelvormige elementen der ware Sarcomen eene homogene en geene fibrillaire tusschencelstof leveren, en dat:

5⁰. de celachtige elementen van het bindweefsel in ontstekingshaarden zich uit endotheel-cellen en niet, zooals tegenwoordig door velen wordt aangenomen, ook uit leucocythen ontwikkelen, en het leucocythen-infiltraat bij dergelijke processen derhalve als een secundair verschijnsel moet beschouwd worden.

— Voor de Bibliotheek der Akademie worden verder aangeboden:

Door den Heer Bierens de Haan, uit naam van den Heer R. H. van Dorsten, diens Dissertatie, getiteld: »Theorie der kromming van lijnen op gebogene oppervlakten"; en door den Heer Schols: »Waterbouwkunde", deel III, 5e aflevering en deel IV, 5e aflevering.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

RAPPORT

AAN DE

AFDEELING WIS- EN NATUURKUNDE VAN DE KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

(Uitgebracht in de Vergadering van 19 December 1885).

Het schrijven van Dr. C. P. SLUITER, correspondeerend lid der Afdeeling Wis- en Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen aan die Afdeeling, d.d. 30 Juni 1885, heeft een tweeledig doel:

1°. vestigt Dr. SLUITER de aandacht der Afdeeling op de gelegenheid, die thans door zijne onafgebroken inspanning en door de medewerking van de Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië en de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen (Haarlem), te Batavia geopend is om zoölogische onderzoekingen in eene passende omgeving en met de benoodigde hulpmiddelen te kunnen verrichten;

2°. wenscht hij, dat de Afdeeling zich tot de Regeering wende om van deze te verkrijgen, dat zij door eene geldelijke tegemoetkoming Nederlandsche dierkundigen tot een bezoek aan die instelling in staat stelle.

Reeds thans hebben twee buitenlandsche geleerden: een hoogleeraar uit Moskou (KOROTNEFF) en een privaatdocent uit Göttingen (Dr. BROEK), zich te Batavia met het onderzoek der zeefauna bezig gehouden.

Dr. SLUITER acht het van veel belang dat ook landge-

nooten van de voordeelen der jeugdige inrichting de vruchten plukken; hij vreest echter dat de reiskosten heen en terug naar Batavia en de kosten van het verblijf aldaar het den meesten onmogelijk zullen maken.

De ondergeteekenden, aangewezen om over den inhoud van dezen brief van ons medelid Dr. SLUITER aan de Afdeeling te rapporteeren, wenschen voorop te stellen, dat ook zij in de stichting van Dr. SLUITER, die, op bescheiden schaal aanvangende, een grootsch doel nastreeft, eene instelling zien, die zeer zeker van beteekenis kan worden in de zoölogische wetenschap; die reeds daarom krachtigen steun, ook van Regeeringswege, verdient, en die bovendien zeer dadelijk nut kan afwerpen voor Nederlandsche dierkundigen, die nog niet door ambtelijke banden op den vaderlandschen grond worden teruggehouden. Deze toch kunnen te Batavia in de inrichting van Dr. SLUITER niet alleen medewerken om onze kennis der fauna van den Indischen Archipel te vermeerderen, en om de anatomische gegevens, die wij over talrijke tropische zeedieren van uitnemend wetenschappelijk belang bezitten, in gewenschten zin uit te breiden, maar zij kunnen ook, door een tijdelijk verblijf in de tropen, zich een ruimeren blik op de organische natuur in al hare uitingen verschaffen, die hun zeer zeker eene grootere geschiktheid geven zal voor het vervullen van betrekkingen bij de verschillende takken van natuurhistorisch onderwijs in het moederland.

Zoowel het belang van de uitbreiding onzer kennis van de Koloniën als het algemeen wetenschappelijk belang zijn er dus bij betrokken, dat van de stichting van Dr. SLUITER ook door Nederlanders een ruim gebruik worde gemaakt. Mocht de Afdeeling kunnen besluiten, aan het verlangen van Dr. SLUITER gevolg te geven en zich te dezer zake tot de Regeering te wenden, dan komt het den ondergeteekenden voor, dat zij zich op dien grond zoowel tot den Minister van Koloniën als tot den Minister van Binnenlandsche Zaken te richten zal hebben.

Wat nu het verstrekken van reis- en verblijfkosten betreft, zoo worden deze in een gelijksoortig geval ook thans

reeds aan Nederlandsche dierkundigen verleend, en wel voor zoover zij de Nederlandsche werktafel in het zoölogisch Station te Napels bezoeken.

Nu valt het niet te onkennen, dat de inrichting te Napels door hare nabijheid, door hare grootsche organisatie en door de onovertroffen volledigheid harer hulpmiddelen, in beteekenis voor de dierkundige wetenschap en ook in haar direct belang voor Nederlandsche dierkundigen, Dr. SLUITER's stichting ver achter zich laat, maar daartegenover mag niet uit het oog worden verloren, dat, door hare ligging in de tropische zeeën, in laatstgenoemde inrichting *andere* vraagstukken tot oplossing kunnen gebracht worden dan te Napels. Immers, de fauna van de Middellandsche Zee is in zeer vele opzichten belangrijk verschillend van die der Indische. En waar nu een Nederlandsch geleerde, door eigen initiatief en in weerwil van talrijke bezwaren en veelzijdige tegenwerking, er in slaagt een veld te openen, waarop door vakgenooten uit het moederland zal kunnen worden gearbeid, daar verdient dit streven voorzeker aller ondersteuning, en in de eerste plaats die onzer Afdeeling.

De ondergeteekenden hebben dus de eer, aan de Afdeeling voor te stellen, om, op de hierboven ontwikkelde gronden, zich te wenden tot de Regeering met eene warme aanbeveling van Dr. SLUITER's verzoek. Wellicht verdient het overweging, de aandacht der Regeering er tevens op te vestigen, dat Dr. TREUB, Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, onlangs op botanisch gebied eene gelijksoortige inrichting geopend heeft, die reeds door buitenlandsche plantkundigen, die daar langeren tijd vertoefden, met wetenschappelijke doeleinden bezocht werd.

Mogelijkerwijze zal het voorstel om door geldelijke subsidie het verkeer tusschen het moederland en die wetenschappelijke instituten in de Koloniën blijvend te bestendigen, een des te geopender oor bij de Regeering vinden, wanneer zij inziet, dat de toegestane gelden afwisselend aan dier- en plantkundigen zullen kunnen ten goede komen, en er geen vrees behoeft te bestaan, dat van deze gelegenheid geen gebruik zou worden gemaakt, of wel dat zoodanig gebruik

— daarvoor zijn ons de namen der stichters borg — niet in de eerste plaats en in ruime mate aan de biologische wetenschap ten goede zou komen.

Utrecht en *Leiden*,
13 December 1885.

A. A. W. HUBRECHT.
P. P. C. HOEK.

MELOCACTI NOVI

EX INSULIS

ARCHIPELAGI INDICI-OCCIDENTALIS NEERLANDICIS CURAÇAO, ARUBA ET BONAIRE.

AUCT.

W. F. R. SURINGAR.

(conc. Acad. Reg. Neerl. Scient. Amstelod. d.d. XIX Dec. 1885).

M. parvispinus.

Caulis depresso-globosus pallide viridis.

Costae 16 mediocres, dorso acuto inter areolas nasuto (i. e. oblique deorsum crenato) lateribus inflatis et undulatis, sulcis latis subflexuosis.

Areolae numerosae approximatae parvae valde oblongae fuscae glabrae.

Spinae exiguae vix diversae, radicibus fuscis vix fimbriato-marginatis sordide griseo-virescentes;

marginales 8—11 patentes fere aequaliter radiantes, superiores tenuissimae et brevissimae, infima lateralibus longior (ad 2 cm.) et crassior, omnes rectae vel laterales paullum sursum curvatae, cum vicinis vix cruciatae;

centrales (1—)2, inferior plorumque porrecta longior (ad $2^1/_2$ cm.) et firmior, basi obtusangula vel a latere compressa, superior minor sursum patens rarius deficiens.

Cephalium teres setulis fusco-rubris parcis conspersum.

Flores et *fructus* ignoti.

Ex insula *Bonaire*. Accedit ad *M. communis* formam, quam

descripserunt LK. et OTTO, at spina centralis inferior semper infima marginali longior.

M. Koolwijkianus.

Caulis depresso-ovatus subcoerulescenti-viridis.

Costae 11 latiusculae circa areolas inflatae, dorso inter areolas subacuto evidenter nasuto, lateribus undulatis, sulcis latis subflexuosis.

Areolae non valde numerosae subapproximatae, fere orbiculares parvae impressae, parcissime albo-tomentosae.

Spinae mediocres vix diversae, e radice rubro, griseo-fusco vaginato, vix fimbriato, pallide carneae, diaphanae lineares apice nonnumquam rubro subito acutae;

marginales 10 fere aequaliter radiantes plus minus versus caulem recurvatae cum vicinis cruciatae, paullum compressae, suprema parva lateralibus et infima subaequalibus (2—$2^1/_2$ cm.);

centrales (2—)3 sub-obtusangulae; infima firmior et longior ($2^3/_4$ cm.) paullum deorsum directa, superior vel superiores duae sursum patentes rectae vel plus minus sursum recurvatae minores (2—$2^1/_2$ cm.).

Cephalium teres setis rubris subfasciculatis et subspiraliter ordinatis munitum.

Flores et *fructus* non vidi.

Ex insula *Aruba*. Seriei *M. rubelli* fortasse initium.

M. rubellus.

Caulis conicus pallide coerulescenti-viridis.

Costae 11, una alterave versus apicem bifida, spiraliter obliquae obtusissimae circa areolas cylindraceo-inflatae, inter eas profunde transverse plicatae, dorso obtuso nasuto, inferne latiores, superne angustatae compressae, sulcis profundis angustis plus minus flexuosis.

Areolae satis numerosae approximatae parvae orbiculares immersae, late circumvallatae, tomento primum copioso albo, demum parcissimo fuscescente praeditae.

Spinae evidenter diversae, plus minus quadrangulares tena-

ces flexiles, primum obscure coccineae tum lutescentes subdiaphanae brevi et apice rubellis, radicibus obscure fuscis margine dilutiore demum albo-fimbriato;

marginales 13—16, plerumque 14, superiores 1—5 breves tenues antrorsum flexae, lateralium pares 2—6, plerumque 4, patentissimae parallelae cum vicinis intertextae, super costam adjacentem extensae longae ($3^1/_2$ cm.) inferiores 3—5 radiantes rectae firmiores, lateralibus aequales vel paullo breviores.

Centrales 4, in rhombum satis angustum dispositae divergenti-porrectae, omnes plerumque sursum curvatae aequales, marginalibus firmiores et longiores ($4—4^1/_2$ cm.).

Cephalium (junius, complanatum) setis firmiusculis fasciculatis subcurvatis rubris praeditum.

Flores non vidi.

Bacca coccinea oblonga.

Ex insula *Aruba.*

M. (rubellus) hexacanthus.

Differt a typo praecedente: *spinis centralibus* 6 – 7, additis pari novo et interdum spina mediana nova super rhombum spinarum primariarum. Harum infima longior (4 cm.) ceterae breviores (ad $3^1/_2$ imo $2^1/_2$ cm.).

Cephalium disciforme setis rubris tenuibus satis aequaliter sparsis munitum.

Eodem loco. *M. Zuccharini* MIQ. aliquanto analogus.

M. (rubellus) ferox.

Differt a typo indicato:

Costis (10 alternis apice bifidis, *spinis centralibus* 3 (rarius 2) longioribus (5 cm.) marginalibus lateralibus inaequaliter sursum curvatis.

Eodem loco.

M. stramineus.

Caulis ovoideo-globosus laete viridis.

Costae 13 acutae, circa areolas inflatae, dorso inter eas breviter nasuto, sulcis acutis subrectis.

Areolae satis numerosae subapproximatae oblongae immersae, tomento nullo.

Spinae vix diversae, tenues aciculares subrectae, teretes vel paullum compressae, stramineae vix diaphanae, radicibus obscure fusco-vaginatis longe et dense albo-fimbriatis;

marginales 9—10, suprema saepe obsoleta paribus proximis tenuissimis versus caulem decurvatis, ceteris fere aequaliter radiantibus ad $3^1/_2$ cm. longis;

centrales (2—)3, inferiore deorsum patente, recto vel paullum deorsum recurvato longiore ($3^1/_2$—4 cm.) superiore vel superioribus binis sursum patentibus rectis vel paullum sursum recurvatis brevioribus (3 cm.).

Cephalium teres, setis tenuibus cinnabarinis numerosis conspersum.

Flos mediocris obscure coccineus, petalis linearibus obtusis, stigmatibus (in flore semiaperto adhuc conniventibus) albidis.

Bacca longissima (4—5 cm.) elongato-clavata.

Ex insula *Aruba*.

M. (*stramineus?*) *trichacanthus*.

Caulis conicus pallide viridis.

Costae 11, aliquanto spiraliter obliquae acutae basi latiores versus apicem angustatae, circa areolas inflatae, inter eas transverse plicatae, dorso breviter nasuto, sulcis flexuosis.

Areolae non valde numerosae remotiusculae valde oblongae, immersae, anguste convallatae, tomento nullo.

Spinae valde diversae, rotundato-angulatae et compressae stramineae diaphanae, radicibus atrofuscis longe albo-fimbriatis;

marginales 12—13 patentissimae, saepe costam adjacentem attingentes, setiformes et sursum recurvatae, superiores 1 3 breves tenues, laterales per pares plerumque 3 parallelae longissimae (ad $3^1/_2$ cm.) inferiores 3 aequaliter radiantes rectae subbreviores (3 cm.);

centrales (3—)4 firmiores in rhombum vel triangulum obliquum dispositae, 3 (vel 2) inferiores plerumque inter se aequales longiores ($4^1/_2$—5 cm.) superiore subbreviore, sola vel cum inferioribus paullum sursum curvata.

Cephalium teres, setis tenuibus cinnabarinis sparsis dense obsitum.

Flores non vidi.

Bacca oblonga.

Ex insula Aruba. *M. stramineo* proxime affinis et probabiliter in eandem formarum seriem cum illa conjungenda.

M. reversus.

Caulis depresso-globosus pallide sed laete viridis.

Costae 15 subcompressae circa areolas inflatae transverse undulatae dorso sursum obnasuto, sulcis acutis paullum flexuosis.

Areolae pauciores remotiuscolae vix immersae magnae et valde oblongae, tomento nullo.

Spinae paullum diversae subcurvatae, teretes vel subcompressae sensim acutae, corneae diaphanae flavo-fuscae, radicibus fuscis basi plumbeo-vaginatis, breviter albo-fimbriatis; *marginales* 10 (—9) fere aequaliter radiantes introrsum (versus caulem) recurvatae, cum vicinis cruciatae, interdum costam adjacentem attingentes, superiores brevissimae, laterales et infima, plerumque recta, satis longae (ad 3 cm.); *centrales* 2 (—3), inferior porrectus vel paullulum deorsum patens, plerumque rectus, longior (3 cm.) superiore vel superioribus binis sursum patentes, plerumque etiam sursum curvatae, breviores (2—$2^1/_2$ cm.).

Cephalium teres, setis crebris sparsis incurvis fusco-rubris obsitum.

Flores et *fructus* nondum observati.

Ex insula *Aruba.*

M. rectiusculus.

Caulis depresso-globosus coerulescenti-viridis.

Costae 11 latae convexae, circa areolas vix inflatae, dorso inter eas depresso-crenato, sulcis complanatis fere rectis.

Areolae paucae remotiusculae oblongae vix inmersae anguste convallatae, inter spinarum radices fusco-lineatae, tomento nullo.

Spinae paullum diversae, breves, firmiusculae teretes curvatae olivaceo fuscae, interdum aliquantum pruinosae, radicibus fusco-nigris anguste albo-marginatis,

marginales 10, saepe 9, deficiente suprema, haec, et interdum proximae, minimae tenues, ceterae aequaliter radiantes et deorsum recurvatae, infima longissima ($2—2^1/_2$ cm.),

centrales 2, vel, deficiente superiore, 1, haec sursum curvata, inferior plerumque longior ($2^1/_2—3$ cm.) porrecta vel paullum deorsum patens, recta.

Cephalium complanato-globosum, setis firmiusculis rubris subfasciculatis et spiraliter ordinatis munitum.

Flores et *fructus* non vidi.

Ex insula *Aruba*. *M. Monvilleano* MIQ. affinis et fortasse hujus seriei initium habendus.

Ejusdem forma videtur:

M. angusticostatus.

Differt: costis 12 angustioribus, spinis centralibus 2—3, marginalibus rectis vel paullum introrsum vel deorsum curvatis.

Bacca crassa, obovato-clavata.

Cum praecedente, eodem loco.

M. Monvilleanus MIQ.

(Descriptionem addo, quia Miquelius suam e fragmento mortuo tantummodo petivit).

Caulis compresso-conico-globosus, pallide coerulescenti-viridis.

Costae 11 latissimae plus minus obliquae, circa areolas paullum inflatae vix transverse undulatae, dorso inter eas acuto depresso-crenato et subnasuto, sulcis fere rectis.

Areolae paucissimae remotae, magnae, breviter oblongae vix immersae angutissime vallatae, tomento brevi griseo parco vestitae.

Spinae firmae arcuatae non valde diversae, teretes et aliquanto ancipite-complanatae, sordide fuscae, dense griseo-pruinosae, radicibus fuscis non fimbriatis,

marginales (9—) 10 aequaliter radiantes patentissimae deorsum arcuatae, superiores brevissimae ceterae sensim longiores, infima longissima ($3^1/_2$ cm.),

centrales 2, rarius, superioribus binis, 3, superior sursum patens et arcuatus minor ($3—3^1/_2$ cm.) inferior porrectus rectus longior (4 cm.).

Cephalium latum complanatum setis crebris sparsis fusco-rubris obsitum.

Flores non vidi.

Bacca longe clavata crassa.

Ex insula *Aruba*.

M. approximatus.

Caulis compresso-globosus obscure coerulescenti-viridis.

Costae 11 latissimae convexae circa areolas late inflatae, lateribus vix transverse undulatis, dorso inter areolas acuto vix et brevissime nasuto, sulcis dilatatis subrectis.

Areolae paucissimae remotae magnae oblongae, immersae, late convallatae, juniores dense griseo-tomentosae, inferiores tomento parco fusco vel nullo.

Spinae firmae satis diversae prismaticae et subcompressae, sordide fusco-violaceae pruinosae, radicibus griseo-fuscis, non vel vix fimbriatis,

marginales 11—13 fere aequaliter radiantes patentissimae rectae vel paullum deorsum curvatae subaequales vel laterales longiores (ad $4^1/_2$ cm.) cum vicinis cruciatae, superiores interdum brevissimae,

centrales 4 (rarius, deficientibus lateralibus, 2) in rhombum valde approximatae subaequales satis longae (5 cm.) porrectae, rectae vel inferior paullulum deorsum, ceterae paullulum sursum curvatae.

Cephalium complanatum, setis crebris sparsis fusco-rubris munitum.

Flores non vidi.

Bacca elongato-clavata.

Ex insula *Aruba*. Cum *M. Monvilleano* Miq. aliquam affinitatem, at remotiorem, praebet.

M. Evertszianus.

Caulis depresso-ovato-conicus coerulescenti-viridis.

Costae latae convexae vix transverse undulatae, dorso inter areolas brevissime sed distincte nasuto, sulcis dilatatis subrectis.

Areolae non valde numerosae subapproximatae, juniores orbiculares, tum suboblongae, immersae adpresse vallatae, tomento flavo-fusco vestitae.

Spinae valde diversae, sordide fuscae puinosae, radicibus fusco-nigris albo-marginatis;

marginales 10—12 setiformes, superiores 1—3 debiles breviores ($1^1/_2$—2 cm.) decurvatae, interdum obsoletae, laterales per paria 3 (2—4) parallelae costam adjacentem fere pertingentes, inferioribus hisce aequales (4 cm.) sed, inprimis infirma, fimiores, radiantes;

centrales (2—) 3 rarius 4, in rhombum, seriem rectam vel triangulum obliquum vel aequilateralem dispositae, non valde divergentes, firmae rectae quadrangulares subaequales (5—6 cm.) vel superior aliquanto brevior.

Ex insula *Aruba*. Nexum cum *M.* (*stramineuo*) *trichacantho* et cum serie *Monvilleani* praebet.

M. patens.

Caulis subovato-oblongus plus minus obliquus obscure viridis.

Costae 13 subcompressae, circa areolas paullum inflatae, lateribus vix undulatis, dorso obtusiusculo, in superiore caulis parte sursum, in inferiore parte deorsum nasuto, sulcis profundis subrectis.

Areolae multae subapproximatae orbiculares impressae, juniores parvae albo-tomentosae, mox majores nudae.

Spinae firmae rectae satis diversae, basiquadrangulari, ru-

brae demum sordide fuscae, radicibus pallide, demum obscure fuscis non fimbriatis;

marginales 10—12 patentes aequaliter radiantes, superioribus brevioribus (ad $1^1/_2$ cm.) vel deficientibus, lateralibus et infima fere aequalibus ($2^1/_2$ cm.);

centrales 3 in triangulum regularem dispositae aequaliter divergentes, subaequales ($3^1/_2$—4 cm.).

Cephalium (junius) parvum, setis firmiusculis parcis fasciculatis rubris munitum.

Flos parvus roseo-coccineus, petalis paucis angustis subacutis, stigmatibus 3—4 albis.

Fructus non vidi.

Ex insula *Bonaire.*

M. macracanthus Salm Dyck; forma *elegans.*

Differt a typo: spinis eburneo-albis apicibus roseis et (spinarum centralium) rubrofuscis.

Ex insula *Bonaire.*

M. cornutus.

Caulis ovatus obscure coerulescenti-viridis.

Costae 13 compressae obtusae, circa areolas in formam coni inflatae, lateribus tenuiter undulatis, dorso obtuso aequaliter brevi-nasuto, sulcis profundis acutis rectiusculis.

Areolae numerosae approximatae suborbiculares mediocres, fere superficiales anguste convallatae, tomento primum albo demum griseo satis dense vestitae.

Spinae valde diversae firmae rigidae, fusco-rubrae, demum, praesertim marginales, pro parte flavidae, teretes, satis subito acutae, radicibus tomento immersis basi griseis, superne pallide flavo-rubris non fimbriatis;

marginales 12—14 patentissimae aequaliter radiantes breviusculae (ad 2 cm.) cum vicinis non cruciatae rectae aciculares pallidae basi et apice rubrae, superior brevis ant obsoleta, laterales et infima subaequales;

centrales 2 validissimae, inferior deorsum patens, plerum-

que paullum sursum incurvata, teres vel obtuse quadrangularis, longior ($3^1/_2$—4 cm.) et crassior (2 mm.) superior plerumque duplo minor (2 cm.) tenuior, sursum patens et cornu instar sursum curvata.

Cephalium (junius) parvum complanatum setis brevibus fuscis aliquanto curvatis et fasciculatis munitum.

Flos roseus, stigmatibus albis.

Fructus non visus.

Ex insula *Curaçao.*

M. intermedius.

Caulis ovatus saturate viridis.

Costae 12 satis compressae et altae, circa areolas in formam cylindri inflatae, lateribus evidenter transverse undulatis, dorso obtuso, inter areolas insigniter nasuto, sulcis profundis angustis, evidenter undulatis.

Areolae numerosae approximatae, juniores orbiculares vel obovatae albo-tomentosae, vetustiores suboblongae parvae tomento griseo parciore vestitae, fere superficiales sed inferne et superne dorso elevato alto-inclusae.

Spinae rigidae valde diversae rubrae, marginales demum pallescentes, radicibus griseo-atris vel fuscis non fimbriatis;

marginales 12—14 subcompressae lineares subito acutae, superior brevis antice flexa, laterales per paria 3—4 approximatae aliquanto parallelae, inferiores 3—5 aequaliter radiantes paullum firmiores nunc breviores nunc aequales vel longiores ($2^3/_4$ cm.);

centrales 4 e basi obtuse quadrangulari teretes apice subito acutae, validiores. suprema minor (2—3 cm.) infima maior ($3^1/_2$—4 cm.) omnes aliquanto, suprema fortius, sursum curvatae.

Cephalium non vidi.

Ex insula *Curaçao*. Medius inter *M. cornutum* et *M. pyramidalem* SALM DIJCK.

M. pusillus.

Caulis depresso-ovato-conicus, parvus (15 cm. latus 12 cm. altus) pallide coerulescente-viridis.

Costae 15 mediocres obtusae, circa areolas insigniter inflatae, lateribus transverse plicatis, dorso alte crenato, hic illic breviter et obtuse nasuto, sulcis in superiore parte profundis et valde angustis, versus basin dilatatis et obsoletis.

Areolae satis numerosae approximatae parvae oblongo-ovatae fere superficiales, tomento albo demum griseo vestitae.

Spinae rigidae valde diversae rectae rubro-fuscae, posthac flavo-fuscae, basi et apicibus rubris, marginales pruinosae, centrales magis diaphanae, radicibus tomento immersis griseo-fuscis;

marginales 12—14 patentissimae fere aequaliter radiantes, suprema brevissima, laterales et infima fere aequales (ad 1$^1/_2$ cm.) cum vicinis non cruciatae;

centrales 2—3 aequaliter divergentes, aequales vel inferior aliquanto longior (2—2$^1/_2$ cm.), haec recta vel paullum deorsum curvata, prismatico-teretes apice satis subito acutae.

Flos parvus roseo-coccineus tomento subimmersus, petalis angustis apice mucronatis vel 2—3-dentatis, pistillis 6—7 albis.

Bacca oblonga parva.

Ex insula *Curaçao*. *M. Salmiano* Lk. O. proximus.

M. spatanginus

Caulis depresso-globosus, pallide coerulescenti-viridis.

Costae 16 compressae, circa areolas in formam cylindri aut coni inflatae, lateribus profunde transverse plicatis, dorso acuto nasuto, sulcis acutis flexuosis.

Areolae numerosae valde approximatae, anguste convallatae oblongae mediocres, juniores tomento griseo obtectae, vetustiores nudae.

Spinae maxime diversae, albae vel pallide stramineae, apicibus pallide rubrofuscis, radicibus primum pallide-posthae atro-fuscis albo-fimbriatis;

marginales 9—11, setiformes patentissimae, superiores 1—2 breves, laterales per paria 3—4 longissimae (ad 3$^1/_4$ cm.) parallelae, super costam adjacentem deflexae eique plerumque adpressae, cum vicinis intertextae, inferiores 3—5 patentes

rectae aequaliter radiantes aliquanto firmiores et breviores aciculares, infima plerumque brevissima ($2^1/_2$ cm.);

centrales (2—)3, inferior porrecta validissima et longissima (4—)$6^1/_2$ cm. longa, $1^3/_4$ mm. crassa, e basi obtuse triangulari vel rhomboidea a latere compressa, teres acuta, superior vel superiores tenuiores et breviores ($2^1/_2$—$4^1/_2$ cm.) unica basi a dorso triangulari-complanata, binae a latere compressae, nunc sursum patentes rectae, nunc in latera deflexa, nunc antice flexae et cum inferiore parallelae.

Cephalium non vidi.

Ex insula *Bonaire.* Post formas *M. pyramidalis* SALM DIJCK inserendus.

Ejusdam forma: *tenuispina.*

Differt praesertim spinis centralibus binis, inferiore breviore tenuiore (4—5 cm.).

Ex insula *Curaçao.*

APPENDIX.

Cereus Hermannianus.

Ramis e trunco lignoso adscendentibus, stricturis 2—5 decim. distantibus, articulatis, 8—10 costatis, costis obtusis inter areolas crenatis, sulcis acutis, areolis approximatis orbicularibus albo-tomentosis pulvinatis, lanugine ab initio nullo spinis acicularibus griseis nonnumquam atro-maculatis et saepius atro-apiculatis, marginalibus (8) 10—14 patentissimis inaequalibus (1—$1^1/_2$ cm.) centralibus 3—6 validioribus, basi saepe primaticis plus minusve tortis, una superiore plerumque longiore (5—6 cm.) sursum patente, imo patentissima ideoque caule adpressa, vel inflexa ideoque in caule perpendiculari, vel deorsum divaricata, ceteris patentibus vel cum superiore inflexis minoribus (2—4 cm.) floribus infun-

dibuliformibus sordide albidis? (non vidi flores toto apertos), calyce glabro, stylo incluso, bacca oblonga vel ovata inermi rubra.

Crescit cum aliis *Cereis* in insulis *Curaçao*, *Aruba* et *Bonaire*, altitudinem 6—10 M. attingens.

Nomen proposui in memoriam clar. *Hermanni*, cujus »*Cereus erectus fructu rubro non spinoso*" (*Parad. Bot.* p. 114) ab ipso auctore aliquanto cum *C. lanuginoso* (qui *Pilocereum* esse se mihi probavit) confusus, a Linnaeo cum *C. peruviano* aliisque commixta fuit ideque nomen proprium non obtinuit. Cum nostra descriptione convenit praeter lanuginem parcam partibus junioribus suae adscriptam; de quo discrimine in posterum agam, quum integras meas de *Cacteis* insularum nostrarum Indo-occidentalium observationes fusius expositurus et iconibus illustraturus sum.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 30 Januari 1886.

Tegenwoordig de Heeren: Buys Ballot, Voorzitter, Kamerlingh Onnes, Brutel de la Rivière, van Riemsdijk, Beijerinck, Franchimont, Martin, Fürbringer, Hoffmann, Zaaijer, Baehr, Michaëlis, Schols, van Diesen, Bosscha, Rijke, Gunning, Behrens, de Vries, van 't Hoff, Lorentz, Korteweg, J. A. C. Oudemans, A. C. Oudemans Jr., Rauwenhoff, Place, Hubrecht, Stokvis, Hoek, Mac Gillavry, van der Waals, Bierens de Haan, Zeeman en C. A. J. A. Oudemans, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige bijeenkomst wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1°. A. J. Enschedé, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 13 Januari 1886; 2°. G. C. W. Bohnensieg, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 16 Januari 1886; 3°. J. F. L. Schneider, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 18 Januari 1886; 4°. J. Tideman, Secretaris van het Koninklijke Instituut van Ingenieurs te 'sGravenhage, 6 Januari 1886; 5°. Buys Ballot, Hoofd-Directeur van het Koninklijk Nederlandsch meteorologisch

Instituut te Utrecht, 9 Januari 1886; 6⁰. L. Broekema, Directeur der Rijkslandbouwschool te Wageningen, 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1⁰. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 14, 16 Januari 1886; 2⁰. den Secretaris der Ung. Akademie der Wissenschaften te Budapest, 1885; 3⁰. den Secretaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Alterthumskunde te Jena, 27 November 1885; 4⁰. den Directeur van het R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento te Florence, 3 December 1885; 5⁰. den Directeur van het Observatorio Astronomico te Madrid, 1886; 6⁰. W. R. Bentley, Secretaris der royal Society of Victoria te Melbourne, 2 December 1885; 7⁰. J. Hector, Directeur van het colonial Museum of New Zealand te Wellington, 17 Juni 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1⁰. een opstel voor de Verslagen en Mededeelingen van het lid der Akademie T. J. Stieltjes Jr., getiteld: »Sur quelques intégrales définies"; 2⁰. eene uitnoodiging van het Verein für Naturkunde zu Cassel, om op den 18den April a. s. deel te nemen aan het feest, te geven naar aanleiding van het 50-jarig bestaan dezer Instelling. De circulaire zal ook aan de Letterkundige Afdeeling ter kennisgeving worden aangeboden, terwijl het nemen eener beslissing aan het Bestuur der Akademie wordt overgelaten.

— De *Limnoria*-Commissie brengt, bij monde van den Heer Hubrecht, haar eerste Verslag uit. Daaruit blijkt, dat de Commissie zich met de Fransche autoriteiten in verbinding heeft gesteld, en, door de ontvangst en het daaruit voortgevloeid onderzoek van aangetast paalwerk, tot de kennis is gekomen, dat niet één, maar drie Schaaldieren — *Limnoria lignorum*, *Cheluria terebrans* en *Tanais vittatus* —

tot de verwoesting van het hout der zeeweringen bijdragen. Haar verzoek om medewerking aan verschillende leden van het Corps Ingenieurs van den Waterstaat, bracht al vast aan het licht, dat *Limnoria lignorum* te Wemeldinge in het hout onzer zeeweringen voorkomt, zoodat onze Regeering inderdaad ter geschikter tijd haar wensch aan de Afdeeling te kennen gaf, om al wat op de nieuw ontdekte schadelijke Schaaldieren betrekking heeft aan een nauwgezet onderzoek te onderwerpen. De Commissie betreurt het, dat zij niet reeds op dit oogenblik over een vast zoölogisch Station, aan eenig punt onzer kust, in dienst der Regeering. beschikken kan om haar onderzoek aan te vangen, omdat hare taak daardoor vergemakkelijkt en vereenvoudigd, en vele kosten bespaard zouden worden, die nu niet kunnen worden vermeden. Om aan den wensch der Regeering — het instellen van een onderzoek naar de leefwijze en de werking van *Limnoria lignorum* — te kunnen voldoen, acht de Commissie het dan ook noodig, reeds terstond om eene extratoelage van aanvankelijk *f* 2000 te verzoeken, daar zij onderstelt dat het budget der Akademie onmogelijk met deze buitengewone uitgave kan belast worden. De Commissie stelt zich voor, indien genoemde som ter harer beschikking gesteld wordt, haar onderzoek over verschillende punten onzer kusten uit te strekken; afbeeldingen der gevreesde Schaaldieren onder de leden van het Corps Ingenieurs van onzen Waterstaat te verspreiden; reizen naar aangetaste plaatsen te ondernemen; proeven te nemen met stoffen, die het hout voor het bezoek der Schaaldieren zouden kunnen vrijwaren, enz.

De Vergadering vereenigt zich met de conclusie van het rapport en de Voorzitter dankt de Commissie voor de voortvarendheid, waarvan zij bij het volbrengen van de haar opgedragen taak alvast blijk gaf.

— De Heer Michaëlis spreekt »over den invloed van trekstangen op het opzetten van draaibruggen" en biedt over dit onderwerp een opstel aan voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer VAN DER WAALS handelt »over het stabiel evenwicht van heterogene stoffen" en later »over het thermo-dynamisch oppervlak van GIBBS".

— De Heer FRANCHIMONT deelt mede, dat hij, bij zijn onderzoek over *de werking van salpeterzuur op de methylamiden van tweebasische organische zuren* (waarvan hij een uitvoerig verslag gaf in de Septemberzitting) bemerkt had, dat sommige dezer zuren door het salpeterzuur geheel ontleed worden, anderen niet, en dat hij, door dit punt nader na te gaan, gekomen is tot eene zeer eenvoudige methode om de aan- of afwezigheid der atoomgroep $CH(CO_2H)_2$ aan te toonen bij die tweebasische zuren, welke bij verhitting, onder afgifte van CO_2, in éénbasische zuren overgaan. Deze zuren toch zijn derivaten van het malonzuur, hetzij monogene, hetzij disubstitutieproducten; gene worden door salpeterzuur bij de gewone temperatuur zoodanig ontleed, dat er twee moleculen CO_2 ontwikkeld worden uit één molecuul van het zuur, terwijl deze onder die omstandigheden in 't geheel niet worden aangegrepen.

Hij heeft dit bewezen voor de volgende zuren: monomethylmalonzuur, dimethylmalonzuur, monoaethylmalonzuur, diaethylmalonzuur, propylmalonzuur, isopropylmalonzuur, methylisopropylmalonzuur, amylmalonzuur, monoallylmalonzuur, en diallylmalonzuur.

Nog werd hierbij opgemerkt dat de snelheid der reactie, die gewoonlijk na een of twee minuten aanvangt en meestal binnen een half uur afgeloopen is, behalve van de temperatuur, afhangt van de substitueerende groep. Zoo wordt b. v. het isopropylmalonzuur zeer langzaam aangegrepen en is de reactie eerst na 2×24 uren afgeloopen, terwijl het normale propylmalonzuur binnen een half uur geheel ontleed is.

Bij het allyl- en het diallylmalonzuur heeft eerst eene werking plaats op de onverzadigde groep. welke echter met geene gasontwikkeling gepaard gaat, ofschoon zij bij het tweede zuur zóó heftig is, dat zelfs bij de gewone temperatuur ontvlamming wordt waargenomen; door sterke afkoe-

ling gematigd, blijkt het, dat de ontleding van het eerste zuur onder CO_2-ontwikkeling, kort nadat de eerste heftige reactie voorbij is, begint, terwijl het tweede zuur die ontleding niet ondergaat.

Door de welwillendheid van den Heer Dr. W. H. Perkin Jr. te München, werd hij in staat gesteld, volgens zijne methode, twee zuren te onderzoeken, omtrent wier structuur verschil van meening bestaat tusschen den Heer Perkin en Prof. R. Fittig te Straatsburg. Deze beide zuren — het trimethyleen- en het tetramethyleendicarboonzuur — worden door den Heer Perkin als verzadigde disubstitutieproducten van het malonzuur beschouwd, terwijl de Heer Fittig ze voor onverzadigde monosubstitutieproducten aanziet. Geen van beide zuren wordt door het salpeterzuur bij de gewone temperatuur aangegrepen; zelfs na tien dagen konden zij, nagenoeg zonder verlies, weer uit de oplossing afgescheiden worden. Dit resultaat stempelt deze beide zuren tot verzadigde disubstitutieproducten van het malonzuur waaruit zij bereid zijn, overeenkomstig de opvatting van den Heer Perkin.

Voor de aantooning van een monosubstitutieproduct van malonzuur zijn, door de betrekkelijk aanzienlijke hoeveelheid CO_2 die ontwikkeld wordt, eenige centigrammen van het zuur, soms zelfs milligrammen, voldoende.

De ontleding van het zuur schijnt gepaard te gaan met de vorming van een lichaam, dat de empirische samenstelling eener trinitrokoolwaterstof heeft.

— De Heer Hoffmann biedt voor het Proces-Verbaal aan: Bijdrage tot de anatomie en de ontwikkeling der epiphyse bij *Amphibiën* en *Reptiliën*, door Henri W. de Graaf, adsistent aan het zoötomisch laboratorium der Universiteit te Leiden.

Aan Götte, den eenigen onderzoeker, die zich tot heden met de ontwikkeling der epiphyse bij de *Amphibiën*, en wel in het bijzonder bij *Bombinator igneus*, heeft bezig gehouden, zijn wij de mededeeling verschuldigd, dat alle vroegere

waarnemers de eigenlijke epiphyse over het hoofd gezien en den daarvóór zich bevindenden plexus chorioideus als zoodanig beschouwd hebben. Hij toonde verder uit de ontwikkelingsgeschiedenis aan, dat de epiphyse een in aanleg soliede, doch later — van den derden ventrikel uit — hol wordend hersenstuk is, dat met dezen ventrikel door een hollen steel in verbinding blijft. Deze steel zou dan later bij het volwassen dier, als een soliede streng, het buiten den schedel gelegen epiphyse-stuk met de hersenen blijven vereenigen.

Bij de *Amphibiën* heb ik de ontwikkeling der epiphyse nauwkeurig bestudeerd en bij de *Reptiliën* een nader onderzoek ingesteld naar den bouw en de ligging van een lichaampje, waarop het eerst door Leydig in zijne verhandeling over »Die in Deutschland lebenden Arten der *Saurier*" de aandacht is gevestigd, en dat zich onder het schedeldak bevindt bij embryonen en ook bij volwassen exemplaren van *Lacerta agilis*, *muralis* en *vivipara*, en evenzoo van *Anguis fragilis*. Dit lichaampje is door Strahl, onder den naam van »der Leydig'sche Körper", als een afgesnoerd epiphysestuk beschreven geworden, welke opvatting later door C. K. Hoffmann bevestigd werd.

Van *Amphibiën* onderzocht ik de volgende vormen:

Urodelen (*Siredon pisciformis* Shaw., *Triton cristatus* Laur., *Triton alpestris* Laur., *Triton taeniatus* Laur., *Salam. maculosa* Laur.).

Anuren (*Rana esculenta* L., *Rana temporaria* L., *Alytes obstetricans* Laur., *Bombinator igneus* Rösel., *Bufo cinerea* Schn., *Hyla arborea* L.), en verkreeg deze uitkomsten:

De epiphyse ontstaat als een blaasvormige uitstulping van het dak der tusschenhersenen en ligt, bij het nog zeer jonge embryo, dicht bij de middelhersenen, terwijl zij zich later, door den groei van het tusschenhersendak, meer naar voren verplaatst. Dáár, waar de epiphyse in het dak der tusschenhersenen ombuigt, is zij steelvormig. Kort na haar aanleg ontwikkelt zich op de overgangsplaats van tusschen-

op voorhersenen, door plooivorming van het dak, de plexus chorioideus van den derden ventrikel.

Bij de *Urodelen* neemt de epiphyse al zeer spoedig een vorm aan, die zich het best laat vergelijken bij een paddestoel, waarvan de hoed onregelmatig gebouwd is, terwijl hare holte met die van den derden ventrikel door den steel in samenhang blijft. Zij wordt door de pia mater bedekt en tegen het tusschenhersendak dicht aangedrukt; in dezen toestand blijft de epiphyse en vertoont verder niets bijzonders. Bij de *Anuren* daarentegen, laat de vorm der epiphyse zich met een peer vergelijken, waarvan de steel in de richting der voorhersenen uitgroeit, terwijl een tijd lang ook hare holte met die der tusschenhersenen door den steel blijft samenhangen. Bij hare verdere ontwikkeling wordt het peervormig einde volkomen afgesnoerd en ligt eerst buiten de hersenen op de hersenvliezen, om later buiten den schedel geheel in de huid te worden opgenomen; het steelvormig einde blijft, door de hersenvliezen bedekt, binnen de schedelholte als epiphyse voortbestaan.

Bij het volwassen dier ligt het afgesnoerde stuk, bekend onder den naam van STIEDA'sche Drüse, onder de epidermis in de cutis en bezit een eigen bindweefselkapsel; het ver toont door vettige degeneratie eene regressive metamorphose. De dunne draad, die in vele gevallen het afgesnoerde epiphysestuk met een plek, tusschen de ossa fronto-parietalia gelegen, vereenigt, is niet de steel der epiphyse (GÖTTE), maar een huidzenuw, namelijk een takje van den ramus supramaxillaris trigemini. Gewoonlijk verloopt dit takje, van een bloedvat vergezeld en door een bindweefselscheede omgeven, op genoemde wijze, somtijds evenwel laat het zich vervolgen van de oogstreek langs de binnenvlakte van de huid tot het buiten den schedel gelegen epiphyse-stuk; somtijds ook kan het geheel ontbreken. Voor het geval dat het aanwezig is, eindigt het steeds in den bindweefselkapsel, doch nooit in het epiphyse-stuk zelf.

Uit den bouw der epiphyse bij het volwassen dier, laat zich met volkomen zekerheid afleiden, of er een stuk is afgesnoerd of niet; in het eerste geval toch buigt de epi-

physe zich kronkelend naar voren en eindigt spits, in het laatste geval heeft zij den paddestoelvorm aangenomen.

Het buiten den schedel gelegen epiphyse-stuk komt voor bij *Rana esculenta*, *Rana temporaria*, *Alytes obstetricans*, *Bombinator igneus* en *Bufo cinerea*, terwijl het bij *Hyla arborea* standvastig ontbreekt, ofschoon de naar voren gebogen en spits eindigende epiphyse bewijst, dat er ook bij dit dier in embryonalen toestand een stuk afgesnoerd is.

Van *Reptiliën* onderzocht ik *Anguis fragilis* L. en *Lacerta agilis* L., en verkreeg de volgende uitkomsten:

Op gelijke wijze als bij de *Amphibiën*, heeft ook bij de *Reptiliën* de ontwikkeling der epiphyse plaats (C. K. Hoffmann). Het volkomen afgesnoerde epiphyse-stuk ligt, bij *Lacerta agilis*, tusschen de hersenvliezen en vertoont de gedaante van een kleine ronde, min of meer platgedrukte zelfstandige blaas, die uit cellen opgebouwd is. De naar het foramen parietale gekeerde wand vertoont den vorm eener lens, terwijl de basale inwendig gepigmenteerd is.

Ook bij *Anguis fragilis* ligt het afgesnoerde epiphysestuk tusschen de hersenvliezen besloten en laat zich oorspronkelijk met eene blaas vergelijken, die zich later evenwel hooger differentieert. De wand bestaat uit verscheidene lagen cellen; in de richting van binnen naar buiten vindt men eerst eene laag, bestaande uit zeer lange, smalle cylindercellen, waarvan de ondereinden door een diep zwart pigment omhuld zijn; de naar de holte der blaas gekeerde einden dezer cellen zijn volkomen pigmentvrij en dragen lichaampjes, die door hun glanzend voorkomen aan de staafjes der retina doen denken, doch waarvan de bouw mij niet nauwkeurig bekend is geworden; op deze volgt een cellenlaag met groote, ronde kernen, door een fijn gegranuleerde grondstof gedragen en daarop, het meest peripherisch gelegen, een laag evenzeer groote kernen bevattende cellen, die naar boven in twee rijen gelegen zijn. De geheele onderwand wordt, naar boven ombuigende, dun en verbreekt daar ter plaatse volkomen haren samenhang met den onder het foramen parietale gelegen bovenwand, die,

uit lange smalle cylindercellen opgebouwd, min of meer aan een embryonale lens herinnert. Het afgesnoerde epiphysestuk bij *Anguis fragilis* gelijkt dientengevolge op het oog van een hoog ontwikkeld ongewerveld dier, zooals ons dit bij *Cephalopoden*, *Pteropoden* en *Heteropoden* bekend is.

De epiphyse bij *Anguis fragilis* is zeer sterk gewonden en haar epitheel is een trilepithelium.

Ofschoon een volkomen afgesnoerd epiphysestuk bij *Amphibiën* (*Anuren*) buiten den schedel onder de epidermis, bij *Saurier* (*Lacerta*, *Anguis*) buiten de hersenen onder het foramen parietale komt te liggen, wordt de homologie dezer stukken op grond der ontwikkelingsgeschiedenis toch buiten allen twijfel gesteld. Bedenkt men verder, dat bij de *Stegocephalen* (*Labyrinthodonten*) uit het steenkolentijdperk, bij *Branchiosaurus gracilis* CRED., *Branchiosaurus salamandroides* FRITSCH, *Peleosaurus laticeps* CRED., *Archegosaurus latirostris* JORDAN, *Dolichosoma longissimum* FRITSCH, *Acanthostoma vorax* CRED., enz. in den parietaalnaad een gat voorkomt, dat, wat de ligging betreft, volkomen beantwoordt aan het foramen parietale der thans nog levende *Saurier*, zoo wordt hierdoor meer dan waarschijnlijk gemaakt, dat de epiphyse eenmaal bij de voorouders der thans levende dieren een groote rol gespeeld en misschien wel de functie van een tot heden onbekend zintuig gehad heeft.

— Voor de bibliotheek der Akademie wordt door den Heer SCHOLS aangeboden: Waterbouwkunde 2[de] Deel 4[de] Afl., 3[de] Deel 14[de] Afl. en 3[de] Deel tweede Ged. 6[de] Afl.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

MEDEDEELING

VAN DE

LIMNORIA-COMMISSIE.

(Gedaan in de Vergadering van 30 Januari 1886).

De Commissie, die in de November-vergadering der Afdeeling benoemd werd, naar aanleiding van een schrijven van Z.Exc. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, d.d. 27 November 1885, N°. 31, wenscht eene korte mededeeling, omtrent hetgeen door haar voorloopig kon vastgesteld worden, onder de aandacht der Afdeeling te brengen.

Talrijke en belangrijke verwoestingen, die door een klein schaaldier aan verschillende hout- en havenwerken te Cherbourg waren toegebracht, hebben in 1879 den Franschen ingenieur CLAVENAD tot een onderzoek aanleiding gegeven, waarvan de uitkomsten zijn opgenomen in de *Mémoires de la Société Nationale des Sciences Naturelles et Mathématiques de Cherbourg.*

Het is dit opstel, waarop de Minister, die een uittreksel daarvan als bijlage aan zijn schrijven toevoegt, meer in het bijzonder de aandacht der Akademie gevestigd heeft, en zoo meende de Commissie, dat het in de eerste plaats op haren weg lag, zich met de Fransche autoriteiten in verbinding te stellen, ten einde zich een eigen oordeel te verschaffen over de diersoort, die te Cherbourg deze verwoestingen had aangericht. Door vriendelijke bemiddeling van bedoelde auto-

14*

riteiten, zijn wij bij herhaling in het bezit gesteld van onderscheidene stukken houtwerk, dat hevig aangetast was, en is het ons gelukt de schaaldieren, op wier rekening de vernieling in de eerste plaats moet geschreven worden, levend daarin aan te treffen en daaruit af te zonderen. Reeds dadelijk bleek, dat *Limnoria lignorum* RATHKE (minder juist somtijds ook wel *Limnoria terebrans* geheeten), eene soort uit de orde der Isopoden, inderdaad in belangrijk aantal in bedoeld hout aanwezig was. Het dier, dat door CLAVENAD onder den naam *Limnoria* wordt afgebeeld, behoort echter tot eene geheel andere orde van schaaldieren, en wel tot de Amphipoda. Het is de *Chelura terebrans*, die ook bij Engelsche onderzoekers reeds bekend is als een schaaldier, dat gemeenlijk te zamen met *Limnoria* en met nog een derde soort, *Tanais vittatus*, in hout van zeeweringen wordt aangetroffen. De Fransche onderzoeker is er waarschijnlijk niet tijdig op bedacht geweest, dat onderscheidene kleine houtverwoesters te zamen in hetzelfde aangetaste stuk konden voorkomen; daaruit althans meenen wij het te moeten verklaren, dat, terwijl hij de Isopode beschrijft, hij de Amphipode afbeeldt.

In de ons gezonden stukken was *Chelura terebrans* ook talrijk vertegenwoordigd, *Tanais* evenzeer; enkele andere Crustaceeën-species, die echter niet geacht kunnen worden aan het vernielingswerk te hebben deelgenomen, werden bovendien nog aangetroffen, maar worden hier thans niet afzonderlijk vermeld.

Was het ons door de wetenschap, dat *Limnoria* niet alleen aan de Fransche en Engelsche kusten reeds van oudsher als houtverwoester berucht is, maar dat zij zelfs op de Shetlandseilanden en aan de kust van Noorwegen is aangetroffen, van den beginne af waarschijnlijk voorgekomen, dat zij ook in de Nederlandsche zeeweringen niet zou ontbreken, zoo was het toch noodzakelijk daaromtrent ten spoedigste zekerheid te verkrijgen.

Een eerste schrijven, dienaangaande aan verschillende leden van het Corps Ingenieurs van den Waterstaat toegezonden, verschafte ons eenige antwoorden, waaronder een,

dat ons vermoeden al dadelijk nieuwen steun gaf, en toen eindelijk een onzer zich op 16 Januari l.l. persoonlijk naar Wemeldinge begaf, kon hij met zekerheid vaststellen, dat *Limnoria lignorum* aldaar voorkomt, en bezig was verwoestingen aan te richten:

1°. in pennen van palen op 25—40 c.M. beneden A. P.;

2°. in stompen van WALCHER'sche staken op 0.75—1 M. beneden A. P.;

3°. in een stuk van het schuifhout der fundeering van den basaltmuur aan de O. zijde der buitenhaven, ter hoogte van A. P.

Nu wij aldus de zekerheid verkregen hebben, dat ook Nederlandsche zeeweringen door *Limnoria lignorum* zijn aangetast, mag het zeker van verhoogd belang geacht worden, dat de wensch, door den Minister in zijn bovengenoemd schrijven uitgesproken, om »aangaande de levenswijze en de werking van dit schaaldier een opzettelijk onderzoek te doen instellen", tot vervulling gerake.

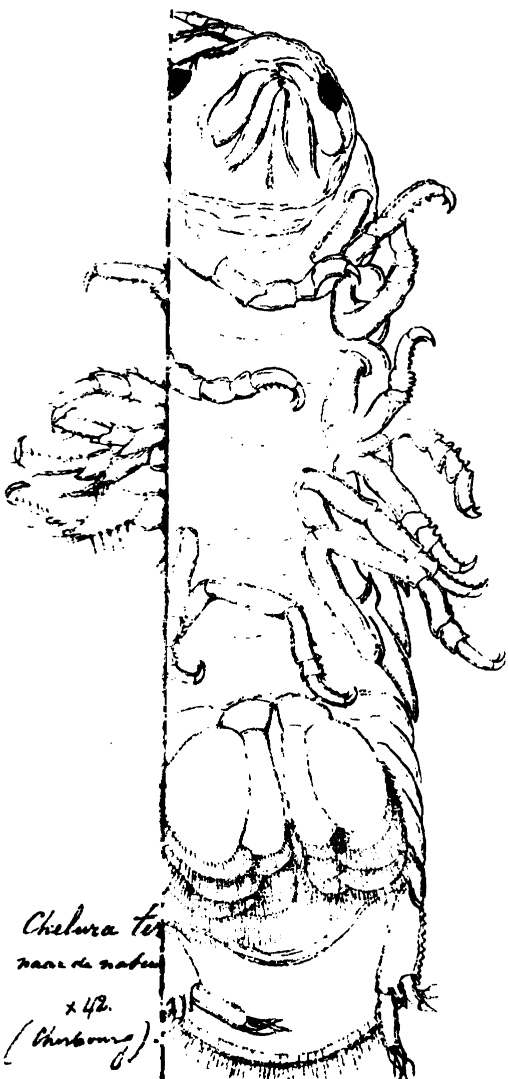
Door den Minister wordt, behalve de medewerking der Afdeeling tot dit onderzoek, ook hare voorlichting gevraagd over de wijze, waarop het zou behooren te worden ingericht.

Uwe Commissie is gaarne bereid tot zoodanig voortgezet onderzoek naar hare beste krachten mede te werken, maar mag niet nalaten er op te wijzen, hoezeer hare taak zou vergemakkelijkt en vereenvoudigd wezen, en hoeveel kosten tevens zouden worden bespaard, indien zij thans reeds kon beschikken over de hulpmiddelen, die een vast zoölogisch station aan eenig punt van onze kust, dat in dienst der Regeering stond, zou aanbieden. En waar de Afdeeling tot het instellen van het verlangde onderzoek reeds dadelijk aan den Minister eene extra-toelage daarvoor, van aanvankelijk ƒ 2000. — zal moeten aanvragen, bestaat er inderdaad aanleiding, dit punt onder de aandacht van den Minister te brengen, nu ook van andere zijde in zoo sterke mate op het belang van de stichting van zoodanig station wordt aangedrongen.

Het schijnt gewenscht, in de eerste plaats de verschil

lende punten van onze kust nader te onderzoeken en uit te maken of eenig gedeelte van onze zeeweringen van de verwoestende werkzaamheid van *Limnoria* verschoond bleef. Naast hetgeen wij te dezen aanzien persoonlijk kunnen verrichten, wenschen wij afbeeldingen van *Limnoria* en *Chelura*, zooals wij er hierbij aan de Afdeeling overleggen, toetezenden aan verschillende personen, die in onze havenplaatsen en in de nabijheid onzer zeeweringen geneigd bevonden worden zich van de aanwezigheid van *Limnoria* persoonlijk te vergewissen. Te Wemeldinge hebben wij *Limnoria* het eerst aangetroffen, niet omdat zij juist dáár haar hoofdzetel heeft, maar omdat gelijksoortig voorloopig onderzoek, als hier door ons bedoeld wordt, daar ter plaatse reeds door den Heer ingenieur N. A. M. van den Thoorn, geschied was. En zoo mogen wij ons vleien, dat langs dezen weg het antwoord op de hier gestelde vraag vrij spoedig kan verkregen worden.

In de tweede plaats wenscht Uwe Commissie na te gaan, welke verdediging van het hout tegen de aanvallen van *Limnoria* de meeste aanbeveling verdient. Want al vinden wij ook reeds melding gemaakt van talrijke proeven, in Engeland genomen, om de vernielende werking der *Limnoria's* te beperken, en al wordt over het algemeen creosoot, ook te hunnen aanzien, aanbevolen, wij vreezen, dat te dezer zake het laatste woord nog niet gesproken is en het dus zeer zeker aanbeveling verdient, nieuwe pogingen tot het vinden van een doeltreffend voorbehoedmiddel aan te wenden. Immers, nu ook in ons land op de *Limnoria* en hare verwoestingen de aandacht gevestigd wordt, moet hare bestrijding zeer zeker een punt van ernstige overweging uitmaken, zelfs al zijn wij op dit oogenblik nog niet in staat met beslistheid uitspraak te doen tusschen de volgende twee mogelijkheden: óf wel, dat *Limnoria* in Nederland vrij algemeen verspreid zal worden aangetroffen, en wij in dat geval waarschijnlijk te doen hebben met een vijand, die niet eerst onlangs tot ons is overgekomen, maar met een, die reeds sedert geruimen tijd zijn vernielenden invloed doet gevoelen, en die alleen daarom bij ons te lande aan de meer bijzondere


Chelura te
naar de natu
× 42.
(Cherbourg).

aandacht ontsnapt is, omdat zijne werking niet zoo gemakkelijk van de gewone verrottingsverschijnselen van het hout te onderscheiden is, en omdat het daaraan schuldige schaaldier zoo uiterst geringe afmetingen bezit; óf wel, dat de aanval te Wemeldinge eerst van jongen datum is, waarvoor zich o. a. laat aanvoeren, dat de paalworm-commissie nergens van de werking van *Limnoria* in de vele door haar onderzochte houtmonsters melding maakt, en dat door den herhaalden aanvoer van oesters van de Fransche kust naar de Oosterschelde de mogelijkheid eener kunstmatige overbrenging, ook van *Limnoria*, niet geheel buitengesloten is. In dit laatste geval zou een spoedige en juiste kennis van haar verspreidingsgebied zeer zeker van nog meer dadelijk belang mogen geacht worden.

De proefnemingen en onderzoekingen, die een en ander zullen moeten uitmaken, hebben wij zooeven in enkele trekken aangegeven. Met de leiding daarvan zullen wij ons gaarne blijven belasten. Wij herhalen, dat voor de onkosten, aan deze proefnemingen en onderzoekingen verbonden, naar onze meening een afzonderlijk subsidie aan den Minister zal moeten worden aangevraagd. Het komt ons voor, dat het jaarlijksch budget der Akademie, waarop toch reeds in het belang van de regelmatige uitgave der werken, telkens nieuwe bezuinigingen worden voorgesteld, niet met deze buitengewone uitgaven mag worden belast.

A. A. W. HUBRECHT.
C. K. HOFFMANN.
G. VAN DIESEN.
N. TH. MICHAËLIS.
J. H. VAN 'T HOFF.
P. P. C. HOEK.

Amsterdam,
30 Januari 1886.

SUR QUELQUES INTÉGRALES DÉFINIES

PAR

T. J. STIELTJES.

LEGENDRE dans les Exercices de calcul intégral (t. II, pag. 189) a donné la valeur de l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{\sin m x}{e^{2\pi x}-1}\, dx = \frac{1}{4}\cdot\frac{e^m+1}{e^m-1} - \frac{1}{2m}$$

formule sur laquelle ABEL est revenu plus d'une fois (*Oeuvres*, tome I, pag. 24, 35. Edition de SYLOW et LIE).

L'étude du mémoire de RIEMANN: »Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grenze" m'a conduit à cette remarque qu'on doit regarder la formule de LEGENDRE comme le cas le plus simple de toute une série de formules qui présentent un caractère éminemment arithmétique.

Dans ce qui suit je me bornerai à donner deux exemples qui feront connaître suffisamment le caractère des formules nouvelles, sans en vouloir présenter dès à présent, le système complet.

Soit p un nombre entier positif impair ($p > 1$) sans diviseur carré et posons

$$f(x) = \sum_1^{p-1} \left(\frac{n}{p}\right) x^n$$

le symbole $\left(\frac{n}{p}\right)$ étant pris dans le même sens que dans ma communication de Septembre 1885 (pag. 101 de ce volume).

Cela posé, on a lorsque

$$p \equiv 1 \bmod. 4$$

$$\int_0^\infty \frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} \sin\left(\frac{ptx}{2\pi}\right) dx = \frac{\pi}{\sqrt{p}} \cdot \frac{f(e^{-t})}{1-e^{-pt}} \ldots\ldots \quad \text{(A)}$$

En supposant au contraire

$$p \equiv 3 \bmod. 4$$

on a:

$$\int_0^\infty \frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} \cos\left(\frac{ptx}{2\pi}\right) dx = \frac{\pi}{\sqrt{p}} \cdot \frac{f(e^{-t})}{1-e^{-pt}} \ldots\ldots \quad \text{(B)}$$

Dans ces formules (A) et (B) la racine $\sqrt{p}$ doit être prise positivement, et cette détermination du signe correspond précisément à celle que Gauss a donnée dans le mémoire »Summatio etc. *Oeuvres*, tome II".

C'est par le développement en série de l'expression

$$\frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}}$$

que j'ai obtenu ces résultats.

En posant pour abréger

$$\varphi(s) = \sum_1^\infty \left(\frac{n}{p}\right) \frac{1}{n^s}$$

j'obtiens

$$\frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} = \frac{\sqrt{p}}{\pi}\left\{\varphi(2)\frac{px}{2\pi} - \varphi(4)\frac{p^3x^3}{2^3\pi^3} + \varphi(6)\frac{p^5x^5}{2^5\pi^5} - \ldots\right\} \text{lorsque } p \equiv 1 \bmod. 4 \ldots \text{(C)}$$

$$\frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} = \frac{\sqrt{p}}{\pi}\left\{\varphi(1) - \varphi(3)\frac{p^2x^2}{2^2\pi^2} + \varphi(5)\frac{p^4x^4}{2^4\pi^4} - \ldots\right\} \text{lorsque } p \equiv 3 \bmod. 4 \ldots \text{(D)}$$

Voici comment ces formules conduisent aux intégrales (A) et (B).

J'observe d'abord que la formule connue

$$\frac{\Gamma(s)}{n^s} = \int_0^\infty x^{s-1} e^{-nx} \, dx$$

conduit aussitôt à l'expression suivante de la fonction $\varphi(s)$

$$\varphi(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} x^{s-1} \, dx. \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

En considérant maintenant l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} \sin\left(\frac{p\,t\,x}{2\pi}\right) dx$$

on pourra développer l'expression $\sin\left(\frac{p\,t\,x}{2\pi}\right)$ suivant les puissances de x

$$\sin\left(\frac{p\,t\,x}{2\pi}\right) = \frac{1}{\Gamma(2)}\left(\frac{p\,t\,x}{2\pi}\right) - \frac{1}{\Gamma(4)}\left(\frac{p\,t\,x}{2\pi}\right)^3 + \frac{1}{\Gamma(6)}\left(\frac{p\,t\,x}{2\pi}\right)^5 - \dots$$

et en se servant alors de la formule (1), l'intégrale se trouve égale à la série

$$\varphi(2)\frac{pt}{2\pi} - \varphi(4)\left(\frac{pt}{2\pi}\right)^3 + \varphi(6)\left(\frac{pt}{2\pi}\right)^5 - \dots$$

qu'on sait sommer par la formule (C), ce qui fournit la formule (A). La formule (B) s'obtient de la même manière à l'aide du développement (D).

La démonstration qu'on vient de donner, ne s'applique directement qu'aux valeurs de t qui satisfont à la condition

$$\text{mod.}\,(p\,t) < 2\pi$$

mais après avoir reconnu ainsi l'exactitude des formules (A) et (B) pour des valeurs de t dont le module est infé-

rieur à $\frac{2\pi}{p}$, on verra facilement que ces formules sont valables pour une valeur imaginaire quelconque de $t = a + bi$, à condition seulement que la valeur absolue de b reste inférieure à $\frac{2\pi}{p}$.

La série par laquelle nous avons défini la fonction $\varphi(s)$ n'est convergente que tant que la partie réelle de s est positive. Toutefois on peut démontrer que cette fonction est holomorphe dans tout le plan; on y arrive, en partant de la formule (1) et en suivant une méthode donnée par M. HERMITE. (*Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, tome 101, pag. 112).

Il existe une relation remarquable qui lie $\varphi(s)$ à $\varphi(1-s)$ et qui a été découverte par M. HURWITZ (*Zeitschrift für Mathematik und Physik*, tome 27, 1882). Sans avoir eu connaissance du travail de M. HURWITZ, j'avais retrouvé son résultat en partant des formules (A) et (B). Comme cette démonstration est entièrement différente de celle de M. HURWITZ, je crois utile de la donner ici. Je me bornerai d'ailleurs au cas $p \equiv 1$ mod. 4.

En multipliant (A) par $t^{s-1}dt$, intégrant de 0 à ∞ il vient, si l'on renverse l'ordre des intégrations dans l'intégrale double et qu'on se rappelle la relation connue:

$$\int_0^\infty \sin\left(\frac{ptx}{2\pi}\right) t^{s-1}\, dt = \Gamma(s) \left(\frac{px}{2\pi}\right)^{-s} \sin\frac{\pi s}{2},$$

$$\Gamma(s) \sin\frac{\pi s}{p} \left(\frac{p}{2\pi}\right)^{-s} \int_0^\infty \frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} x^{-s} dx = \frac{\pi}{\sqrt{p}} \int_0^\infty \frac{f(e^{-t})}{1-e^{-pt}} t^{s-1} dt.$$

Or d'après (1)

$$\int_0^\infty \frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} x^{-s} dx = \Gamma(1-s)\, \varphi(1-s),$$

$$\int_0^\infty \frac{f(e^{-t})}{1-e^{-pt}} t^{s-1}\, dt = \Gamma(s)\, \varphi(s),$$

en sorte qu'on trouve, après quelques réductions:

$$\varphi(1-s) = \left(\frac{p}{2\pi}\right)^s \frac{2 \cos \frac{\pi s}{2}}{\sqrt{p}} \, \Gamma(s)\, \varphi(s).$$

On peut dire aussi que l'expression

$$\left(\frac{p}{\pi}\right)^{\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \varphi(s)$$

ne change pas en remplaçant s par $1-s$.

Il faut supposer dans cette démonstration que s (ou la partie réelle de s) reste comprise entre 0 et 1. Mais d'après le caractère analytique de la fonction $\varphi(s)$, la relation obtenue entre $\varphi(s)$ et $\varphi(1-s)$ doit avoir lieu dans tout le plan, dès qu'elle se trouve vérifiée dans une partie du plan.

Je remarque enfin que les formules que j'ai données dans ma communication déjà citée de Septembre 1885, permettent d'établir d'une manière beaucoup plus simple encore cette relation entre $\varphi(s)$ et $\varphi(1-s)$.

Riemann, dans le mémoire cité, a donné une relation entre la fonction qu'il désigne par $\zeta(s)$ et $\zeta(1-s)$, et il a démontré cette propriété de *deux* manières différentes, la seconde démonstration se fondant sur une formule qui appartient à la théorie des fonctions elliptiques. La démonstration de la relation qui lie $\varphi(s)$ à $\varphi(1-s)$ que nous venons d'indiquer en dernier lieu, est parfaitement analogue à cette *seconde* démonstration de Riemann.

Il n'est pas sans intérêt d'examiner un peu plus particulièrement les développements en série (C) et (D).

Il est évident d'abord que les coefficients des diverses puissances de x dans le développement de

$$\frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} = \frac{e^{\frac{p}{2}x} f(e^{-x})}{e^{\frac{p}{2}x} - e^{-\frac{p}{2}x}}$$

sont des *nombres rationnels* ; en égalant ces nombres aux expressions qui figurent dans les seconds membres de (C) et de (D) on obtient les sommes des séries infinies $\varphi(1)$, $\varphi(2)$, $\varphi(3)$ etc. Ces sommations me semblent devoir être mises à côté des formules bien connues qui expriment les sommes des séries

$$\frac{1}{1^{2n}} + \frac{1}{2^{2n}} + \frac{1}{3^{2n}} + \frac{1}{4^{2n}} + \dots$$

$$\frac{1}{1^{2n-1}} - \frac{1}{3^{2n-1}} + \frac{1}{5^{2n-1}} - \frac{1}{7^{2n-1}} + \dots$$

On a

$$e^{\frac{p}{2}x} f(e^{-x}) = \sum_{1}^{p-1} \left(\frac{n}{p}\right) e^{\frac{p-2n}{2}x}$$

En distinguant les deux cas $p \equiv 1$, $p \equiv 3$ mod. 4 et en posant $p' = \frac{p-1}{2}$ il vient:

$$e^{\frac{p}{2}x} f(e^{-x}) = \sum_{1}^{p'} \left(\frac{n}{p}\right) \left(e^{\frac{p-2n}{2}x} + e^{-\frac{p-2n}{2}x}\right) p \equiv 1 \text{ mod. } 4$$

$$e^{\frac{p}{2}x} f(e^{-x}) = \Sigma \left(\frac{n}{p}\right) \left(e^{\frac{p-2n}{2}x} - e^{-\frac{p-2n}{2}x}\right) p \equiv 3 \text{ mod. } 4$$

donc

$$\frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}} = \frac{\sum_{1}^{p'} \left(\frac{n}{p}\right) \left[\frac{1}{1.2}\left(\frac{p-2n}{2}\right)^2 x^2 + \frac{1}{1.2.3.4}\left(\frac{p-2n}{2}\right)^4 x^4 + \dots\right]}{\frac{p}{2}x + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{p}{2}\right)^3 x^3 + \frac{1}{1.2.3.4.5}\left(\frac{p}{2}\right)^5 x^5 + \dots} p \equiv 1 \text{mod.} 4$$

$$\frac{f(e^{-x})}{1-e^{-px}}=\frac{\sum\limits_{1}^{p'}\left(\frac{n}{p}\right)\left[\frac{p-2n}{2}x+\frac{1}{1.2.3}\left(\frac{p-2n}{2}\right)^3x^3+\ldots\right]}{\frac{p}{2}x+\frac{1}{1\,2.3}\left(\frac{p}{2}\right)^3x^3+\frac{1}{1.2.3.4.5}\left(\frac{p}{2}\right)^5x^5+\ldots}\quad p\equiv 3\,\text{mod.}\,4.$$

La comparaison avec les développements (C) et (D) donne une série de formules dont les premières et les plus simples peuvent s'écrire:

$$\frac{1}{2p}\sum_{1}^{p-1}\left(\frac{n}{p}\right)n^2=\frac{p\sqrt{p}}{2\pi^2}\varphi(2)\qquad p\equiv 1\ \text{mod.}\ 4$$

$$-\frac{1}{p}\sum_{1}^{p-1}\left(\frac{n}{p}\right)n=\frac{\sqrt{p}}{\pi}\varphi(1)\qquad p\equiv 3\ \text{mod.}\ 4$$

donc

$$\sum_{1}^{\infty}\left(\frac{n}{p}\right)\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{p^2\sqrt{p}}\sum_{1}^{p-1}\left(\frac{n}{p}\right)n^2\qquad p\equiv 1\ \text{mod.}\ 4\ \ldots\ldots\ (2)$$

$$\sum_{1}^{\infty}\left(\frac{n}{p}\right)\frac{1}{n}=-\frac{\pi}{p\sqrt{p}}\sum_{1}^{p-1}\left(\frac{n}{p}\right)n\qquad p\equiv 3\ \text{mod.}\ 4\ \ldots\ldots\ (3)$$

La formule (3) s'est présentée déjà à Dirichlet dans ses célèbres recherches sur la détermination du nombre des classes des formes quadratiques à deux indéterminées, le cas le plus simple $p=3$

$$\frac{\pi}{3\sqrt{3}}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\ldots\ldots$$

se trouve dans »*l'Introductio in Analysin infinitorum*" d'Euler (§ 176).

Paris, Janvier 1886.

DE INVLOED VAN TREKSTANGEN

OP HET

OPZETTEN VAN DRAAIBRUGGEN,

DOOR

N. Th. MICHAËLIS.

De armen eener geopende draaibrug buigen onder den invloed van hun eigen gewicht door. Om de brug te sluiten, moeten hare einden, nadat zij boven de steunpunten gebracht zijn, worden opgelicht.

Die behandeling eischt eenigen tijd, en het laatste gedeelte, bij groote bruggen, soms veel arbeid.

Elke besparing van tijd, hoe gering ook, wordt, althans bij spoorwegbruggen waarover een druk verkeer gaat, gelegen over vaarwaters met eene levendige scheepvaart, op hoogen prijs gesteld, en elke besparing van arbeid heeft, behalve besparing van tijd, ook eene financieele besparing ten gevolge.

Eene poging om dien arbeid te verminderen heeft dus zeker wel eenige waarde, zelfs al is het te voorzien dat die besparing niet belangrijk zijn kan.

De hoeveelheid der doorbuiging van eene geopende brug hangt af van hare grootte, van haren vorm en van het materiaal waaruit zij is samengesteld.

Om berijdbaar te zijn, moet de brug aan de uiteinden ondersteund worden, en dan draagt zij, behalve bij die beide uiteinden, op steunkussens of rollen, naast de spil geplaatst. De ondersteuning der uiteinden kan evenwel alleen plaats vinden door oplichting; want, om te kunnen draaien, moet

de brug vrij van hare eindsteunpunten zijn en moeten deze alsdan lager liggen dan bij den gesloten stand. of de geheele brug moet vóór het ronddraaien opgeheven worden, wat, zoolang tot hare beweging alleen handenarbeid gebruikt wordt, zooals hier te lande het geval is, niet voordeelig zou zijn.

In 1873 heb ik onderzocht of het noodig is, bij de opzetting der brugeinden de geheele doorbuiging weg te nemen, en ben ik tot het resultaat gekomen dat, zonder verhooging der kosten voor den bouw, bij groote bruggen, een belangrijk deel der doorbuiging na de opzetting, zonder eenig bezwaar voor het gebruik, mag overblijven, en dat daardoor de arbeid en de kracht, voor de oplichting vereischt, veel kunnen verminderen. Eene nota daaromtrent is opgenomen in de Notulen van het Koninklijk Instituut van ingenieurs van 1873.

Als van zelf sluit zich hieraan de vraag: kan men een noemenswaardig deel van den arbeid voor de opzetting eener draaibrug besparen, door de vrije doorbuiging in den geopenden toestand te belemmeren?

Het is duidelijk, dat men hierdoor geen kracht bespaart en alleen den af te leggen weg kan verminderen.

Bij houten draaibruggen pleegt men, op de einden der draaibalken, gegoten ijzeren of houten staanders te plaatsen, waarvan de toppen, door middel van ijzeren trekstangen, verbonden zijn aan kettingbalken, nabij de voorhar, dwars onder de brug geplaatst, hetzij om aan de naar voren verdunde liggers een steunpunt te geven, hetzij om de doorbuiging te verminderen. Voor het laatste doel is het beter, het ondereinde van de trekstangen te verbinden aan de voorhar zelve, dan aan een, op eenigen afstand daarvan geplaatsten, kettingbalk.

Ook bij enkele ijzeren bruggen, zooals die over de Koningshaven en het Boerengat te Rotterdam, vindt men zulke trekstangen; maar ook hier wordt men, door de wijze van aanbrengen, eer geleid tot de onderstelling, dat zij versterking van den brugligger, dan dat zij belemmering der doorbuiging beoogen.

Of het aanbrengen van trekstangen, bij groote bruggen, als middel tot versterking der brug, constructief en financieel te verkiezen is boven het sterk genoeg maken van de brug zonder die stangen, is zeer te betwijfelen; maar dat zij kunnen dienen om den arbeid der opzetting van de brug te beperken, is zeker. In hoeverre de te verkrijgen besparing de kosten voor het aanbrengen der trekstangen waard is, zal kunnen blijken uit het onderzoek der spanningen in de brugbalken, door de vermindering der doorbuiging teweeggebracht.

Bij dit onderzoek wordt aangeduid door:

u eene willekeurige doorbuiging;

u' de doorbuiging der geopende brug zonder trekstangen;

u_1 de doorbuiging der geopende brug met trekstangen;

u_2 de blijvende doorbuiging in de opgezette brug;

A de reactie van het eindsteunpunt, wanneer geene doorbuiging overblijft;

A de reactie, die in het eindsteunpunt ontstaan zou bij eene willekeurige doorbuiging;

A_1, A_2 dezelfde reactie voor eene doorbuiging u_1, u_2;

S, S_1 enz. de spanning in de trekstang bij de doorbuiging u, u_1, enz.;

L, L', L_1, L_2 de lengte van de trekstang bij de doorbuiging u, u', u_1, n_2;

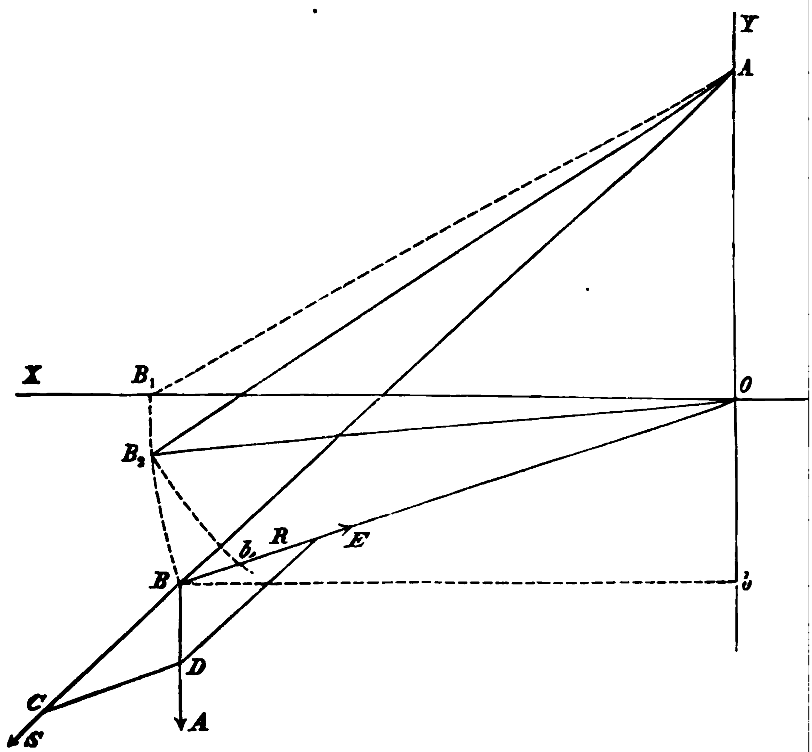
l de lengte van elken arm der, als gelijkarmig beschouwde, brug;

h de hoogte van den staander;

ω de dwarsdoorsnede van de trekstang;

E de elasticiteitsmodulus van de stof, waaruit die stang bestaat.

Zij $A\,O\,B_2$ eene schematische voorstelling van de halve draaibrug, $A\,O$ de staander, $O\,B_2$ de brug, $A\,B_2$ de trekstang. Is het punt B niet ondersteund, dan tracht het te dalen; daarbij wordt de trekstang uitgerekt en worden de brugbalk en de staander samengedrukt. Die intrekkingen en samendrukkingen wekken in deze deelen spanningen op, waardoor zij trachten hun oorspronkelijken vorm te hernemen.



Wanneer de brug niet van trekstangen voorzien was, zou het uiteinde B, op elk punt van de in zijne beweging af te leggen baan, een druk A op het steunpunt uitoefenen, die van *nul* bij de vrije doorbuiging u', evenredig met de hoogte van opheffing, zou toenemen en bij eene doorbuiging *nul* gelijk A, alzoo bij eene willekeurige doorbuiging u,

$$\mathrm{A}\left(1-\frac{u}{u'}\right)=A \text{ zou worden.}$$

Is de brug van trekstangen voorzien, dan bereikt de doorbuiging niet de grens u', waarbij $A=0$ wordt; maar de daling houdt op, zoodra de spanningen, in de deelen $B\,O$, $B\,A$ en $A\,O$ ontstaande, door verandering hunner lengte bij de vervorming van den driehoek $A\,O\,B$, evenwicht maken met de krachten S, R en A, door de daling in die zijden werkende.

Ter bepaling dezer krachten is, in hetgeen volgt, alleen

rekening gehouden met de verlenging van de trekstang en is de invloed van de verkorting van den staander en van den brugbalk buiten rekening gelaten, terwijl bij de doorbuiging de neutrale as van dezen balk beschouwd is als eene rechte lijn.

De staander is alleen aan drukkende krachten onderworpen en moet, zal de trekstang eenig nut doen, tamelijk hoog zijn; om niet te knikken, mag hij dus slechts aan zeer geringe drukkingen onderworpen worden, zoodat zijn samendrukking zoo weinig bedraagt, dat het wel gerechtvaardigd schijnt die te verwaarloozen.

Kon de brugbalk vrij doorbuigen, dan zou de lengte van de neutrale as onveranderd blijven en zouden de vezels boven die as langer worden. Men heeft dus slechts het ondereinde van de trekstang te bevestigen ter hoogte van de vezel, die door de samendrukkende krachten evenveel wordt verkort als zij door de uitrekking zou verlengd worden, om aan de aanneming van onveranderlijkheid der lengte te voldoen. Hoe men de ligging van die vezel bij benadering kan bepalen, zal met een paar voorbeelden worden aangetoond.

Is, voor eene willekeurige doorbuiging u, de uitrekking $B b = \lambda$, dan is:

$$\lambda = \frac{L_2 S}{E \omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

of, wanneer men de spanning op de eenheid van doorsnede door s voorstelt:

$$\lambda = \frac{L_2 s}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Stelt, voor de lengte L der uitgerekte trekstang, V het gedeelte der vertikale kracht A voor, dat door die stang wordt opgenomen, dan is:

$$S = \frac{V L}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Voor de doorbuiging $O\,b = u_1$, waarbij evenwicht bestaat, is $V = A_1 = A\left(1 - \frac{u_1}{u'}\right)$ en dus:

$$S_1 = \frac{A\left(1 - \frac{u_1}{u'}\right)L_1}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Uit deze vergelijkingen (1) volgt:

$$\frac{E\,\omega\,\lambda\,h}{L_1\,L_2} = A\left(1 - \frac{u_1}{u'}\right)$$

en daar $\lambda = L_1 - L_2$ is, vindt men dus voor de doorsnede der trekstang:

$$\omega = \frac{A}{E\,h}\left(1 - \frac{u_1}{u'}\right)\frac{L_1\,L_2}{L_1 - L_2} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Schrijft men dit onder den vorm:

$$\omega = \frac{A}{E\,h}\left(\frac{u' - u_1}{u'}\right)\frac{L_1\,L_2\,(L_1 + L_2)}{L_1^2 - L_2^2}$$

neemt men daarbij in aanmerking dat algemeen:

$$L^2 = l^2 + h^2 + 2\,h\,u$$

en dus:

$$L_1^2 - L_2^2 = 2\,h\,(u_1 - u_2)$$

is, en stelt men, bij benadering, in den teller $L_1 = L_2$, dan vindt men:

$$\omega = \frac{A\,L_2^3}{E\,h^2}\cdot\frac{u' - u_1}{u'\,(u_1 - u_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5^a)$$

en uit (4):

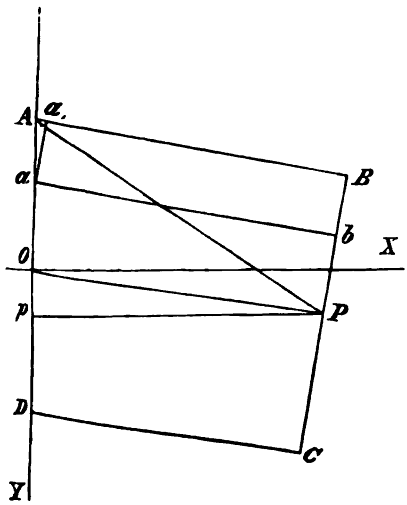
$$s_1 = \frac{A\,L_1\,(u' - u_1)}{u'\,h\,\omega} = \frac{E\,h\,(u_1 - u_2)}{L_2^2} \quad \ldots\ldots \quad (4^a)$$

De kracht R, die den brugbalk samendrukt, bereikt hare grootste waarde wanneer $u = u_1$ is en wordt dan:

$$R_1 = \frac{A_1 l}{h} = A \frac{u' - u_1}{u'} \cdot \frac{l}{h}.$$

Door die kracht wordt, bij den geopenden stand van de brug, de spanning in den bovenrand iets verminderd, die in den benedenrand iets vermeerderd. Aangezien evenwel de doorsneden dier randen niet alleen afhankelijk zijn van de spanningen bij de geopende brug, maar daarop ook invloed uitgeoefend wordt door de spanningen die in de gesloten, geheel of gedeeltelijk belaste, brug ontstaan en de aanwezigheid van de trekstang op deze geen invloed uitoefent, zullen alleen dan en op die plaatsen de doorsneden van den onderrand moeten vergroot worden, wanneer en waar de spanningen, bij den geopenden stand, maxima worden.

Alvorens na te gaan hoeveel arbeid bij de opzetting wordt bespaard door de vermindering van de doorbuiging, zal worden aangetoond op welke wijze, bij benadering, de plaats kan bepaald worden, waar de trekstang moet worden vastgemaakt. Dit zal voor een paar van de meest gebruikelijke, namelijk rechthoekige en dubbel trapeziumvormige, brugbalken onderzocht worden. Voor beide wordt voor de doorbuigingskromme hare koorde gesteld, die, bij de flauwe buigingen, waarmede men te doen heeft, slechts zeer weinig van de kromme afwijkt.



Zij $ABCD$ de helft van den doorgebogen rechthoekigen balk, AD de draaiingsas van de brug, OP de neutrale as, de lengte $OP = r$, de doorbuiging $Op = u$, m en n de coördinaten van het punt P ten opzichte van twee rechthoekige assen OX en OY, $OA = a$, $AB = l$, $AP = d$ en $\angle OPB = \frac{1}{2}\pi$, dan is:

[illegible]

$$L_2 = \frac{r^2 - u_2(a - z)}{r}.$$

Moet nu de samendrukking van den balk door de kracht H even groot zijn als de verlenging van de vezel door de toeneming der doorbuiging, dan is:

$$\lambda = \frac{r^2 + u_1(a - z)}{r} - \frac{r^2 + u_2(a - z)}{r}$$

dus:

$$z = a - \frac{r\lambda}{u_1 - u_2}$$

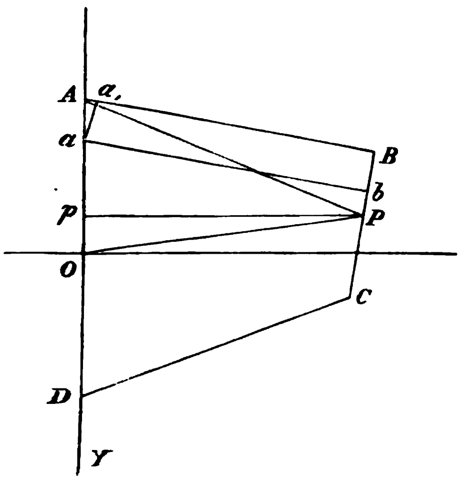
of stellende:

$$O\,a = z_1$$

$$z_1 = \frac{r\lambda}{u_1 - u_2}$$

en hierin is:

$$r = \tfrac{1}{2}\,\{l_2 + \sqrt{(l_2^2 - 4\,a\,u_2)}\}.$$



Voor den dubbel-trapeziumvormigen balk, waarvan $A\,D$ het midden voorstelt en waarvoor, overigens met behoud derzelfde teekens, de hoogte $B\,C$ langs de voorhar der brug aangeduid wordt door $2\,b$, dus $PB = b$, wordt ondersteld dat bij doorbuiging $\angle ABP = \tfrac{1}{2}\pi$ blijft.

Van die onderstelling uitgaande heeft men:

$$r^2 = m^2 + n^2,\ d^2 = m^2 + (a - n)^2 = r^2 + a^2 - 2\,a\,n$$

$$l^2 = d^2 - b^2 = r^2 + a^2 - b^2 - 2\,a\,n.$$

Is:

$$A\,a = z,\ \angle\,O\,A\,P = \varphi,\ \angle\,P\,A\,B = \psi$$

dan is:

$$A\,a_1 = z\cos(\varphi + \psi)$$

$$\cos\varphi = \frac{a - n}{d},\ \sin\psi = \frac{b}{d}$$

dus:

$$\cos(\varphi + \psi) = \frac{(a - n)\angle(r^2 + a^2 - b^2 - 2\,a\,n) - b\,m}{r^2 + a^2 - 2\,a\,n}.$$

Voor de lengte L van de vezel $a\,b$ heeft men dus:

$$L = \sqrt{(r^2 + a^2 - b^2 - an)} - z\frac{(a-n)\sqrt{(r^2 + a^2 - b^2 - 2an)} - bm}{r^2 + a^2 - 2an}$$

en voor de uitrekking tusschen de doorbuigingen u_2 en u_1, die weder gelijk moet zijn aan de samendrukking λ:

$$\lambda = \sqrt{\{r^2 + a^2 - b^2 - 2an_1\}} - \sqrt{\{r^2 + a^2 - b^2 - 2an_2\}} + \\ + z\left\{\frac{(a - n_2)\sqrt{(r^2 + a^2 - b^2 - 2an_2)} - bm_2}{a^2 + r^2 - 2an_2} - \right. \\ \left. - \frac{(a - n_1)\sqrt{(r^2 + a^2 - b^2 - 2an_1)} - bm_1)}{a^2 + r^2 - 2an_1}\right\}.$$

Nu is zeer nabij $n = a - b - u$, zoodat bij benadering gesteld mag worden $a - n = b + u$ en men vindt dus:

$$z\left\{\frac{b(l_2 - m_2) + l_2 u_2}{l_2^2 + b^2} - \frac{b(l_1 - m_1) + l_1 u_1)}{l_1^2 + b^2}\right\} = \lambda - l_1 + l_2.$$

Ter bepaling van den arbeid, voor de opzetting noodig, dient de volgende beschouwing:

Voor eene willekeurige doorbuiging u wordt de uitrekking van de trekstang:

$$\lambda = L - L_2 = \frac{L^2 - L_2^2}{L + L_2} = \frac{2h(u - u_2)}{L + L_2}$$

de spanning in de trekstang is:

$$S = \frac{E\omega\lambda}{L_2}$$

$$S = \frac{2E\omega h(u - u_2)}{L_2(L + L_2)}.$$

Ontbindt men deze kracht in de richting van den brugbalk en van de vertikaal, dan wordt de waarde van de laatste ontbondene:

$$V = \frac{hS}{L} = \frac{2E\omega h^2(u - u_2)}{L L_2(L + L_2)}$$

of bij benadering:

$$V = \frac{E\,\omega\,h^2\,(u - u_2)}{L_2^3}.$$

Volgens (5^a) is:

$$\frac{E\,\omega\,h^2}{L_2^3} = \mathrm{A}\,\frac{u' - u_1}{u'\,(u_1 - u_2)}$$

en dus wordt:

$$V = \mathrm{A}\,\frac{(u' - u_1)\,(u - u_2)}{u'\,(u_1 - u_2)}.$$

Met deze kracht tracht dus de spanning in de trekstang het vooreinde van de brug op te lichten, en bij den door haar geleverden arbeid $\int_{u_2}^{u_1} V\,d\,u$ moet dus nog gevoegd worden eene zekere hoeveelheid mechanischen arbeid, om den geheelen arbeid te verkrijgen, noodig tot oplichting van het einde der brug.

Die geheele arbeid is $\int_{u_2}^{u_1} A\,d\,u$ en daar $A = \mathrm{A}\,\frac{u' - u}{u'}$ is wordt dus de nog te leveren arbeid:

$$T = \int_{u_2}^{u_1} (A - V)\,d\,u = \frac{\mathrm{A}}{u'}\int_{u_2}^{u_1} \left\{ u' - u - \frac{(u' - u_1)\,(u - u_2)}{u'\,(u_1 - u_2)} \right\} d\,u$$

$$T = \mathrm{A}\,\frac{(u' - u_2)\,(u_1 - u_2)}{2\,u'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Moest de brug zonder trekstangen opgezet worden van $u = u'$ tot $u = O$, dan zou de gevorderde arbeid bedragen:

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{A}}{u'}\int_0^{u} (u' - u)\,d\,u = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{A}\,u' \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

terwijl voor eene opzetting van $u = u'$ tot $u = u_2$ de arbeid wordt:

$$t = \frac{A}{u'} \int_{u_2}^{u'} (u' - u)\, d\, u = \frac{A}{2\, u'} (u' - u_2)^2 \quad . \; . \; . \; (8)$$

De hoeveelheden arbeid, vereischt voor eene opheffing van de uiteinden eener brug zonder trekstangen, tot de geheele doorbuiging verdwenen is; voor eene opheffing van diezelfde brug, tot eene doorbuiging u_2 overblijft, en voor eene gelijke brug met trekstangen van de doorbuiging u_1 tot u_2, staan dus tot elkander in reden als:

$$\mathrm{T} : t : T = u'^2 : (u' - u_2)^2 : (u' - u_2)\,(u_1 - u_2)$$

Is hierin bijv.:

$$u_2 = \tfrac{1}{2}\, u',\; u_1 = \tfrac{3}{4}\, u'$$

dan heeft men:

$$\mathrm{T} : t : T = 1 : 0.25 : 0.125.$$

Door het aanbrengen van trekstangen kan dus, althans bij groote bruggen, waar de doorbuiging eenigermate te belangrijk wordt, een niet onaanzienlijk deel van den arbeid bespaard worden; maar de kracht, voor de opzetting noodig, wordt er niet door verminderd. Het laten bestaan van een deel der doorbuiging in de gesloten brug, levert dus meer voordeel op dan het beletten dat de doorbuiging hare volle waarde bereikt. In dit laatste geval kan bovendien een constructief bezwaar ontstaan, dat in het eerste zich niet doet gevoelen.

Bij bruggen van kleine afmetingen heeft het aanbrengen van trekstangen, ter vermindering der doorbuiging, geen nut. Bij bruggen van groote afmetingen worden zij lang en zwaar, veel zwaarder dan zij in den regel gemaakt worden, en kan de doorbuiging door haar eigen gewicht een zeer ernstige hinderpaal worden tegen haar gebruik.

Men zal dus, in ieder bijzonder voorkomend geval, de voor- en nadeelen van het gebruik van trekstangen nauwkeurig moeten onderzoeken eer men er toe overgaat.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 27 Februari 1886.

Tegenwoordig de Heeren: Buys Ballot, Voorzitter, Zaaijer, Suringar, Michaëlis, van Diesen, Schols, Baehr, Franchimont, Lorentz, Rijke, Martin, Gunning, Stokvis, Bosscha, Bierens de Haan, Donders, van de Sande Bakhuyzen, Place, Zeeman, J. A. C. Oudemans, Koster, Mulder, Behrens, Korteweg, Kamerlingh Onnes, van der Waals, Brutel de la Rivière, Hoek, Beijerinck, Fürbringer, Engelmann, en C. A. J. A. Oudemans, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. J. W. Bremer, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 7 Februari 1886; 2°. M. Barcena, Directeur van het Observatorio meteorologico magnetico central te Mexico, 29 Januari 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gra-

venhage, 9 Februari 1886; 2⁰. M. J. DE GOEJE, Leiden, 25 Februari 1886; 3⁰. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 6 Februari 1886; 4⁰. den Secretaris der Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde te Hanau, 30 December 1885; 5⁰. W. H. FINLAY, Secretaris der South African philosophical Society te Cape Town, Januari 1886; 6⁰. F. M THORN, Superintendent der U. S. Coast and geodetic Survey te Washington, 18 December 1885; 7⁰. den Directeur der geological and natural history Survey te Sussex, 1886; 8⁰. den Secretaris der royal Society of Canada te Montreal, 18 December 1885; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren 1⁰ een schrijven van Mevr. de Wed. R. A. MEES-GOCKINGA (16 Febr. 1886), waarin het overlijden op 15 Febr. wordt medegedeeld van haren echtgenoot, wijlen den Heer Dr. R. A. MEES, Hoogleeraar te Groningen, lid der Akademie. De Voorzitter vindt hierin aanleiding, eenige hartelijke woorden over den overledene te spreken, zijne verdiensten als wetenschappelijk man in het licht te stellen en van zijn in alle opzichten degelijk karakter te gewagen. De deelneming der Afdeeling in het door haar geleden smartelijk verlies, zal aan Mevr. de Wed. MEES te kennen worden gegeven; 2⁰ een antwoord van Z.E. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid (12 Febr. 1886) op het verzoek der Afdeeling, om haar, ten behoeve van de werkzaamheden der Limnoria-Commissie, een voorloopig subsidie van *f* 2000 toe te staan. Op prijs stellend, wat reeds terstond door de Commissie verricht werd, verklaart de Minister, dat op de begrooting van zijn Departement voor het beoogde doel niet meer dan *f* 1000 beschikbaar kan worden gesteld, weshalve het Z.E. aangenaam zou wezen, indien de uitgaven tot die som konden worden beperkt.

Daar noch de Voorzitter, noch een der leden van de Limnoria-Commissie op dit oogenblik tegenwoordig is, deelt de Secretaris mede, dat 's Ministers schrijven ter kennis ge-

bracht werd van den Voorzitter der Afdeeling en den Voorzitter der Limnoria-Commissie, en dat hij van den laatste een schrijven ontving, inhoudende dat de Commissie voorloopig diligent kan blijven, en zien wat haar te doen staat, zoodra de *f* 1000 mochten overschreden zijn.

— De Heer Beijerinck houdt zijne, met tal van platen opgehelderde, voordracht »over den invloed van wortels en knoppen op elkanders ontwikkeling en plaatsing", waarvan de strekking was aan te toonen, dat wortels eene bijzondere neiging hebben om de weefsels in hunne nabijheid tot de vorming van knoppen aan te zetten, en knoppen evenzoo om de weefsels hunner omgeving tot het voortbrengen van wortels te prikkelen, zoodat men in tal van gevallen verrast wordt door het verschijnsel, dat wortels naar buiten komen op plaatsen waar men knoppen, en knoppen op die waar men wortels verwacht had. Eene verhandeling met platen over het onderwerp wordt voor de 4° werken aangeboden.

— De Heer van der Waals draagt het 2de gedeelte voor zijner rede »over het stabiel evenwicht van heterogene stoffen".

— De Heer Stokvis bespreekt de oorzaak van de vergiftige werking der chloorzure zouten, naar aanleiding van onderzoekingen in het Pathologisch Laboratorium, deels door de Heeren Kimmijser en van Gorkom, deels door hem zelf verricht. Ofschoon de vergiftige en doodende werking van groote hoeveelheden chloorzure zouten en met name van het kaliumchloraat (chloras kalicus) reeds sedert 1856 door Chevalier en in 1860 door Jacobi was aan het licht gebracht, zoo heeft zij toch eerst in de laatste jaren bijzonder de aandacht getrokken, eensdeels omdat in Duitschland betrekkelijk talrijke vergiftigingsgevallen door kalium-chloraat zijn voorgekomen, anderdeels, omdat haar oorzaak gezocht werd in zeer eigenaardige verhoudingen, die ook bij de werking van andere geneesmiddelen zouden voorkomen, en waarbij weefsel-elementen, en met name het bloed, onder den in-

vloed van de door het geneesmiddel afgestane zuurstof zeer belangrijke veranderingen zouden ondergaan. Zoo wordt dan ook op dit oogenblik, vooral naar aanleiding der onderzoekingen van BINZ en MARCHAND, op enkele uitzonderingen na, de meening algemeen gedeeld, dat de vergiftige werking der chloorzure zouten te wijten is aan hunne eigenschap, om zuurstof aan het levende lichaam af te staan, door welke zuurstof het oxyhaemoglobine der roode bloedlichaampjes in methaemoglobine — eene veel vastere zuurstofverbinding — zoude worden veranderd. Die omzetting van het bloed zou nu óf onmiddellijk tot den dood leiden, óf middellijk door het ophoopen van de omgezette bloedbestanddeelen in de nieren, en andere organen, die met de bloedbereiding meer of min in onmiddellijk verband kunnen worden gebracht: met name de milt en lever.

Deze voorstelling nu is, naar aanleiding der boven bedoelde onderzoekingen, onhoudbaar:

1°. Daar eene reductie van chloorzure zouten in het levend organismus tot chloriden, waarbij dus zuurstof zou worden afgestaan, niet kan worden aangetoond.

2°. Daar ook buiten het levend lichaam geheel versche dierlijke vloeistoffen en organische zelfstandigheden geene reductie der chloorzure zouten tot stand doen komen.

3°. Daar in het levend bloed, zelfs bij directe overlading daarvan met chloorzure zouten, geene omzetting van bloedkleurstof, geene vorming van methaemoglobine plaats grijpt.

Terwijl nu die reductie van chloraten tot chloriden in zich ontbindende vloeistoffen, onder den invloed van nog onbekende fermenten, zeer gemakkelijk tot stand komt, en ook in het afstervende of afgestorven bloed zich onder den invloed van het chloorzuur en de daardoor afgestane zuurstof het oxyhaemoglobine eerst tot methaemoglobine en dan verder tot haematine wordt omgezet, heeft men het recht om de bedoelde omzetting als een in het lijk aanwezig verschijnsel te beschouwen, dat voor de vergiftige werking der zouten gedurende het leven geen oogenblik verantwoordelijk gesteld kan worden.

Maar welke is dan de oorzaak der vergiftige werking?

Gaat men de dosis na, die als lethale en toxische bij de aanwending van een chloorzuur zout, waarvan de alkalische component zelf geen vergif is, uit een aantal onderzoekingen kan worden afgeleid, dan blijkt zij eene zeer hooge (b. v. voor het konijn, op 1 kilog. dier, 2 à 3 gram bij intraveneuse injectie, 10—12 gram bij inwendige aanwending). Gaat men bij ditzelfde zout de verschijnselen na, waaronder zich de vergiftiging openbaart, dan blijken zij bij intraveneuse injectie te bestaan in eigenaardige veranderingen van het centraal-zenuwstelsel, in aan het hoofd en de voorpooten beginnende bevingen, die zich spoedig over het geheele lichaam uitstrekken, en die gevolgd en afgewisseld worden door verschijnselen van bewusteloosheid, gevoelloosheid, verminderde reflexprikkelbaarheid, bemoeielijkte ademhaling, vertraagde hartswerking, totale paralyse. Bij alle diersoorten blijkt dit vergiftigingsbeeld identisch, en bij de zoogdieren vindt men, na intraveneuse injectie, standvastig oedeem van de longen na den dood. Bij de inwendige aanwending treft men dezelfde reeks van verschijnselen aan, vermeerderd met diarrheeën, brakingen, in één woord, met een reeks verschijnselen, die op eene heftige ontsteking van het slijmvlies van maag en darmkanaal wijzen.

Noch met betrekking tot de toxische en lethale dosis, noch met betrekking tot het vergiftigingsbeeld, openbaart zich nu eenig verschil tusschen de chloorzure zouten, waarvan de alkalische component zelf onvergiftig is, en een ander indifferent zout, b. v. het keukenzout. De oorzaak van de vergiftige werking is hier en daar toe te schrijven aan de werking van het geconcentreerde zout als zoodanig, dat eensdeels door zijn sterk wateraantrekkend vermogen een plaatselijk heftig prikkelenden, ja bijtenden invloed op de weefsels uitoefent, waarmede het in aanraking is, anderdeels, na in het bloed te zijn opgenomen, de concentratie van het »milieu intérieur" doet stijgen, waardoor zich belangrijke stoornissen in de functie van het centraal-zenuwstelsel voordoen en daarnaast in andere organen — zooals de nieren —, die voor de verwijdering van het te veel ingebrachte keukenzout moeten zorgen.

Dat geconcentreerde keukenzout-oplossingen vergiftig zijn, dat keukenzout in zeer groote hoeveelheid in eens genomen zelfs den dood van den mensch teweeg kan brengen, daarvoor zijn in de literatuur voorbeelden genoeg aanwezig, en ook hier blijkt opnieuw, hoe moeielijk het is een scherpe grens te vinden tusschen vergiften en voedingsmiddelen. of althans stoffen, die voor het onderhoud van het leven onmisbaar zijn.

Heeft men met een chloorzuur zout te doen, waarvan de alkalische component zelf een vergif is, dan komt, naast en met de nadeelige inwerking der geconcentreerde zoutsolutie, de toxische werking van dien component in aanmerking. Zoo b. v. bij het in de geneeskunde en zelfs als volksmiddel zoo veelvuldig gebruikte chloras kalicus. Een terugblik op de geschiedenis der toxicologie in de laatste eeuw leert, dat vergiftiging met kalium-praeparaten in verschillende tijden zijn voorgekomen; in het laatst der vorige eeuw, vooral met het sulfas kalicus (sal. polychrestum, sal. Holsaticum, sal de duobus) in het derde, vierde en vijfde decennium onzer eeuw vooral met het kalium-nitraat. Uit de literatuur blijkt verder, dat de lethale dosis dezer zouten bij den mensch bijna volledig overéénstemt met die, welke in het laatste tiental jaren voor het kalium-chloraat werd gevonden. Het chloorzuur in die verbinding is aan de toxische werking zoo onschuldig, dat (bij opzettelijke proeven met oplossingen van gelijke concentratie) het chloorkalium, hetwelk naar zijne scheikundige zamenstelling op 1 gewichtsdeel nog meer kalium bevat dan het kalium-chloraat, inderdaad zich dan ook als meer vergiftig deed kennen.

Ter voorkoming der vergiftige werking van chloorzure zouten, hebbe men dus vooral te waken tegen het aanwenden van al te geconcentreerde oplossingen, en waarschuwe men nog bovendien voor het gebruik dier stof in groote hoeveelheden en in substantie.

— Voor de boekerij worden aangeboden: door den Heer Franchimont, uit naam der Redactie, het 4de deel van het Recueil des travaux chimiques dans les Payś-Bas; door den

Heer BIERENS DE HAAN, uit naam van het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven", Nieuw Archief voor Wiskunde, deel XII, 2de stuk; door den Heer BUYS BALLOT: het Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1885.

— Ter plaatsing in de Verslagen en Mededeelingen worden aangeboden: 1° door den Heer C. A. J. A. OUDEMANS eene bijdrage van den Heer Dr. J. H. WAKKER: »Die Neubildungen an abgeschnittenen Blättern von Caulerpa prolifera", en 2° door den Heer KAMERLINGH ONNES een opstel van den Heer Dr. J. NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN: »Over de potentiaalfunctie van het electrische veld in de nabijheid van een geladen bolvormige kom". De Voorzitter benoemt tot rapporteurs over den eersten arbeid de Heeren C. A. J. A. OUDEMANS en RAUWENHOFF, en over den tweeden de Heeren KAMERLINGH ONNES en GRINWIS.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 27 Maart 1886.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, MULDER, FRANCHIMONT, ZAAIJER, VAN DIESEN, BIERENS DE HAAN, BOSSCHA, PLACE, ZEEMAN, A. C. OUDEMANS JR., KORTEWEG, VAN DER WAALS, BAEHR, VAN 'T HOFF, BEIJERINCK, MARTIN, DE VRIES, HOFFMANN, MICHAËLIS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, STOKVIS, BEHRENS, DONDERS, MAC GILLAVRY, HUBRECHT, GRINWIS, KOSTER, LORENTZ, KAMERLINGH ONNES, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, VAN RIEMSDIJK en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— De Heeren HOEK, SCHOLS en J. A. C. OUDEMANS hebben zich schriftelijk over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1º. J. A. GROTHE, Secretaris van het historisch Genootschap te Utrecht, Februari 1886; 2º. R. MELVIL VAN LIJNDEN, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van kunsten en wetenschappen te Utrecht, Maart 1886; 3º. G. VOSS, Secretaris der naturforschende Gesellschaft te Emden, 24 Maart 1886; 4º. N. VAN WERVEKE, Secretaris der

section historique de l'Institut royal grand-ducal te Luxemburg, 25 Maart 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. R. MELVIL VAN LIJNDEN, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van kunsten en wetenschappen te Utrecht, Maart 1886; 2°. W. H. M. CHRISTIE, Directeur van het royal observatory, Greenwich, 16 Maart 1886; 3°. F. VON HAUER, Directeur van het k. k. naturhistorische Hofmuseum te Weenen, Februari 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Een brief van den Heer T. J. STIELTJES JR. (26 Febr. 1886), waarin kennis wordt gegeven, dat hij zich verplicht ziet zijn lidmaatschap der Akademie neêr te leggen, uithoofde van zijne vestiging te Parijs. Aangenomen voor bericht. 2°. Eene missive van Z.E. den Minister van Koloniën (19 Maart 1886), ter begeleiding van een handschrift van den Hoogleeraar J. A. C. OUDEMANS te Utrecht, inhoudende de vraag: of de Akademie het noodig acht, de verificatie van een stel gewichten, bestemd voor de Indische Regeering, en reeds, op verzoek van den Minister, door den Heer OUDEMANS geverifieerd, nu nog eens, zooals vroeger Zijner Exc.'s plan was, ter verificatie toe te zenden aan de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram. Wordt besloten, den brief des Ministers met de daarbij behoorende bescheiden in handen te stellen van de Commissie voornoemd, met verzoek om advies in de volgende vergadering. 3°. Eene kennisgeving van den Heer J. A. C. OUDEMANS, inhoudende, dat hij tot het Bestuur der Natuurkundige Afdeeling het schriftelijk verzoek heeft gericht, maatregelen te nemen, noodig om tot eene minder omslachtige wijze van het kiezen van nieuwe leden te geraken.

— De Heeren C. A. J. A. OUDEMANS en RAUWENHOFF

brengen verslag uit over het opstel van den Heer Dr. J. H. WAKKER: »die Neubildungen an abgeschnittenen Blättern von Caulerpa prolifera". De conclusie strekt tot opneming daarvan in de Verslagen en Mededeelingen. Aldus wordt besloten.

— De Heeren KAMERLINGH ONNES en GRINWIS brengen verslag uit over de verhandeling des Heeren J. NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN: »Over de potentiaalfunctie van het electrisch veld in de nabijheid van eene geladen bolvormige kom". De opneming van dezen arbeid in de Verslagen en Mededeelingen wordt, op voorstel der Commissie, door de Vergadering aangenomen.

— De Heer LORENTZ behandelt de vraag »of de ether al dan niet aan de beweging der Aarde deelneemt", en geeft daarna nog eenige opheldering over sommige duistere punten aan de Heeren GRINWIS en BUYS BALLOT. Een opstel over het gesprokene wordt toegezegd voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer MARTIN doet de volgende mededeeling.

Het eiland Curaçao werd reeds in het jaar 1827 door den opperbergraad STIFFT uit Nassau onderzocht en in een bij de Regeering ingediend rapport uitvoerig beschreven, welk rapport in 1858 onder den naam van DUMONTIER in de *Verslagen en Mededeelingen* der Akademie (Deel VIII, pag. 287) is opgenomen. STIFFT maakt onder anderen melding van het voorkomen eener zandsteenformatie op Curaçao, welke vorming in verband met kiezelschiefers en kalksteenen aangetroffen wordt en door genoemden onderzoeker tot de jongere grauwakkenformatie werd gerekend. Versteeningen heeft STIFFT in bedoelde beddingen niet waargenomen en de ouderdomsbepaling der lagen steunt om die reden enkel op het petrographisch karakter der formatie.

Dit karakter is inderdaad van dien aard, dat, naar analogie van Europeesche beddingen, er moeilijk iemand aan zoude twijfelen, dat de kiezelschiefers, zand- en kalksteenen,

tot het palaeozoisch tijdvak behoorden, en spreker meende in het begin ook een palaeontologisch bewijs voor de ouderdomsbepaling der lagen als palaeozoisch te kunnen bijbrengen.

Er komen in de kalksteenen namelijk tal van versteeningen voor, die door geen enkel kenmerk (voorzooverre afbeeldingen en beschrijvingen een oordeel toelaten) van het genus *Dania* verschillen, hetwelk door Edwards en Haime werd opgesteld en als silurisch uit Noord-Amerika beschreven. Onderscheidene onzer eerste autoriteiten op palaeontologisch gebied beschouwden de versteeningen van Curaçao met spreker als behoorende tot *Dania* E. H., maar, zooals F. Roemer het eerst door vergelijking met een door hem in Tennessee verzameld fossiel ontdekte, is de *Dania* van Curaçao ook niet van *Radiolites* verschillend.

Spreker kwam na een uitvoerig onderzoek tot het resultaat, dat het genus *Dania* E. H. geen recht van bestaan heeft en als een brok van de schaal eens *Rudisten* beschouwd moet worden, hetwelk abusievelijk als silurisch beschreven is. Ook Quenstedt heeft blijkbaar een soortgelijk brokstuk onder den naam van *Dania saxonica* uit de krijtformatie van Middel-Duitschland beschreven, want deze formatie bevat, zooals bekend is, *Rudisten* en komt op de plaats, waar het fossiel is verzameld, voor. Andere exemplaren van *Dania* zijn niet bekend.

De brokstukken van *Rudisten* in bedoelde kalkformatie van Curaçao zijn meestal sterk verbrijzeld, tengevolge van mechanische inwerkingen, die het gesteente heeft ondervonden. Horizontale doorsneden laten zelfs onder den mikroskoop geenerlei verschil van Chaetetiden (waartoe ook *Dania* wordt gerekend) waarnemen, wel echter vertikale doorsneden, die een zeer geringen samenhang der zijwanden van verschillende over elkander gelegen cellagen vertoonen.

Behalve de overblijfselen van *Rudisten*, die de kalksteenen als krijt kenmerken, worden daarin nog zeer talrijke kalklagen, behoorende tot het genus *Lithothamnium*, aangetroffen, benevens Foraminiferen van het geslacht *Textularia*.

De beddingen zijn geplooid en, naar het schijnt, met de

sterk opgestuwde kiezelschiefers tot onderscheidene lage ruggen samengeschoven, die onderling en met de kust van Savonet ongeveer evenwijdig loopen.

Kon er, bij gebrek aan profielen op het lage eiland, nog een tijd lang twijfel bestaan of de kiezelschiefers te recht met de kalksteenen tot dezelfde formatie vereenigd werden, zoo moest deze twijfel worden opgelost door het feit, dat ook in het tegenoverliggende gedeelte van Zuid-Amerika *Rudisten*-kalken in verband met cretaceïsche kiezelschiefers aangetroffen worden.

Het eiland Curaçao mag als eene voortzetting der gesteenten beschouwd worden, die op het vaste land van Zuid-Amerika, bij den opbouw der laatste vertakkingen van de Cordilleren, eene zoo belangrijke rol spelen.

— De Heer VAN DER WAALS handelt »over de grenzen van het gebied van den vasten toestand voor enkelvoudige en samengestelde stoffen".

— De Heer HOFFMANN biedt, uit naam van den Heer Dr. W. J. VIGELIUS, de volgende Bijdrage aan tot de ontwikkelingsgeschiedenis der Bryozoa Ectoprocta:

»Mijn onderzoek betreffende de ontwikkeling, den bouw en het fixeeren der larve van *Bugula calathus* NORM. heeft tot de volgende hoofdresultaten geleid:

1°. Ovarium en Testis zijn producten van het mesenchymateuse parenchymweefsel. De jonge eierstok bevat 2 of meer (veelal 4) eicellen, omgeven door een follikel, die veel dunner is dan bij *Flustra membranaceo-truncata* SMITT.

In den regel komt slechts één der eieren tegelijk tot rijpheid; de anderen blijven, wanneer zij eene zekere grootte bereikt hebben, min of meer stationair. Vermoedelijk bereikt ééne dezer stationaire eicellen later den geslachtsrijpen toestand, terwijl de overigen tot de voeding van het rijpende ei bijdragen.

2°. De meeste geslachts-individu's zijn hermaphroditisch. De bevruchting van het ei geschiedt hoogst waarschijnlijk in de lichaamsholte. Van hier wordt het ei naar de broed-

ruimte in de ovicel verplaatst. De bij *Flustra* waargenomene dichogamie schijnt hier te ontbreken of althans uitzondering te zijn.

3°. De eerste klieving van het alecithale ei geschiedt volgens een meridaanvlak, dat de vegetatieve en animale pool van het ei (tevens de centra der toekomstige oraal- en aboraalzijden) snijdt. De 2e klieving heeft eveneens volgens een meridiaanvlak plaats loodrecht op het eerste. Dan volgt eene aequatoriale segmentatie, welke den aanleg der orale en aborale *) embryohelft vormt.

De klievingskogels dezer beide helften vertoonen bij *Bugula* geenszins dat opvallend verschil in grootte, hetwelk door Repiachoff en Barrois bij andere species werd waargenomen. Terwijl de 4 aborale cellen uitsluitend tot de vorming van het epiblast bijdragen, vormen de 4 orale cellen zoowel een deel van het epiblast alsook den aanleg van het hypoblast. Het stadium 16 ontstaat door 2 deelingen evenwijdig aan het 1e meridiaanvlak, het stadium 32 door 2 deelingen evenwijdig aan het 2e dito.

Reeds zeer vroegtijdig is het blastocoel aanwezig.

4°. De blastosphaera verandert door epibolie in eene gastrula. De 4 centrale cellen der oraalzijde, die, in het blastocoel liggende, den aanleg van het hypoblast vertegenwoordigen, komen in grootte ongeveer met de epiblastcellen overeen. Zij vermenigvuldigen zich, omsluiten eene spleetvormige kortstondig optredende gastrulaholte en vullen het blastocoel nagenoeg geheel op. Bij den verderen groei van het embryo ontstaat door hare voortgezette vermenigvuldiging eene massa van los samenhangende cellen, die te zamen het hypo- en mesoblast vertegenwoordigen. De geringe zelfstandigheid, welke deze beide kiembladen vertoonen — eene grens tusschen hen laat zich niet trekken — is toeteschrijven aan de geheel passieve rol, die zij bij de verdere ontwikkeling vervullen. Bij de phylogenetisch oudere Entoprocten en bij sommige Ectoprocten

---

*) Deze benamingen duiden die zijden van het embryo aan, welke met de orale en aborale zijden der Entoproctenlarven identisch zijn.

beantwoorden hypo- en mesoblast aan hunne oorspronkelijke bestemming. Het darmkanaal, aanwezig bij de larven der Entoprocten en bij *Cyphonautes*, komt bij de *Bugula*-larve niet tot ontwikkeling.

De uit de primaire hypoblastcellen ontstane celmassa neemt in oudere stadiën een reticulair karakter aan en ondergaat daarna eene korrelige degeneratie. In deze opvullingsmassa ontstaan vroegtijdig hier en daar kleine holten (vermoedelijk een overblijfsel van het blastocoel), die in het lichaam der larve gedeeltelijk tot eene grootere spleetvormige ruimte (in de orale helft gelegen) samenvloeien (primaire lichaamsholte).

5⁰. In het aequatoriaalvlak van het embryo vormt het epiblast een gordel van grootere naar buiten gewelfde cellen (Corona), die zich in radiale richting deelen en later bijzonder in lengte toenemen. Zij zijn met ciliën bekleed.

6⁰. Aan de oraalzijde ontstaan ongeveer gelijktijdig 2 invaginaties van het epiblast; de ééne (meer centrale) vormt den aanleg van den zuignap (bevestigingsorgaan voor de larve) de andere dien van de cilindrische instulping, welke aan de voorzijde der larve wordt aangetroffen. De zuignap is met cilinderepitheel bekleed en neemt door instulping van zijn boveneinde eene bekervormige gedaante aan, waardoor zijn lumen tot eene nauwe spleet wordt gereduceerd.

7⁰. Aan de aborale pool van het embryo ontstaat door verdikking van het epiblast eene dikke retractiele schijf, opgebouwd uit groote min of meer peervormige cellen (Saugnapf. Aut). Rondom dit orgaan vormt zich door instulping van het epiblast, eene cirkelvormige groeve.

8⁰. Ten slotte ontwikkelt zich uit het epitheel, dat de bovengenoemde buisvormige instulping van het epiblast bekleedt, een eigenaardig orgaan, dat een 3-lobbigen bouw vertoont en uit groote cellen (vermoedelijk kliercellen) is opgebouwd. In tegenstelling met Barrois ben ik van meening, dat dit geheele orgaan een product van het epiblast is

9⁰. Bij het fixeeren der larve wordt de zuignap plotseling naar buiten uitgestulpt. Dit gaat gepaard met hevige contracties der larve, waarbij de aborale ectodermaalschijf

en de buisvormige instulping naar binnen worden getrokken en nog eenigen tijd bewegelijk blijven. De larve, die zich dus met de oraalzijde fixeert, verliest hare ciliën en strekt de aboraalzijde, waardoor de cirkelvormige groeve rondom de ectodermaalschijf verdwijnt. De huid van het primaire individu ontstaat dus grootendeels uit de aboraalzijde der larve. Over de verdere ontwikkeling hoop ik later te kunnen berichten. Zeker is het dat de ontwikkeling van *Bugula* als eene metamorphose en niet als eene metagenese moet worden beschouwd, aangezien de aborale ectodermaalschijf der larve in belangrijke mate deelneemt aan de vorming der inwendige organen van het primaire individu der kolonie."

— De Secretaris biedt, uit naam van den Heer Dr. M. Treub, voor de boekerij der Akademie aan het 2de stuk, deel V, der Annales du Jardin botanique de Buitenzorg, geheel gewijd aan de studie der Lycopodiaceeën, en meer in het bijzonder aan die der ontwikkeling van de voorkiem en de kiem van Lycopodium Phlegmaria.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

VERSLAG

OVER EEN OPSTEL VAN DEN HEER Dr. J. H. WAKKER,

GETITELD:

DIE NEUBILDUNGEN AN ABGESCHNITTENEN BLÄTTERN VON CAULERPA PROLIFERA.

(Uitgebracht in de Vergadering van 27 Maart 1886).

De ondergeteekenden, in de Vergadering der Afdeeling van 27 Februari j.l. benoemd om verslag uit te brengen over een opstel van den Heer Dr. J. H. WAKKER, getiteld: »Die Neubildungen an abgeschnittenen Blättern von Caulerpa prolifera", hebben de eer hierbij zich van de hun opgedragen taak te kwijten.

De Heer WAKKER, gedurende eenigen tijd werkzaam geweest aan het zoölogisch station te Napels, nam de gelegenheid, hem daar zoo ruimschoots gegeven, waar om eenige bijzonderheden aangaande het leven van *Caulerpa prolifera*, eene Siphonacee uit de golf van Napels, te leeren kennen.

Het had hem getroffen dat deze plant, niettegenstaande daarvan geene geslachtswerktuigen of zwermsporen bekend zijn, toch in hooge mate het vermogen om zich te vermenigvuldigen bezit; en verder dat de wijze, waarop deze eigenlijk tot stand komt, in den laatsten tijd niet onderzocht was geworden.

Zelf aan het werk getogen, kwam hij tot de volgende uitkomsten, welke de oude onderzoekingen van NAEGELI

ten deele bevestigen of uitbreiden, ten deele echter als nieuw en onverwacht beschouwd kunnen worden.

1°. *Caulerpa prolifera*, hoewel eencellig, maar desniettegenstaande zeer hoog gedifferentieerd, d. w. z voorzien van onderdeelen, die, op hun vorm af, voor wortels, wortelstok en bladen gehouden zouden kunnen worden, heeft, evenals *Vaucheria*, het vermogen om wonden, aan haar teweeggebracht, in genezing te doen overgaan, en wel door aan de binnenzijde van het, bij de verwonding bloot gekomen, protoplasma een nieuwen wand van cellulose af te scheiden.

2°. De bladachtige onderdeelen der plant brengen, indien men ze verwond en doorgesneden heeft, even boven de wond of de snede, wortels, en niet zelden ook rhizomen voort, beide in alles gelijk aan de wortels en den wortelstok van het ongerepte gewas.

3°. De plaats, waar deze nieuwe deelen ontstaan, is onveranderlijk die, welke bij de natuurlijke plant naar het rhizoom gekeerd zou zijn, zoodat men bij een bladachtig onderdeel, waarvan zoowel de top als de voet werd weggenomen, de nieuwe deelen uitsluitend aan den laatsten te voorschijn ziet komen. Het omkeeren van dergelijke verminkte bladen brengt geene verandering in het verschijnsel te weeg.

Uit een en ander leidt de schrijver af: 1°. dat de zoogenoemde bladen van *Caulerpa*, niettegenstaande zij slechts onderdeelen zijn eener enkele groote cel, ten opzichte der reproductie van nieuwe deelen na verwondingen zich geheel zoo gedragen als de bladen van vele Phanerogamen, met hun veel meer samengestelden bouw; en 2°. dat de meening van VON SACHS, reeds door VÖCHTING weêrlegd, alsof de plaats waar nieuwe wortels na verwondingen worden voortgebracht, door de werking der zwaartekracht bepaald zoude worden, onjuist is.

De vermenigvuldiging van *Caulerpa prolifera* laat zich

derhalve aldus verklaren, dat gave planten, door den golfslag of den beet van waterdieren in stukken verdeeld, hierin, zoo zij niet te klein zijn, de grondstof leveren voor eene reeks van nieuwe individuen, die op hunne beurt, op dezelfde wijze, tot de instandhouding der soort kunnen bijdragen.

Al geven nu de onderzoekingen van den Heer WAKKER ook geen nieuw licht ten opzichte van het proces der vorming van nieuwe deelen van *Caulerpa,* zij wijzen door opzettelijke proeven de plaatsen dezer vorming aan, en brengen het merkwaardig feit aan het licht, dat die plaatsen, bij het door hem onderzochte ééncellige — hoezeer dan ook hoog gedifferentieerde — organisme, topographisch niet van die bij de hoogst georganiseerde planten verschillen. Om deze reden meenen de ondergeteekenden tot de opneming van het opstel in de *Verslagen en Mededeelingen* te mogen adviseeren.

C. A. J. A. OUDEMANS.
N. W. P. RAUWENHOFF.

VERSLAG OMTRENT DE VERHANDELING

VAN Dr. J. NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN

OVER DE

POTENTIAALFUNCTIE VAN HET ELECTRISCH VELD IN DE NABIJHEID VAN EENE GELADEN BOLVORMIGE KOM.

(Uitgebracht in de Vergadering van 27 Maart 1886).

In deze verhandeling stelt de Heer NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN zich ten doel, het onderzoek van THOMSON omtrent de verdeeling der electriciteit op bolvormige kommen onder influentie, aan te vullen met de berekening van de potentiaal Op de wenschelijkheid van deze uitbreiding was reeds door THOMSON aan het slot zijner verhandeling (*Reprint* pag. 190) gewezen.

In de eerste plaats berekent de schrijver de potentiaal van een geladen komvormigen geleider. Het gelukte hem, door de ontwikkeling der potentiaal naar bolfunctiën, eene uitdrukking te vinden, nog eenvoudiger dan die, welke voor de dichtheid op de kom door THOMSON werd aangegeven. Voor deze potentiaal, welke de Heer NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN tot het uitgangspunt van zijn onderzoek neemt, levert hij, door de opmerking van hare meetkundige beteekenis in het licht der methode van inversie, een zeer eenvoudig bewijs. Hij gaat daartoe uit van de potentiaal eener geladen cirkelvormige plaat. Noemt men in een willekeurig punt den grootsten hoek, welken de randcirkel, van daar uit gezien, onderspant, de amplitudo van den randcirkel, dan is de potentiaal op dit punt evenredig aan de amplitudo. Ook de amplitudo van den randcirkel van een bol-

vormige kom levert dus eene potentiaalfunctie in het omgevend veld. Aan weerszijden der kom neemt zij waarden aan, die elkander tot 2π aanvullen. Door inversie ten opzichte van het middelpunt des bols waartoe de kom behoort, en met den straal des bols zelf als inversiestraal, krijgt men weder eene potentiaalfunctie van het veld om de kom; maar de waarden, welke zij aan de binnen- en buitenzijde der kom aanneemt, zijn nu juist verwisseld met die in 't vorige geval. De som dezer potentiaalfunctiën heeft aan 't oppervlak van de kom eene standvastige waarde en is dus de potentiaalfunctie van het electrische veld om den geladen komvormigen geleider.

Van de verkregen uitkomst maakt de Heer NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN gebruik om de capaciteit der kom, welke reeds door WATSON en BURBURY langs den weg der integratie verkregen werd, te bepalen; om eene, ook bij deze schrijvers voorkomende, stelling omtrent de som der potentialen van twee complementaire kommen in meer algemeenen vorm te bewijzen, en om hunne uitkomsten omtrent den invloed van eene kleine opening in een geladen bol en van eene kleine bolvormige afwijking eener geladen plaat te verbeteren.

Verder wordt, met behulp van de reciprociteits-eigenschap van GREEN's functie, de geheele lading, die eene afgeleide kom onder de influentie van eene electrische lading in een willekeurig punt aanneemt, berekend. Het eerste gedeelte van het onderzoek wordt afgesloten met de afleiding van de bekende uitdrukking van THOMSON voor de dichtheid op eene geladen kom uit de potentiaalfunctie.

In het tweede deel der verhandeling gaat de Heer NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN over tot de potentiaal eener afgeleide kom, onder den invloed eener lading in een punt P. Hij leidt deze af uit de gevonden potentiaal van den geïsoleerden komvormigen geleider, met behulp van inversie ten opzichte van P en van de stelling dat twee functiën, die ten opzichte van een bol elkanders beelden zijn, dit ten opzichte van het beeld van dezen bol blijven bij eene nieuwe inversie. De inversie van de beschouwde kom ten opzichte van het punt P levert eene afgebeelde kom. Was deze geïso-

leerde geleider geladen, zoo zou de potentiaalfunctie, blijkens het eerste deel van het onderzoek, uit twee deelen bestaan, die elkanders beelden zijn ten opzichte van den bol, tot welken de kom behoort. Het eerste gedeelte zou evenredig aan de amplitudo wezen. Inverteert men nu terug ten opzichte van P, dan gaan de twee lijnen, die in het beeld van een willekeurig punt B de amplitudo insloten, over in twee cirkelbogen, gaande door P en B. Dr. Nieuwenhuyzen Kruseman noemt den hoek, ingesloten door de beide cirkels, gaande door P en B, en die met den randcirkel van de kom de grootste hoeken vormen, de circulaire amplitudo van den randcirkel ten opzichte van P en B. Het eerste deel der geïnverteerde potentiaalfunctie is dan evenredig aan de circulaire amplitudo, gedeeld door den afstand $P\ B$. Het tweede deel der geïnverteerde potentiaalfunctie is het beeld van het eerste deel, ten opzichte van den bol tot welken de kom behoort, en waarvan de schrijver het middelpunt O en de straal a noemt. Het wordt uit de circulaire amplitudo van den randcirkel ten opzichte van P en B' — het beeld van B ten opzichte van den bol tot welken de kom behoort — gedeeld door den afstand $P\,B'$ afgeleid door vermenigvuldiging met a en deeling door den afstand $O\,B$. In de som van beide potentiaalfuncties en die van eene lading in P, is de potentiaal van de afgeleide kom onder der invloed van de lading in P verkregen.

De circulaire amplitudo wordt vervolgens eenvoudig in de coördinaten van den randcirkel en de twee punten uitgedrukt. De Heer Nieuwenhuyzen Kruseman noemt daartoe den kleinsten hoek, dien de randcirkel uit een punt gezien onderspant, de kleine amplitudo, en de geometrische middenevenredige tusschen de kortste en langste lijn uit dit punt naar den cirkel getrokken, den hoofdvector voor dit punt. Voor de tangens van de circulaire amplitudo ten opzichte van P en B vindt hij het product van den afstand der twee punten P en B, den straal van den cirkel, de reciproken der hoofdvectoren en de secans van het verschil der halve amplituden ten opzichte van P en B.

De invoering van deze zuiver meetkundige uitkomst in

de reeds opgegeven potentiaalfunctie geeft aanleiding tot dubbele teekens. De keuze tusschen deze teekens wordt uitvoerig toegelicht en eindelijk geeft de toepassing op een bol van oneindigen straal de potentiaalfunctie in de nabijheid eener afgeleide cirkelvormige plaat, onder den invloed eener willekeurige lading. Hiermede is de door THOMSON gewenschte uitkomst verkregen.

Ten slotte deelt de schrijver de ontwikkeling in bolfunctiën mede van de potentiaal in de nabijheid eener geladen kom, welke hem tot het uitgangspunt zijner verhandeling had gebracht Hij bewijst. dat zij aan de voorwaarde voor de potentiaalfunctie in dit electrisch veld voldoet en berekent daaruit de dichtheid op de kom, zonder gebruik te maken van electrische beelden.

Gaarne beveelt uwe Commissie deze uitbreiding van het onderzoek van THOMSON ter opneming in de *Verslagen en Mededeelingen* aan.

Amsterdam,
27 Maart 1886.

H. KAMERLINGH ONNES.
C. H. C. GRINWIS.

DIE NEUBILDUNGEN AN ABGESCHNITTENEN BLÄTTERN

VON

CAULERPA PROLIFERA.

VON

Dr. J. H. WAKKER.

Das Geschlecht Caulerpa hat seit es bekannt ist immer eine gewisse leichterklärliche Anziehungskraft ausgeübt und es war fast immer die noch am leichtesten zugängliche Art, C. prolifera, die gewöhnlich untersucht wurde.

Während meines kurzen Aufenthaltes in der zoologischen Station in Neapel im Herbste des vergangenen Jahres, könnte auch ich mich dieser Anziehungskraft nicht entziehen und es sei mir erlaubt hier meine Befunde mitzutheilen.

Wie bekannt stellt unsere Pflanze eine einzige Zelle dar, die öfters ganz beträchtliche Dimensionen erreichen kann. Merkwürdigerweise ist diese Zelle in drei streng getrennten Theilen gegliedert: ein axenähnlicher Theil, welcher cylindrisch und nach Art der Rhizome horizontal gestellt ist und auch in dieser Richtung fortwächst; blattartige Theile, welche aus der Oberseite des Rhizoms entspringen, und wurzelähnliche Gebilde, welche sich nur an dessen Unterseite finden. In allen diesen äusserlich so streng differenzirten Theilen findet man ununterbrochen von Scheidewänden das Protoplasma, welches in den beleuchteten Abschnitten der Pflanze die Chlorophyllkörper enthält und überall Stärkekörner führt, welche von den zahlreichen Plasmaströmungen mitgeschleppt werden. Das Protoplasma ist überall durch-

setzt von den bekannten Zellstoffbalken, von welchen man gewöhnlich annimmt, dass sie der Zellwand als »Stützen" dienen...

Mit diesen vielbesprochenen Gebilden werden wir uns in den folgenden Zeilen nicht beschäftigen, sondern gleich anfangen mit einem Process, welches jedermann leicht constatiren kann, und welches bisher noch nicht bekannt war.

Der Deutlichkeit sowie der Einfachkeit halber sei hier hervorgehoben, dass ich die drei vorher genannten Theile der Zelle immer im biologischen Sinne als Rhizom, Blatt und Wurzeln bezeichnen werde, ohne damit wie sich 's von selbst versteht, anatomische Übereinstimmung andeuten zu wollen.

Bei den vielleicht nahverwandten, jedenfalls auch aus einer einzigen Zelle bestehenden Vaucheria-arten, bei den Saprolegniaceen und Mucorinen, wird bekanntlich eine Wunde schon in kurzer Zeit geheilt, weil das Protoplasma an der entblössten Stelle eine neue Cellulosewand ausscheidet: es schien mir jedenfalls lohnend zu untersuchen wie sich die vorstehende Caulerpa-art verhalten würde. Lebt die Pflanze doch in Gesellschaft zahlreicher unzweifelhaft pflanzenfressender Thiere, und die Eigenschaft nicht gleich bei jeder Verwundung zu Grunde gehen zu müssen, könnte der Art also nur nützlich sein. Faktisch verhält es sich auch so: man findet zahllose Pflanzen, die deutlich Narben zeigen und die doch ruhig weiter leben. Es müsste hier also eine Art Wundverschluss stattfinden. Das Experiment zeigt dies am deutlichsten.

Schneidet man unter Meerwasser ein Blatt, Rhizomstück oder Wurzel einer Pflanze ab, so tritt das grünlich-weisse Protoplasma als zähe, schleimige, undurchsichtige Masse heraus. Dieses dauert aber nicht lange, und wenn das Ausfliessen aufgehört hat, sammelt sich das ausgetretene Plasma als ein hellgelber Pfropf vor der Wunde an und ein vorläufiger Verschluss ist fertig. Untersucht man diese Stelle zum Beispiel 24 Stunden später, so findet man, dass die Innenseite des Pfropfes von einer neuen Cellulosemembran ausgekleidet ist, welche also den provisorischen Ver-

schluss in einen bleibenden umgeändert hat *). Das ist aber nicht alles. Es stellte sich heraus dass abgeschnittene Blätter oder Stücke von Blättern von Caulerpa prolifera neue Pflanzen bilden können und sich also ganz verhalten wie die wirklichen Blätter vieler Phanerogamen, z. B.: von Begonia spp., zahlreichen Crassulaceen, Zwiebelpflanzen etc.

Folgende Versuche werden näheres geben:

1ster *Versuch.* Am 22 September 1885 durchschnitt ich unter Meerwasser eine Anzahl Blattstiele und Blattspreiten von frischen Caulerpa-pflanzen. Das Protoplasma trat zu beiden Wundflächen in der gewöhnlichen Weise heraus und bildete den vorläufigen Wundverschluss. Ich verschaffte mich also eine Anzahl isolirter Blattstücke von welchen einige mit, andere ohne Blattstiel waren; Fig. 1 (*a*—*c*) und (*a*—*b*). Alle wurden in ein Aquarium gebracht, welches Meerwasser enthielt, das fortwährend mittelst eines Hebers erneuert wurde. Sechs Tage später, also am 28 September, hatten fast alle Blätter ganz in der Nähe der Wundfläche Adventivwurzeln gebildet, welche bisweilen sehr zahlreich neben einander standen und reich verzweigt waren oder sich bald zu verzweigen anfingen. Kurz nachher bildeten sich an vielen Blattstücken, ebenso in der Nähe der

*) Während meines Aufenthaltes in Neapel untersuchte ich in dieser Hinsicht auch noch einige andere sogenannte Siphoneen und fand dass mutatis mutandis das Obengesagte auch gültig ist für Bryopsis muscosa, Derbesia Lamourouxii und Udotea Desfontainei, während die grossen Zellen von Valonia macrophysa, jedenfalls in meinen Culturgefässen, auch eine geringe Verwundung nie überstanden. Zwar war am nächsten Tage auch bei dieser Pflanze die Wunde vom Plasma verschlossen, aber es hatte sich keine neue Zellhaut gebildet. Die Zellen waren im Gegentheil schlaff und das Chlorophyll verfärbt. Unverwundete Zellen dagegen blieben wochenlang im Aquarium lebend.

Die Arten des gewöhnlich auch zu den einzelligen Algen gezählten Geschlechts Codium wurden auch untersucht. Es zeigte sich dass die kurzen, nach der Peripherie ausstehenden Zweige immer ganz oder theilweise von einem Cellulose-pfropf von dem centralen, hyphenähnlichen Abschnitt des Thallus getrennt sind, und eine Verwundung dieser peripherischen Theile hat auch nur deren Absterben zufolge. Der übrige, nicht getroffene Theil des Thallus vegetirt nachher ruhig weiter.

Wundstelle, junge Rhizome aus, die langsam weiter wuchsen und im Sandboden eines anderen Aquariums vergraben, schon am 21sten October junge Blätter von ziemlicher Grösse zeigten (Fig. 4).

Die adventiven Rhizome entstehen nicht immer so genau am Wundrande wie die Wurzeln: sie können sich, wie ich beobachtete, selbst in einer Entfernung von 1 c. M. ausbilden aber doch sind sie immer der Wunde beträchtlich näher als der Spitze des Blattes.

Um zu sehen ob es der Einfluss der Wundfläche selber ist, welche die Bildung der Wurzeln bedingt, wurde ein zweiter Versuch angestellt.

2ter *Versuch.* Am 1en October schnitt ich zwei und zwanzig Blätter von Caulerpa-pflanzen in der Weise ab, dass ein Theil des Blattstiels am abgeschnittenen Blatte verblieb, während aber die Spitze der Lamina fortgeschnitten wurde. Die verschiedenartigsten, auch proliferirenden Blätter wurden gewählt: die drei Haupttypen werden von Fig. 1 (*b—d*), Fig. 2 (*b—d*) oder (*c—d*) und Fig. 3 (*b—c—d*) dargestellt. Die Blätter blieben während der ganzen Dauer des Versuchs frei in einem gewöhnlichen Aquarium. Am 21 October hatten zwanzig von den zwei und zwanzig Blättern Wurzeln gebildet und zwar nur in der Nähe derjenigen Wundstelle, welche an der intacten Pflanze dem Rhizom zugekehrt war: d. h. also am morphologischen Unterende. Am morphologischen Oberende war nichts gebildet. Auch an den Blattstücken wovon Fig. 3 (*b—c—d*) den Typus veranschaulicht waren nur Wurzeln neben der unteren Wundstelle *d* ausgebildet und es fanden sich niemals welche bei *b* oder *c*.

Rhizombildung trat in diesem Versuch nur bei einigen wenigen Blattstücken ein.

Bestand in Versuch II immer neben dem Gegensatz zwischen Ober- und Unterende auch der zwischen Blattlamina und Blattstiel, im folgenden Versuch wurde der letzere beseitigt.

3ter *Versuch.* Dieser wurde auch am 1sten October angefangen. Elf Blattstücke wurden ausgeschnitten wie Fig.

1 ($b-c$) darstellt, so dass obere und untere Wundfläche beide Grenzen der Blattlamina waren, und diese Stücke in weiten, mit Meerwasser gefüllten Reagirgläsern so aufgestellt dass das morphologische Oberende immer nach oben, das entgegengesetzte immer nach unten schaute. Jedes Reagirglas stand unter einem Heber, welcher das Meerwasser fortwährend erneuerte. Die Versuchsobjecte konnten sich im Glas nicht umwenden und man konnte sie also ruhig sich selbst überlassen und doch Gewissheit haben, dass Ober- und Unterende leicht wiederzufinden und nicht zu verwechselen wären. Am 21sten October zeigten drei Blattstücke nur Wurzeln, zwei andere nur junge Rhizome, und zwar jedes Stück zwei, aber gar keine Wurzeln und ein Stück Wurzeln und zwei Rhizome (Fig. 5). Alles dieses war nur an oder ganz in der Nähe der Unterseite gebildet, die wie beschrieben ist, auch im Versuch nach unten gerichtet war. Die fünf übrigen Blattstücke hatten nichts gebildet, vermuthlich weil sie in den Reagirgläsern nicht wie sonst in einem geräumigen Aquarium leben konnten.

Dieser Versuch zeigt aber jedenfalls, ganz so wie Versuch II, dass:

1⁰. Adventive Wurzeln an abgeschnittenen Blättern oder Blattstücken unter normalen Verhältnissen immer ganz in der Nähe des Wundrandes, und zwar wenn mehrere Wundstellen da sind, nur oberhalb derjenigen, welche an der intacten Pflanze am wenigsten vom Rhizom entfernt war, und

2⁰. dass ebenso Rhizome nur in der Nähe, sei es öfters auch nicht so nah wie die Wurzeln, der nämlichen Stellen sich bilden.

Die Uebereinstimmung im Grossen und Ganzen mit der Bildung der adventiven Organe an den Blättern höherer Pflanzen, speciell der Begonia-arten, der Crassulaceen und der Zwiebelpflanzen, ist hierdurch im unzweideutigster Weise festgestellt und alles, was ich früher über diese Pflanzen gesagt habe *) ist auch hier gültig.

---

*) Onderzoekingen over adventieve knoppen. Diss. Haarlem 1885; hier auch die ältere Literatur.

Damals suchte ich für diese Pflanzen wahrscheinlich zu machen dass der einzige Grund wesshalb die Knospen und Wurzeln nur *am unteren Ende* abgeschnittener Blätter entstanden hauptsächlich darin besteht, dass nur dann die im Blatte gebildeten Nährstoffe den adventiven Organen zufliessen können und stellte zugleich als meine Meinung auf, dass sie darum nur an *abgeschnittenen* Blättern entstanden, weil sie auf einen Reiz reagirten, welche beim Tödten der benachbarten Zellen entsteht. Die grosse Analogie macht es mir jetzt höchst wahrscheinlich 1⁰. dass auch bei Caulerpa die Bahn der fertigen Nährstoffe im Blatte ebenso schwierig umgekehrt werden kann, wie dies in den Blättern der Phanerogamen der Fall ist, und dass auch Knospen und Wurzeln nur desswegen am morphologischen Unterende entstehen und 2⁰. dass auch bei Caulerpa prolifera die Wurzeln nur am Wundrande entstehen, weil hier der Reiz beim abschneiden des Blattes ausgeübt jedenfalls vom Protoplasma am stärksten gefühlt wird.

Die Rhizome (analog den Knospen der Phanerogamen) machen, weil sie nicht genau am Rande der Wundstelle entstehen, scheinbar eine Ausnahme. Ich sage scheinbar, weil man nur anzunehmen braucht, dass nicht jede Stelle der Zellwand des Blattes zum Rhizom auswachsen kann, mit anderen Worten, dass es auf den Blättern bevorzugte Stellen zur Rhizombildung giebt, ungefähr wie sich bevorzugte Stellen zur Knospenbildung auf den Blättern der Begonia Rex finden, und dass jedesmal diejenige dieser Stellen, welche dem Wundrande am nächsten ist, zu einem Rhizom auswächst. Diese Hypothese wird meins erachtens kräftig unterstützt durch die Erfahrung dass es zahlreiche, namentlich kleine Blattstücke giebt (siehe z. B. Versuch III), welche in den Culturen niemals ein Rhizom bilden.

Auch eine andere Thatsache, welche die Analogie zwischen Caulerpa und den adventivknospenbildenden Phanerogamen noch grösser macht, muss hier erwähnt werden.

Normal im Meere wachsende Pflanzen unserer Caulerpa-art bringen nämlich gewöhnlich an den Blättern keine Wurzeln oder Rhizome zur Ausbildung, aber bisweilen findet

man Ausnahmen von dieser Regel und diese Fälle könnten, obwohl sie sehr selten sind, wider meine Ansicht zu sprechen scheinen. Thatsächlich ist dies aber nicht der Fall: findet man doch bisweilen auch Exemplare von Phanerogamen, z. B. von Begonia Rex, mit gänzlich ausgebildeten Pflanzen auf den unverwundeten Blättern, wie jedem Begoniënzüchter bekannt sein wird. Dergleiche Erscheinungen können erstens ihren Grund haben in Verwundungen, die früher stattgefunden haben und nachher wieder geheilt worden sind, oder sind vielleicht dem umfangreichen Gebiete der Variation zuzuzählen, wie es bei den Phanerogamen wohl meistentheils der Fall sein wird, und womit wir uns hier nicht weiter zu beschäftigen haben.

Ebensowenig wie für die Blätter der Phanerogamen und Farnen gilt für die analogen Organe von Caulerpa VÖCHTING's Spitze-und-Basis Kraft *): entstehen doch auch hier Wurzeln und Knospen beide an der Basis des betreffenden Pflanzentheiles. Wir haben hier vorliegend einen Fall der reinsten Reproduction während doch VÖCHTING's Vorstellung nur für Regeneration verloren gegangener Organe gültig ist, wie ich auch schon früher discutirt habe †).

Ein exquisites Beispiel liefert uns aber Caulerpa um die Unrichtigkeit der Meinung von SACHS §) deutlich zu zeigen. Bekanntlich meint dieser Forscher, dass die Knospen sich unter dem Einfluss der Schwerkraft nur an der »Spitze" bilden und die Wurzeln nur an der »Basis". Das diese Theorie nicht zutreffen kann wurde zuerst von VÖCHTING **) an Trauerbäumen gezeigt und später von mir für Blätter nachgewiesen. Dass dasselbe was damals von Hyacinthenblättern u. s. w. gesagt wurde, wörtlich für Caulerpa zutrifft geht aus den vorliegenden Versuchen klar hervor: beide Arten von Neubildungen zeigen sich an dem an der intacten

---

*) Organbildung im Pflanzenreich.

†) l. c.

§) Stoff und Form der Pflanzenorgane. *Arb. d. Bot. Inst. in Würzburg*. Bd. II, p. 452 und p. 689.

**) *Bot. Zeit.* 1880, p. 593.

Pflanze, sowie auch in den Versuchen, nach der Erde gekehrten Ende.

Von den Rhizomen wird selbstverständlich jedermann zugeben, dass sie in dem vorliegenden Falle nicht unter dem Einfluss der Schwerkraft stehen, weil sie sich doch an der Basis ausbilden; von den Wurzeln könnte es allerdings noch der Fall sein. Um Gewissheit zu erlangen war folgender Befund schon von einiger Wichtigkeit:

An einem Blatte meiner zahlreichen Versuchspflanzen. welches sich im Sandboden eines Aquariums schon seit langer Zeit bewurzelt hatte, war zufälligerweise ein anderes abgeschnittenes Blatt so festgeklebt, dass es vertical, mit dem Blattstiel nach oben, gestellt war. Das Blatt verharrte während einiger Zeit in dieser Stellung und bald wurde constatirt, dass eine ausgiebige Wurzelproduction in der Nähe der Wundstelle stattgefunden hatte. Macht dieser Zufall es schon überaus wahrscheinlich, dass die Wurzelbildung ebensowenig unter dem directen Einfluss der Schwerkraft steht wie die Rhizombildung, so schien es mir dennoch nothwendig einen Versuch anzustellen, durch welchen die Wahrscheinlichkeit zur Gewissheit werden sollte. Ich lasse ihn jetzt folgen:

4ter *Versuch*. Am 13den October schnitt ich neun Blätter frischer, kräftiger Caulerpa-pflanzen ab und beraubte sie sowohl der Blattstiele als ihrer Spitzen. Die Blattstücke hatten also die nämliche Gestalt, wie diejenigen, welche in Versuch III benutzt wurden und werden dementsprechend von Fig. 1 (*b*—*c*) dargestellt. Sie wurden auch in Reagensgläsern gebracht aber jetzt so gestellt, dass ihre an der intacten Pflanze nach unten gerichtete Seite immer nach oben sah. Das Wasser wurde wie gewöhnlich mittelst eines Hebers fortwährend erneuert.

Es ist deutlich dass wenn die Wurzelbildung unter dem directen Einfluss der Schwerkraft stände, jetzt keine Wurzeln an der nach oben gerichtete Seite sich entwickeln würden. Dieses war aber doch der Fall. Am 29sten October zeigten vier Blattstücke an dem im Versuch nach oben gerichteten Unterende eine reichliche Wurzelproduction,

während die anderen fünf Blattstücke nichts gebildet hatten. Alle Stücke wurden noch lange Zeit aufbewahrt, aber es bildete sich gar nichts weiteres, und also ist genügend gezeigt worden, dass Wurzeln sich gleich gut an der Unterseite ausbilden, wenn diese nach oben, wie wenn diese nach unten gerichtet ist. Dass einige Blattstücke ganz wie in Versuch III keine Neubildungen zeigten, muss vermuthlich auch hier den immer ein weinig engen Reagirgläsern zugeschrieben werden.

Ueberaus merkwürdig schien es mir dass an den gesteckten Blättern niemals Blattbildung eintrat, welche doch an der intacten Pflanze so oft eintritt, dass die Art danach benannt worden ist. Weil wir oben einige Umstände dargelegt haben, welche die Bildung von Wurzeln und Rhizomen bedingen, so scheint es mir der Vollständigkeit halber geboten, hier auch auf die Blattbildung etwas näher einzugehen. Es sei erst die Prolification an der normal wachsenden Pflanze beschrieben.

Wenn man zahlreiche Exemplare von Caulerpa prolifera untersucht, findet man zwar sehr viele, die nur einfache Blätter haben, aber gewöhnlich haben doch mehrere Blätter, welche aus dem Rhizom hervorgehen, wieder aus der Blattfläche andere Blätter gebildet oder, wie wir es weiterhin öfters nennen werden, haben proliferirt; dieser Zustand wird in einfachster Form illustrirt durch Fig. 2 und 3. Nicht zu selten aber findet man Fälle, wo diese Prolification sich öfters, zum Beispiel bis zu elf Malen (Fig. 7), wiederholt hat und natürlich zahlreiche Zwischenformen zwischen diesen beiden Extremen. Betrachtet man dergleiche Blätter genauer so zeigt sich gewöhnlich die Spitze in eigenthümlicher Weise ausgerandet, wodurch kleinere Blättchen herzförmig werden. Es ist mir nun wahrscheinlich, dass dergleiche Blätter in ihrem Wachsthum sistirt worden sind und dass die Prolification eine Folge dieses Verhältnisses ist. Natürlich möchte ich nicht behaupten, dass diese Regel keine Ausnahmen hat. Erstens doch findet man öfters Fälle, wo die Prolification stattgefunden hat ohne dass ein Grund vorliegt anzunehmen dass das Wachsthum des pri-

mären Blattes aufgehört hat (z. B. Fig. 3) und zweitens kommen auch kleine herzförmige Blätter vor, die zweifellos ziemlich alt sind und doch nicht proliferirt haben. Es versteht sich dass auch Versuche angestellt wurden um diese Frage endgültig zu lösen aber man stösst dabei auf unüberwindlichen Schwierigkeiten. Zwar kann man ganze Pflanzen sowie Stecklinge sich im Sandboden eines Aquariums auf's neue bewurzeln lassen, allein das Wachsthum wird niemals normal. Dieses hat grösstentheils seinen Grund wohl darin, dass man in der Wahl der Aquariën immer ein wenig beschränkt ist. Weil Caulerpa prolifera in einige Fuss Tiefe im sandig-schlammigen Boden in der Nähe der Küste wächst, so wird jederman leicht verstehen, dass es geradezu unmöglich ist die geeigneten Verhältnisse der Beleuchtung und der Wasserbewegung herzustellen, und wie empfindlich die Meeresalgen im allgemeinen dagegen sind ist eben für die des Golfes von Neapel in klarster Weise von BERTHOLD *) gezeigt. Die Aquarien, die ich benutzen konnte, hatten eine Tiefe von nicht mehr als 19 c.M. und davon wurde 4.5 c.M. von einer Sandschicht eingenommen, so dass nur 14.5 c.M. für das Wasser übrig blieb. Diese Verhältnisse werden genügend erklären warum meine Versuchsobjecte leichter Wurzeln und Rhizome bildeten als Blätter und warum diese, wenn sie überhaupt gebildet würden, immer klein blieben und zu Versuchen in der oben angedeuteten Richtung meistentheils untauglich waren. Demungeachtet habe ich doch von einigen jungen, wachsenden Blättern die Spitze weggeschnitten um zu sehen ob hierdurch Prolification hervor gerufen werden könnte, aber nur bei einem Blatte fand diese statt, ohne dass ich natürlich Gewissheit hatte dass es ohne die vorhergehende Verwundung nicht stattgefunden haben würde. Dieser Punkt kann also noch nicht als sicher festgestellt betrachtet werden.

Es fragt sich jetzt nur noch: hat die oben beschriebene Bildung adventiver Wurzeln und Rhizome an abgeschnitte-

---

*) Die Vertheilung der Algen im Golf van Neapel. *Mitth. der Zool. Stat. zu Neapel.* Bd. III, 1882.

nen Blättern jetzt noch eine Bedeutung für die Pflanze und können wir uns diese, wenn sie überhaupt da ist, vielleicht klar machen?

Ein Versuch dieses zu thun lasse ich jetzt folgen.

Bekanntlich ist die Fortpflanzung der Caulerpa-arten noch niemals gründlich beschrieben und durch Tafeln erläutert. Wir haben nur die kurzen, unklaren und unvollständigen Angaben von MONTAGNE *) und DERBÈS und SOLIER †) über Caulerpa prolifera. Der erstgenannte Beobachter beschreibt kurz die Bildung angeblicher Schwärmsporen in vergilbten Blättern und die letztgenannten Forscher erwähnen, ebenso nur kurz gewisse Gebilde, die vielleicht Schwärmsporen sein könnten; sie sahen sie aber ebensowenig austreten als sich bewegen. In einer späteren Mittheilung beschreibt MONTAGNE §) noch angeblichen Schwärmsporen bei Caulerpa Webbiana der Canarischen Inseln. Wenn man aber bedenkt, dass er von dieser Pflanze nur getrocknetes Material untersuchte und seine Abhandlung aufmerksam liest, so kommt es sehr wahrscheinlich vor dass er nur Chlorophyllkörner oder vielleicht Anhäufungen davon gesehen nnd diese mit Schwärmsporen verwechselt hat. FALKENBERG **) sagt dann auch, und meins erachtens ganz richtig, dass man von der Fortpflanzung der Caulerpa prolifera nichts weiss und meint weiter ††) dass die Pflanze sich, nachdem sie in Februar abgestorben ist, in Juni wieder aus perennirenden Rhizomstücken entwickelt. Diese Angabe habe ich nicht bestätigen können, weil ich nicht in der richtigen Jahreszeit in Neapel war, aber jedenfalls wird es klar sein, dass diese Eigenschaft allein unmöglich hinreichen kann un eine Art fort-

---

*) De l'organisation et du mode de reproduction des Caulerpées. *Comptes rendus*, 1837, p. 427.

†) Organes reproducteurs des Algues, *Ann.* de *Sc. nat. Bot. Ser.* III, T. XIV, p. 264.

§) *Ann. de Sc. nat. Bot. Ser.* II, T. IX, 1838.

**) Die Algen im weitesten Sinne.

††) Meeres-Algen des Golfes von Neapel. *Mitth. a. d. Zoöl. Stat. in Neapel.* Bd. I, 1879.

bestehen zu lassen. Es muss neben den Einrichtungen zur Fortbestehung des Individuums — und als eine solche hat man doch das sich Entwickeln aus perennirenden Rhizomstücken aufzufassen — auch Propagations- und Translocationsmittel geben um die Art zu erhalten, und als solche wären losgerissene Blätter, versehen mit der von uns beschriebenen Eigenschaft, jedenfalls sehr geeignet. Man hat um so mehr Grund in den Blättern ein Fortpflanzungsorgan zu sehen, weil, selbst wenn die Angaben MONTAGNE's richtig wären, seine Schwärmsporenbildung so überaus selten eintritt — es hat ganz gewiss noch niemand sie wiedergesehen — dass sie absolut unzulänglich wäre um das massenhafte Auftreten der Pflanze zu erklären. Ja es scheint mir man könne im allgemeinen sagen, dass wenn Caulerpa prolifera überhaupt Geschlechtsorgane oder Schwärmsporen hat *), was mit

---

*) Lange Zeit meinte ich dass ich noch eine andere Fortpflanzungsmethode der Caulerpa auf die Spur war uud auch jetzt kann ich noch nicht behaupten dass dieses nicht der Fall ist. Es ist mir nämlich nicht gelungen die wahre Natur der fraglichen Gebilde zu entdecken und sie seien darum hier nur kurz erwähnt.

Ziemlich selten findet man auf den Blättern unserer Caulerpa Anschwellungen sehr verschiedener Gestalt und Grösse. Die etwa zehn Exemplare welche ich zwischen den Tausenden von mir untersuchten Pflanzen fand, waren gewöhnlich mehr oder weniger oval, höchstens 14 m.M. lang und dann etwa 9 m.M. breit. Bald waren sie mehr rundlich, bald auch viel schmäler. Sie haben öfters zwei dunkelgrüne Stellen, zu beiden Seiten der Blattfläche eine, und diese werden von concentrischen, aber sehr unregelmässig gestalteten, abwechselend grünen und gelben Kreisen umgeben. Sie sind hierdurch einem riesigen Stärkekorn nicht unähnlich. Macht man Querschnitte dieser Anschwellungen, was erst nach Härtung in absolutem Alkohol möglich ist, und untersucht sie mikroskopisch, so zeigen sie sich als Blasen, die strotzen von Protoplasma, welches denn auch bei einer Verwundung während des Lebens gleich in der gewöhnlichen Weise ausfliesst. Es ist ziemlich homogen, aber zeigt hier und da grössere und kleinere Ballen, welche aus Chlorophyllkörnern zusammengesetzt zu sein scheinen. Die Zellwand der Blattlamina setzt sich ununterbrochen über die Anschwellung fort, aber die bekannten Zellstoffbalken behalten ihre gewöhnliche Länge und reichen also mit freien Enden nur eine kleine Strecke in der Anschwellung hinein.

Die Stelle, welche diese eigenthümliche Gebilden auf dem Blatt einnehmen ist sehr ungleich: ich fand sie bald ganz an der Spitze der Blätter oder in deren Nähe, bald auch ganz an der Basis.

jedem Tag unwahrscheinlicher wird, weil die Angaben MONTAGNE's doch wohl nicht glaubenswürdig sind, diese, weil noch niemand sie gesehen hat, jedenfalls so selten sein müssen, dass ein anderes Propagationsmittel daneben bestehen muss um die Erhaltung der Art zu sichern.

Dieses ist nun wirklich der Fall, denn die adventiven Bildungen treten nicht nur in den Culturen in Aquarien auf, sondern man kann sie auch sehr leicht im Golf selbst finden. Zwischen den Hunderten von Caulerpa-pflanzen, die jeden Tag geholt und genau von mir durchgesucht wurden, fand ich zwar öfters vergilbte Blätter doch nie war darin eine Schwärmsporenbildung zu sehen, aber immer zeigten sich isolirte Blätter oder Stücke von Blättern, die sich überall zwischen den gewöhnlichen Pflanzen vorfanden. Sie zeigten zumal im Monat November alle Stadien der Entwickelung der adventiven Bildungen: bei einigen war noch gar nichts zu sehen, aber die meisten hatten schon Wurzeln gebildet und eine sehr grosse Anzahl auch mehr oder weniger lange Rhizome. Fig. 6 stellt einen besonders schönen Fall in natürlicher Grösse dar. Dieses spontan oder vielleicht durch äussere Einflüsse, losgerissene Blatt wurde von mir nebst zahlreichen andern zwischen eine grosse Menge erwachsener Caulerpa-exemplare gefunden. Es hatte viele

---

Hat man Pflanzen mit Blättern, welche Auschwellungen zeigen, gefunden und lässt man sie sich in einem Aquarium von neuem bewurzeln, dann sieht man immer dass das Blatt, welches eine trägt, langsam bis zu einem gewissen Punkte des Blattstiels abstirbt und dass dieser letzere sich durch eine neue Zellwand vom todten Theil abschliesst. Einmal sah ich selbst dass die Trennung dem Absterben des Blattes voranging und wie dieses in der gewohnten Weise adventive Wurzeln und ein Rhizom bildete!

Die Anschwellung wird aber gewöhnlich gänzlich isolirt und kann Monate lang im fortwährend erneuerten Meerwasser lebendig bleiben, ohne irgend welche Veränderung zu zeigen. Dieses war thatsächlich der Fall mit den von mir untersuchten Exemplaren und als ich von Neapel abreisen musste, hatte noch keine einzigo etwas weiteres gezeigt. Diese wenige Wore seien also auch mehr eine Anregung zu Forschungen anderer, die vielleicht glücklicher sein werden, als dass sie viel Licht auf diese räthselhafte Gebilde zu werfen gedenken.

adventive Wurzeln (*w*) gebildet und daneben drei kräftige, adventive Rhizome (*r*), von welchen zwei schon je ein Blatt (*b'*) trugen.

Es ist deutlich das in der Weise ausgestattete Blätter sehr leicht von Meeresströmungen oder anderen Ursachen verschleppt werden und an einer entfernten Stelle wieder neue Caulerpa-colonien bilden können.

Wenn es mir durch oben beschriebene Versuche auch nicht gelungen ist die Frage nach der Fortpflanzung der Caulerpa prolifera endgültig zu lösen — es bleibt ja immer die Möglichkeit einer Schwärmsporenbildung oder einer geschlechtlichen Fortpflanzung da — so hoffe ich doch einiges gebracht zu haben, wodurch das Fortbestehen und die Verbreitung der Art jedenfalls erklärt werden kann.

Amsterdam. Januar 1886.

ERKLÄRUNG DER TAFEL.

In allen Figuren ist:
B = primäres Blatt.
b' = Blatt des adventiven Rhizoms.
R = primäres Rhizom.
r = adventives Rhizom.
w = adventive Wurzeln.

Die punktirten Linien deuten die Blattränder, welche man bei der vorliegenden Stellung der Figuren nicht sehen kann, an.

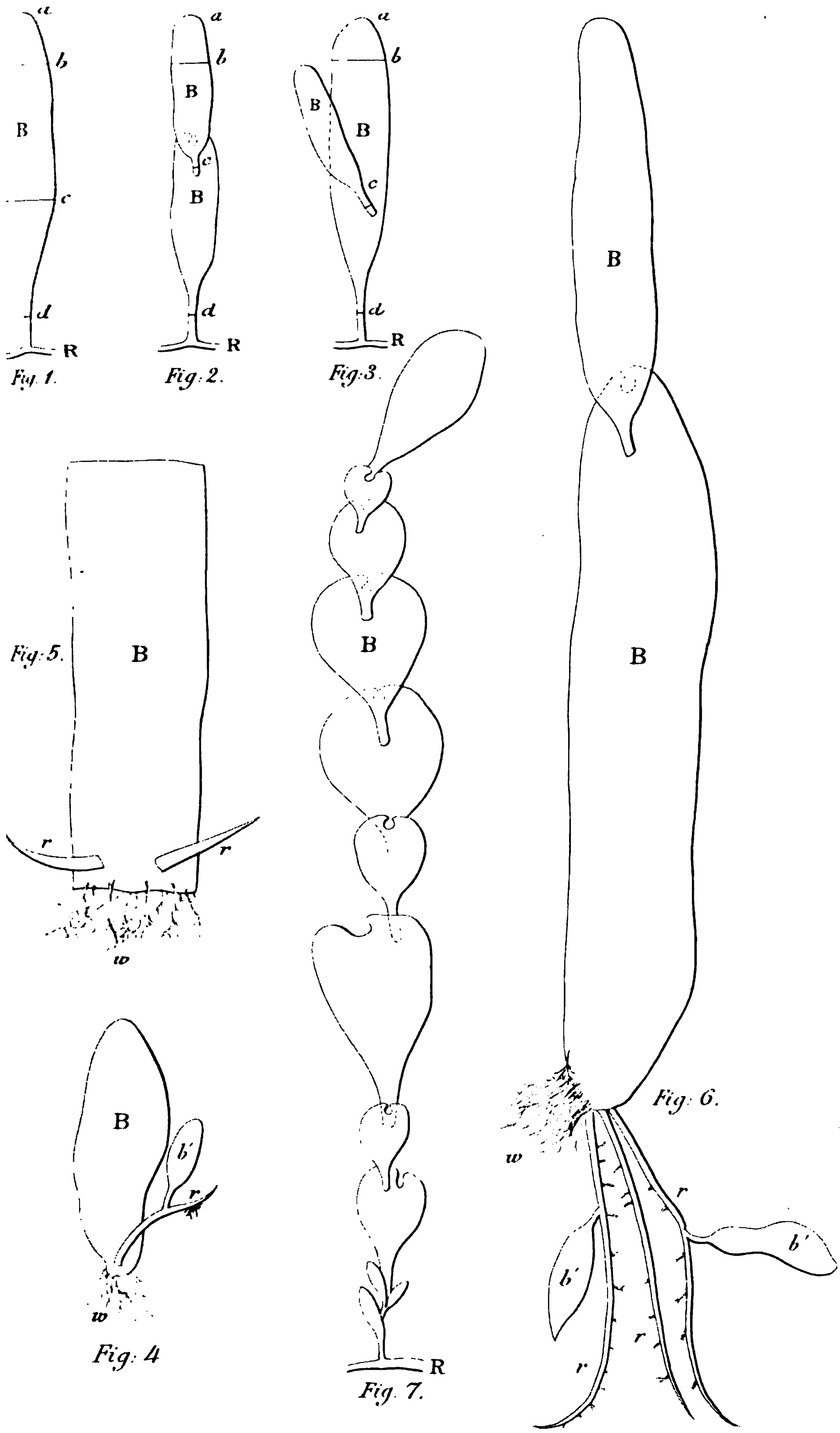
Fig. 1, 2 und 3. Etwas schematisirte Blätter von Caulerpa prolifera. Die Buchstaben *b*, *c* und *d* zeigen die Stellen an, wo die Blätter in den betreffenden Versuchen abgeschnitten wurden. *a* = Spitze der Blätter.

Fig. 4 und 5. Blattstücke aus den Culturen mit adventiven Wurzeln und Rhizomen. Natürliche Grösse.

Fig. 6. Spontan aufgefundenes Blatt mit vielen adventiven Wurzeln und drei Rhizomen. Natürliche Grösse.

Fig. 7. Beispiel sehr starker Prolification; natürliche Grösse.

ĸKKER. *Caulerpa prolifera.*



J. H. NAKKER ad nat. del.

Verh. k. Akad. afd. Natuurk.

OVER DE POTENTIAALFUNCTIE

VAN HET

ELEKTRISCHE VELD IN DE NABIJHEID VAN EEN GELADEN BOLVORMIGE KOM.

DOOR

Dr. J. NIEUWENHUYZEN KRUSEMAN.

Bekend is de verhandeling van Sir W. THOMSON: »Determination of the distribution of electricity on a circular segment of plane or spherical conducting surface, under any given influence." In de laatste zinsnede van dat opstel drukt THOMSON den wensch uit, dat zijn onderzoek door anderen moge worden opgevat, om, zoo mogelijk, te komen tot de kennis van de *potentiaal* in die gevallen, voor welke hij de elektrische *dichtheid* op den geleider aangaf.

Het is mij niet bekend, dat iemand in de hier aangewezen richting voortgewerkt heeft; daarom meende ik, dat een poging om THOMSON's schoone theorie aan te vullen eenige waarde kon hebben.

Het resultaat van mijn onderzoek is in de volgende bladzijden neêrgelegd.

Natuurlijk moest mijn streven in de eerste plaats hierop gericht zijn: een uitdrukking te vinden voor de potentiaalfunctie in ieder punt der ruimte, wanneer zich in die ruimte bevindt een tot gegeven potentiaal geladen bolvormige kom; THOMSON's »spherical bowl."

Dat onderzoek leidde tot tamelijk omslachtige berekeningen, wat wel niemand verwonderen zal.

Toen eindelijk de verlangde uitdrukking gevonden was, bleek, dat wat langs een grooten omweg bereikt was, eigenlijk vlak voor de hand had gelegen. Inderdaad zal men zien, dat de uitdrukking voor de potentiaal eenvoudiger is dan die voor de dichtheid, en dat zij veel gemakkelijker te bewijzen is. THOMSON's formule voor de dichtheid kan er natuurlijk onmiddellijk uit afgeleid worden. Het spreekt van zelf, dat ik den lezer den omweg sparen en het korte pad volgen zal.

§ 1. Als uitgangspunt nemen wij de potentiaalfunctie in de nabijheid van een geladen, cirkelvormige, zeer dunne plaat.

De vlakken van standvastig potentiaal zijn sphaeroïden, en de potentiaalwaarde zelf is door een eenvoudige uitdrukking gegeven, welker meetkundige beteekenis ik in de eerste plaats zal doen zien.

Stelle in Fig. 1 de cirkel den omtrek der plaat voor, die zoo met elektriciteit beladen is, dat de potentiaal op ieder punt van haar oppervlak V_0 bedraagt.

Om de potentiaal in een willekeurig punt P buiten de plaat te kunnen uitdrukken, moet men zich een vlak gebracht denken door het punt P, en de loodlijn op het midden O der plaat opgericht; wanneer dit vlak den omtrek der plaat in de punten A en C snijdt, dan is de potentiaal in P gegeven door de uitdrukking:

$$V = \frac{2\,V_0}{\pi}\; arc\,sin.\; \frac{BC}{PA + PC}$$

of, stellende:

$$AC = 2c\,, \qquad PA = s_1\,, \qquad PC = s_2\,.$$

$$V = \frac{2\,V_0}{\pi}\; arc\,sin.\; \frac{2c}{s_1 + s_2} \quad \ldots\ldots \text{(1)}$$

Deelt men nu den hoek APC door de lijn AD midden door, richt dan in D op AC de loodlijn DE op, dan is gemakkelijk in te zien, dat:

$$Sin\ EPD = \frac{2c}{s_1 + s_2}.$$

Denkt men zich verder P als middelpunt van een bol, dan zal de centrale projectie van de plaat op het oppervlak van dezen bol een sphaerische ellips zijn, van welke de hoek EPD juist de halve groote as is.

Daar deze hoek in het vervolg meermalen ter sprake komt, zullen wij hem den naam geven van: *halve amplitudo der schijf met betrekking tot het punt P.* Immers is hij de helft van den grootst mogelijken hoek, waaronder twee punten van den omtrek der schijf van uit P kunnen gezien worden.

Dit vooropgesteld zijnde, kunnen wij zeggen:

Wanneer een cirkelvormige dunne schijf tot een potentiaal π geladen is, dan is de potentiaal in een willekeurig punt van de ruimte gelijk aan de amplitudo der schijf met betrekking tot dat punt.

Ondersteld is natuurlijk, dat geene andere elektrische massa's in het veld aanwezig zijn.

Nu kan, volgens THOMSON's theorie der elektrische beelden, uit iedere functie, die in de geheele ruimte of in een deel er van aan LAPLACE's vergelijking ($\Delta^2 V = o$) voldoet, een andere functie worden afgeleid, voor welke die vergelijking evenzeer geldt. Men denke zich daartoe een bolopperlak met een willekeurig punt als middelpunt, en welks straal wij a zullen noemen.

Een punt gelegen binnen het gebied waarin voor de functie V de vergelijking van LAPLACE geldt, worde met het middelpunt des bols verbonden; de afstand zij ϱ; op denzelfden straal worde nu een ander punt gekozen op een afstand r van het middelpunt, en wel zoo, dat: $\varrho r = a^2$. Dit laatste punt heet dan het beeld van het eerste. Heeft nu een willekeurige functie in het eerste punt een waarde f, dan kunnen wij ons een andere functie denken, die in het beeld van dat punt een waarde $\frac{a}{r} f$ heeft.

Deze laatste functie nu zal aan de vergelijking van LAPLACE voldoen, wanneer deze voor de eerste geldt. Deze geldigheid strekt zich natuurlijk uit over een gebied, dat het beeld is van de ruimte, binnen welke de oorspronkelijke functie aan de vergelijking voldeed.

Met andere woorden:

Voldoet de functie der poolcoördinaten $F(r\,\vartheta\,\varphi)$ aan de vergelijking $\Delta^2 F = o$ (deze voorwaarde in poolcoördinatenvorm geschreven zijnde), dan voldoet aan deze zelfde vergelijking de functie:

$$\frac{a}{r}\,F\left(\frac{a^2}{r},\ \vartheta,\varphi\right).$$

Geheel onafhankelijk van de theorie der elektrische beelden is deze bewering gemakkelijk te verifiëeren *).

§ 2. De boven aangehaalde stelling uit de leer der elektrische inversie zullen wij nu toepassen op een functie, die van de potentiaalfunctie in de nabijheid eener geladen plaat slechts weinig verschilt. In plaats van de amplitudo eener schijf, zullen wij n.l. beschouwen de amplitudo van een segment van het bolloppervlak. In bijna alle punten der ruimte valt deze amplitudo samen met die van den randcirkel; er bestaat alleen een verschil voor de punten, die gelegen zijn in de ruimte tusschen het randvlak en het segment. Voor die punten bedekt het segment meer dan de helft van den hemelbol, en de amplitudo, die overal elders een uitspringende hoek is, is met betrekking tot die punten inspringend.

In het vroeger beschouwde geval van een plaat bereikte de potentiaal, dus de amplitudo, een maximum voor punten

---

*) Herinnerd moge worden, dat bij het transformeeren van figuren door de methode der omgekeerde voerstralen, bolloppervlakken veranderen in andere bolloppervlakken; dat platte vlakken, die niet door het middelpunt der omkeering gaan, veranderen in bolloppervlakken, die wel door dat punt gaan, en omgekeerd; dat daarenboven hoeken tusschen lijnen en vlakken door de inversie niet veranderen, zoodat b. v. een oneindig klein tetraëder wordt afgebeeld als een ander, met het eerste gelijkvormige, viervlak.

op de plaat gelegen; de nu gedachte functie neemt bij doorgang door het randvlak in de richting naar het segment steeds toe, en bereikt eerst op het segment een maximum. Alle differentiaal-quotiënten der functie zijn *absoluut* dezelfden gebleven, maar in de genoemde ruimte van *teeken* veranderd; de vergelijking van LAPLACE geldt dus voor onze nieuwe functie in de geheele ruimte. Ondoorloopend is zij met haar differentiaal-quotiënten slechts voor punten die op het segment liggen; de daar aan elkander grenzende functiewaarden vullen elkander tot 2π aan *).

De vlakken van standvastig potentiaal zijn ook nu, evenals vroeger, sphaeroïden; maar voor die, welke het segment snijden, gelden twee functiewaarden; voor het stuk, dat binnen het segment ligt, een andere waarde dan voor dat, hetwelk er buiten gelegen is.

Van de aldus gedefiniëerde functie denken wij ons nu de geïnverteerde (volgens § 1); als middelpunt en als straal van inversie nemen wij het middelpunt en den straal van het boloppervlak, van hetwelk het segment een deel is.

Ook de zoo verkregen functie zal voor punten op het segment gelegen ondoorloopend zijn; alleen de *binnen-* en *buiten*-waarden zijn omgewisseld.

En denken wij ons nu ten slotte een derde functie, die van de beide eersten de som is; dan heeft deze de volgende eigenschappen: Zij is overal doorloopend, ook op het segment, waar zij de standvastige waarde 2π heeft. Haar eerste differentiaal-quotiënten zijn overal doorloopend, behalve op de schaal. Zij voldoet in de geheele ruimte aan LAPLACE's vergelijking. Zij is nul voor oneindig ver gelegen punten.

Wil men nu, dat de waarde der functie op het segment niet 2π maar V_0 zal zijn, dan moet zij slechts met $\frac{V_0}{2\pi}$ worden vermenigvuldigd.

---

*) Wilden wij deze functie als een potentiaal beschouwen, dan zou het die zijn van een elektrische lading verbonden met een elektrische „Doppelschicht" op de oppervlakte van het segment.

Dan is:

$$V = \frac{V_0}{\pi} \left\{ arcsin. \frac{2c}{s_1 + s_2} + \frac{a}{r} arcsin. \frac{2c}{t_1 + t_2} \right\}$$

waarin t_1 en t_2 de met s_1 en s_2 overeenkomstige lijnen voorstellen, uit het beeld van het beschouwde punt naar den rand der kom getrokken.

Maar uit een figuur blijkt onmiddellijk, dat:

$$\frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{r}{a}.$$

Dus:

$$V = \frac{V_0}{\pi} \left\{ arcsin. \frac{2c}{s_1 + s_2} + \frac{a}{r} arcsin. \frac{r}{a} \cdot \frac{2c}{s_1 + s_2} \right\} \quad . . (2)$$

Blijkens de voorwaarden aan welke zij voldoet, is de functie V de potentiaal in het door de coördinaten r en $s_1 + s_2$ gegeven punt, in de nabijheid eener tot de potentiaal V_0 geladen bolvormige kom. Omtrent de beide in verg. (2) voorkomende hoeken valt op te merken, dat de eerste stomp moet aangenomen worden, wanneer het beschouwde punt *zelf* tusschen het randvlak en de kom ligt, en de tweede hoek, wanneer het *beeld* van het punt binnen die ruimte ligt. In alle andere gevallen zijn de beschouwde hoeken scherp.

§ 3. De capaciteit van de kom wordt onmiddellijk gevonden, wanneer wij de potentiaal in het middelpunt des bols beschouwen; stellende r gelijk aan nul, vindt men, daar nu ook $s_1 = s_2 = a$,

$$V = \frac{V_0}{\pi} \left\{ arcsin. \frac{c}{a} + \frac{c}{a} \right\}$$

of, de amplitudo met betrekking tot het middelpunt 2α noemende:

$$V = \frac{V_0}{\pi} (\alpha + sin\, \alpha).$$

Deze potentiaal moet gelijk zijn aan de hoeveelheid elektriciteit, die zich op de kom bevindt, gedeeld door den straal des bols. Dus:

$$\frac{V_0}{\pi}\{\alpha + \sin\alpha\} = \frac{E}{a}$$

of:

$$C = \frac{E}{V_0} = a\,\frac{\alpha + \sin\alpha}{\pi} \quad \dots\dots\dots \quad (3)$$

een uitdrukking, die ook in WATSON en BURBURY's *Electricity* (pag. 142) is aangegeven; zij wordt t. a. p. evenwel uit THOMSON's formule voor de dichtheid door integratie afgeleid.

§ 4. De zooeven genoemde schrijvers hebben de capaciteiten vergeleken van twee schalen, die elkander tot een volledig bolopperviak aanvullen; zij komen daarbij tot een stelling, die wij, met behulp van verg. (2), algemeener kunnen uitspreken.

Past men n.l. die vergelijking op twee zulke complementaire schalen toe, en wel voor een punt gelegen buiten het bolopperviak dat zij samen vormen, dan ziet men, dat het punt zelf buiten het gebied ligt, waarin de eerste *arcsinus* stomp is, de tweede is steeds voor één der schalen, maar ook slechts voor die eene stomp, daar toch het beeld van het punt tusschen het randvlak en één der beide segmenten moet liggen. Voor de andere schaal heeft die *arcsinus* dan het supplement van de waarde die zij voor de eerste schaal heeft.

Beide potentiaalfuncties samen geven dan:

$$V_1 + V_2 = V_0\frac{a}{r} + \frac{2\,V_0}{\pi}\,arcsin.\,\frac{2c}{s_1 + s_2}\,.$$

Of: *de som der potentialen van twee complementaire schalen in een uitwendig punt, is gelijk aan de potentiaal in hetzelfde punt van den bol, dien zij samen vormen, vermeerderd met die van een plaat ter grootte van het gemeenschappelijk randvlak.*

Ondersteld is, dat de schalen, de bol en de plaat tot dezelfde potentiaal geladen zijn.

§ 5. De invloed van een kleine cirkelvormige opening in een geladen bol op de potentiaal in een willekeurig punt, wordt ook in WATSON en BURBURY's *Electricity* aangegeven; maar de daar gegeven redeneering is weinig streng en het resultaat onjuist.

Uit onze verg. (2) is natuurlijk die invloed zonder moeite te vinden.

Is de opening klein, dan mogen wij $s_1 = s_2 = s$ stellen. Ontwikkelen wij dan de *arcsinussen* in reeksen, van welke wij slechts de beide eerste termen noodig hebben, dan vinden wij voor dien invloed:

$$v = -\frac{V_0}{6\pi}\frac{c^3}{s^3 a^2}(r^2 - a^2). \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

Bij de afleiding van deze formule moet in het oog gehouden worden, dat voor uitwendige punten de tweede *arcsinus* in verg. (2), voor inwendige punten de eerste stomp is.

Even gemakkelijk vindt men den invloed van een geringe kromming van een cirkelvormige plaat op de potentiaal van punten daar buiten.

Zij de zeer groote straal der sphaerische kromming a, en de loodrechte afstand van een punt tot het vlak van de plaat y, dan zal voor punten aan de convexe zijde der plaat gelegen, de potentiaal vermeerderd, en voor die aan de concave verminderd zijn met het bedrag:

$$v = \frac{V_0}{\pi} \cdot \frac{y}{a}(tg\,\varphi - \varphi)$$

waarin:

$$\varphi = arcsin. \frac{2c}{s_1 + s_2}$$

of, wat hetzelfde is:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{V}{V_0}.$$

Dus ten slotte:

$$v = \frac{y}{a} \left\{ \frac{V_0}{\pi} tg \frac{\pi}{2} \frac{V}{V_0} - \frac{V}{2} \right\} \ldots \ldots \ldots (5)$$

V is de potentiaal, die voor het beschouwde punt zou gelden, wanneer de plaat, bij gelijke begrenzing, volkomen vlak was en geladen tot een potentiaal V_0.

§ 6. Denken wij ons in het middelpunt des bols, waarvan de kom een deel der begrenzing uitmaakt, een hoeveelheid elektriciteit $- V_0 a$ aangebracht, dan zal daardoor de potentiaal op de kom, die te voren V_0 was, gelijk aan nul worden, terwijl de verdeeling der elektriciteit op de kom niet verandert; in een willekeurig punt, waar te voren de potentiaal V was, zal zij nu zijn: $V - V_0 \frac{a}{r}$; V stelt dus nu voor: de potentiaal der geïnduceerde lading in het punt P, wanneer in het midden des bols zich eene hoeveelheid elektriciteit $- V_0 a$ bevindt, en de kom met den grond in geleidende verbinding staat. Stellen wij nu: $- V_0 a = E$, letten verder op de reciprociteits-eigenschap van Green's functie, en bedenken, dat uit de potentiaal in het middelpunt van een bol tengevolge van een lading op de oppervlakte, onmiddelijk mag besloten worden tot de grootte dier lading, dan vinden wij:

De hoeveelheid elektriciteit, die op de kom wordt geïnduceerd, wanneer deze naar den grond is afgeleid, en in het punt P zich een lading E bevindt, is gegeven door de vergelijking:

$$Q = -\frac{E}{\pi} \left\{ arcsin. \frac{2c}{s_1 + s_2} + \frac{a}{r} \, arcsin. \frac{r}{a} \cdot \frac{2c}{s_1 + s_2} \right\} \ldots (6)$$

De omstandigheid, dat de vergelijkingen (2) en (6) bijna niet van elkander onderscheiden zijn, is een bijzonder geval van een zeer algemeene stelling, die ook te vinden is in Maxwell's »Electricity" (Chapter III, Theorem. II).

§ 7. Zoeken wij nu ook de dichtheid op verschillende punten der kom.

Daartoe kiezen wij twee punten uit, die, op denzelfden straal gelegen, even ver van de oppervlakte der kom verwijderd zijn. Wordt die afstand zeer klein ($= \delta r$) genomen, dan zijn die punten elkanders beelden. Het binnen den bol gelegen punt noemen wij B, het andere A. De potentiaalwaarden in het op de lijn AB gelegen punt der kom noemen wij u en $2\pi - u$; onderstellende, dat voorloopig nog slechts sprake is van de potentiaalfunctie, die wij in § 2 beschouwden, en die eerst met hare inversie te zamen de volledige potentiaal der kom oplevert; u gelde voor de buitenzijde, $2\pi - u$ voor de binnenzijde der schaal.

Wij hebben dus:

$$\text{in } A \text{ de potentiaal: } u + \frac{\partial u}{\partial r}\delta r$$

$$\text{in } B \quad \text{»} \quad \text{»} \quad 2\pi - \left(u - \frac{\partial u}{\partial r}\delta r\right).$$

Inverteeren wij nu, dan geeft de omkeering:

$$\text{in } A \text{ de potentiaal: } \frac{a}{a+\delta r}\left\{2\pi - u + \frac{\partial u}{\partial r}\delta r\right\}$$

$$\text{in } B \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{a}{a-\delta r}\left\{u + \frac{\partial u}{\partial r}\delta r\right\}.$$

Dus in het geheel:

$$\text{in } A \text{ de potentiaal: } 2\pi - \delta r\left\{\frac{2\pi - u}{a} - 2\frac{\partial u}{\partial r}\right\}$$

$$\text{in } B \quad \text{»} \quad \text{»} \quad 2\pi + \delta r\left\{\frac{u}{a} + 2\frac{\partial u}{\partial r}\right\}.$$

Nemen wij verder aan, dat de potentiaal op de schaal V_0 in plaats van 2π is, dan moeten bovenstaande uitdrukkingen met $\frac{V_0}{2\pi}$ vermenigvuldigd worden.

Wij vinden dan voor de dichtheden op de convexe en de concave zijde der schaal:

$$4\pi\sigma = -\frac{V_0}{2\pi}\left\{2\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2\pi - u}{a}\right\}$$

$$4\pi\sigma' = -\frac{V_0}{2\pi}\left\{2\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{a}\right\}.$$

Nu is: $u = 2 \, arcsin. \dfrac{2c}{s_1 + s_2}$

$$ds_1 = \frac{s_1}{2a}\delta r, \qquad ds_2 = \frac{s_2}{2a}\delta r.$$

Dus:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{2c}{a\sqrt{(s_1+s_2)^2 - 4c^2}}.$$

Waaruit:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\sigma &= \frac{V_0}{\pi a} + \frac{V_0}{\pi a}\left\{\frac{2c}{\sqrt{(s_1+s_2)^2 - 4c^2}} - arcsin.\frac{2c}{s_1+s_2}\right\} \\ 4\pi\sigma' &= \frac{V_0}{\pi a}\left\{\frac{2c}{\sqrt{(s_1+s_2)^2 - 4c^2}} - arcsin.\frac{2c}{s_1+s_2}\right\} \end{aligned}\right\} \quad . . (7)$$

Nemen wij poolcoördinaten aan met het midden der schaal als pool, en noemen wij de amplitudo der schaal met betrekking tot het middelpunt des bols weder 2α, dan is:

$$s_1 = 2a \sin\frac{\alpha+\eta}{2}, \qquad s_2 = 2a\sin\frac{\alpha-\eta}{2}$$

$$\frac{2c}{s_1+s_2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1+\cos\eta}} = \sin 2u$$

$$\frac{2c}{\sqrt{(s_1+s_2)^2-4c^2}} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{\cos\eta-\cos\alpha}} = tg\, 2u.$$

Dus:

$$4\pi\sigma = \frac{V_0}{\pi a} + \frac{V_0}{\pi a}\left\{\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{\cos\eta-\cos\alpha}} - arctg.\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{\cos\eta-\cos\alpha}}\right\}$$

$4\pi\sigma'$ heeft dezelfde waarde, verminderd met $\frac{V_0}{\pi a}$.

Dit is THOMSON's bekende formule voor de dichtheid, in den door hem gegeven vorm. (Zie *Reprint* etc. pag. 185).

II.

§ 8. Gaan wij nu over tot het bepalen van de potentiaalfunctie in de nabijheid der kom, wanneer deze met den grond in geleidende verbinding staat, en zich ergens in het veld een met een willekeurige elektrische lading bedeeld punt bevindt. Daarbij zullen wij gebruik maken van een stelling, die wel tamelijk voor de hand ligt, maar die ik toch nergens uitdrukkelijk heb vermeld gevonden, zoodat het mij noodig schijnt haar kortelijk te bewijzen.

Zij luidt aldus:

Wanneer twee functiën, die wederkeerig elkanders geïnverteerden zijn met betrekking tot een boloppervlak, nogmaals geïnverteerd worden met betrekking tot een anderen bol, dan zullen zij met betrekking tot het beeld van den eersten bol elkanders geïnverteerden blijven.

Of anders: Wordt een functie twee achtereenvolgende malen geïnverteerd met betrekking tot twee gegeven boloppervlakken, dan is de volgorde, in welke de inversies plaats hebben, op het resultaat van geen invloed. Stelle, om deze bewering te bewijzen, de cirkel in Fig. 2 de centrale doorsnede van een bol voor, welks middelpunt O is, en met betrekking tot welken A en A' elkanders beelden zijn. In het vlak der teekening ligge een punt P, dat het nieuwe middelpunt van inversie moge zijn. Daar de straal der inversie, die wij door

b zullen aanduiden, van geen belang is, kiezen wij hem zoo, dat het bolloppervlak zijn eigen beeld wordt. Het beeld van O met betrekking tot P zal dan tevens het beeld zijn van P met betrekking tot O. Wij noemen dit punt O'. De beelden van A en A' met betrekking tot P noemen wij B en B'.

Nu is: $OA \cdot OA' = OO' \cdot OP$.

De cirkel, die om de punten A, A' en O' kan beschreven worden, gaat door P, en wordt dus door de inversie een rechte lijn, die door O, B en B' gaat.

Maar niet alleen liggen de punten B en B' op denzelfden straal; wij hebben daarenboven: $OB \cdot OB' = OA \cdot OA'$; want $A\,B\,B'\,A'$ is blijkbaar een inscriptiebele vierhoek, (daar $PB \cdot PA = PB' \cdot PA'$), waarmede het gestelde bewezen is.

Wanneer in A de functiewaarde f is, dan zal die der geïnverteerde functie in A' zijn: $\frac{a}{OA'} f$.

Door de inversie ten opzichte van P wordt de functiewaarde in B: $\frac{b}{PB} f$ en in B': $\frac{a\,b\,f}{OA' \cdot PB'}$. Maar wordt de functiewaarde in B ten opzichte van O geïnverteerd, dan wordt zij in B': $\frac{a\,b\,f}{PB \cdot OB'}$. En dit is juist de waarde, die wij door de inversie ten opzichte van P vonden; want $PB \cdot OB' = OA' \cdot PB'$, zooals gemakkelijk blijkt uit de driehoeken $P\,B\,B'$ en $O\,A'\,B'$, die twee hoeken gelijk hebben, en twee, die elkanders supplementen zijn.

§ 9. Hiermede is de stelling bewezen. Passen wij deze nu toe op de bolvormige kom, die wij onderstellen een deel te zijn van het bolloppervlak in Fig. 2 voorgesteld.

De potentiaal in A bestond uit twee termen, die met betrekking tot den bol elkanders wederkeerigen waren, en die dus, na de inversie met P als middelpunt en b als straal, elkanders wederkeerigen zullen blijven.

De eerste term was de amplitudo van de schaal ten opzichte van het punt A vermenigvuldigd met den factor $\frac{V_0}{2\pi}$. Door de inversie worden alle lijnen, die uit A naar den rand der kom getrokken kunnen worden, cirkelbogen

door P, B en punten van den rand van het beeld der kom, dat onze nieuwe kom zal zijn. Alle hoeken, die deze cirkelbogen in de snijpunten met elkander vormen, zijn dezelfden, die de lijnen vormden, welker beelden zij zijn.

Ter bekorting zoude ik den grootsten van al deze hoeken, dien ik met 2ϑ zal aanduiden, de *circulaire amplitudo* willen noemen van de nieuwe kom met betrekking tot de punten P en B.

De eerste term der geïnverteerde potentiaalfunctie wordt dus:

$$V_0 \cdot \frac{2\vartheta}{2\pi} \cdot \frac{b}{PB}.$$

De tweede term is het beeld van de functie door den eersten term voorgesteld, met betrekking tot den bol. Het is dus de waarde, die de eerste term in B' heeft, vermenigvuldigd met $\frac{a}{OB}$.

De tweede term is dus:

$$V_0 \cdot \frac{2\vartheta'}{2\pi} \cdot \frac{b}{PB'} \cdot \frac{a}{OB}$$

waarin $2\vartheta'$ natuurlijk voorstelt de circulaire amplitudo der nieuwe schaal (die wij voortaan kortweg de schaal of de kom zullen noemen) met betrekking tot B' en P.

In het nieuwe stelsel heeft de schaal geen standvastige potentiaal, maar deze is voor het op de schaal gelegen punt C gelijk aan $V_0 \frac{b}{PC}$.

Wordt nu in het punt P eene hoeveelheid elektriciteit $- V_0 b$ aangebracht, dan wordt de potentiaal op de schaal overal nul, en in het punt B wordt zij, wanneer nog E voor $- V_0 b$ wordt geschreven:

$$V = \frac{E}{PB} - \frac{E}{\pi} \left\{ \frac{\vartheta}{PB} + \frac{a\vartheta'}{PB' \times OB} \right\} \quad \ldots . (8)$$

Dit is dus de uitdrukking voor de potentiaal in een willekeurig punt B van het elektrische veld, dat gevormd wordt onder den invloed van een lading E in P, en de geïnduceerde lading op de naar den grond afgeleide kom.

Wij hebben nu nog slechts ϑ en ϑ' uit te drukken in grootheden, die de kom en de ligging der punten P en B met betrekking tot haar en tot elkander, bepalen.

§ 9. Wij moeten ons dus in deze paragraaf bezig houden met het volgende, zuiver meetkundige, vraagstuk:

In de ruimte zijn gegeven een cirkel en twee punten B en P daarbuiten. Men denke zich alle mogelijke cirkelbogen getrokken door deze beide punten en de punten van den cirkelomtrek. Gevraagd wordt: de grootste hoek, die twee van deze cirkels in een der snijpunten met elkander maken.

Wij zullen dit vraagstuk oplossen met behulp van de methode der omgekeerde voerstralen, van welke de leer der elektrische inversie de uitbreiding is. De in ons vraagstuk gedachte figuur zullen wij n.l. door inversie terugbrengen tot onze fig. 1.

Daartoe worde een rechthoekig coördinatenstelsel aangenomen met B als oorsprong en de lijn gaande door P als positieve z-as. Den afstand PB noemen wij R. Den cirkel denken wij ons gegeven als de snijlijn van een bol, die door B gaat, en een plat vlak.

De vergelijking van het vlak zij:

$$\alpha x + \beta y + \gamma z - p = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

met de voorwaarde:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1.$$

De vergelijking van den bol:

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 + (z - w)^2 = V^2 \; . \; . \; . \quad (10)$$

met de voorwaarde:

$$u^2 + v^2 + w^2 = V^2.$$

Wij inverteeren nu deze figuur met B als middelpunt en R als straal, wat de volgende transformaties eischt:

$$x = \frac{R^2}{\varrho^2}\,\xi, \qquad y = \frac{R^2}{\varrho^2}\,\eta, \qquad z = \frac{R^2}{\varrho^2}\,\zeta$$

waarbij ξ, η en ζ de coördinaten van het geïnverteerde punt x, y, z zijn, en ϱ^2 geschreven is voor:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2.$$

Het vlak (9) wordt een bol:

$$\left(\xi - \frac{\alpha\, R^2}{2\,p}\right)^2 + \left(\eta - \frac{\beta\, R^2}{2\,p}\right)^2 + \left(\zeta - \frac{\gamma\, R^2}{2\,p}\right)^2 = \frac{R^4}{4p^2} \,.\;.\;(9^a)$$

De bol (10) gaat over in het vlak:

$$u\,\xi + v\,\eta + w\,\zeta = \frac{R^2}{2} \,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(10^a)$$

Het punt P blijft op zijn plaats, terwijl B op oneindigen afstand komt.

Wij zoeken nu:

1⁰. den straal a van den cirkel, die door (9^a) en (10^a) bepaald wordt;

2⁰. de loodlijn h uit P op het vlak (10^a) neêrgelaten:

3⁰. den afstand b van het middelpunt des cirkels tot het voetpunt van h.

De loodlijn, uit het middelpunt van den bol (9^a) op het vlak (10^a) neêrgelaten, heeft een lengte:

$$l = \frac{R^2}{2\,V} - (\alpha\,u + \beta\,v + \gamma\,w)\,\frac{R^2}{2\,p\,V}$$

of, ter bekorting, stellende:

$$\alpha u + \beta v + \gamma w = P$$

$$l = \frac{R^2}{2\,V}\left(1 - \frac{P}{2\,p}\right).$$

Maar:

$$a^2 = \frac{R^4}{4\,p^2} - l^2.$$

Dus:

$$a^2 = \frac{R^4}{4\,p^2\,V^2}\left\{V^2 - (p - P)^2\right\} \quad \ldots\ldots (11)$$

Voor de loodlijn h wordt gemakkelijk gevonden:

$$h = \frac{R}{2\,V}\,(R - 2\,w) \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

Hierbij zij opgemerkt, dat de loodlijn positief of negatief zal uitvallen, naarmate zij met B aan dezelfde of de tegenovergestelde zijde van het vlak ligt. De coördinaten van het voetpunt van h zijn:

$$h\,\frac{u}{V},\quad h\,\frac{v}{V},\quad h\,\frac{w}{V} + R.$$

De coördinaten van het middelpunt des cirkels (het voetpunt van de loodlijn uit het middelpunt des bols (9^a) op het vlak (10^a) neêrgelaten) zijn:

$$\frac{\alpha R^2}{2p} + \frac{lu}{V},\quad \frac{\beta R^2}{2p} + \frac{lv}{V},\quad \frac{\gamma R^2}{2p} + \frac{lw}{V}.$$

Dus:

$$b^2 = \left\{\frac{\alpha R^2}{2p} + (l-h)\frac{u}{V}\right\}^2 + \left\{\frac{\beta R^2}{2p} + (l-h)\frac{v}{V}\right\}^2 + \left\{\frac{\gamma R^2}{2p} + (l-h)\frac{w}{V} - R\right\}^2$$

of, bedenkende, dat:

$$l - h = \frac{R}{V}\left(w - \frac{PR}{2p}\right)$$

$$b^2 = \frac{R^4}{4p^2} - \frac{R^2}{4p^2\,V^2}\,\{2pw - PR\}^2 + R^2 - \frac{\gamma R^3}{p} \quad \ldots (13)$$

Wij moeten nu trachten ons van het aangenomen coördinaten-stelsel los te maken, en a, b en h uit te drukken in parameters der oorspronkelijke figuur, die geen betrekking hebben op een aan die figuur vreemd coördinaten-stelsel. Wij kiezen als zoodanige:

De loodlijn p uit B op het vlak van den cirkel.

De loodlijn p_1 uit P op hetzelfde vlak.

De loodlijn q uit het middelpunt van den bol (10) op dit vlak.

De loodlijn q_1 op dit vlak neêrgelaten uit het middelpunt van een bol, die door P en den cirkelomtrek gaat.

Den straal c van den cirkel.

Den afstand R van B tot Q.

Zooals gemakkelijk te zien is, bepalen deze zes onderling onafhankelijke parameters: p, p_1, q, q_1. c en R de figuur volkomen.

Zonder moeite worden de volgende betrekkingen gevonden tusschen deze parameters en de vroegeren: p, R, V, P, w en γ:

$$p_1 = p - \gamma R,$$

$$q = p - P,$$

$$c^2 = V^2 - q^2,$$

$$q - q_1 = \frac{R(2w - R)}{2p_1}.$$

Deze vergelijkingen kunnen dienen om P, V, w en γ te vervangen door de nieuwe parameters.

Wij vinden dan:

$$a^2 = \frac{R^4 c^2}{4p^2(c^2 + q^2)}$$

$$h^2 = \frac{4p^2 p_1^2 (q - q_1)^2}{4p^2(c^2 + q^2)}$$

$$b^2 = \frac{c^2 R^4 - 4p^2 p_1^2 (q - q_1)^2 + 4R^2 pp_1 qq_1 + 4pp_1 R^2 c^2}{4p^2(c^2 + q^2)}.$$

En eindelijk, wanneer wij den gemeenschappelijken factor $4p^2(c^2+q^2)=k^2$ stellen:

$$ka = R^2 c$$

$$kh = 2pp_1(q-q_1)$$

$$k^2(b^2-a^2+h^2) = 4R^2pp_1(qq_1+c^2)$$

uitdrukkingen, in welke p en p_1, q en q_1 symmetrisch optreden, daar de factor k op het resultaat van geen invloed is. Stelt nu Fig. 1 de geïnverteerde figuur voor, dan is:

$$h = PF, \quad b = OF, \quad a = OC.$$

Wij stellen verder:

$$PA = l_1, \quad PC = l_2;$$

dan is:

$$l_1^2 = (b+a)^2 + h^2, \quad l_2^2 = (b-a)^2 + h^2$$

$$l_1^2 + l_2^2 = 2(a^2+b^2+h^2)$$

$$l_1^2 + l_2^2 - 4a^2 = 2(b^2-a^2+h^2)$$

$$2l_1l_2 = 2\sqrt{(a^2+b^2+h^2)^2-4a^2b^2} = 2\sqrt{(b^2-a^2+h^2)^2+4a^2h^2}.$$

Dus:

$$2l_1l_2k^2 = 8R^2\sqrt{p^2p_1^2[(qq_1+c^2)^2+c^2(q-q_1)^2]}$$

of:

$$2ll_1k^2 = 8R^2\sqrt{p^2p_1^2(q^2+c^2)(q_1^2+c^2)}$$

en

$$[(l_1+l_2)^2-4a^2]k^2 = 8R^2\{pp_1(qq_1+c^2)+\sqrt{p^2p_1^2(q^2+c^2)(q_1^2+c^2)}\}.$$

En, daar:

$$tg.\vartheta = tg.EPD = \frac{2a}{\sqrt{(l_1+l_2)^2-4a^2}}$$

$$tg.^2 \vartheta = \frac{R^2 c^2}{2\{pp_1(qq_1+c^2) + \sqrt{p^2 p_1^2 (q^2+c^2)(q_1^2+c^2)}\}} \quad ..(14)$$

Men merke hierbij op, dat het radicaal steeds positief moet genomen worden, en dat p en p_1, evenals q en q_1, gelijke of ongelijke teekens hebben, naarmate zij aan dezelfde of de tegenovergestelde zijde van het vlak vallen, waarop zij loodrecht staan.

De vergelijking (14) kan evenwel nog belangrijk vereenvoudigd worden. Om tot die vereenvoudiging te geraken, stelle men zich voor, dat Fig. 1 een teekening is van den rand der kom met een der beide punten (P).

De lijnen PA en PC noemen wij s_1 en s_2.

Den hoek APC, die de kleine as is van de reeds vroeger besproken bolellips, en dien wij dus gevoegelijk de *kleine amplitudo* van den cirkel met betrekking tot P zouden kunnen noemen, duiden wij aan door 2φ.

De lijn PE, die meetkundig middenevenredig is tusschen s_1 en s_2, zouden wij den *hoofdvector* van P naar den cirkel willen noemen; wij wijzen hem aan door de letter s.

Dus:

$$s = \sqrt{s_1 s_2}.$$

Nu is:

$$s_1 s_2 \sin 2\varphi = s^2 \sin 2\varphi = 2pc.$$

En, daar $\sqrt{q^2+c^2}$ de straal is van den om APC beschreven cirkel:

$$s^2 = s_1 s_2 = 2p\sqrt{q^2+c^2}.$$

Dus ook:

$$s_1 s_2 \cos 2\varphi = s^2 \cos 2\varphi = 2pq.$$

De hoofdvector van B naar den cirkel zij: t.

De kleine amplitudo ten opzichte van dat punt zij: 2ψ.

φ en ψ hebben gelijke of tegengestelde teekens, naarmate

de punten P en B aan dezelfde of de tegenovergestelde zijde van het vlak liggen, overeenkomstig de bepaling, die wij omtrent de teekens van p, p_1, q en q_1 maakten.

Voeren wij nu in (14) de grootheden s, t, φ en ψ in, dan wordt:

$$tg.^2 \vartheta = \frac{2 R^2 c^2}{s^2 t^2 \cos 2 (\varphi - \psi) + s^2 t^2}$$

of:

$$tg. \vartheta = \pm \frac{R c}{s t \cos (\varphi - \psi)} \ldots \ldots \ldots \ldots (15)$$

In woorden:

De tangens van de halve circulaire amplitudo van een willekeurigen cirkel met betrekking tot twee punten, is (wat de absolute waarde betreft) gelijk aan het product van de volgende factoren: de afstand der punten, de straal van den cirkel, de reciproken der hoofdrectoren en de secans van het verschil der halve amplituden.

§ 10. Om ϑ' in verg. (8) te vinden, kunnen wij (15) evenzeer gebruiken.

Slechts moeten de op het punt B betrekking hebbende parameters R, t en ψ vervangen worden door de overeenkomstige grootheden R', t' en ψ', die op B', het beeld van B, betrekking hebben.

Nu is (zie fig. 3):

$$\frac{t_1'}{t_1} = \frac{t_2'}{t_2} = \frac{t'}{t} = \frac{OB'}{a} = \frac{a}{OB}$$

en

$$2 \pi - 2 \psi' = 2 \psi - 2 \alpha ,$$

zooals blijkt uit de gelijkvormige driehoeken:

$$O B T_1 \backsim O T_1 B' \quad \text{en} \quad O B T_2 \backsim O T_2 B' .$$

Evenals vroeger is 2α de amplitudo der kom met betrekking tot het middelpunt van den bol; ψ en ψ' worden positief gerekend, wanneer de punten, op welke deze

hoeken betrekking hebben, met O aan dezelfde zijde van het grensvlak vallen.

Dus is:

$$tg.\,\vartheta' = \pm \frac{R'c\,.\,O\,B}{a.\,s.\,t\cos(\varphi + \psi - \alpha)}.$$

Nu wordt dus verg. (8):

$$V = \frac{E}{R} - \frac{E}{\pi}\left\{\frac{1}{R}\,arctg.\ \pm \frac{c.\,R}{s.\,t.\,\cos(\varphi - \psi)} + \right.$$

$$\left. + \frac{a}{R'.\,O\,B}\,arctg.\ \pm \frac{c\,R'.\,O\,B}{a.\,s.\,t.\cos(\varphi + \psi - \alpha)}\right\} \ldots (16)$$

Deze verg. is slechts schijnbaar onsymmetrisch ten opzichte van de punten P en B.

Want, noemen wij P' het beeld van P, (het punt dus, dat O' is in fig. 2), dan zien wij gemakkelijk in (zie het slot van § 8), dat:

$$P\,B'.\,O\,B = P'\,B.\,O\,P.$$

Nu is $P\,B' = R'$, overeenkomstig met $P\,B = R$.

In de verg. (16) komt twee malen het dubbele teeken $\pm$ voor. Natuurlijk mag in een gegeven geval het teeken niet willekeurig aangenomen worden. Om hieromtrent in ieder geval te kunnen beslissen, herinnere men zich, dat in onze beschouwingen over de potentiaal der geïsoleerde kom van de geheele oneindige ruimte een gebied werd afgezonderd. Voor punten binnen dat gebied gelegen, moest in den eersten term der potentiaal de hoek stomp genomen worden; de hoek in den tweeden term was stomp, wanneer het *beeld* van het punt binnen het afgezonderde gebied lag. Dat gebied was begrensd door de kom en het randvlak, en was geheel in het eindige gelegen, wat toen niet afzonderlijk behoefde vermeld te worden.

Door de inversie, die ons de potentiaalfunctie (16) leverde, is het besproken gebied veranderd in een ander, dat begrensd

wordt door de kom en een deel van een bolloppervlak, dat door den rand der kom en het punt P gebracht kan worden. In dat bolloppervlak is namelijk het randvlak overgegaan. Evenals te voren het punt op oneindigen afstand buiten het afgezonderde gebied lag, ligt nu het punt P (het beeld van het oneindig ver gelegen punt) er buiten. Zie fig. 4, in welke het meermalen genoemde gebied gestreept is.

Wij hebben dus ter bepaling van het scherp of stomp zijn der in (16) optredende hoeken (dus ter bepaling van de teekens der tangenten) den volgenden regel:

Breng door een der gegeven punten en den rand der kom een bolloppervlak. Een deel van dat bolloppervlak (waar het gekozen punt niet op ligt) en de kom begrenzen een deel der ruimte (waar het punt niet binnen ligt); ligt het *andere* punt binnen die ruimte, dan moet in den eersten term de hoek stomp genomen worden; ligt zijn *beeld* er binnen, dan is de tweede hoek stomp.

Hiermede is het vraagstuk, dat ons bezig hield, zoo algemeen mogelijk, opgelost.

§ 11. Gaat de bolschaal in een vlakke plaat over, dan wordt B' het spiegelbeeld van B; $\frac{a}{OB} = 1$; $\alpha = 0$.

Dus:

$$V = \frac{E}{R} - \frac{E}{\pi} \left\{ \frac{1}{R} \, arctg. \pm \frac{c. R}{s. t. \cos(\varphi - \psi)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{R'} \, arctg. \pm \frac{c. R'}{s. t. \cos(\varphi + \psi)} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

Dit is de oplossing van het vraagstuk, dat THOMSON in het bijzonder op het oog had, toen hij aan het slot van de reeds aangehaalde verhandeling schreef: »It would be interesting to continue the analytical investigation far enough to determine the electric potential at any point in the neighbourhood of a disc electrified under influence", de zinsnede, die mij tot het schrijven van dit opstel leidde.

Wordt in plaats van de schijf een oneindig geleidend vlak gedacht met een cirkelvormige opening, dan blijft de formule (17) geldig ook voor dat geval. Alleen veranderen de quadranten in welke de hoeken liggen. Liggen beide punten aan tegenovergestelde zijden van het vlak, dan zijn voor beide genoemde gevallen de eerste hoeken elkanders supplementen, de tweede hoeken zijn gelijk en beiden scherp.

Liggen zij aan dezelfde zijde van het vlak, dan zijn de eerste hoeken gelijk en scherp, en de tweeden zijn elkanders supplementen.

De afgezonderde ruimten vullen elkander tot de halve oneindige ruimte aan. Zie fig. 5 en 6.

Uit (17) wordt zonder moeite het volgende gevonden:

Liggen beide punten op de as en noemen wij hun afstanden tot het vlak (absoluut genomen) l en m, onderstellende, dat $l > m$, dan is de potentiaal der geïnduceerde lading:

Voor de plaat:

$$-\frac{E}{\pi} \cdot \frac{2\,(l\,\psi - m\,\varphi)}{l^2 - m^2}$$

en voor het oneindige vlak met cirkelvormige opening:

$$-\frac{E}{l+m} + \frac{E}{\pi} \cdot \frac{2\,(l\,\varphi - m\,\psi)}{l^2 - m^2};$$

l en φ behooren bij hetzelfde punt; evenzoo m en ψ.

De verschillen zijn steeds positief.

Is in het laatste geval de opening klein, en liggen de punten aan verschillende zijden van het vlak, maar niet noodzakelijk op de as, dan wordt de potentiaal in het eene punt:

$$V = \frac{2\,E\,c^3 \cos\alpha \cos\beta}{3\,\pi\,s^2\,t^2},$$

wanneer zich in het andere een lading E bevindt, zooals door ontwikkeling der beide termen van (17) gemakkelijk

gevonden wordt; s en t zijn de lengten der lijnen, die uit de beide punten naar het middelpunt der opening kunnen getrokken worden; α en β de hoeken, die deze lijnen met de normale op het vlak insluiten.

Om uit (16) weder te komen tot (2), denke men zich in het middelpunt des bols een lading $- V_0 a$, terwijl de kom is afgeleid; daarna worde de kom geïsoleerd, en dan in het middelpunt een hoeveelheid elektriciteit $+ V_0 a$ aangebracht. Deze laatste lading zal de eerste neutraliseeren, maar de verdeeling der elektriciteit op de schaal niet veranderen en hare potentiaal op V_0 brengen. Valt B samen met O, dan wordt:

$$\varphi = \alpha \quad t = a \quad OB = 0 \quad R' = \infty \quad OB \times R' = a^2.$$

De gezochte formule is dan:

$$V = \frac{E}{\pi} \left\{ \frac{a}{R} \, arctg. \pm \frac{c\,R}{a.\,s.\,cos\,(\varphi - \alpha)} + arctg. \pm \frac{c}{s\,cos\,\varphi} \right\}.$$

De laatste term is gemakkelijk te brengen tot den vorm:

$$arctg. \pm \frac{c}{s\,cos\,\varphi} = arcsin. \frac{2\,c}{s_1 + s_2}.$$

Bedenkende, dat $s \,.\, \frac{a}{R}$ de hoofdvector is uit het beeld van B naar den rand der schaal getrokken, en dat $\varphi - \alpha$ de halve kleine amplitudo is der kom met betrekking tot dat beeld, zooals uit een figuur gemakkelijk blijkt, vinden wij:

$$arctg. \pm \frac{c\,R}{a.\,s.\,cos\,(\varphi - \alpha)} = arcsin. \frac{R}{a} \cdot \frac{2\,c}{s_1 + s_2}.$$

De eerste hoek is stomp, wanneer het punt B ligt in het gebied buiten den bol, dat begrensd wordt door de kom en een door het middelpunt en den rand gebracht boloppervlak, wanneer dus het beeld van het punt ligt tusschen

het randvlak en de kom; in den tweeden term is de hoek stomp, wanneer het punt zelf binnen deze laatste ruimte ligt.

Wij hebben dus wederom (2) verkregen met dezelfde bepalingen omtrent het scherp of stomp zijn der hoeken.

Wij kunnen, om de juistheid der verg. (16) aan een bekend geval te toetsen, haar toepassen voor een volledigen bol.

Dan wordt $c = 0$.

Dus:

$$V = \frac{E}{R} - \frac{E}{\pi} \left\{ \frac{1}{R} \, arctg. \, 0 + \frac{a}{R'. \, O B} \, arctg. \, 0 \right\}.$$

Het afgezonderde gebied wordt hier begrensd door het boloppervlak zelf. Ligt het induceerende punt *buiten* den bol, dan is dat gebied de *binnen* den bol gelegen ruimte; ligt het induceerende punt er *binnen* dan omvat de genoemde ruimte alle *buiten* den bol gelegen punten.

Ligt in het eerste geval ook het tweede punt buiten den bol, dan is de eerste hoek scherp, de tweede stomp te nemen; dus is de eerste 0 en de tweede π.

Dus:

$$V = \frac{E}{R} - \frac{E a}{R'. \, O B}.$$

Deze vergelijking drukt een zeer bekende stelling uit, die de grondslag is geweest van de theorie der elektrische beelden. Ligt het tweede punt binnen den bol, dan is de eerste hoek gelijk π en de tweede 0, dus:

$$V = 0.$$

Liggen beide punten binnen het boloppervlak, dan is wederom de eerste hoek 0 en de tweede π en:

$$V = \frac{E}{R} - \frac{E a}{R'. \, O B}.$$

Door de arctangenten in reeksen te ontwikkelen, zou-

den wij weder, evenals in § 5, den invloed kunnen vinden van een kleine cirkelvormige opening in een bolopper-vlak, of van een geringe kromming eener plaat op GREEN's functie.

De dichtheid op verschillende punten der kom zou kunnen gevonden worden door differentiatie van (17); gemakkelijker evenwel wordt deze dichtheid gevonden door inversie van (7), wat reeds door THOMSON in de meermalen geciteerde verhandeling gedaan is.

De totale hoeveelheid der geïnduceerde elektriciteit hebben wij reeds in verg. (6) aangegeven.

Ik heb getracht voor een enkel geval een teekening te maken van het elektrische veld, zooals MAXWELL er eenige leverde. Daartoe koos ik het geval van een plaat geïnduceerd door een punt in haar eigen vlak; ligt dan het punt waarvoor wij de potentiaal zoeken ook in dat vlak, dan wordt:

$$\varphi = \psi = \alpha = 0$$

en:

$$V = \frac{E}{R} - \frac{2E}{\pi} \left\{ \frac{1}{R} \; arctg. \; \frac{cR}{st} \right\}$$

waarin de hoek scherp te nemen is.

s en t zijn de raaklijnen uit de beide punten naar den omtrek der plaat getrokken. Maar de teekening geleek zoo veel op die, welke in MAXWELL (Fig. II) gevonden wordt, dat ik het overbodig vondt haar te reproduceeren. Het eenige onderscheid is hierin gelegen, dat de lijnen van constante potentiaal in de buurt van de plaat veel dichter opeen liggen, dan zij in MAXWELL's figuur in de nabijheid van den bol doen; dit was ook te verwachten.

§ 12. Ten slotte zal ik de ontwikkeling in bolfunctiën aangeven van de potentiaal in de nabijheid der geïsoleerde kom.

Deze ontwikkeling is hierin eigenaardig, dat zij tevens de reeks is, die wij verkrijgen, wanneer wij de potentiaal-

functie in een reeks van FOURRIER, met α als argument, ontwikkelen. Zij is deze:

$$\left.\begin{array}{l} \text{voor } r<a \; V'=\frac{V_0}{\pi}\sum_{n=0}^{n=\infty}\left(\frac{r}{a}\right)^n\left[\frac{\sin n\alpha}{n}+\frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1}\right]Q_n(\vartheta) \\ \text{voor } r>a \; V=\frac{V_0}{\pi}\sum_{n=0}^{n=\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\left[\frac{\sin n\alpha}{n}+\frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1}\right]Q_n(\vartheta) \end{array}\right\} .(18)$$

r en ϑ zijn poolcoördinaten met het middelpunt des bols als oorsprong, en zoo gekozen, dat voor het midden der kom $\vartheta = 0$. Voor haar rand is $\vartheta = \alpha$. Q_n is de n^{de} term der ontwikkeling van: $(1 + x^2 - 2\,x \cos\vartheta)^{-\frac{1}{2}}$ naar opklimmende machten van x, dus een »zonal harmonic".

Liever, dan (2) in deze reeks te ontwikkelen, zal ik laten zien, dat de door de beide vergelijkingen (18) voorgestelde functie aan de volgende voorwaarde voldoet:

1^0. $\Delta^2 V' = o, \quad \Delta^2 V = o;$

2^0. voor $r = a, \quad \vartheta < \alpha, \quad V' = V = V_0;$

3^0. voor $r = a, \quad \vartheta > \alpha, \quad V' = V;$

4^0. voor $r = a, \quad \vartheta > \alpha, \quad \left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right) = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right).$

Daar iedere term der reeksen een bolfunctie is, is:

$$\Delta^2 V = o, \qquad \Delta^2 V' = o.$$

Om te doen zien, dat ook aan de overige voorwaarden voldaan is, gaan wij uit van de functie: $(1 + z^2 - 2\,z \cos.\vartheta)^{-\frac{1}{2}}$, waarin z een complexe veranderlijke voorstelt. Deze functie heeft twee ondoorloopendheidspunten, n. l. $z = e^{\pm i\vartheta}$, welker moduli gelijk aan de eenheid zijn.

Dus:

$$(1 + M^2 e^{2i\alpha} - 2\,M e^{i\alpha} \cos\vartheta)^{-\frac{1}{2}} = \Sigma\, M^n e^{ni\alpha} Q_n$$
voor $M < 1$.

Maar voor $M > 1$ kan naar de machten van $\frac{1}{M}$ ontwikkeld worden; dan vindt men:

$$(1 + M^2 e^{2i\alpha} - 2 M^2 e^{i\alpha} \cos \vartheta)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{M} \Sigma \left(\frac{1}{M}\right)^n e^{n i \alpha} Q_n$$

voor $M > 1$.

Daar nu de functie doorloopend is voor $M = 1$, mits slechts $\vartheta \gtrless \alpha$, en de beide ontwikkelingen voor $M = 1$ identiek worden, moet de reeks ook gelden voor $M = 1$, en dus:

$$(1 + e^{2i\alpha} - 2 e^{i\alpha} \cos \vartheta)^{-\frac{1}{2}} = \sum_0^\infty e^{n i \alpha} Q_n .$$

Hieruit volgen de beide ontwikkelingen:

$$\frac{\cos\frac{\alpha}{2} - i \sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\frac{\vartheta}{2}}} = \sum_0^\infty e^{n i \alpha} Q_n$$

$$\frac{\cos\frac{\alpha}{2} + i \sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\frac{\vartheta}{2}}} = \sum_0^\infty e^{(n+1) i \alpha} Q_n$$

Bij het splitsen van de reëele en imaginaire deelen moet onderscheid gemaakt worden tusschen de gevallen $\vartheta < \alpha$ en $\vartheta > \alpha$.

Men vindt:

voor $\vartheta < \alpha$

$$a) \quad \sum_0^\infty Q_n \cos n \alpha = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$b) \quad \Sigma\ Q_n \sin n\,\alpha = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$c) \quad \Sigma\ Q_n \cos(n+1)\,\alpha = \frac{-\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$d) \quad \Sigma\ Q_n \sin(n+1)\,\alpha = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}}}$$

voor $\vartheta > \alpha$:

$$a') \quad \Sigma\ Q_n \cos n\,\alpha = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$b') \quad \Sigma\ Q_n \sin n\,\alpha = \frac{-\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$c') \quad \Sigma\ Q_n \cos(n+1)\,\alpha = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}}$$

$$d') \quad \Sigma\ Q_n \sin(n+1)\,\alpha = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}}$$

Door integratie van *a*) en *c*) tusschen de grenzen o en α en van *a'*) en *c'*) tusschen α en π wordt nog gevonden:

voor $\vartheta < \alpha$:

$$e)\quad \sum_0^\infty Q_n \frac{\sin n\alpha}{n} = \operatorname{arccos.}\left(\frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos\frac{1}{2}\vartheta}\right) + \frac{\pi}{2}$$

$$f)\quad \sum_0^\infty Q_n \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} = -\operatorname{arccos.}\left(\frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\cos\frac{1}{2}\vartheta}\right) + \frac{\pi}{2}.$$

Voor $\vartheta > \alpha$:

$$\sum_0^\infty Q_n \frac{\sin n\alpha}{n} = \sum_0^\infty \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} = \operatorname{arcsin.}\left(\frac{\sin\frac{1}{2}a}{\sin\frac{1}{2}\vartheta}\right) \ldots (e' \text{ en } f');$$

alle bogen zijn genomen tusschen 0 en $\frac{\pi}{2}$.

Door optelling van (e) en (f) is dadelijk het sub 2 gestelde bewezen, n.l. dat:

$$V = V' = V_0 \text{ voor } \vartheta < \alpha\,,\ r = a.$$

Door differentiatie der reeksen volgt verder:

$$\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)_{r=a} = \frac{V_0}{\pi a}\sum_0^\infty \left[\sin n\alpha + \sin(n+1)\alpha - \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1}\right] Q_n$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r=a} = \frac{V_0}{\pi a}\sum_0^\infty \left[\sin n\alpha + \sin(n+1)\alpha - \frac{\sin n\alpha}{n}\right] Q_n$$

Dus voor $\vartheta > \alpha$:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right) = -\frac{V_0}{\pi a}\operatorname{arcsin.}\left(\frac{\sin\frac{1}{2}\alpha}{\sin\frac{1}{2}\vartheta}\right)$$

waardoor het sub 4 gestelde bewezen is.

Dat voor $r = a$ $V = V'$, en dat daarenboven voor $r = \infty$ $V = 0$, wordt onmiddellijk ingezien.

Hiermede is nu bewezen, dat de functie, door de beide reeksen voorgesteld, voldoet aan alle voorwaarden, waaraan de potentiaalfunctie moet voldoen in de nabijheid van een tot de potentiaal V_0 geladen bolvormige kom.

Wij vinden nog voor $\vartheta < \alpha$:

$$\sigma' = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial V'}{\partial r}\right)^{r=a} =$$

$$= \frac{V_0}{4a\pi^2}\left\{\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}}} + \operatorname{arccos.}\left(\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}\right) - \frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)^{r=a} =$$

$$= \frac{V_0}{4a\pi^2}\left\{\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}}} + \operatorname{arccos.}\left(\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}\right) + \frac{\pi}{2}\right\}.$$

Dit zijn weder THOMSON's uitdrukkingen voor de dichtheid op de kom in een eenigzins gewijzigden vorm; door in plaats van de halve hoeken de geheele hoeken in te voeren, komt THOMSON's vorm onveranderd te voorschijn.

Zijn formule is daarmede op nieuw bewezen zonder van de theorie der beelden gebruik te maken.

Door sommatie der reeksen (18) heb ik de formule (2) afgeleid, die een zoo eenvoudige beteekenis bleek te hebben, dat ik haar als grondformule aan het hoofd van dit opstel plaatste.

Fig: 1.

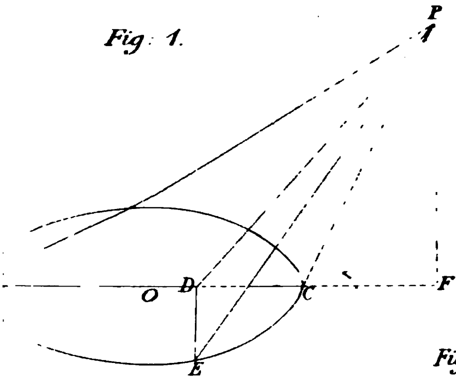


Fig. 2.

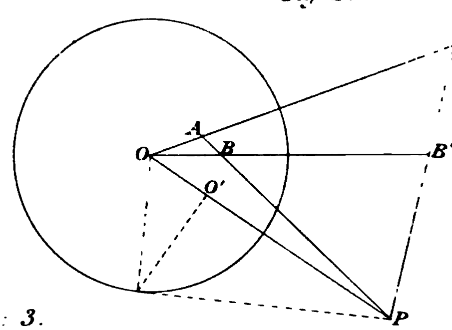


Fig: 3.

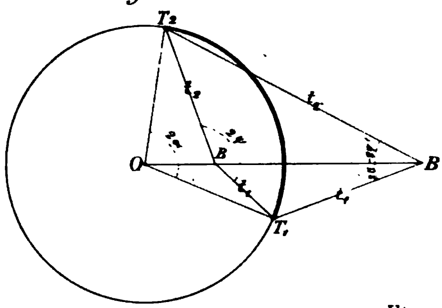


Fig: 4.

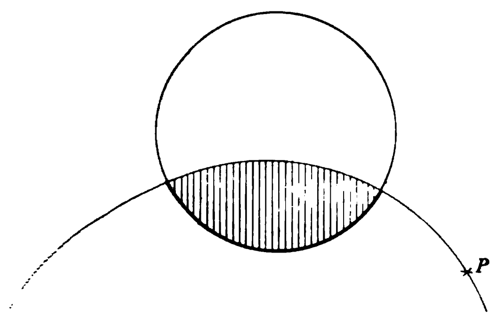


Fig: 5.

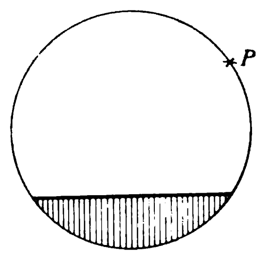
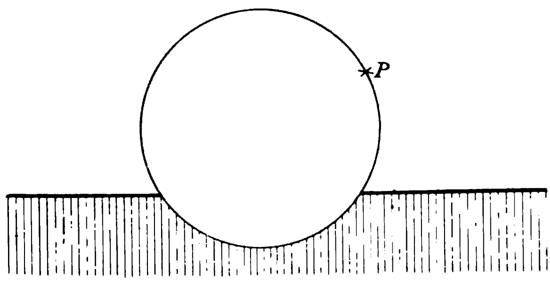


Fig: 6.



OVER DEN INVLOED,

DIEN DE BEWEGING DER AARDE

OP DE

LICHTVERSCHIJNSELEN UITOEFENT.

DOOR

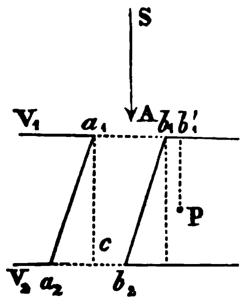
H. A. LORENTZ.

§ 1. Het verschijnsel der aberratie van het licht, dat men uit de emissietheorie aanstonds zou kunnen voorspellen, vindt in de undulatietheorie veel minder gereedelijk eene verklaring. Terwijl toch in de eerste theorie de beweging der door een hemellichaam uitgezonden lichtdeeltjes onafhankelijk is van de beweging der aarde, rijst bij de tweede de vraag, of de middenstof, waarin zich de lichttrillingen voortplanten, in de nabijheid der aarde in rust is of niet; de theorie heeft uit te maken, of bij de verschillende hieromtrent mogelijke opvattingen eene verklaring van de aberratie en van andere daarmede samenhangende verschijnselen kan gegeven worden. Zooveel is terstond zeker, dat die verklaring bij de eene opvatting anders zal uitvallen dan bij de andere en dit gevoelt men ook onmiddellijk, dat de vraag naar het verband tusschen de beweging van den aether en die der aarde van het hoogste belang is voor onze natuurkennis. Meer dan ooit is zij dit thans, nu wij reden hebben om aan te nemen, dat dezelfde middenstof, waarin zich het licht voortplant, ook eene rol speelt bij

andere, met name bij de electrische en magnetische verschijnselen.

§ 2. Gelijk men weet werd door FRESNEL *) aangenomen, dat de aether nabij de aarde niet in de beweging dezer laatste deelt, zoodat de van eene ster afkomstige lichttrillingen zich tot aan het oppervlak der aarde voortplanten, zonder eenigen invloed van hare beweging te ondervinden. In Fig. 1 zij SA de richting, in welke de lichtbeweging van de ster S tot ons komt; loodrecht daarop zij een ondoorschijnend scherm V_1 met de opening $a_1 b_1$ geplaatst. Dit scherm neme aan de beweging der aarde deel, die wij ons zullen voorstellen, in de figuur van links naar rechts te geschieden; achter het scherm bevinde zich weêr stilstaande aether. Al de punten der opening worden op hetzelfde oogenblik door eene van S afkomstige evenwichtsverstoring getroffen; zij worden dan volgens het beginsel van HUYGENS voor den achter V_1 gelegen aether nieuwe middelpunten van trilling en de lichtbeweging in elk punt van dezen laatsten is het resultaat der interferentie van de bewegingen, die van de verschillende elementen der opening afkomstig zijn. In de theorie der buigingsverschijnselen wordt geleerd, dat, wanneer het scherm stilstaat, daarachter eene merkbare evenwichtsverstoring alleen optreedt binnen den cilinder, die $a_1 b_1$ tot grondvlak heeft, en waarvan de beschrijvende lijnen $a_1 c$ evenwijdig aan SA loopen, althans wanneer. zooals ik onderstellen zal, de breedte der opening zeer groot is in vergelijking met de golflengte.

Fig. 1.



Wanneer het scherm zich beweegt wordt de zaak iets anders. Een punt P achter het scherm ontvangt op den tijd

*) *Ann. de Chim. et de Phys.* t. 9, p. 57. [*Oeuvres complètes*, II, p. 627].

t lichtbeweging van alle punten van het vlak V_1, die op het oogenblik, toen zij die beweging naar P moesten uitzenden, in de bewegelijke opening lagen. De verschillende punten van het vlak zijn echter op ongelijke afstanden van P gelegen en dientengevolge beslaan de deelen van dat vlak, waaraan P zijne beweging te danken heeft, eene uitgestrektheid, die niet geheel met de breedte der opening samenvalt. Wanneer b. v. het scherm den in de figuur aangegeven stand had op het oogenblik, toen de lichtbeweging, die op den tijd t in P zal komen, van a_1 uitging, dan zal op het latere oogenblik, waarop van het meest rechts gelegen element der opening eene trilling moet uitgaan, om op den tijd t het punt P te bereiken, het scherm iets verplaatst zijn, zoodat de rand b_1 b. v. in b'_1 is gekomen. Het punt P ontvangt derhalve op den tijd t dezelfde lichtbeweging als wanneer het scherm stilstond, maar de opening de breedte $a_1\, b'_1$ had. Uit het boven omtrent de diffractie door eene stilstaande opening herinnerde volgt dan, dat de evenwichtsverstoring in P al of niet merkbaar zal zijn, naarmate de hoek $a_1\, b'_1\, P$ scherp of stomp is (ik onderstel, dat die hoek niet zooveel kleiner dan 90^0 is, dat het punt P aan de linkerzijde van den doorgelaten lichtbundel ligt). P ligt derhalve juist op de grens van licht en donker, wanneer de uit P op het vlak V_1 neergelaten loodlijn juist het punt treft, waar de rechterrand der opening zich bevond op een tijdstip, dat door $t - \frac{l}{A}$ kan worden aangeduid, wanneer l de lengte dier loodlijn en A de voortplantingssnelheid van het licht is. Eene dergelijke voorwaarde geldt voor den anderen rand van den lichtbundel.

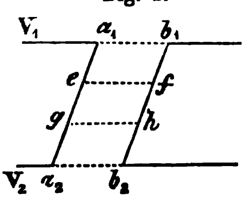
Zij nu V_2 een tweede scherm met de aan $a_1\, b_1$ gelijke opening $a_2\, b_2$ en trachten wij dit zoo te plaatsen, dat de geheele lichtbeweging, die door $a_1\, b_1$ wordt doorgelaten, in $a_2\, b_2$ wordt opgevangen. Zij L de afstand van de beide schermen. Dan moet op den tijd t de opening $a_2\, b_2$ zoo staan, dat de uit hare randen op V_1 neergelaten loodlijnen de randen van $a_1\, b_1$ treffen, zooals die stonden op het oogenblik $t - \frac{L}{A}$. Daar-

uit volgt, dat op een zelfde tijdstip de openingen ten opzichte van elkander moeten staan, zooals dat in Fig. 1 is aangewezen, waarbij $tg\ a_2\ a_1\ c = \frac{g}{A}$ is, indien g de snelheid is, waarmede het scherm van links naar rechts wordt voortbewogen.

Men komt aldus bij de onderstelling van den stilstaanden aether tot de bekende elementaire verklaring der aberratie terug.

Wanneer wij ons voorstellen, dat de geheele figuur met de aarde voortgaat, dan hebben de openingen $a_1 b_1$, $a_2 b_2$ steeds den in Fig. 2 aangegeven stand. De evenwichtsverstoring, die op zeker oogenblik door $a_1 b_1$ wordt doorgelaten, wordt dan achtereenvolgens gevonden in de doorsneden ef, gh, enz. van den scheeven cilinder $a_1\ b_1\ a_2\ b_2$. Deze cilinder bepaalt dus de relatieve beweging der evenwichtsverstoring ten opzichte van de aarde; wij kunnen hem den relatieven lichtbundel en zijne begrenzende lijnen, zooals $a_1\ a_2$ en $b_1\ b_2$ relatieve lichtstralen noemen.

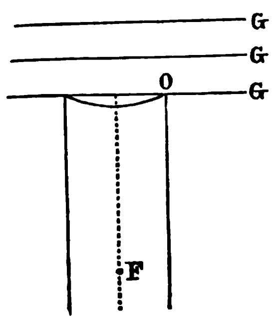
Fig. 2.



§ 3. De hypothese van Fresnel zou, blijkens de vorige §, onmiddellijk van de waargenomen aberratie rekenschap geven, wanneer wij de plaats der hemellichamen bepaalden met behulp van twee achter elkander geplaatste ondoorschijnende schermen met kleine openingen, of van eenige andere vizierinrichting. Wij maken echter van kijkers gebruik en om ook nu tot eene verklaring te komen hebben wij verdere beschouwingen noodig.

Men kan namelijk gemakkelijk aantoonen, dat, wanneer de kijker in zijn geheel, met elke stof, die erin aanwezig is, hetzij in de kijkerbuis, hetzij in het glas der lenzen, aan de beweging der aarde deelneemt, eene aberratie, zooals wij die waarnemen, niet bestaan kan, ook al wordt voor den aether buiten den kijker de onderstelling van Fresnel aangenomen. Om dit te doen zien onderstel ik gemakshalve

Fig. 3.



(Fig. 3), dat het objectief O van den kijker aan de voorzijde door een plat vlak begrensd is. Wanneer in den kijker alles in relatieve rust is, zal de lichtbeweging daarbinnen geheel bepaald zijn, zoodra men de evenwichtsverstoringen kent, die dat voorvlak van buiten ontvangt; worden voortdurend alle punten daarvan door evenwichtsverstoringen van dezelfde phase aangedaan, dan zal steeds de lichtbeweging in het hoofdbrandpunt F van het objectief geconcentreerd worden.

Onderstellen wij nu, dat de as van den kijker op de werkelijke plaats eener ster gericht is en dat de kijker zich met de aarde in eene richting loodrecht op die as verplaatst. Dan zijn de lichtgolven G, die de ster naar den kijker zendt, evenwijdig aan het voorvlak van O, zoodat inderdaad de phase langs dat vlak overal dezelfde is; dat het, van links naar rechts b. v., langs de golven heenstrijkt verandert hieraan niets. Het beeld der ster zal derhalve in F gevormd moeten worden, op dezelfde wijze als wanneer de kijker stilstaat. Feitelijk echter ontstaat het op eenigen afstand zijdelings van F.

Men is dus wel genoodzaakt, zelfs in dit zeer eenvoudige geval, de onderstelling te laten varen, dat *alles*, wat in den kijker bevat is, aan de beweging der aarde deelneemt. De hypothese, die noodig is, om ook thans de waargenomen aberratie te verklaren, werd reeds door Fresnel opgesteld. Zij komt hierop neer, dat de vrije aether, die tusschen de moleculen van eenig lichaam aanwezig is, b. v. in het glas, waaruit de lenzen van het objectief bestaan, niet in de beweging, welke de ponderabele stof met de aarde uitvoert, deelt, en dat dientengevolge, wanneer zich in eene ponderabele stof lichtgolven voortplanten, deze, behalve hunne voortplantingssnelheid met betrekking tot die stof, slechts voor een deel de snelheid verkrijgen, waarmede de pondera-

bele moleculen voortgaan. De breuk, die het laatstgenoemde deel bepaalt, FRESNEL'S *meësleepings-coëfficiënt*, is $\frac{n^2-1}{n^2}$, wanneer n de absolute brekingsindex van het stilstaande medium is.

Het is eigenlijk alleen deze laatste onderstelling omtrent de mate, waarin de lichtgolven aan de beweging der ponderabele stof deelnemen, die noodzakelijk is om de aberratie bij de waarneming met een kijker te verklaren; FRESNEL leidt echter die hypothese af uit de eerstgenoemde over het gedrag van den vrijen tusschen de ponderabele moleculen aanwezigen aether. Dit is in elk geval zeker, dat alleen dan de lichtgolven niet geheel de beweging der ponderabele stof mede zullen uitvoeren, wanneer er in een doorschijnend lichaam iets is, dat die beweging niet of slechts ten deele bezit. Trouwens de volkomen doordringbaarheid der lichamen voor den aether ligt reeds opgesloten in de grondstelling der geheele theorie van FRESNEL; alleen wanneer voor de geheele aarde die doordringbaarheid wordt aangenomen kan men zich voorstellen, dat tot in de onmiddellijke nabijheid van het aardoppervlak de aether in rust is.

FRESNEL maakte van de boven medegedeelde waarde van den meësleepings-coëfficiënt in de eerste plaats gebruik, om eene verklaring te geven van de proef van ARAGO, waarbij het bleek, dat, wanneer men het van eene ster afkomstige licht door een prisma laat gaan, de relatieve lichtstralen (§ 2) volgens de gewone wetten van SNELLIUS gebroken worden, zoodat alles geschiedt, alsof de aarde stilstond en die relatieve stralen absolute waren. Verder merkte FRESNEL nog op, dat, zoodra de meësleepings-coëfficiënt de waarde $1-\frac{1}{n^2}$ heeft, de waargenomen aberratie niet gewijzigd wordt, wanneer men de buis van den kijker met deze of gene vloeistof vult (proef van BOSCOVICH).

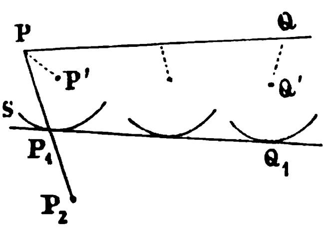
Na FRESNEL hebben verschillende onderzoekers de gevolgen, waartoe zijne onderstellingen leiden, verder ontwikkeld, en met sommige waarnemingen vergeleken. Ik

noem slechts STOKES *), HOEK †), VELTMANN §) en KETTELER **).

§ 4. Ofschoon STOKES de theorie van FRESNEL verder heeft helpen uitwerken, kwam hem toch de grondstelling dier theorie zoo weinig aannemelijk voor, dat hij naging, of men ook niet de aberratie verklaren kan, wanneer men onderstelt, dat de aether in de nabijheid der aarde door deze wordt medegevoerd. In zijne eerste verhandeling ††) over het verschijnsel kwam hij tot de uitkomst, dat dit werkelijk mogelijk is, wanneer slechts wordt aangenomen, dat er bij de beweging van den aether een snelheidspotentiaal bestaat.

STOKES merkt nl. op, dat door de beweging van den aether eene draaiing van de door een hemellichaam uitgezonden lichtgolven moet plaats hebben. Inderdaad, zij voor de van eene ster afkomstige lichtbeweging op een tijdstip t, waarop zij reeds in de ruimte is doorgedrongen, waar de aether door de aarde in beweging gebracht wordt, PQ (Fig. 4) het golffront. Om dan het golffront op den tijd $t + dt$ te leeren kennen moeten wij van het beginsel van HUYGENS gebruik maken. Wanneer A weer de snelheid is, waarmede het licht zich in den stilstaanden aether voortplant, dan zou, wanneer wij van de

Fig. 4.



*) *Phil. Mag.*, Vol. 28, p. 76 (1846); *Mathem. and Physical Papers*, I, p. 141.

†) *Astr. Nachr.* Bd. 54, p. 145 (1860); *Recherches astron. de l'Obs. d'Utrecht*, 1re livraison (1861).

§) *Astr. Nachr.* Bd. 75, p 145; Bd. 76, p. 129 (1870); POGG. *Ann.* Bd. 150, p. 497 (1873).

**) Verscheidene verhandelingen, die in POGG. *Ann.* Bd. 144, 146 en 147, (1871—1873) verschenen, werden naderhand vereenigd in KETTELER, *Astr. Undulationstheorie* (1873).

††) *Phil. Mag.* Vol. 27, p. 9, *Papers*, I, p. 134.

stroomende bewegingen mochten afzien, gedurende den tijd dt rondom een der punten P van PQ een bolvormige elementaire golf met P tot middelpunt en met den straal $A\,dt$ zijn gevormd. Thans echter beweegt zich de aether. Hoe die beweging ook van punt tot punt moge veranderen, steeds zal in de oneindig kleine ruimte, binnen welke zich gedurende den tijd dt de trillingen van P uit voortplanten, de stroomsnelheid als overal even groot en gelijk gericht beschouwd mogen worden. Dan echter hebben wij ons voor te stellen, dat, terwijl de evenwichtsverstoring zich rondom P in een bol uitbreidt, tevens die geheele bol zich met den aether, waarin hij zich vormt, verplaatst. De elementaire golf wordt dus thans (wanneer wij aannemen, dat de figuur zelf in de ruimte rust) de bol S, die met den straal $A\,dt$ om P' als middelpunt beschreven is; daarbij is PP' de weg, die door den eerst in P aanwezigen aether in den tijd dt wordt afgelegd.

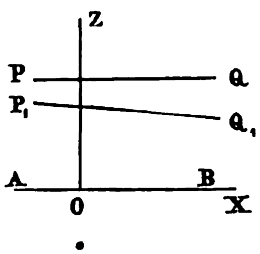
Op dezelfde wijze construeere men de elementaire golven voor de andere punten Q, enz. van het golffront PQ; het omhullende oppervlak $P_1\,Q_1$ van al de oneindig kleine bollen is dan het golffront op den tijd $t+dt$.

Dit golffront zal in den regel gebogen zijn, ook al was PQ nog plat, maar bij de uitgestrektheden, die men er van te beschouwen heeft, zullen wij van die kromming kunnen afzien en slechts op de richting behoeven te letten. Deze zou dezelfde zijn als die van PQ, wanneer over de geheele uitgestrektheid van het golffront de stroomsnelheid van den aether dezelfde richting en grootte had, wanneer dus PP' en QQ' gelijk en evenwijdig waren. Zoodra dat niet het geval is, is het golffront gedraaid en bij zijn verderen voortgang zal het gedurende elk tijdselement eene nieuwe dergelijke draaiing ondergaan. Het bereikt derhalve ten slotte het aardoppervlak met eene andere richting dan het bezat, toen het zich nog in den stilstaanden aether buiten den invloed der aarde voortbewoog. Wanneer nu nabij het aardoppervlak de aether dezelfde beweging heeft als dit laatste, wanneer dus in de ruimte, waar onze waarnemings-instrumenten zijn opgesteld, alles in relatieve rust

is, zullen wij aan het aankomende licht de richting toeschrijven, loodrecht op het golffront, zooals dat in die ruimte gericht is, en die richting zal van die, waarin de ster zich werkelijk bevindt, afwijken.

§ 5. Zal nu deze afwijking met de werkelijk bestaande aberratie overeenstemmen, dan is de onderstelling noodzakelijk, dat bij de beweging van den aether de snelheidscomponenten u, v, w als de partieele differentiaalquotienten eener zelfde functie naar de coördinaten x, y, z kunnen worden opgevat. Beschouwen wij, om dit te doen zien, een zoo klein deel AB (Fig. 5) van het oppervlak der aarde, dat het als plat mag aangenomen worden; onderstellen wij, dat de snelheid, waarmede de aarde zich beweegt, langs dat oppervlak gericht is, en kiezen wij de x-as in die richting. Dan zullen wij naar de opvatting van Stokes moeten aannemen, dat ook de aether nabij AB eene even groote snelheid u evenwijdig aan de x-as bezit. Met deze snelheid hangt de waargenomen aberratie samen, of, dit kan men ook zeggen, met het verschil der waarden van u nabij het aardoppervlak en op grooten afstand daarvan, een verschil, dat, wanneer wij de z-as kiezen, zooals in de figuur, door de waarden van het differentiaalquotient $\frac{\partial u}{\partial z}$ in verschillende punten bepaald wordt. Daarentegen ontstaat de boven besproken draaiing van een golffront PQ, waardoor het b. v. den stand $P_1 Q_1$ aanneemt, door de ongelijke snelheden volgens de normaal op het golffront, die in verschillende punten daarvan bestaan. Wanneer de golven eerst volkomen en naderhand, nadat zij reeds eenige draaiing ondergaan hebben, nog nagenoeg loodrecht op de z-as staan, hangt die draaiing van de waarden van $\frac{\partial w}{\partial x}$ af en de redeneering van Stokes zal slechts dan tot de werkelijke aberratie leiden, wanneer er eenig verband is tusschen de differentiaal-

Fig. 5.



quotienten $\frac{\partial u}{\partial z}$ en $\frac{\partial w}{\partial x}$. En dit is het geval, wanneer er een snelheids-potentiaal bestaat; de twee uitdrukkingen zijn dan aan elkander gelijk.

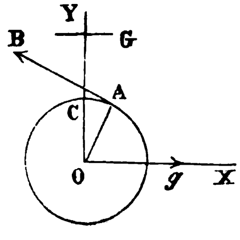
STOKES bewijst nu dat, zoodra $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ een volledige differentiaal is, in alle gevallen de in § 4 beschouwde draaiing van het golffront eene aberratie ten gevolge heeft, zooals die wordt waargenomen.

§ 6. Intusschen moet daarbij worden aangenomen, dat de aether nabij het aardoppervlak volkomen in snelheid met de aarde overeenstemt. Deze voorwaarde is echter met het bestaan van een snelheidspotentiaal in strijd.

In de hydrodynamica wordt nl. geleerd, dat de beweging eener onsamendrukbare vloeistof, die zich rondom een gesloten oppervlak tot in het oneindige uitstrekt, geheel bepaald is, wanneer men weet, dat er een snelheidspotentiaal is, en wanneer bovendien in elk punt van dat oppervlak de snelheid in de richting der normaal is gegeven, terwijl op oneindigen afstand de snelheid 0 moet zijn. Deze stelling kunnen wij op de beweging van den aether rondom de aarde toepassen, ook zonder daarmede nog aan den aether eenige eigenschap der gewone vloeistoffen toe te kennen, want de stelling is van zuiver cynematischen aard; alleen de onsamendrukbaarheid van den aether nemen wij aan, maar dit doet feitelijk elke theorie.

Wanneer wij dus den eisch stellen, dat de aether een snelheidspotentiaal bezit en dat overal aan het oppervlak der aarde de snelheidscomponenten van den aether en van de aarde in de richting der normaal dezelfde zijn, hebben wij de beweging van den aether reeds geheel bepaald. Maar in tangentiale richting zal de snelheid van den aether dan niet met die der aarde overeenstemmen.

Fig. 6.



Beschouwen wij de aarde als een bol met den straal R, (Fig. 6), onderstellen wij, dat zij met de snelheid g in de richting der x-as voortgaat, kiezen wij het middelpunt tot

oorsprong van coördinaten, en verstaan wij onder r den afstand van een punt buiten den bol tot het middelpunt, dan moeten, opdat aan de twee straks gestelde eischen voldaan zal zijn, in dat punt de snelheden:

$$u = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x^2}, \quad v = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x \, \partial y}, \quad w = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x \, \partial z}$$

bestaan. Deze bewegingstoestand is natuurlijk symmetrisch rondom de x-as; bepaalt men zich tot hetgeen er in het $x\,y$-vlak geschiedt, dan is $w = 0$, en als men den hoek, dien r met $O\,X$ vormt, ϑ noemt:

$$u = \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} g \,(3 \cos^2 \vartheta - 1), \qquad v = \frac{3}{2} \frac{R^3}{r^3} g \sin \vartheta \cos \vartheta,$$

dus aan het oppervlak der aarde

$$u = \frac{1}{2} g \,(3 \cos^2 \vartheta - 1), \qquad v = \frac{3}{2} g \sin \vartheta \cos \vartheta.$$

Men vindt daaruit gemakkelijk, dat de aether in eenig punt A ten opzichte van de aarde eene relatieve snelheid in de richting $A\,B$ zou hebben, waarvan de grootte is:

$$\frac{3}{2} g \sin \vartheta.$$

Wij kunnen de vraag laten rusten, of de hier beschouwde bewegingstoestand stabiel zal zijn *); dit is wel zeker, dat, wanneer de aether zich zoo beweegt, dat er een snelheidspotentiaal bestaat, aan de meeste punten der aarde een aanmerkelijke aetherstrooming langs haar oppervlak moet

*) Vergelijk Stokes, *Phil. Mag.* Vol. 29, p. 6 [*Papers*, I, p. 153] en Vol. 32, p. 343 [*Papers*, II, p. 8].

optreden, het sterkst in de punten van den grooten cirkel, waarvan het vlak loodrecht op de bewegingsrichting der aarde staat. Was nu bij alle waarnemingen het objectief van den kijker door de wanden van het vertrek tegen die strooming beschut, dan zou nog de verklaring van STOKES kunnen worden toegelaten. Maar dit zal men bezwaarlijk kunnen aannemen.

Natuurlijk zijn er tallooze bewegingstoestanden in den aether denkbaar, waarbij aan het aardoppervlak de gewenschte overeenstemming der snelheden geheel bestaat. Een dergelijke toestand is b. v. die, welke wordt voorgesteld door de vergelijkingen:

$$u = \frac{3}{4} R g \,.\, \frac{x^2 + r^2}{r^3} - \frac{1}{4} R^3 g \,.\, \frac{3 x^2 - r^2}{r^5},$$

$$v = \frac{3}{4} R g x y \,.\, \frac{r^2 - R^2}{r^5}, \quad w = \frac{3}{4} R g x z \,.\, \frac{r^2 - R^2}{r^5},$$

en die ontstaan zou, wanneer de aether eene vloeistof met wrijving was (hoe klein dan ook de wrijvingscoëfficiënt ware), die langs het oppervlak der aarde niet glijden kan.

Om nu te doen zien, hoe bij eene dergelijke beweging van den aether het gemis van een snelheidspotentiaal eene verklaring van de aberratie geheel zou doen mislukken, hebben wij slechts eene platte golf G (Fig. 6) te beschouwen, die aanvankelijk loodrecht op de y-as staat en zich langs die as naar de aarde voortplant. De aberratie naar de theorie van STOKES zou dan evenredig zijn met de integraal

$$\int_R^\infty \frac{\partial v}{\partial x}\, d y,$$

langs de y-as genomen, de waargenomen aberratie daarentegen is evenredig met

$$\int_R^\infty \frac{\partial u}{\partial y}\, d y.$$

Voor de eerste integraal vindt men echter $+ \frac{1}{2} g$, terwijl de tweede de waarde $- g$ heeft.

STOKES heeft nog getracht, de moeilijkheid, die erin gelegen is, het bestaan van een snelheidspotentiaal te vereenigen met de relatieve rust van de aarde en den omringenden aether te overwinnen door aan den dampkring een invloed op de beweging van den aether toe te kennen.

Na de gronden uiteengezet te hebben, op welke men zou kunnen aannemen, dat bij de aetherbeweging een snelheidspotentiaal bestaat, gaat hij aldus voort *):

»It appears then, from these views of the constitution of the ether, that:

$$u\,dx + v\,dy + w\,dz \qquad (a)$$

must be an exact differential, if it be not prevented from being so by the action of the air on the ether. We know too little about the mutual action of the ether and material particles to enable us to draw any very probable conclusion respecting this matter; I would merely hazard the following conjecture. Conceive a portion of the ether to be filled with a great number of solid bodies, placed at intervals, and suppose these bodies to move with a velocity which is very small compared with the velocity of light, then the motion of the ether between the bodies will still be such, that (a) is an exact differential. But if these bodies are sufficiently close and numerous, they must impress either the whole or a considerable portion of their own velocity on the ether between them. Now the molecules of air may act the part of these solid bodies. It may thus come to pass that (a) is an exact differential, and yet the ether close to the surface of the earth is at rest relatively to the earth. The latter of these conditions is however not necessary for the explanation of aberration."

De laatste zinsnede kunnen wij voorloopig ter zijde laten, want voor de theorie van STOKES in den vorm, dien wij tot

---

*) *Phil. Mag.* Vol. 29, p. 8 [*Papers*, I, p. 155].

nu toe bespraken, is die voorwaarde wel degelijk noodig. En of nu de moeilijkheid, waartoe zij leidt, door de medegedeelde beschouwing kan worden opgelost, meen ik te moeten betwijfelen. Wanneer, zonder geheel door diffractie zijn karakter te verliezen, een zoo klein stuk van een golffront zich kon voortplanten, dat het tusschen de luchtmoleculen doorging zonder er een van te treffen, dan zou zeker de richting daarvan bij het doordringen uit de hemelruimte in den dampkring de draaiing ondergaan, die voor de verklaring der aberratie noodig is. Maar lichtgolven, die zich met behoud van hunne begrenzing zullen kunnen voortplanten, moeten eene breedte hebben, die zeer vele malen grooter is dan de onderlinge afstand der luchtmoleculen. En wanneer wij nu op dergelijke golven de redeneeringen van STOKES willen toepassen moeten wij onder de snelheden u, v, w in eenig punt de gemiddelde waarden verstaan, die de snelheidscomponenten bezitten binnen een volumeelement, dat vele luchtmoleculen bevat. Deze gemiddelde snelheden zijn in het algemeen weer functiën van x, y, z, maar voor deze functiën behoeft geen snelheidspotentiaal te bestaan, ook al is dat het geval voor de werkelijke snelheden, die de aether ergens tusschen de moleculen bezit. Al geldt de betrekking $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$ voor deze laatste snelheden en wanneer bij het opmaken der differentiaalquotienten dx en dy oneindig klein zijn vergeleken met den afstand der moleculen, die betrekking behoeft niet meer waar te zijn, wanneer u en v gemiddelde snelheden zijn en onder dx en dy eenvoudig zeer kleine afstanden, maar gelijk aan vele malen den moleculairen afstand, verstaan worden.

Wanneer wij, om een eenvoudig geval te nemen, de aarde vervangen door een plat vlak, waarboven zich tot op zekere hoogte een dampkring uitstrekt, en wanneer wij aannemen, dat zich dat platte vlak met den dampkring beweegt in eene richting, welke in het vlak ligt, en langs welke wij de x-as kiezen, wanneer eindelijk de z-as loodrecht op het vlak wordt gekozen, dan zullen de bedoelde gemiddelde

snelheden zijn $u = f(z)$, $v = w = 0$, zoodat er geen snelheidspotentiaal voor bestaat. Met die gemiddelde snelheden kan men dan de aberratie niet verklaren en inderdaad, wanneer een uitgestrekte golf evenwijdig aan het xy-vlak zich naar dit vlak voortplant, zullen de punten van het xy-vlak evenwichtsverstoringen van dezelfde phase ontvangen, daar alle elementen der golf zich op dezelfde wijze door den dampkring kunnen voortplanten. De golf wordt dus niet gedraaid.

§ 7. Nadat hij de boven besproken theorie heeft uiteengezet, deelt STOKES eene andere beschouwingswijze mede. *) Wanneer zich (Fig. 4) de golf PQ op de besproken wijze tot $P_1 Q_1$ heeft voortgeplant, zal men PP_1 een element van den *lichtstraal* kunnen noemen, en een volgend element $P_1 P_2$ daarvan wordt op dezelfde wijze gevonden, wanneer men nagaat, hoe gedurende een tweede tijdselement de trillende beweging zich van $P_1 Q_1$ uit voortplant. STOKES bewijst nu, dat, zoodra er een snelheidspotentiaal bestaat, de aaneenschakeling der elementen PP_1, $P_1 P_2$, enz. eene rechte lijn vormt. En, zegt hij nu verder, »the rectilinearity of propagation of a ray of light, which à priori would seem very likely to be interfered with by the motion of the ether produced by the earth or heavenly body moving through it, is the tacit assumption made in the explanation of aberration given in treatises of Astronomy, and provided that be accounted for the rest follows as usual." STOKES schijnt nu van meening te zijn, dat op deze wijze de aberratie verklaard is, ook al is de aether nabij de aarde ten opzichte van deze in beweging. Daarop doelt klaarblijkelijk de laatste der in de vorige § aangehaalde volzinnen.

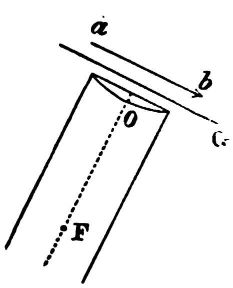
Ik geloof echter dat in de gewijzigde theorie van STOKES (daarmede bedoel ik de theorie in dien vorm, waarin zij eene relatieve beweging van de aarde en den omringenden aether toelaat) de rechtlijnigheid der lichtstralen niet vol-

*) *Papers*, I, p. 138.

doende is voor de verklaring der verschijnselen. Men is, na die rechtlijnigheid bewezen te hebben, even ver als de theorie van FRESNEL reeds aanstonds is, maar ook niet verder. Wanneer de plaats der hemellichamen met eene vizierinrichting bepaald werd (§ 2) zouden geene verdere beschouwingen noodig zijn. Maar wel is dit het geval, nu wij van kijkers gebruik maken en de gewijzigde theorie van STOKES kan evenmin als die van FRESNEL de verschijnselen verklaren, wanneer men aanneemt, dat binnen den kijker alles in relatieve rust is.

Laat aan eenig punt van het aardoppervlak ab (Fig. 7) de richting zijn van de relatieve beweging van den aether ten opzichte van de aarde. Wij kunnen ons dan altijd eene ster in zoodanige richting geplaatst denken, dat de lichtgolven, die zij ons toezendt, na tengevolge van de aetherbeweging de in § 4 besproken draaiing ondergaan te hebben, ten slotte de aarde bereiken met eene richting G, evenwijdig aan ab. Plaatsen wij nu een kijker, waarvan het objectief aan de voorzijde door een plat vlak begrensd is, met zijne as loodrecht op G. De verschillende punten van dat voorvlak worden dan steeds door evenwichtsverstoringen van dezelfde phase getroffen, en wanneer nu alles in den kijker in relatieve rust is, moet de lichtbeweging noodzakelijk in het hoofdbrandpunt F van het objectief geconcentreerd worden en dat onverschillig, welke richting de *lichtstraal* buiten den kijker moge hebben. Met den kijker waarnemende zullen wij dus de ster in eene richting, loodrecht op G, zien, en eene aberratie bemerken, die afhangt van de draaiing, waardoor de lichtgolven de richting G verkregen hebben, eene aberratie dus, die met de waargenomene slechts dan zou overeenstemmen, wanneer de aether nabij de aarde zich niet daar langs bewoog.

Fig. 7.



Er moet dus weêr eene nevenonderstelling worden gemaakt, en daar het geval veel overeenkomst vertoont met

het vroeger (§ 3) bij de theorie van FRESNEL besprokene, lag het voor de hand te beproeven, of niet de hypothese, die FRESNEL omtrent het meêsleepen der lichtgolven door de ponderabele stof maakte, mutatis mutandis in de gewijzigde theorie van STOKES overgebracht, de zwarigheid kan wegnemen.

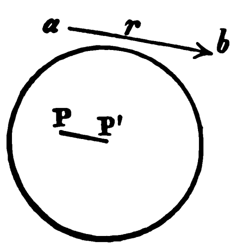
§ 8. Dit bleek mij inderdaad het geval te zijn, en zoo kwam ik er toe, eene theorie van de aberratie en daarmede samenhangende verschijnselen op te stellen, die, uit de gewijzigde theorie van STOKES ontstaan, die van FRESNEL als een bijzonder geval in zich bevat. De mededeeling dier meer algemeene theorie kan, dunkt mij, haar nut hebben, daar er uit blijkt, wat noodzakelijk met het oog op de waargenomen verschijnselen moet worden aangenomen en wat niet.

Ik stel mij dan voor, dat de aether, die de aarde omringt, in beweging is op eene wijze, die onbepaald kan worden gelaten, behoudens de onderstelling, dat er een snelheidspotentiaal is. Bestaat ergens eene relatieve beweging van den aether ten opzichte van de aarde dan zal ik aannemen, dat in doorschijnende ponderabele stoffen de vrije aether, tusschen hunne moleculen aanwezig, aan die relatieve beweging deelneemt, zoodat buiten en binnen zoodanige stof de snelheidscomponenten van den aether door dezelfde doorloopende functiën van de coördinaten kunnen worden voorgesteld en ook de snelheidspotentiaal eene doorloopende functie is. Omtrent het gedrag in ondoorschijnende lichamen behoeven wij ons aan geene onderstelling te binden; wij mogen aannemen, dat de aether zich daarin gedraagt evenals in doorschijnende stoffen, maar ook, dat hij met betrekking tot de moleculen van een ondoorschijnend lichaam in rust is. De zaak kan ook als volgt worden uitgedrukt. Denken wij ons uit de toestellen, waarmede wij werken, en uit de ruimte, waarin zij geplaatst zijn, eerst alle doorschijnende lichamen weggenomen. Wij kunnen ons dan dezen of genen bewegingstoestand van den aether voorstellen, waarbij de ondoorschijnende lichamen òf als ondoordringbare wanden dienst doen, òf

den aether vrij doorlaten, mits slechts buiten die lichamen een snelheidspotentiaal bestaat. Is b. v. de wand eener kijkerbuis ondoordringbaar, dan hebben wij aan te nemen, dat de aether buiten de buis en ook daarbinnen nabij de opening dezelfde beweging bezit, die eene onsamendrukbare vloeistof zonder wrijving zou aannemen, wanneer de buis daarin verplaatst werd. Wanneer wij nu vervolgens de doorschijnende lichamen weêr op hunne plaats gesteld denken, moeten wij ons voorstellen, dat daardoor aan de beweging van den aether geene verandering wordt gebracht, in dien zin, dat de intermoleculaire aether in deze lichamen zich juist zoo beweegt als eerst de op dezelfde plaats aanwezige vrije aether.

Eindelijk maak ik eene onderstelling omtrent de wijze, waarop zich in eene ponderabele stof, door welke zich de aether beweegt, het licht voortplant. De relatieve snelheid van de ponderabele stof ten opzichte van den aether zal in het algemeen van punt tot punt veranderen, maar van die verandering kan men binnen een volume-element afzien. Laat Fig. 8 op zulk een element betrekking hebben. Men denke zich deze figuur met betrekking tot den aether in rust, zoodat de ponderabele stof zich door de figuur verplaatst. Laat dit in de richting ab met de snelheid r geschieden. Zij A weêr de snelheid, waarmede het licht zich zou voortplanten, wanneer de ponderabele stof ten opzichte van den aether in rust was. In dit laatste geval zou van eenig trillingsmiddelpunt uit de lichtbeweging zich gedurende den tijd dt naar alle zijden over een afstand $A\,dt$ voortplanten. Ik onderstel nu, dat in het geval, dat wij thans beschouwen, de van P uitgaande bolvormige elementaire golf met den straal $A\,dt$ wordt meêgesleept met eene snelheid, die een bepaald gedeelte is van de snelheid r der ponderabele stof en door kr kan worden voorsteld, zoodat, wanneer PP' evenwijdig aan ab wordt getrokken en $= kr\,dt$ wordt ge-

Fig. 8.



maakt, om P' de bol met den straal $A\,d\,t$ moet worden beschreven. Natuurlijk zal zoowel de aether als de ponderabele stof aan de lichtbeweging deelnemen; de bedoeling der onderstelling is eenvoudig deze, dat indien op den tijd t eene evenwichtsverstoring gevonden wordt in den aether en de ponderabele stof, die dan in het punt P der figuur zijn, die evenwichtsverstoring op den tijd $t + d\,t$ aangetroffen wordt in den aether en de ponderabele stof, die zich dan in de punten van het bolloppervlak S bevinden.

De onderstelling is overigens geene andere dan die van Fresnel; wel is waar nam deze aan, dat de aether in rust is en alleen de ponderabele stof zich beweegt, maar men kan aan het geheele stêlsel eene willekeurige snelheid meêdeelen zonder iets aan de beweging der lichtgolven, relatief ten opzichte van den aether, te veranderen. De hypothese van Fresnel gaat dan onmiddellijk in de boven gemaakte over.

Voor den meêsleepings-coëfficiënt k zullen wij ook dezelfde waarde aannemen als Fresnel; wij stellen nl.:

$$k = 1 - \frac{1}{n^2},$$

wanneer n de absolute brekingsindex van het beschouwde medium in den toestand van rust is.

Het zal nu blijken, dat men uit de medegedeelde onderstellingen het verschijnsel der aberratie en verschillende andere, die daarmede in verband staan, verklaren kan. In de theorie, die men aldus verkrijgt, is die van Fresnel begrepen, want een toestand van rust is een bijzonder geval van een bewegingstoestand met een snelheidspotentiaal; men heeft den laatsten slechts $= 0$, of standvastig te stellen. Maar ook op het geval, dat aan eenig deel van het aardoppervlak de aether geheel dezelfde snelheid heeft als de aarde zelf (aan alle punten der aarde is dit, zooals wij zagen, onmogelijk) zijn de volgende beschouwingen van toepassing; de theorie omvat dus ook de oorspronkelijke van

Stokes, voor zoover deze kan aangenomen worden. Alleen zou in dit geval, wegens de relatieve rust van den aether en de ponderabele stof, de hypothese omtrent het meêsleepen der lichtgolven door deze laatste gemist kunnen worden.

§ 9. Bij de toepassing der gemaakte onderstellingen zullen wij, althans in de eerste §§, de snelheden van den aether en van de ponderabele stof als zoo klein ten opzichte van de lichtsnelheid A beschouwen, dat wij slechts de eerste machten ervan behoeven te behouden. Inderdaad zullen die snelheden steeds voorkomen door A gedeeld, of in termen, die door optelling of aftrekking verbonden zijn met andere, welke A bevatten. De snelheid van de ponderabele stof zal echter niet anders zijn dan die der aarde, n die van den aether zal van dezelfde orde zijn; daar de nelheid, waarmede de aarde haren loop om de zon volrengt, ongeveer 10000-maal kleiner is dan de lichtsnelheid zullen de termen, die wij weglaten, op de meeste verschijnselen geen waarneembaren invloed kunnen hebben. In § 26 zullen wij intusschen de termen van de tweede orde moeten behouden.

Daar gedurende den tijd, dien het licht behoeft, om uit de ruimte buiten de aarde, waar de aether in rust is, tot het oog van den waarnemer door te dringen, de beweging der aarde om de zon niet merkbaar in richting en snelheid verandert, zullen wij de beweging der aarde steeds vervangen door eene gelijkmatige langs de raaklijn aan de baan.

Van de aswenteling der aarde zullen wij geheel afzien; een punt aan den aequator bezit daarbij eene snelheid, die 650.000-maal kleiner is dan die, waarmede het licht zich voortplant.

Het onderzoek wordt voorts in hooge mate vereenvoudigd, wanneer wij steeds de relatieve bewegingen ten opzichte van de aarde beschouwen *). Alle ponderabele stof is dan

*) Op de vereenvoudiging, die hierdoor ontstaat, werd vooral door Veltmann, t. a. p., de aandacht gevestigd.

in de gevallen, die wij behandelen zullen, in relatieve rust; de aether daarentegen beweegt zich, bij de onderstelling van FRESNEL met eene snelheid, gelijk en tegengesteld aan die der aarde, bij onze opvatting op eene meer ingewikkelde wijze. De vraag, of er nu ook voor deze relatieve beweging van den aether een snelheidspotentiaal is, kunnen wij aanstonds bevestigend beantwoorden door de overweging, dat het bestaan daarvan medebrengt, dat de volume-elementen van den aether niet wentelen. Doen zij dat niet bij hunne absolute beweging, dan zullen zij het evenmin doen, wanneer wij aan den geheelen aether eene zelfde snelheid, overal in dezelfde richting toekennen, dus ook niet, wanneer wij, ten einde de thans verlangde relatieve beweging te verkrijgen, die toe te voegen snelheid gelijk en tegengesteld aan die der aarde maken.

Overeenkomstig het boven gezegde zullen wij ons voortaan voorstellen, dat de figuren aan de beweging der aarde deelnemen, en zal een coördinatenstelsel gebezigd worden, dat dit eveneens doet. Den snelheidspotentiaal voor de relatieve beweging noemen wij φ, de snelheidscomponenten u, v, w, zoodat:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

is. De snelheid zelf zal ϱ genoemd worden; zij heeft dezelfde grootte als r in Fig. 8, maar de tegengestelde richting.

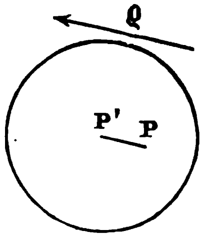
Klaarblijkelijk zal de beweging van den aether stationair, d. w. z. in een bepaald punt onzer figuren voortdurend dezelfde zijn. Derhalve zijn φ, u, v, w, ϱ functiën van x, y, z, maar niet van t.

Neemt men de onderstelling van FRESNEL aan, dan wordt φ eene lineaire functie van x, y, z.

§ 10. Wij hebben nu ook aan Fig. 8, die met betrekking tot een volume-element van den aether in rust is, eene wijziging aan te brengen, want wij wenschen de figuur thans met betrekking tot de aarde te doen rusten. Wanneer wij

het punt P, dat op den tijd t betrekking heeft, dezelfde plaats laten behouden, moeten wij aan het deel der figuur, dat voor den tijd $t + dt$ geldt, eene verplaatsing $\varrho\, dt$ geven in de richting, waarin zich de aether ten opzichte van de aarde beweegt. Aldus ontstaat Fig. 9. Terwijl in Fig. 8 het middelpunt van den bol van P uit in de richting van r verschoven is over een afstand $k\, r\, dt$, is het in Fig. 9 in de richting van ϱ verschoven over den afstand $(1 - k)\, \varrho\, dt =$ $= \varkappa\, \varrho\, dt$, wanneer wij

Fig. 9.



$$\varkappa = \frac{1}{n^2}$$

stellen.

Ook deze grootheid kunnen wij »meêsleepingscoëfficiënt" noemen. Even goed toch als men bij de beschouwing der relatieve bewegingen ten opzichte van den aether kan spreken van het medevoeren der lichtgolven door de ponderabele stof, even goed kan men, wanneer men op de relatieve bewegingen ten opzichte van de laatste zijne aandacht vestigt, zeggen, dat de lichtgolven door den aether worden meêgesleept.

Bij afwezigheid van ponderabele stof, in den vrijen aether, nemen natuurlijk de lichtgolven geheel aan de aetherstroomingen deel; daar is dus $k = 0$, $\varkappa = 1$.

§ 11. De lichtbeweging, die van een hemellichaam, dat wij ons in rust zullen denken, uitgaat, kan natuurlijk het best met betrekking tot een eveneens stilstaand coördinatenstelsel beschreven worden; wanneer wij nu willen onderzoeken, wat er in de nabijheid der aarde met die beweging geschiedt, en daarbij de methode van § 9 willen volgen, is de overgang tot een coördinatenstelsel, dat met de aarde meêgaat, noodzakelijk.

Laat x', y', z' betrekking hebben op de vaste, x, y, z op de bewegelijke coördinaatassen, en laat deze zoo gekozen

worden, dat wanneer de aarde zich met de snelheid g voortbeweegt,

$$x' = x + gt, \quad y' = y, \quad z' = z$$

is. Laat voorts eene lichtbeweging, die door eene ster wordt uitgezonden, in de nabijheid der aarde, maar toch nog op zoo grooten afstand daarvan, dat de aether er in rust is, worden voorgesteld door de vergelijking

$$\omega = a \cos 2\pi N\left[t - \frac{x' \cos\alpha + y' \cos\beta + z' \cos\gamma}{A} + \delta\right], \quad . \; . \; (1)$$

waarin ω de evenwichtsverstoring voorstelt, N het aantal trillingen per tijdseenheid, α, β, γ de hoeken, die de voortplantingsrichting met de positieve assen vormt. Die lichtbeweging kan dan ook worden voorgesteld door de vergelijking

$$\omega = a \cos 2\pi N'\left[t - \frac{x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma}{A'} + \delta\right], \quad . \; . \; (2)$$

wanneer wij

$$N\left(1 - \frac{g \cos\alpha}{A}\right) = N' \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

en

$$A - g \cos\alpha = A' \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

stellen. In een punt met bepaalde coördinaten x, y, z, dat zich dus met de aarde mede beweegt, zal de evenwichtsverstoring niet N, maar N' maal in de seconde alle phasen doorloopen. Deze wijziging van het trillingsgetal komt overeen met die, waartoe het beginsel van DOPPLER voert.

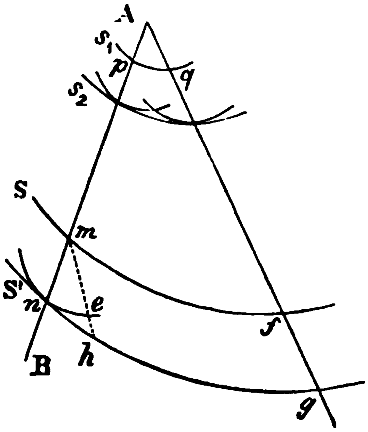
De grootheid A' is de relatieve snelheid der lichtgolven met betrekking tot de aarde. Dat zij de boven aangegeven waarde heeft had men ook aanstonds kunnen zeggen.

Wij zullen van nu af steeds de beschouwingswijze van

§ 9 toepassen. Bij het onderzoek van hetgeen er verder met de lichtbeweging gebeurt, zouden wij van de vergelijking (2) kunnen uitgaan en daaruit de uitdrukkingen kunnen afleiden. die de evenwichtsverstoringen voorstellen in de meer nabij de aarde gelegen punten, waar de aether in beweging is. Die uitdrukkingen zouden nevens x, y, z den tijd steeds zoo bevatten, dat zij periodieke functiën daarvan met de periode $\frac{1}{N'}$ zijn. Voor de beschouwingen van de volgende §§ zullen wij intusschen vooral dit noodig hebben, dat bij den door (2) voorgestelden bewegingstoestand de golffronten platte vlakken zijn, loodrecht op de door α, β, γ bepaalde richting, in welke de ster zich werkelijk ten opzichte van de aarde bevindt.

§ 12. Het grondbeginsel van Huygens kan ons, op dezelfde wijze als in § 4, dienen, om te onderzoeken, hoe zich van een dergelijk plat golffront uit, of ook in elk ander geval, de lichttrillingen uitbreiden in eene ruimte, waarvoor de onderstellingen van § 8 worden aangenomen. Wij zullen ons in die ruimte eene ponderabele stof aanwezig denken, die homogeen is, zoodat de meësleepingscoëfficiënt $\varkappa$ overal dezelfde waarde heeft; bestaat zoodanige stof niet, en hebben wij dus met de beweging in den vrijen aether te doen (of in de lucht, wanneer wij van de straalbreking in den dampkring willen afzien) dan hebben wij slechts $\varkappa = 1$ te stellen.

Fig. 10

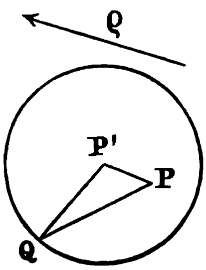


Beschouwen wij nu vooreerst de uitbreiding eener lichtbeweging van uit een punt A (Fig. 10), hetzij dat de daar aanwezige ponderabele stof zelf trillingen uitzendt, hetzij dat de aether en, als zij er is, de ponderabele stof in A de lichtbeweging van elders ontvangen. Eene van A uitgaande evenwichtsverstoring zal zich

na een oneindig kleinen tijd uitgebreid hebben over het oppervlak eener elementaire golf s_1, zooals wij die in § 10 besproken hebben. Van de punten p, q, enz. daarvan gaan gedurende een volgend tijdselement nieuwe elementaire golven uit en het omhullend oppervlak s_2 dezer laatste is het nieuwe golffront. Aldus voortredeneerende vindt men alle achtereenvolgende standen van een golffront, dat zich rondom A uitbreidt; S en S' zijn twee willekeurige onder deze standen, op oneindig kleinen afstand van elkander gelegen.

Elk punt B, waar ook gelegen, wordt eenmaal door de van A uitgaande lichtbeweging bereikt en wij kunnen de vraag stellen, welke tijd daarvoor noodig is.

Fig. 11.



Om dien te bepalen beschouwen wij in Fig. 11 nog eenmaal de reeds in Fig. 9 voorgestelde elementaire golf, die zich in den tijd dt rondom P vormt. De evenwichtsverstoring komt in eenig punt Q daarvan op zoodanig tijdstip aan, dat het is, alsof zij zich langs de rechte lijn PQ met de snelheid

$$B = \frac{PQ}{dt}$$

had voortbewogen. Wanneer wij nu den hoek, dien PQ met de richting der snelheid ϱ, dus met PP' maakt, ϑ noemen, hebben wij

$$P'Q^2 = PQ^2 - 2\,PQ \times PP' \cos\vartheta + PP'^2,$$

of, na deeling door dt^2

$$A^2 = B^2 - 2\,B\,\varkappa\,\varrho\cos\vartheta + \varkappa^2\varrho^2,$$

derhalve, wanneer wij ons tot de eerste macht van ϱ bepalen,

$$B = A + \varkappa\,\varrho\cos\vartheta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

en wanneer wij ook de tweede in aanmerking willen nemen,

$$B = A + \varkappa\,\varrho\cos\vartheta - \frac{\varkappa^2\varrho^2}{2A}\sin^2\vartheta. \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Voorloopig zal de eerste uitdrukking gebezigd worden. De daardoor voorgestelde snelheid hangt van de richting van PQ af; zij is bovendien voor elementen van dezelfde richting, van uit verschillende punten der ruimte getrokken, ongelijk, zoodra ϱ in die punten niet dezelfde richting en grootte heeft.

In Fig. 10 kunnen wij thans opmerken, dat de punten van twee op elkaâr volgende golffronten S en S' twee aan twee zoo bij elkander behooren, dat het eene op S gelegen punt m als het trillingsmiddelpunt te beschouwen is voor eene elementaire golf, die in het tweede punt n door S' wordt aangeraakt. Wij zullen dergelijke punten m en n, of f en g *geconjugeerde* punten noemen. Voor alle verbindingslijnen van geconjugeerde punten, die men tusschen S en S' kan trekken, is de tijd, dien eene lichtbeweging behoeft, om ze met de snelheid B (die in den regel voor elke dezer lijnen weer eene andere waarde zal hebben) te doorloopen, dezelfde, en die tijd is niet anders dan de tijd, waarin het golffront zich van S naar S' verplaatst. Daarentegen zal voor elke tusschen S en S' getrokken rechte lijn, die niet twee geconjugeerde punten verbindt, b.v. de lijn mh, de tijd, dien de lichtbeweging behoeven zou om de lijn met de snelheid B af te leggen, langer zijn dan de bovengenoemde. Want mh zal het oppervlak der bij m behoorende elementaire golf ergens in e, binnen S' snijden, en dan is reeds voor me de bedoelde tijd dezelfde als voor mn.

Wij kunnen ons nu tusschen A en B een groot aantal lijnen getrokken denken. Onder deze zal er eene, en ook slechts ééne zijn, die alle tusschen de beide punten gelegen golffronten in geconjugeerde punten snijdt, en het doorloopen van deze lijn, overal met de snelheid B, zal korteren tijd vereischen, dan het doorloopen van elke andere lijn, die geheel of ten deele uit elementen bestaat, welke niet geconjugeerde punten van op elkâar volgende golffronten verbinden. Die in den kortsten tijd doorloopen lijn zal ik *lichtstraal* noemen (zonder daarbij voor het oogenblik nog aan eene physische beteekenis dier lijn te denken); de tijd voor het doorloopen van zulk een lichtstraal met de snelheid B

vereischt, is dan de tijd noodig voor de uitbreiding der golven van A tot B.

De gedaante van den lichtstraal kan uit het gezegde gemakkelijk worden afgeleid. Zij $d\,s$ een element van eene der van A naar B getrokken lijnen, en ϑ de hoek, dien dit element met de snelheid ϱ van den aether in zijne onmiddellijke omgeving maakt, dan is de tijd, noodig om dit element te doorloopen,

$$\frac{d\,s}{B} = \frac{d\,s}{A + \varkappa\,\varrho\cos\vartheta} = \frac{d\,s}{A} - \frac{\varkappa\,\varrho\cos\vartheta\,d\,s}{A^2},$$

en de tijd, vereischt voor het doorloopen der geheele lijn, waarvan wij de lengte l zullen noemen:

$$\int\frac{d\,s}{B} = \frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2}\int\varrho\cos\vartheta\,d\,s.$$

In de laatste integraal is $\varrho\cos\vartheta$ de snelheid van den aether in de richting van $d\,s$, en kan dus, daar er een snelheidspotentiaal φ bestaat, door $\frac{\partial\varphi}{\partial s}$ worden voorgesteld. Daaruit volgt echter voor de waarde der integraal $\varphi_B - \varphi_A$, wanneer wij met de indices A en B de waarden van den snelheidspotentiaal in A en B onderscheiden.

Voor al de lijnen, tusschen A en B getrokken, is nu in de uitdrukking voor den beschouwden tijd

$$\frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2}(\varphi_B - \varphi_A)$$

de laatste term dezelfde. Voor den lichtstraal moet dus de eerste term, derhalve l een minimum worden, zoodat hij een rechte lijn is.

Deze uitkomst, die ook door STOKES, voor het geval, dat $\varkappa = 1$ is, langs anderen weg werd verkregen, geldt eveneens, wanneer de trillingen zich niet van een enkel punt A uitbreiden, maar wanneer wij met een golffront S_1 van

dezen of genen vorm beginnen. Is S_2 een der latere standen van dit golffront, en $A\,B$ eene lijn, die S_1, S_2 en alle daartusschen gelegen standen van het golffront in geconjugeerde punten snijdt, dan vindt men weer door dezelfde redeneering als boven, dat de tijd voor het doorloopen met de snelheid B vereischt, voor $A\,B$ kleiner is dan voor elke andere lijn tusschen A en B, en daaruit volgt op nieuw, dat $A\,B$ eene rechte lijn is

§ 13. Dergelijke beschouwingen als die van de vorige § kunnen ook dienen, om de verandering in richting te onderzoeken, die een lichtstraal bij den overgang uit de eene middenstof in de andere ondergaat. Wij denken ons daarbij aan weerszijden van een willekeurig grensvlak V twee verschillende ponderabele stoffen, die beide homogeen zijn, zoodat de voortplantingssnelheid A en de meêsleepingscoëfficiënt $\varkappa$ in de eerste stof overal dezelfde waarden A_1 en $\varkappa_1$, en eveneens in de tweede stof overal dezelfde waarden A_2 en $\varkappa_2$ hebben. Het geval, dat aan de eene zijde van V de vrije aether aanwezig is, is in het hier onderstelde algemeene geval begrepen.

Van eenig golffront uit, waarvan het gedeelte, dat wij te beschouwen hebben, nog geheel in het eerste medium ligt, plante zich nu de lichtbeweging naar het grensvlak voort. Het beginsel van Huygens stelt ons dan weer in staat den voortgang der golven met oneindig kleine stappen te volgen, en wij kunnen dat zelfs doen, — men denke slechts aan de gewone verklaring der breking uit de undulatietheorie — nadat zij reeds ten deele in het tweede medium zijn doorgedrongen. In dit laatste geval bestaat het geheele golffront uit twee in de twee middenstoffen gelegen deelen, die het grensvlak in dezelfde lijn ontmoeten, maar overal langs die lijn een zekeren hoek met elkander vormen, en in den regel verschillende gedaante zullen hebben. Wij zullen echter die beide deelen te zamen één golffront noemen. Daarbij kunnen wij het in het midden laten, of het te beschouwen stuk van dit golffront door het grensvlak V gesneden wordt in ééne enkele lijn, die de randen van dat stuk ontmoet, of in ééne lijn, die in

zichzelf terugkeert, of eindelijk in twee of meer lijnen van den eenen of den anderen aard. Het eerste geval doet zich b.v. voor, wanneer eene begrensde, geheel of nagenoeg platte golf schuin op een plat grensvlak valt, het tweede geval wanneer zulk een grensvlak wordt getroffen door eene geheel of ten naaste bij bolvormige golf, terwijl een cilindrisch grensvlak door eene aankomende platte golf in twee lijnen kan gesneden worden.

In elk geval echter moet men, ten einde uit een der standen S van het geknikte golffront den stand S' af te leiden, dien het na den tijd $d\,t$ inneemt, twee- of strikt genomen drieërlei elementaire golven construeeren. Vooreerst rondom de punten van S, die reeds in de tweede middenstof liggen, elementaire golven, gelijk die in § 10 zijn besproken, met inachtneming van de waarden A_2 en $\varkappa_2$, die voor het tweede medium gelden. Het omhullende oppervlak van deze elementaire golven levert bijna het geheele deel van S', dat in de tweede stof is gelegen; er ontbreekt alleen aan dat deel eene kleine uitgestrektheid, in de onmiddellijke nabijheid van het grensvlak. Ten tweede hebben wij dergelijke elementaire golven als de zooeven genoemde, maar met de waarden van A en $\varkappa$, zooals zij in het eerste medium zijn, te beschrijven rondom alle punten van S, die in dat medium liggen, voor zoover namelijk die punten ver genoeg van het grensvlak verwijderd zijn, om de elementaire golven, die er bij behooren, nog geheel binnen het eerste medium te doen vallen. Dat omhullende oppervlak is tot op een zeer kleinen afstand van V het deel van S', dat in de eerste middenstof ligt.

Er zijn nu echter eenige punten van S nog niet gebruikt, die nl., welke zoo nabij het grensvlak liggen, dat de evenwichtsverstoring, welke van die punten uitgaat, reeds in den tijd $d\,t$ het grensvlak overschrijdt. Rondom deze punten zouden wij eene derde groep van elementaire golven kunnen construeeren, die dan door het nog ontbrekende deel van S' aangeraakt zouden worden. Zulke elementaire golven zijn in § 10 niet besproken, maar wij hebben ze ook niet noodig om het nieuwe golffront S' te leeren kennen. Want de be-

schouwing der elementaire golven, die geheel in het eerste of in het tweede medium liggen, laat slechts eene oneindig smalle strook van S' nabij het grensvlak onbepaald en wij kunnen die leemte aanvullen door elk der reeds gevonden deelen van S' door eene aaneenschakeling van oneindig kleine platte vlakken, die zich aan de richting van het reeds gevonden oppervlak aansluiten, tot aan het grensvlak te verlengen.

Men kan overigens de constructie zoo inrichten, dat men een der deelen van S' aanstonds tot aan het grensvlak leert kennen. Al valt nl. de elementaire golf, die zich in den tijd $d\,t$ rondom een der punten van S uitbreidt, gedeeltelijk in het tweede medium, dit heeft op den vorm van het deel ervan, dat nog in het eerste medium ligt, geen invloed. Derhalve kunnen wij ook nog elementaire golven van den in § 10 aangegeven aard in het eerste medium beschrijven rondom die punten van S, die ver genoeg van het grensvlak verwijderd zijn, om het aanrakingspunt der elementaire golven met het omhullende oppervlak binnen of juist op de grens van het eerste medium te doen vallen. Aldus vindt men echter het *geheele* in dat medium gelegen deel van S'.

De punten van twee op elkander volgende golffronten zijn nu weêr, evenals in de vorige §, twee aan twee geconjugeerd, en wanneer wij ons bepalen tot die geconjugeerde punten, die òf beide in de eerste, òf beide in de tweede middenstof liggen, kunnen wij zeggen, dat alle rechte lijnen, die twee geconjugeerde punten verbinden, onverschillig of zij in de eerste of in de tweede stof liggen, met de in § 12 aangegeven snelheid B in denzelfden tijd doorloopen worden.

Wanneer wij echter eene oneindig kleine rechte lijn trekken tusschen twee niet geconjugeerde punten van S en S', maar weêr zoo, dat zij geheel in hetzelfde medium ligt, zal voor het doorloopen van die lijn met de snelheid B een langere tijd vereischt worden dan voor het doorloopen van eene lijn, die twee geconjugeerde punten verbindt.

Wij kunnen thans van een punt A van het eerste medium

uit eene lijn trekken, die steeds, ook na haren overgang in de tweede middenstof, geconjugeerde punten vereenigt. Zij B het punt, waar die »lichtstraal" het grensvlak treft, en C een der punten, die hij aan gene zijde daarvan bereikt. Wanneer wij dan tusschen A en C eenige andere lijn trekken, die b. v. in B' het grensvlak snijdt (en daar evenals $A\,B\,C$ eene richtingsverandering kan ondergaan) zal voor het doorloopen van $A\,B\,C$ overal met de snelheid B minder tijd vereischt worden dan voor het doorloopen van $A\,B'\,C$. Om dit in te zien, heeft men slechts tusschen A en C oneindig vele golffronten aan te brengen, daarbij zorg dragende, dat er een door B en een door B' gaat, en op te merken, dat althans niet alle elementen van $A\,B'\,C$ geconjugeerde punten van op elkander volgende golffronten vereenigen.

De lichtstraal is dus onder alle wegen tusschen A en C die, welke met de snelheid B in den kortsten tijd doorloopen wordt. Daaruit volgt, overeenkomstig het in de vorige § besprokene, dat hij uit twee rechte lijnen bestaan moet, en wij kunnen dus zeggen, dat B die stand van het veranderlijke punt B' is, waarbij de tijd voor het afleggen van de gebroken lijn $A\,B'\,C$ een minimum wordt.

Volgens de formules der vorige § is de tijd, voor het doorloopen van $A\,B'$ noodig:

$$\frac{A\,B'}{A_1} - \frac{\varkappa_1}{A_1^2}\,(\varphi_{B'} - \varphi_A) \,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (7)$$

en die, welke voor $B'\,C$ vereischt is,

$$\frac{B'\,C}{A_2} - \frac{\varkappa_2}{A_2^2}\,(\varphi_C - \varphi_{B'}) \,,\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (8)$$

in welke beide uitdrukkingen $\varphi_{B'}$ dezelfde beteekenis heeft, daar de snelheidspotentiaal volgens onze onderstelling eene doorloopende functie is.

De som van (7) en (8) kan zeer eenvoudig worden voorgesteld wegens de waarde, die wij in § 10 voor den meê-

sleepings-coëfficiënt aannamen. Stellen wij nl. de absolute brekingsindices van de beide middenstoffen door n_1 en n_2 voor, dan is:

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = n_2^2 : n_1^2 ,$$

terwijl men bovendien weet, dat

$$A_1 : A_2 = n_2 : n_1 .$$

Daaruit volgt echter:

$$\frac{\varkappa_1}{A_1^2} = \frac{\varkappa_2}{A_2^2} .$$

Wij kunnen er bijvoegen, dat de breuk $\frac{\varkappa}{A^2}$ voor *alle* isotrope middenstoffen dezelfde waarde heeft. Duiden wij deze door μ aan, dan is de som van (7) en (8):

$$\frac{A\,B'}{A_1} + \frac{B'\,C}{A_2} - \mu\,(\varphi_C - \varphi_A) .$$

Daar nu de laatste term onafhankelijk is van de ligging van B', moet eenvoudig

$$\frac{A\,B'}{A_1} + \frac{B'\,C}{A_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

een minimum worden, wanneer B' den stand B heeft. Daaruit volgt echter, dat $A\,B$ en $B\,C$ met de normaal op het grensvlak in B in één plat vlak liggen, en dat de sinussen der hoeken, die zij met deze normaal maken, tot elkander staan als A_1 en A_2. Het eenvoudige wiskundige bewijs hiervoor kan ik hier achterwege laten. Ik kan volstaan met de opmerking, dat uit (9) alles, wat op de beweging van den aether ten opzichte van de ponderabele stof betrekking heeft, verdwenen is. Ook wanneer alles in rust is wordt de wijze, waarop de straal uit de eene stof in de andere over-

gaat, bepaald door de voorwaarde, dat (9) een minimum wordt; men weet echter, dat in dit geval de wetten van SNELLIUS gelden.

Dat deze wetten voor de relatieve stralen ook dan gelden, wanneer de aether zich ten opzichte van de ponderabele stof beweegt, werd, nadat FRESNEL een bijzonder geval had behandeld, in het algemeen het eerst door STOKES in zijne verhandeling over FRESNEL's aberratie-theorie en later door VELTMANN aangetoond. Beiden gingen echter bij hun bewijs, dat in een anderen vorm gekleed was dan het bovenstaande, van de grondstelling van FRESNEL uit. Uit de hier medegedeelde beschouwing blijkt, dat de gewone wetten der breking eveneens blijven gelden bij onze meer algemeene opvatting. Deze uitkomst kan intusschen slechts verkregen worden, wanneer men aan den meêsleepingscoëfficiënt dezelfde waarde toekent als FRESNEL. Want het gegeven bewijs vervalt, wanneer niet uit de som van (7) en (8) $\varphi_{B'}$ verdwijnt. En dit laatste heeft alleen dan plaats, wanneer $\frac{\varkappa_1}{A_1^2} = \frac{\varkappa_2}{A_2^2}$, d. w. z. wanneer voor verschillende middenstoffen $\varkappa$ omgekeerd evenredig is met n^2, wanneer dus die grootheid, daar zij in den vrijen aether $= 1$ moet zijn, in elke andere middenstof de waarde $\frac{1}{n^2}$ heeft.

Dat voor de relatieve lichtstralen ook de gewone wetten der terugkaatsing gelden kan op dezelfde wijze worden aangetoond. Want ook wanneer eene lichtbeweging teruggekaatst wordt, kan men het golffront in zijn voortgang stap voor stap volgen, waarbij het weêr evenals bij de breking geknikt wordt. Dat hierbij de teruggekaatste golven de invallende doorkruisen doet bij de redeneering niet ter zake.

De analogie met het geval van de breking is zoo volkomen, dat ik verder bij de terugkaatsing niet stil zal staan; ik merk alleen nog op, dat de bewijsvoering voor deze laatste geene bijzondere onderstelling omtrent de waarde van den meêsleepingscoëfficiënt vereischt.

§ 14. Uit het bovenstaande volgt dat ook wanneer het

licht achtereenvolgens eene reeks van middenstoffen doorloopt, de weg der relatieve stralen uit de gewone wetten der breking kan worden afgeleid. Dit zal dus eveneens het geval zijn, wanneer, zoo als bij de straalbreking in den dampkring, de eigenschappen van het medium geleidelijk veranderen; op bekende wijze toch kan men dan van de breking spreken aan eene reeks oppervlakken, op oneindig kleinen afstand van elkander gelegen.

De uitbreiding van lichtgolven in een medium, dat, zooals de dampkring, wel isotroop, maar niet homogeen is, kan ook gemakkelijk rechtstreeks behandeld worden. In zulk eene stof kan men namelijk bij de toepassing van het beginsel van HUYGENS de oneindig kleine elementaire golven nog steeds op de in § 10 aangegeven wijze construeeren; alleen hebben daarbij A en $\varkappa$ in verschillende volume-elementen ongelijke waarden. Ook hier is nu weêr onder alle wegen, die twee punten A en B vereenigen, de lichtstraal, die steeds geconjugeerde punten verbindt, die, welke met de snelheid B in den kortsten tijd doorloopen wordt.

De voor een element ds van eene willekeurige lijn vereischte tijd is echter, evenals in § 12,

$$\frac{ds}{B} = \frac{ds}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial s}\, ds,$$

dus de tijd, voor eene geheele lijn tusschen A en B noodig,

$$\int \frac{ds}{A} - \int \frac{\varkappa}{A^2} \frac{\partial \varphi}{\partial s}\, ds \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Tengevolge van de voor den meêsleepingscoëfficiënt aangenomen waarde, heeft nu $\frac{\varkappa}{A^2}$, hoe ook de eigenschappen van het medium van punt tot punt veranderen mogen, overal dezelfde waarde μ. Men mag dus voor den laatsten term in (10) schrijven

$$\mu\,(\varphi_B - \varphi_A),$$

en daar hij dan voor alle wegen tusschen A en B dezelfde

waarde heeft, verkrijgen wij den lichtstraal, wanneer wij den eersten term van (10)

$$\int \frac{ds}{A} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

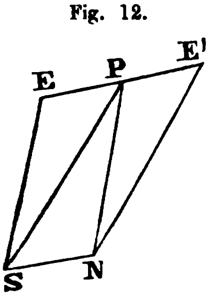
tot een minimum maken.

Deze uitdrukking stelt echter juist den tijd voor, dien, wanneer de aether in rust was ten opzichte van de ponderabele stof, eene evenwichtsverstoring zou behoeven, om een weg van A naar B af te leggen; die tijd zou een minimum worden voor den lichtstraal, zooals hij in dit geval loopen zou. Daar in het geval, dat ons thans bezig houdt, dezelfde uitdrukking (11) voor den relatieven lichtstraal een minimum moet worden, is de loop van dezen laatsten dezelfde als wanneer de aether in rust was.

§ 15. Wanneer men door de eenvoudige wetten, die wij hebben leeren kennen, den loop der relatieve lichtstralen heeft gevonden kan daaruit de gedaante van het golffront in zijne verschillende standen worden afgeleid; tusschen de richting van dit laatste en die van den lichtstraal bestaat een eenvoudig verband.

Wanneer n.l. bij eene der oneindig kleine elementaire golven (Fig. 11) P het trillingsmiddelpunt is, en Q het punt, waar de golf door een golffront wordt aangeraakt, is PQ een element van den lichtstraal en staat $P'Q$ loodrecht op het golffront. Let men op de waarden van PQ, $P'Q$ en PP', dan kan men hieruit het volgende afleiden.

Fig. 12.



Stelt men in eenig punt P (Fig. 12) eene snelheid $PN = A$, loodrecht op het golffront, samen met eene snelheid $PE = \varkappa \varrho$ in de richting, waarin zich de aether ten opzichte van de ponderabele stof beweegt, dan heeft de resultante PS de richting van den lichtstraal en stelt juist de snelheid voor, die wij vroeger B genoemd hebben. Of ook, wanneer men de laatste snelheid $PS = B$ samenstelt met eene snelheid $PE' = \varkappa \varrho$ tegengesteld aan de

richting, waarin zich de aether beweegt, dan wijst de resultante de richting der normaal op het golffront aan.

Uit deze stellingen kunnen verschillende gevolgen worden afgeleid.

a. Wanneer ϑ weer de hoek is, dien PS met PE vormt, dan wordt de hoek ε tusschen den lichtstraal en de normaal op het golffront bepaald door:

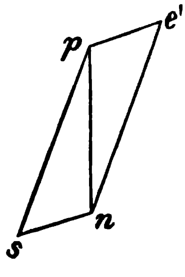
$$\sin \varepsilon = \frac{\varkappa \varrho \sin \vartheta}{A}$$

of, indien men zich bepaalt tot de eerste macht van $\frac{\varrho}{A}$, door

$$\varepsilon = \frac{\varkappa \varrho \sin \vartheta}{A}.$$

b. Trekt men tusschen de standen, die een golffront vóór en na den tijd dt inneemt, eene loodlijn, dan kan de lengte daarvan, gedeeld door dt, de snelheid genoemd worden, waarmede de golven zich voortbewegen. De bedoelde loodlijn wordt gevonden door een tusschen de golffronten gelegen element van den lichtstraal met $\cos \varepsilon$ te vermenigvuldigen; de snelheid der golven is dus $B \cos \varepsilon$. Met verwaarloozing van grootheden van de tweede orde met betrekking tot $\frac{\varrho}{A}$ mag men hiervoor B in de plaats stellen, en in de vroeger verkregen vergelijking $B = A + \varkappa \varrho \cos \vartheta$ onder ϑ ook den hoek verstaan, dien de normaal op de golven met de bewegingsrichting van den aether maakt. Die hoek toch vertoont van ϑ slechts de kleine afwijking ε.

Fig. 13.



Men vergelijke de uitkomst, die wij in § 11 verkregen.

c. Wij kunnen (Fig. 13) een parallelogram $p s n e'$ construeeren, gelijkvormig met $PSNE$ in Fig. 12, maar waarin de zijde ps niet $= B$, maar $= A$ is. De zijde $p e'$ wordt dan

$= \varkappa \varrho \dfrac{A}{B}$, of, tot in grootheden van de eerste orde, weêr $= \varkappa \varrho$. Zet men dus in de richting van den lichtstraal de snelheid A uit en stelt men die samen met eene snelheid $\varkappa \varrho$ tegengesteld aan die, waarmede zich de aether beweegt, dan geeft de resultante weêr de richting der normaal op het golffront aan (maar zij heeft niet meer de waarde A).

d. Zoodra overal in eene middenstof de beweging van den aether bekend is kan bij elken bundel lichtstralen de reeks van golffronten bepaald worden en omgekeerd.

Laat b.v. in eene homogene middenstof rechtlijnige lichtstralen van een enkel punt A uitgaan. Nemen wij dit tot oorsprong van coördinaten. Zij l de afstand van eenig punt (x, y, z) tot A. Dan zijn de componenten van eene snelheid A langs den lichtstraal:

$$\frac{x}{l} A, \quad \frac{y}{l} A, \quad \frac{z}{l} A \; \ldots\ldots\ldots \; (12)$$

en die van de snelheid $\varkappa \varrho$, tegengesteld aan de bewegingsrichting van den aether,

$$-\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad -\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad -\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

De resultante van A en $\varkappa \varrho$ heeft dus de componenten:

$$\frac{x}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{y}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{z}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

of

$$\frac{\partial}{\partial x}(A l - \varkappa \varphi), \quad \frac{\partial}{\partial y}(A l - \varkappa \varphi), \quad \frac{\partial}{\partial z}(A l - \varkappa \varphi),$$

waaruit volgt, dat zij loodrecht staat op het oppervlak

$$A l - \varkappa \varphi = \text{const.} \; \ldots\ldots\ldots \; (13)$$

Daar zij echter loodrecht op het golffront gericht moet zijn, is (13) de vergelijking van dit laatste; de verschillende

standen, die het achtereenvolgens inneemt, worden verkregen door aan de constante verschillende waarden toe te kennen.

Wanneer lichtstralen naar het punt A convergeeren moet men (12) vervangen door

$$-\frac{x}{l}A\,,\quad -\frac{y}{l}A\,,\quad -\frac{z}{l}A\,,$$

zoodat de vergelijking van het golffront wordt:

$$Al + \varkappa\varphi = \text{const.} \qquad (14)$$

De eerste uitkomst volgt ook onmiddellijk uit het in § 12 besprokene. Want, wanneer φ den snelheidspotentiaal in het punt (x, y, z), φ_A dien in het punt A voorstelt, dan wordt de tijd noodig voor de uitbreiding der lichtbeweging van het laatste naar het eerste punt, blijkens de genoemde §

$$\frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2}(\varphi - \varphi_A).$$

Daar nu die tijd voor alle punten van een golffront dezelfde is, heeft men hem slechts = constant te stellen om de vergelijking van dit laatste te verkrijgen. Men komt daardoor tot (13) terug.

Eveneens staat (14) gelijk met de voorwaarde, dat voor alle punten van het golffront de tijd, dien het licht behoeft, om van daar uit A te bereiken, dezelfde is.

Wanneer in de beschouwde ruimte de snelheid van den aether overal dezelfde richting en grootte heeft kan men gemakshalve de x-as in die richting kiezen. Men krijgt dan:

$$\varphi = \varphi_A + \varrho x \qquad (15)$$

en, als ϑ weer de hoek is, dien l met de x-as vormt, gaat (13) over in:

$$l = \frac{C}{A - \varkappa\varrho\cos\vartheta} = \frac{C}{A} + \frac{C}{A^2}\varkappa\varrho\cos\vartheta,$$

waarbij C eene constante is. Dit is de vergelijking van een bol, waarvan de straal de waarde $\frac{C}{A}$ heeft, terwijl het middelpunt op een afstand $\frac{C}{A^2} \varkappa \varrho$ van A ligt, in die richting, naar welke zich de aether beweegt. Alle golffronten zijn dus gelijkvormig met elkander en met de in § 10 besproken elementaire golven; zij hebben het trillingsmiddelpunt tot gelijkvormigheidspunt. Dit alles was te verwachten, want altijd wanneer in eene ruimte de toestand overal dezelfde is, zoodat elementaire golven overal dezelfde gedaante hebben, zullen ook eindige golven, die zich rondom een punt uitbreiden, denzelfden vorm als de elementaire golven vertoonen.

De vergelijking (14) gaat door de onderstelling (15) over in

$$l = \frac{C}{A} - \frac{C}{A^2} \varkappa \varrho \cos \vartheta ;$$

derhalve zal bij lichtstralen, welke in een punt A samenkomen, het golffront op nieuw een bol zijn, maar thans is, als de straal $\frac{C}{A}$ is, het middelpunt op den afstand $\frac{C}{A^2} \varkappa \varrho$ van A gelegen in eene richting, tegengesteld aan die, in welke de aether zich beweegt. De achtereenvolgende standen van het golffront zijn weer gelijkvormig met het vereenigingspunt A der stralen tot gelijkvormigheidspunt en het is dit punt, waarin zich de bolvormige golf samentrekt.

Heeft de aether niet overal dezelfde bewegingsrichting en snelheid, dan mag dit toch voor eene oneindig kleine ruimte steeds worden aangenomen; in het algemeen dus zullen, als de lichtstralen naar één punt convergeeren, de golven in de onmiddellijke nabijheid daarvan den zooeven besproken vorm hebben. Vereeniging der lichtstralen in één punt sluit derhalve steeds eene werkelijke concentratie der lichtbeweging in dat punt in zich.

§ 16. Keeren wij thans terug tot het in § 11 besprokene, en beschouwen wij vooreerst de door het hemellichaam uitgezonden lichtbeweging weer op zoo grooten afstand van de aarde, dat de aether er nog in rust is. Reeds daar kunnen wij de relatieve lichtstralen invoeren; de richting dezer laatste volgt met behulp van het in de vorige § gezegde uit den stand van het golffront. Dit staat (§ 11) loodrecht op de richting, waarin de ster werkelijk geplaatst is. Om derhalve voor dit geval Fig. 12 te construeeren hebben wij PN in de richting te trekken, in welke het licht werkelijk tot ons komt en gelijk te maken aan de snelheid van het licht in de hemelruimte; PE echter moet dezelfde grootte maar de tegengestelde richting hebben als de snelheid der aarde. Want daar wij thans de lichtbeweging in een punt beschouwen, zoo ver van de aarde, dat de aether er nog in rust is, is de relatieve snelheid van den aether gelijk en tegengesteld aan de snelheid der aarde; bovendien hebben wij in den vrijen aether $\varkappa = 1$ te stellen.

De aldus geconstrueerde figuur komt echter geheel overeen met die, welke in de elementaire theorie der aberratie wordt gebezigd en de richting PS, die wij voor den relatieven lichtstraal vinden, is dezelfde, die deze theorie ons leert kennen als die, in welke het licht eener ster schijnbaar tot ons komt. Wanneer wij dus ten slotte bij onze waarnemingen, de gewone correctie wegens de straalbreking in den dampkring aanbrengende, het hemellichaam in de richting SP meenen te zien, zal het verschijnsel der aberratie verklaard zijn.

Inderdaad is dit het geval. De relatieve lichtstralen volgen bij het doordringen in de ruimte, waar de aether door de aarde in beweging gebracht wordt, bij den doorgang door den dampkring, en door het objectief van een kijker, eveneens bij hunne terugkaatsing door een spiegel de gewone wetten der optica, en wanneer zij zich in één punt vereenigen, wordt ook werkelijk de lichtbeweging daar geconcentreerd. Kortom, alles geschiedt, alsof de aarde stilstond en

de relatieve lichtstralen absolute waren. Wanneer wij uit onze waarnemingen, zonder op de beweging der aarde te letten, naar de gewone regels, welke de theorie van het licht voorschrijft, de richting afleiden, die de van eene ster afkomstige stralen op eenigen afstand van de aarde hebben, dan vinden wij de richting der relatieve stralen, die van de lijn, in welke de ster werkelijk geplaatst is, zooveel afwijkt als de elementaire theorie der aberratie het verlangt.

§ 17. Het behoeft nauwelijks vermelding, dat wij, volgens de uiteengezette theorie, ook dan de gewone aberratie zullen waarnemen, wanneer wij de buis van een kijker met eene vloeistof vullen, of, juister gezegd, ook in dit geval zullen wij de ligging van het beeld naar de eenvoudige wetten der optica zien beantwoorden aan de richting van den relatieven lichtstraal, die de aarde bereikt. Wij merkten reeds op, dat deze uitkomst van de door Boscovich voorgeslagen proef door Fresnel zelf uit zijne onderstelling omtrent den meêsleepingscoëfficiënt werd afgeleid.

Klinkerfues *), die eene theorie der aberratie opstelde, welke in verschillende opzichten van die van Fresnel afwijkt, kwam tot het resultaat, dat bij een met vloeistof gevulden kijker eene grootere aberratie zou worden waargenomen dan bij een met lucht gevulden. Eene voorloopige proef †) scheen voor deze opvatting te pleiten, maar latere proeven schijnen geenen invloed van de vloeistofzuil op de aberratie-constante aan het licht gebracht te hebben. Van die latere proeven zegt Klinkerfues §): »Das Ergebniss dieser und anderer, an Sternen gemachten Versuche hat nun allerdings hinreichende Sicherheit zu zeigen, dass die Aberrations-Constante eines mit Flüssigkeit gefüllten Fernrohrs viel kleiner ist, als ich sie früher vermuthet habe, ein Recht

*) Klinkerfues, *Die Aberration der Fixsterne nach der Wellentheorie* in *Astr. Nachr.* Bd. 66, p. 337.

†) *Die Aberration der Fixsterne*, p. 53.

§) *Astr. Nachr.* Bd. 76, p. 84.

jedoch, die völlige Unabhängigkeit der Aberration vom Instrumente zu proclamiren, geben sie nicht."

Intusschen hebben de metingen van AIRY *) boven allen twijfel verheven, dat binnen de grenzen der waarnemingsfouten de aberratie, die bij een met vloeistof gevulden kijker optreedt, dezelfde is, als bij afwezigheid der vloeistof. De Engelsche sterrenkundige deelt omtrent deze waarnemingen het volgende mede:

»I decided on adopting a vertical telescope, the subject of observation being the meridional zenith-distance of γ Draconis, the same star by which the existence and laws of Aberration were first discovered. The position of this star is at present somewhat more favourable than it was in the time of BRADLEY, its mean zenith-distance north at the Royal Observatory being about 100″ and still slowly diminishing.... I planned an instrument, of which the essential part is that the whole tube, from the lower surface of the object-glass to a plane glass closing the lower end of the tube, is filled with water, the length of the column of water being 35,3 inches. The curvatures of the surfaces of the two lenses constituting the object-glass, adapted, in conjunction with the water, to correct spherical and chromatic aberration, were investigated by myself and verified by my friend Mr. STONE. The micrometer is constructed on a plan arranged by myself, by which the double observation in reversed positions of the instrument can be made with great ease. The reference to the vertical is given by two spirit-levels, both to be read at every single observation."

Uit elke waarneming werd de geographische breedte van het instrument afgeleid door den bij den meridiaandoorgang waargenomen noordelijken zeniths-afstand af te trekken van de declinatie der ster. Bij deze berekening werd de correctie voor de aberratie op de gewone wijze aangebracht. Heeft nu de vloeistofkolom een invloed op de grootte der aberratie dan zal de voor de geographi-

---

*) *Proc. Royal Soc.* Vol. 20, p. 35; *Phil. Mag.* Ser. 4. Vol. 43, p. 310.

sche breedte gevonden waarde aangedaan zijn met het verschil der in het instrument optredende en der aangenomen aberratie.

Uit een elftal waarnemingen in Maart 1871 werd nu voor de geographische breedte gevonden gemiddeld 51°28'34",4 (uiterste waarden 36",6 en 33",4), uit 14 waarnemingen in September van hetzelfde jaar 51°28'33",6 (uitersten 35",4 en 30",5).

Het instrument was in een afzonderlijk gebouwtje, 340 voet ten Zuiden van den meridiaankijker der Sterrenwacht opgesteld. De breedte van het laatste instrument is 51°28'38",4 en daar 340 voet een boog is van 3",35 is de breedte van de plaats, waar de beschreven waarnemingen verricht zijn, 51°28'35",05.

De overeenstemming met dit getal van de twee bovenstaande uitkomsten is beter dan Airy verwachtte, »consideration being given to the form of the ground. It appears very probable, that at the place of the transit-circle, on the north brow of the hill, the zenithal direction is disturbed towards the north, and the astronomical latitude is too great."

De aberratie zelf bedroeg bij de waarnemingen 19"; naar de hypothese van Klinkerfues had de gevonden geographische breedte van de werkelijke 30" moeten verschillen.

Een jaar later heeft Airy deze waarnemingen met hetzelfde resultaat herhaald *).

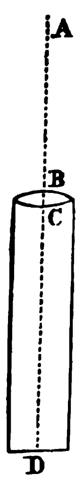
§ 18. Eene proef, die hetzelfde bewijst als deze metingen van Airy, is genomen door Hoek †) met eene aardsche lichtbron. Reeds Fresnel merkte op, dat men de proef van Boscovich even goed daarmede als met het licht eener ster nemen kan. Inderdaad komt, zooals wij zagen, alles neêr op de vraag, of de relatieve stralen onafhankelijk van de beweging van de aarde en den aether de gewone wetten der

*) *Proc. Royal Soc.* Vol. 21, p. 121.

†) *Astr. Nachr.* Bd. 73, p. 193.

optica volgen, iets, dat men zal kunnen uitmaken door eene proef met lichtstralen te nemen, die, van een met de aarde verbonden voorwerp afkomstig, op deze of gene wijze gebroken of teruggekaatst worden, en te onderzoeken of de loop dier stralen dezelfde is wanneer de bewegingsrichting der aarde nu dezen dan genen stand met betrekking tot de gebezigde toestellen heeft. Volgens onze theorie zullen de relatieve stralen, die van eene aardsche lichtbron uitgaan, zich geheel onafhankelijk van de beweging der aarde gedragen.

Fig. 14.



Ook Hoek bezigde een kijker met water gevuld. Hij beschrijft zijne proeven aldus:

»En A (Fig. 14) j'ai placé la fente d'un collimateur détaché d'un appareil spectral; fente que j'ai éclairée par la lampe monochromatique donnant de la lumière de la raie D. La distance AB était de 1,405 mètres. La colonne d'eau était contenue dans un tube de 2,067 mètres de longueur, qu'on avait fermé d'un côté par une glace [D], de l'autre par une lentille [$B\,C$], de 0,507 mètres de distance focale, d'un indice de réfraction de 1,509, et ayant deux rayons de courbure égaux chacun de 0,516 mètres.

L'image du point A était formé à 73 m.m. de distance derrière la glace, et là se trouvait un micromètre filaire.

Toutes ces parties constituantes étaient solidement fixées sur une poutre, de 3,55 mètres de longueur, sur 0,095 mètres d'épaisseur, et 0,095 mètres de largeur. La poutre reposait par trois points sur une caisse qu'on pouvait faire tourner avec facilité; de sorte que l'appareil entier se laissait emmener dans une position voulue sans subir le moindre dérangement.

Je l'ai toujours employé dans le méridien vers midi et minuit.

Voici les résultats de la première expérience prise le 23 Avril 1868, avant minuit:

Série.	Position du micromètre.	Temps moyen d'Utrecht.	Position de l'image en révol. du micr.	Nombre de mesures.
1	. . Nord	$11^h 30^m$.	25^r,686	6
2	. . Sud	11 35	25 ,702	6
3	. . Nord	11 40	25 ,695	6
4	. . Sud	11 46	25 ,718	6
5	. . Nord	11 52	25 ,741	6
6	. . Sud	11 58	25 ,743	6

La moyenne des positions est donc:

Micromètre Nord . . . 25^r,707 par 3 séries.
» Sud . . . . 25 ,721 » 3 »

Différence N—S = — 0,014."

Op 7 Mei werd voor dit zelfde verschil gevonden + 0^r,031 en metingen op een achttal andere dagen gaven dergelijke verschillen. De waarde van eene wenteling van den micrometer was 0,32 m.m.

Naar de opvatting van KLINKERFUES had voor N—S meer dan 0,675 wentelingen gevonden moeten worden.

Eindelijk moet nog vermeld worden, dat ook KETTELER *) en, reeds voor HOEK, RESPIGHI †) de proef in den laatsten vorm met dezelfde uitkomst herhaald hebben.

§ 19. De theorie van KLINKERFUES, die aan eene vloeistofkolom in den kijker eene vergrooting der aberratieconstante toeschrijft, voert ook tot het resultaat, dat het objectief een dergelijken zij het dan ook kleineren invloed uitoefent, waarvan het bedrag evenredig met de dikte der lenzen zou zijn. KLINKERFUES §) berekende dat bedrag voor objectieven, zooals zij veelal gebruikt worden, en verkreeg eene uitkomst, die juist toereikende zou zijn om het verschil te verklaren, dat er tusschen de aberratieconstante volgens DELAMBRE en die volgens STRUVE bestaat.

Door den eersten sterrenkundige werden in 1809 een zeer

*) *Astron. Undulationstheorie*, p. 66.

†) *Memor. di Bologna* (2) II, 279.

§) *Die Aberration der Fixsterne*, p. 41.

groot aantal waarnemingen van verduisteringen der wachters van Jupiter, uit de voorafgaande 150 jaren, aan berekening onderworpen; hij verkreeg daardoor voor den tijd, dien het licht behoeft, om den gemiddelden afstand van de zon tot de aarde af te leggen, 493,2 sec. Hieruit kan de aberratieconstante worden afgeleid; zij wordt dan 20″,25. Daarentegen heeft STRUVE uit plaatsbepalingen van sterren in 1845 de waarde 20″,45 verkregen. Dit verschil is het, dat KLINKERFUES uit de dikte van het objectief wilde verklaren.

Wanneer de meêsleepingscoëfficiënt de waarde $1 - \frac{1}{n^2}$ heeft, zal volgens onze theorie de aberratieconstante geheel onafhankelijk zijn van het objectief. Dat dit ook uit de theorie van FRESNEL volgt, werd o. a. door VELTMANN aangetoond, en ook HOEK was van oordeel, dat de invloed van het objectief in elk geval op verre na niet zoo groot kon zijn als door KLINKERFUES werd aangenomen. Hij stelde dan ook tegenover de verklaring, die deze van het aangewezen verschil gaf, eene andere *), hierop neerkomende, dat men voor het oogenblik, waarop een wachter van Jupiter in de schaduw der planeet treedt, het tijdstip zal houden, waarop hij ons nog eene bepaalde kleine hoeveelheid licht toezendt, dat men daardoor elke verduistering te vroeg zal waarnemen en wel des te meer, naarmate men verder van de planeet verwijderd is. Hierdoor zou inderdaad de lichtsnelheid te groot en de aberratieconstante te klein gevonden worden; HOEK maakt het waarschijnlijk, dat eene fout van 1 pCt. op deze wijze zou kunnen ontstaan

Hij merkt echter op, dat deze verklaring onzeker wordt gemaakt door de omstandigheid, dat men niet weet, of DELAMBRE alleen van intredingen der wachters of ook van uittredingen gebruik gemaakt heeft.

Men weet inderdaad zoo weinig van deze berèkeningen van DELAMBRE, die niet in druk, en waarschijnlijk ook niet in manuscript bewaard zijn gebleven, dat men evenmin beweren kan, dat de aberratie niet uit de lichtsnelheid ver-

*) *Astr. Nachr.* Bd. 70, p. 193.

klaard kan worden, die uit de verduisteringen der manen van Jupiter volgt, als dat dit wel (op minder dan 1 pCt. na) het geval zou zijn.

De geheele vraag blijft dus onbeslist. In 1875 heeft Glasenapp *) in eene discussie van alle beschikbare eclipsen van den eersten wachter tusschen 1848 en 1870 aangetoond, dat voor den door Delambre bepaalden tijd uitkomsten tusschen 496 en 501 sec. kunnen verkregen worden, wanneer men verschillende groepen dezer waarnemingen gebruikt, en verschillende hypothesen bezigt.

Daarentegen kan de uitkomst van Struve nagenoeg onveranderd worden gehandhaafd. Nyrèn †), die eene veel langere reeks van waarnemingen aan berekening onderwierp, waarbij bovendien waarnemingen met verschillende instrumenten voorkwamen, heeft onlangs als definitieve waarde der aberratieconstante afgeleid 20″,492 ± 0″,006.

§ 20. Geene proef over de met de aberratie in verband staande verschijnselen is zoo beroemd geworden als die, waardoor Arago aantoonde, dat bij den doorgang door een prisma de relatieve lichtstralen steeds, onafhankelijk van de beweging der aarde, de gewone wetten der breking volgen. Ongelukkigerwijze is de proef nooit op eene aan hare belangrijkheid geëvenredigde wijze beschreven.

Wat aanleiding gaf tot het onderzoek verhaalt Arago in zijn *Notice biographique* over Fresnel §). Voor de emissietheorie leverde de experimenteel vastgestelde gelijkheid in voortplantingssnelheid van het licht, dat door verschillende lichtbronnen wordt uitgezonden, een groot bezwaar op; al wilde men onderstellen, dat alle sterren de lichtdeeltjes met dezelfde snelheid uitstooten, dan zou toch, zoodra deze aan de algemeene aantrekkingskracht onderworpen waren (iets, dat Arago aannemelijk voorkwam), die snelheid bij verwijdering

---

*) Ik ontleen dit aan Newcomb, *Measures of the velocity of light* in *Astronomical papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*. Vol. 2, p. 114 (*Nature*, Vol. 34, p. 29). De verhandeling zelf van Glasenapp, die in het Russisch verscheen, ken ik niet.

†) *Mémoires de l'Acad. de St. Pétersbourg*, 7e Sér., T. 31, N°. 9.

§) Arago, *Oeuvres complètes*, T. I, p. 107.

van het hemellichaam kleiner en kleiner worden. »N'est-ce donc pas," zegt ARAGO *) »contre le système de l'émission une objection formidable que cette parfaite égalité de vitesse, dont toutes les observations font foi?" en hij gaat dan voort:

»Il existe un moyen très-simple d'altérer notablement, sinon la vitesse absolue d'un rayon, au moins sa vitesse rèlative; c'est de l'observer pendant sa course annuelle, quand la terre se dirige soit vers l'astre d'où ce rayon émane, soit vers la région diamétralement opposée. Dans le premier cas, c'est comme si la vitesse du rayon se trouvait accrue de toute celle de notre globe; dans le second, le changement a numériquement la même valeur, mais la vitesse primitive est diminuée. Or, personne n'ignore que la vitesse de translation de la terre est comparable à celle de la lumière, qu'elle en est la dix-millième partie. Observer d'abord une étoile vers laquelle la terre marche et ensuite une étoile que la terre fuit, c'est avoir opéré sur des rayons dont les vitesses diffèrent entre elles de un cinq-millième. De tels rayons doivent être inégalement réfractés. La théorie de l'émission fournit les moyens de dire en nombres à combien l'inégalité s'élèvera, et l'on peut voir ainsi qu'elle est fort supérieure aux petites erreurs des observations. Eh bien, des mesures précises ont complètement démenti le calcul: les rayons émanés de toutes les étoiles, dans quelque région qu'elles soient situées, éprouvent précisément la même réfraction."

De proeven zelf worden door BIOT †) aldus beschreven:

»Le prisme dont ARAGO s'est servi dans ses expériences, était placé devant l'objectif d'un cercle répétiteur, de manière à n'en couvrir qu'une partie; de sorte que l'on pouvait observer successivement le rayon lumineux direct à travers la lunette seule, et le même rayon dévié par le prisme. En tenant compte des temps où les deux observations étaient faites, on ramenait l'astre, par le calcul, à une même hauteur sur l'horizon. La différence des angles observés directement et à travers le prisme donnait la déviation éprouvée par le

---

*) T. a. p. p. 156.

†) BIOT, *Traité élémentaire d'astronomie physique*, 3e édition, T. V, p. 364.

rayon lumineux. En observant ainsi les étoiles de l'écliptique qui passaient au méridien à 6 heures du soir, la terre, qui tourne sur elle-même, comme autour du soleil, d'occident en orient, marchait, sur son orbite, dans le même sens que leur lumière; et par conséquent celle-ci n'avait, en arrivant sur le prisme, que la différence des deux vitesses. Le contraire avait lieu pour les étoiles qui passaient au méridien à 6 heures du matin, et la terre allait en sens contraire de leur lumière. Mais cette opposition, qui aurait dû donner une différence de 50 secondes sexagésimales dans les déviations observées, n'y a produit aucun changement appréciable."

Men weet, hoe ARAGO de uitkomst der proeven met de emissietheorie in overeenstemming bracht door aan deze de onderstelling toe te voegen, dat de hemellichamen lichtdeeltjes met allerlei verschillende snelheden uitzenden, maar dat slechts de deeltjes, die het oog met eene enkele bepaalde snelheid bereiken, den indruk van licht kunnen teweeg brengen. FRESNEL echter toonde aan, dat zijne onderstelling omtrent het meêsleepen der lichtgolven door de ponderabele stof tot eene verklaring der proef leidt. Na het onderzoek der voorgaande §§ behoeft hier niet nader uiteengezet te worden, dat ook de hier voorgedragen theorie deze verklaring geeft. Want ook volgens deze wordt door een kijker steeds de richting der relatieve lichtstralen, welke het objectief bereiken, waargenomen en volgen deze stralen bij hunnen loop door een prisma, de gewone wetten der breking. Richt men dus den kijker eerst rechtstreeks op de ster en vervolgens op het beeld daarvan, dat door een prisma gevormd wordt, dan zal de hoek tusschen de beide standen naar de gewone regels kunnen bepaald worden.

Eene zaak moet hierbij intusschen worden opgemerkt. Wanneer de ster ons homogeen licht toezendt, waarvan het aantal trillingen per tijdseenheid N is, dan zal in elk met de aarde verbonden punt, dus ook in elk punt van het prisma, dat door het licht wordt getroffen, de evenwichtsverstoring volgens § 11 niet N, maar N' maal in de tijdseenheid alle phasen doorloopen. De breking van den rela-

tieven straal zal nu wel naar de gewone wetten geschieden, maar de brekingsindex zal, wegens het verschil van N en N' eene andere waarde kunnen hebben dan wanneer de aarde stilstond, en *hierdoor* zal bij een enkel prisma, of bij een stelsel van prisma's, dat eene kleurschifting vertoont, de afwijking van den relatieven straal door de beweging der aarde eene wijziging kunnen ondergaan. Bij de proef van Arago is deze omstandigheid echter buiten spel gebleven, daar hij een achromatisch prisma heeft moeten bezigen. Aan de zooeven besproken wijziging der breking wegens het verschil van N en N' zal eene verplaatsing, tengevolge van de beweging der aarde, van de lijnen in het spectrum eener ster beantwoorden. Ik zal dit punt echter thans laten rusten, want eerst dan zal men theoretisch de dispersie in een prisma, dat zich beweegt, kunnen behandelen, wanneer men zich eene voorstelling heeft gevormd omtrent het mechanisme der lichtbeweging in eene ponderabele stof, die zich ten opzichte van den aether beweegt. Daarbij zou op den voorgrond treden de vraag of de dispersie rechtstreeks met een verschil in golflengte, of met een verschil in trillingstijd samenhangt.

Bij de proef van Arago moet eindelijk nog in aanmerking genomen worden, dat in den regel elke verandering in de richting, in welke een lichtstraal op een prisma valt, ook eene vergrooting of verkleining van de afwijking tengevolge heeft. Alleen dan zal dus het licht van twee sterren, in verschillende richtingen ten opzichte van de aarde geplaatst, dezelfde afwijking ondergaan, wanneer de relatieve stralen van beiden onder denzelfden hoek op het prisma vallen. Vergelijkt men echter bij eene zelfde ster het geval, dat de aarde in rust is met dat, waarin zij zich beweegt, en neemt men daarbij aan, dat de invalshoek van de *ware* stralen in beide gevallen dezelfde is, of vergelijkt men in deze zelfde onderstelling de breking van het licht der eene ster met die van de stralen der andere, dan zullen verschillende afwijkingen voor de relatieve stralen gevonden worden, daar deze nu eens dezen dan genen invalshoek hebben.

De bedoelde verschillen zijn het, die HOEK *) bij zijne bespreking van ARAGO's proef uit de theorie afleidde, en die hij zich voorstelde bij eene herhaling der proef te constateeren. Het bedrag ervan kan gemakkelijk uit de differentiaalformules worden afgeleid, welke aangeven, hoe bij een prisma de richting van den uittredenden straal wordt gewijzigd door eene kleine richtingsverandering van het invallende licht. Zooals HOEK opmerkt vallen de bedoelde verschillen weg, wanneer slechts sterren worden waargenomen, die juist in de richting geplaatst zijn, in welke de aarde zich beweegt, of in de tegengestelde, en eveneens wanneer bij het minimum van deviatie wordt waargenomen; inderdaad in het eerste geval hebben de ware en de relatieve lichtstraal dezelfde richting en in het laatste geval heeft eene kleine verandering in den invalshoek geen invloed op de afwijking.

HOEK meent in de omstandigheid, dat bij het minimum van afwijking is waargenomen, de ware verklaring der proef van ARAGO te zien. Daarbij gaat hij m. i. te ver. Zeker zal het uit een experimenteel oogpunt de voorkeur verdienen, de kleinste afwijking waar te nemen, daar dan geene fouten kunnen ontstaan uit eene toevallige kleine draaiing van het prisma. Maar ook alleen uit een experimenteel oogpunt. Theoretisch zal men door een prisma in een willekeurigen stand onwrikbaar aan den kijker te verbinden, en dezen dan eerst zoo te stellen, dat het directe beeld eener ster in een bepaald punt van het focale vlak van het objectief valt, en daarna zoo, dat de stralen, welke door het prisma gegaan zijn, een beeld vormen in hetzelfde punt, tusschen de beide standen van den kijker denzelfden hoek vinden, welke ster men ook beschouwe; want de relatieve stralen vallen dan steeds onder denzelfden hoek op het prisma †).

---

*) *Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht*, 1re livr., p. 36.

†) Met de opvatting van HOEK omtrent de proef van ARAGO hangen een paar andere door hem gemaakte opmerkingen samen. Vooreerst vergelijkt hij, als hij de werking van het objectief van een kijker be-

§ 21. Wij hebben in § 15 aangetoond, dat wanneer de relatieve lichtstralen zich in één punt vereenigen, het golffront zich in dat punt samentrekt, en daaruit het besluit getrokken, dat eene werkelijke concentratie der lichtbeweging plaats heeft. Volkomen juist zou dit zijn, wanneer trillingen over de geheele uitgestrektheid van een gesloten golffront bestonden. Zoodra echter — en dit is bij onze optische instrumenten steeds het geval — de lichtbeweging zich slechts over een begrensd deel van een golffront uitstrekt, moet, strikt genomen de theorie der buigingsverschijnselen te hulp geroepen worden, om te beslissen in

---

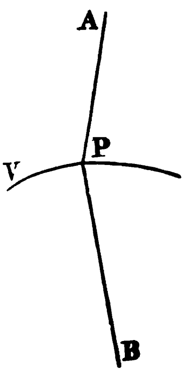
spreekt, dit laatste met een stelsel prisma's (*Recherches astron.* 1re livr. p. 51) en zegt, dat de beweging der aarde van invloed moet zijn op de afwijking, welke de stralen ondergaan, die de peripherische deelen van de lens treffen. Denken wij ons den kijker steeds op den waren stand eener ster gericht, dan zal de richting van de invallende relatieve stralen afhangen van de zijde, naar welke zich de aarde beweegt; daarvan hangt dan eveneens de invalshoek af, onder welken die stralen op een bepaald deel van het objectief vallen; de invloed, dien eene kleine verandering van dien hoek op de afwijking der randstralen zou kunnen hebben, wordt door Hoek beschouwd.

Wanneer men vasthoudt aan de stelling, dat voor de relatieve lichtstralen de gewone wetten der breking gelden, wordt de zaak zeer eenvoudig. Want of al de lichtstralen, die op het objectief van den kijker vallen, in het hoofdbrandpunt daarvan vereenigd zullen worden, wanneer zij eerst evenwijdig aan de as van den kijker loopen, en of, wanneer zij eerst een kleinen hoek daarmede vormen, een scherp beeld op eene bijas der lens zal ontstaan, zijn vragen uit de gewone theorie der lenzen.

De andere opmerking van Hoek, waarop ik doelde, is deze, dat de aberratieconstante wegens de straalbreking in den dampkring eene met de hoogte van het hemellichaam eenigszins veranderlijke waarde moet hebben. Wanneer men namelijk de richting, die nabij het oppervlak der aarde de relatieve van eene ster afkomstige lichtstraal volgt, vergelijkt met de richting, die, als de aarde stilstond, de ware straal in hetzelfde punt zou hebben, dan blijkt de hoek tusschen beiden wegens de atmospherische straalbreking een weinig te verschillen van de aberratie, die bij afwezigheid der lucht bestaan zou. Het verschil is zeer gering, maar men kan, ook al was het grooter, de complicatie, die hieruit bij de herleiding van astronomische waarnemingen zou voortspruiten, vermijden, wanneer men *eerst* de correctie voor de refractie aanbrengt, en dan op de daardoor voor den relatieven straal buiten den dampkring gevonden richting de gewone formules voor de aberratie toepast.

hoeverre het licht in één punt geconcentreerd wordt; volkomen is dit dan nooit het geval. Vandaar de wenschelijkheid, om te onderzoeken, of de beweging der aarde op de diffractieverschijnselen van invloed is.

Fig. 15.



a. Zij (Fig. 15) V het grensvlak tusschen twee homogene middenstoffen, en A een vast met de aarde verbonden, en dus in de figuur stilstaand lichtpunt. Laat het licht zich van hier tot V voortplanten zonder door zijdelingsche beletselen eene merkbare buiging te ondergaan; laat echter het grensvlak V, of het doorschijnende deel daarvan begrensd zijn. In het tweede medium treedt dan een buigingsverschijnsel op en de beweging in een willekeurig punt B daarvan is de resultante van de bewegingen, die door de verschillende elementen van V worden doorgelaten. Kiezen wij, ten einde de phaseverschillen te leeren kennen, met welke de interferentie p'aats heeft, een willekeurig punt P van V uit en berekenen wij den tijd, dien de lichtbeweging behoeft, om zich van A naar P en vandaar naar B uit te breiden. Men vindt daarvoor (§ 12):

$$\frac{AP}{A_1} + \frac{PB}{A_2} - \mu(\varphi_B - \varphi_A), \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

waarbij μ de in § 13 aangegeven beteekenis heeft, en A_1 en A_2 op het eerste en het tweede medium betrekking hebben.

Berekent men de waarde van (16) voor verschillende plaatsen van het punt P, dan blijft de laatste term steeds dezelfde; de phaseverschillen, waarmede de partieele bewegingen in B samentreffen, worden dus door de tijden

$$\frac{AP}{A_1} + \frac{PB}{A_2}$$

bepaald; zij zijn derhalve even groot als wanneer de aarde in rust was.

Daaruit volgt, dat, wat de verdeeling der lichtintensiteit over de ruimte achter V betreft, de beweging der aarde geen invloed heeft.

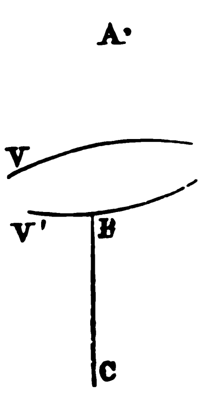
De phase der resulteerende trilling in B wordt echter door die beweging gewijzigd. Want, vergeleken met het geval, dat de aarde stil staat, komt thans elke partieele trilling in B een tijd

$$\mu(\varphi_B - \varphi_A)$$

vroeger aan; derhalve zal ook de resulteerende trilling door de beweging der aarde even veel vervroegd worden. Daar nu die tijd van de ligging van B afhangt, zullen de phaseverschillen tusschen de resulteerende trillingen in verschillende punten van het tweede medium door de beweging der aarde gewijzigd worden.

Men moet dit in aanmerking nemen, wanneer op de tweede middenstof eene derde, waarvoor de waarde A_3 geldt, volgt, die er door een grensvlak V' (Fig. 16) van gescheiden is, en wanneer men in die laatste stof het buigingsverschijnsel wil onderzoeken. Zij B eenig punt van V', C een willekeurig punt daarachter. Staat de aarde stil, dan bestaat in B eene trilling, die, zelf het resultaat van de voorafgaande diffractie, zich in den tijd

Fig. 16.



$$\frac{BC}{A_3}$$

naar C zal voortplanten. Beweegt de aarde zich, dan wordt die tijd

$$\frac{BC}{A_3} - \mu(\varphi_C - \varphi_B),$$

maar daar de trilling in B dan reeds $\mu(\varphi_B - \varphi_A)$ vervroegd was, komt zij ten slotte in C een tijd

$$\mu(\varphi_C - \varphi_A)$$

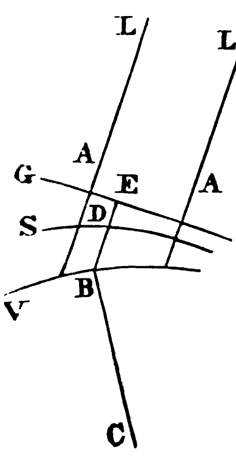
vroeger aan. Daar dit onafhankelijk is van de ligging van B zullen weer de partieele trillingen in C met dezelfde phaseverschillen interfereeren, de aarde moge zich bewegen, of niet, en zal ook de verdeeling der lichtsterkte over de ruimte achter V' dezelfde zijn.

Men kan deze uitkomst gemakkelijk uitbreiden tot het geval van een willekeurig aantal op elkander volgende middenstoffen, terwijl zij ook geldig blijft, wanneer voor en achter eenig grensvlak dezelfde stof aanwezig is, zoodat men met de gewone buiging door eene opening, of door een systeem van openingen te doen heeft. Ook eene diffractie in het teruggekaatste licht kan op dezelfde wijze behandeld worden.

Komt, bij eene stilstaande aarde, het buigingsverschijnsel in eene der middenstoffen ten naaste bij neer op concentratie van het licht in een enkel punt, dan is dat in dezelfde mate het geval, als de aarde zich beweegt.

b. Laat op het grensvlak V van de eerste en tweede middenstof (Fig. 17) een bundel evenwijdige relatieve stralen $L\,A$, van eene ster afkomstig, vallen. Wanneer het eerste medium de vrije aether is kunnen dit de rechtstreeks door eene ster uitgezonden stralen zijn; het is echter ook mogelijk, dat deze stralen reeds door terugkaatsing of breking aan platte oppervlakken eene richtingsverandering ondergaan hebben.

Fig. 17.



Men kan aanstonds zeggen, dat de verschijnselen op hetzelfde zullen neerkomen, alsof in de richting $A\,L$ op grooten afstand van V een met de aarde verbonden lichtpunt geplaatst was; alleen zou dit, als wij eene enkele van de ster afkomstige lichtsoort beschouwen, N' (§ 11) trillingen in de seconde moeten uitvoeren, als N het ware trillingsgetal van die lichtsoort is. Daarbij moet onder α in de vergelijking (3) van § 11 de hoek verstaan worden,

dien de richting, in welke eerst de stralen van de ster de aarde bereiken, met de bewegingsrichting dezer laatste maakt, want bij alle volgende terugkaatsingen en brekingen blijft voor de relatieve stralen het met dien hoek berekende getal N' onveranderd.

Mocht men eenig bezwaar hebben tegen de invoering van een denkbeeldig, vast met de aarde verbonden lichtpunt in de richting. $A\,L$, dan kan men de zaak als volgt behandelen.

Op de in § 15, c aangegeven wijze kan de gedaante worden bepaald van een nabij het grensvlak gelegen golffront in het eerste medium. Kiest men een vlak G, dat loodrecht op de stralen $L\,A$ staat, tot xy-vlak en de positieve z-as in de richting, naar welke zich de stralen voortplanten, dan moet eene snelheid met de componenten

$$-\varkappa\,\frac{\partial\varphi}{\partial x},\quad -\varkappa\,\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad -\varkappa\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}+A$$

loodrecht op het golffront staan; dit laatste heeft dus tot vergelijking:

$$-\varkappa\varphi + A z = \text{const.},$$

of

$$-\mu\varphi + \frac{z}{A} = C, \qquad (17)$$

als C standvastig is.

Om vervolgens de phase van de trilling te bepalen, die een willekeurig punt C van het tweede medium van het element B van het grensvlak ontvangt, trekken wij uit B evenwijdig aan $A\,L$ eene lijn, die het golffront S in D snijdt, en merken op, dat voor den weg $D\,B\,C$ het licht een tijd

$$\frac{DB}{A_1} + \frac{BC}{A_2} - \mu(\varphi_C - \varphi_D) \qquad (18)$$

behoeft. De phaseverschillen, waarmede de trillingen interfereeren, die C van de verschillende punten van het grensvlak ontvangt, hangen alleen van de verschillende waarden af, die deze grootheid aanneemt, daar overal langs het golf-

front S de phase dezelfde is. Nu kan men echter, wanneer BD verlengd zijnde het vlak G in E snijdt, blijkens (17) schrijven:

$$-\mu\varphi_D + \frac{ED}{A_1} = C,$$

waardoor (18) overgaat in:

$$\frac{EB}{A_1} + \frac{BC}{A_2} - \mu\varphi_C - C.$$

Daar nu, wanneer voor B verschillende punten van het grensvlak worden gekozen, de beide laatste termen dezer uitdrukking niet veranderen, hangen de phaseverschillen slechts af van de waarden, die

$$\frac{EB}{A_1} + \frac{BC}{A_2}$$

aanneemt. Deze termen stellen echter juist den tijd voor, dien, als de aarde stilstond en de lijnen LA ware stralen waren, het licht zou behoeven, om over B van het vlak G, dat dan een golffront zou zijn, C te bereiken. Daaruit volgt echter, dat dan de phaseverschillen in tijdseenheden uitgedrukt, dezelfde zullen zijn, als wanneer de aarde zich beweegt, en LA relatieve stralen zijn. Is nu bovendien de periode der evenwichtsverstoringen in eenig punt der figuur in beide gevallen dezelfde dan zullen ook de phaseverschillen in trillingstijden uitgedrukt, even groot worden. De verdeeling der lichtsterkte in de ruimte achter V zal dus, wanneer eene ster licht uitzendt met het ware trillingsgetal N, dezelfde zijn, als wanneer de aarde in rust was, de ster in de richting der relatieve stralen geplaatst was en het trillingsgetal N' was (§ 11). Ook nu kan deze uitkomst uitgebreid worden tot het geval, dat verscheidene middenstoffen op elkander volgen.

c. De bovenstaande beschouwingen zijn onmiddellijk van toepassing op de diffractie door een traliescherm. Bezigt men eene aardsche lichtbron dan zal aan de traliespectra door

de beweging der aarde geene verandering worden aangebracht; experimenteert men daarentegen met het licht van een hemellichaam, dan zal door die beweging geene andere verplaatsing der lijnen in de spectra veroorzaakt worden dan beantwoordt aan de overeenkomstig het beginsel van DOPPLER gewijzigde trillingstijden. Voor het zonlicht bestaat deze laatste wijziging niet en daarmede werkende zal men dus volgens onze theorie geen invloed van de beweging der aarde op de traliespectra moeten bespeuren.

Door BABINET *) en ÅNGSTRÖM †) werd uit theoretische beschouwingen eene andere gevolgtrekking afgeleid. De laatste natuurkundige meende bij gelegenheid van de proeven ter bepaling van de golflengten van het zonlicht die gevolgtrekking, zij het dan ook met weinig zekerheid, bevestigd te vinden. Naderhand heeft MASCART §) de zaak op nieuw experimenteel onderzocht en geen invloed van de beweging der aarde op de traliespectra van het zonlicht kunnen constateeren. Tevens bleek bij rechtstreeksche vergelijking van zonlicht met eene aardsche lichtbron, dat de overeenkomstige lijnen van de spectra dezelfde afwijking vertoonen.

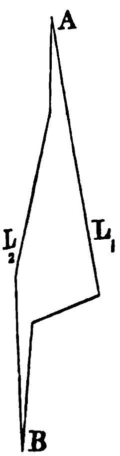
§ 22. Evenmin als de verschijnselen der buiging kunnen bij het gebruik van aardsche lichtbronnen die der interferentie eene verandering ondergaan door de beweging der aarde, terwijl, wanneer men met de van een hemellichaam afkomstige stralen werkt, ook hier geene andere wijziging kan optreden dan die, welke het gevolg is van den volgens het beginsel van DOPPLER gewijzigden trillingstijd. Laat, om het eerste nader toe te lichten, A (Fig. 18) een lichtpunt zijn, met de aarde verbonden, en laat de trillingen langs twee wegen het punt B bereiken. Gemakshalve nemen wij aan, dat bij elk dier wegen de voortplanting van A naar B niet door diffractie gestoord wordt; wij onderstellen dus, dat wanneer wij op de in §§ 12 en 13 gevolgde wijze het

*) *Comptes rendus*, T. 56, p. 415.

†) POGG. *Ann.*, Bd. 123, p. 500.

§) *Ann. de l'École Normale*, 2e Série, T. 1, p.p. 166, 188.

Fig. 18.



beginsel van HUYGENS toepassen, bij elken weg een vrij breed golffront gevonden wordt, waarin B niet te dicht bij den rand ligt. Wij kunnen dan twee relatieve stralen van A naar B trekken, die door L_1 en L_2 kunnen worden voorgesteld; zij volgen in hunnen loop de gewone wetten der terugkaatsing en breking (waardoor zij tusschen A en B eens of meermalen in richting gewijzigd kunnen worden); wilden wij ook niet-homogene middenstoffen beschouwen dan zouden de stralen uit kromme lijnen kunnen zijn samengesteld. Hoe dit zij, wanneer $d\,s_1$ een element van L_1 is, dan is de tijd voor het doorloopen daarvan met de snelheid B (§ 12) noodig:

$$\frac{ds_1}{A} - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s_1} ds_1$$

en dus de tijd voor den geheelen straal vereischt

$$\int \frac{ds_1}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A) .$$

Daar voor L_2 op dezelfde wijze de uitdrukking

$$\int \frac{ds_2}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A)$$

wordt verkregen, is het verschil der twee tijden onafhankelijk van de snelheidspotentialen, dus ook van de beweging der aarde.

Door BABINET *) is het eerst eene proef genomen, die deze onafhankelijkheid van een interferentie-verschijnsel van de beweging der aarde bewijst; naderhand werden dergelijke

*) *Comptes rendus*, T. 9, p. 774.

proeven door HOEK *) en KETTELER †) verricht. Uit de theorie van FRESNEL werd het feit o. a. door STOKES en VELTMANN verklaard.

§ 23. De verklaring, die in het voorafgaande van een aantal verschijnselen gegeven werd, berust bij de meeste op de omtrent den meêsleepingscoëfficiënt gemaakte onderstelling. Dat werkelijk in eene doorschijnende ponderabele stof, die zich beweegt, de aether niet geheel in die beweging deelt, en de lichtgolven die dientengevolge slechts ten deele mede uitvoeren, werd rechtstreeks aangetoond door de bekende proef van FIZEAU §), waarbij lichtstralen interfereerden, die door buizen met stroomend water gegaan waren. De uitkomsten der proef waren zoo, als men ze bij de aangenomen waarde van den meêsleepingscoëfficiënt verwachten zou, maar eene scherpe bepaling van den coëfficiënt uit deze proeven is niet mogelijk.

Zulk eene bepaling kan veel beter door proeven verkregen worden, waarbij grootere snelheden voorkomen, proeven dus liefst, waarbij de snelheid der aarde eene rol zou kunnen spelen. Feitelijk kan elke proef, als die van ARAGO of die van BOSCOVICH, of de waarneming van elk interferentieverschijnsel, waarbij eene zekere lengte eener doorschijnende stof in eene richting doorloopen wordt, die nu dezen, dan genen hoek vormt met de bewegingsrichting der aarde, ter bepaling der coëfficiënten k en $\varkappa$ dienen. Al deze proeven hebben nu de uitkomst $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ opgeleverd, maar de vraag is met welken graad van nauwkeurigheid. HOEK heeft dit zoowel bij zijne interferentieproef als bij de door hem genomen proef van BOSCOVICH bepaald; naarmate de lengte der gebezigde vloeistofkolom grooter is zal men den coëfficiënt met meerdere nauwkeurigheid kunnen vinden.

Overigens is het natuurlijk van belang te weten, in hoe

---

*) *Versl. en Meded.* 2e reeks, Deel II, p. 189; *Archives néerl.* T. 3 p. 180.

†) *Astron. Undulationstheorie*, p. 67.

§) *Comptes rendus*, T. 83, p. 349; POGG. *Ann.* Erg. 3, p. 457.

verre de vergelijking $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ voor elke kleur afzonderlijk doorgaat *); eveneens, wat bij dubbelbrekende lichamen voor deze betrekking in de plaats moet komen. MASCART †) heeft door zijne proeven over de interferentieverschijnselen in het gepolariseerde licht bij dikke evenwijdig aan de as gesneden kalkspaathplaten, welke verschijnselen van de beweging der aarde alwêer onafhankelijk bleken te zijn, eene belangrijke bijdrage tot de beantwoording der laatste vraag geleverd.

Natuurlijk hangt bij al de genoemde verschijnselen de graad van nauwkeurigheid, waarmede men er den meêsleepingscoëfficiënt uit kan afleiden, ervan af, hoe groot dan wel bij elke proef de snelheid is, die de aether ten opzichte van de ponderabele stof bezit. De beteekenis der proeven van ARAGO en BOSCOVICH is niet dezelfde in eene theorie, welke den aether geheel in rust laat en in eene andere, welke hem ten deele met de aarde laat voortgaan. In de oorspronkelijke theorie van STOKES kan uit geene dezer proeven iets over den meêsleepingscoëfficiënt worden afgeleid.

De taak der lichttheorie blijft het, om van de waarde, die de waarnemingen voor den coëfficiënt opleveren, rekenschap te geven, of, juister gezegd, de theorie moet eerst nog aantoonen, dat er van een meêsleepingscoëfficiënt sprake kan zijn. Zij moet een mechanisme aangeven, waardoor werkelijk de evenwichtsverstoring, die eerst in een punt P (Fig. 9) bestaat (hetzij dan in den aether of in de ponderabele stof) na den tijd dt alleen gevonden wordt in den aether en de ponderabele stof, die zich dan op het oppervlak van een bol met P' als middelpunt bevinden.

§ 24. De vraag, of de aether al dan niet aan de beweging der aarde deelneemt, kan door de tot nog toe besproken verschijnselen niet worden beslist. Want zij kunnen even goed verklaard worden uit de onderstellingen van

*) VELTMANN, POGG. *Ann.* Bd. 150, p. 529.

†) *Annales de l'École norm.*, 2e Série, T. 1, p. 191.

§ 8, die eene beweging van den aether toelaten, als uit de theorie van FRESNEL, die deze beweging geheel uitsluit. Wilden wij alleen op de behandelde verschijnselen letten, dan zouden wij nog mogen aannemen, dat ondoorschijnende lichamen ondoordringbaar voor den aether zijn, zoodat deze b. v. in eene kijkerbuis bijna geheel in de beweging der aarde zou deelen.

Men kan echter andere overwegingen te hulp roepen. Wanneer men een barometerbuis doet hellen, en daardoor het kwik die buis geheel doet vullen, moet de aether, die eerst boven het kwik aanwezig was, door het kwik, of door het glas (of tusschen beide stoffen door) zijn heengedrongen. Men zou dezelfde proef met eene ondoorschijnende, b. v. eene metalen barometerbuis kunnen nemen. Of, om een ander geval te nemen, wanneer door eene vermeerdering van den luchtdruk de veerkrachtige doos van een metaalbarometer wordt samengedrukt moet een deel van den daarin aanwezigen aether de doos door den wand heen verlaten hebben. Want elke theorie zal op gronden, die hier niet vermeld behoeven te worden, eene samendrukbaarheid van den aether ontkennen.

Tegenover dergelijke verschijnselen zal, geloof ik, elk natuurkundige de doordringbaarheid voor den aether ook van ondoorschijnende lichamen, althans wanneer deze eene dikte hebben, zooals die bij onze proeven voorkomt, toegeven. En men heeft dan nog slechts tusschen twee mogelijkheden te kiezen. Of de geheele aarde is eveneens vrij doordringbaar, of, al zijn ondoorschijnende lichamen dit bij de zooeven genoemde afmetingen, zij zijn het niet meer bij eene dikte, die duizenden malen grooter is.

Wellicht schijnt sommigen de laatste opvatting de meest aannemelijke. Zoodra men aan de atomen der gewone stof eene zekere uitgebreidheid toekent, en zich voorstelt, dat waar zulk een atoom zich bevindt, geen aether zijn kan, zal toch, hoe klein de atomen ook zijn vergeleken met hunne onderlinge afstanden, bij genoegzame dikte eener ponderabele stof van geene volkomen doordringbaarheid meer sprake kunnen zijn.

Mij komt het echter voor, dat de andere opvatting minstens even eenvoudig, zoo niet eenvoudiger, is. Het is mogelijk, dat wat wij een atoom noemen, en wat wij aether noemen, wel degelijk dezelfde plaats beslaan kan, dat b. v. een atoom niet anders is dan eene plaatselijke toestandsverandering in den aether, en dan is het eenigszins begrijpelijk, dat een atoom zich bewegen kan zonder dat de aether er naast eenige snelheid verkrijgt. Wie deze opvatting aanneemt komt weer tot de theorie van FRESNEL terug; de bovenstaande beschouwingen hebben dan, behalve de vereenvoudiging in de bewijsvoering, geene andere beteekenis, dan dat er uit blijkt, dat het niet de aberratieverschijnselen zijn, die ons tot deze theorie dwingen.

In elk geval zal men echter m. i. wel doen, zich omtrent eene zoo belangrijke vraag niet te laten leiden door beschouwingen over de meerdere of mindere waarschijnlijkheid of eenvoudigheid van de eene of de andere opvatting, maar naar proeven om te zien, die ons leeren kunnen, of werkelijk aan het oppervlak der aarde de aether ten opzichte van deze laatste in relatieve beweging is, en zoo ja, met welke snelheid.

§ 25. Er zijn mij slechts twee onderzoekingen bekend, die op deze vraag betrekking hebben. Vooreerst heeft FIZEAU *) gevonden, dat de beweging der aarde een invloed heeft op de draaiing van het polarisatievlak door glaszuilen. Tegen de gevolgtrekking van dezen natuurkundige, dat de aether nabij de aarde niet in relatieve rust is, kan, geloof ik, geene bedenking worden gemaakt, maar m. i. kan uit zijne proeven niet aanstonds worden afgeleid, dat de relatieve snelheid van den aether juist zoo groot is als de onderstelling van FRESNEL vereischt. Eene nadere bespreking dezer proeven moet echter hier achterwege blijven, daar zij zou moeten berusten op een onderzoek naar de wijziging, die de grensvoorwaarden bij de terugkaatsing en breking door de beweging der ponderabele stof ondergaan.

---

*) *Ann. de Chim. et de Phys.* 3e Série. T. 58, p. 129.

In de tweede plaats heeft MICHELSON *) eene vernuftige interferentieproef genomen, waaruit hij een besluit trekt, lijnrecht aan dat van FIZEAU tegenovergesteld.

MICHELSON merkt nl. op, dat, wanneer de aether niet door de aarde wordt medegevoerd, de tijd, dien het licht behoeft, om van een met de aarde verbonden punt A naar een tweede dergelijk punt B te gaan en vandaar naar A terug te keeren, moet afhangen van den hoek, dien de lijn $A\,B$ met de bewegingsrichting der aarde maakt. Is D de afstand $A\,B$, A de snelheid van het licht, g die der aarde, dan is, wanneer deze laatste de richting van A naar B heeft, de tijd voor den heengang noodig $\frac{D}{A-g}$, die, welke voor den teruggang vereischt wordt, $\frac{D}{A+g}$, zoodat de som van beide tijden wordt $\frac{2\,A\,D}{A^2-g^2}$, of op zeer weinig na, $\frac{2\,D}{A} + 2\,D\frac{g^2}{A^3}$. Daarentegen zou, volgens MICHELSON, wanneer g loodrecht op $A\,B$ staat, de heen- en weergang in den tijd $\frac{2\,D}{A}$ plaats hebben. Het verschil:

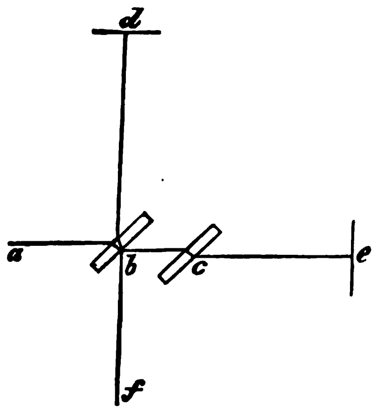
$$\tau = 2\,D\frac{g^2}{A^3}$$

zal, wanneer D 1 Meter is, een merkbaar deel van den trillingstijd zijn; en eene proef, waarbij twee stralen interfereeren, die, de een in de richting van g, de ander loodrecht daarop, over een afstand D zijn heen en weer gegaan, moet dit verschil aan het licht kunnen brengen.

MICHELSON bracht zulk eene interferentie teweeg met een toestel, die eenige overeenkomst heeft met den interferentiaalrefractor van JAMIN. Twee even dikke glasplaten b en c (Fig. 19) waren evenwijdig aan elkander, verticaal opgesteld. Op de eerste vielen horizontale lichtstralen $a\,b$,

*) *American Journ. of Science.* 3d Series, Vol. 22, p. 120.

Fig. 19.



die deels aan de achterzijde der plaat werden teruggekaatst volgens $b\,d$, deels doorgelaten volgens $b\,c\,e$. Beide stralen vielen loodrecht op de zilverspiegels d en e, en keerden dus volgens denzelfden weg naar b terug, waar thans de straal $d\,b$ werd doorgelaten, terwijl $e\,c\,b$ aan dezelfde zijde der plaat, waar de eerste reflectie plaats had, teruggekaatst werd. De stralen $b\,f$ werden in een kijker opgevangen, waarin men een dergelijk interferentiebeeld waarnam als bij den interferentiaalrefractor.

De geheele toestel, met inbegrip van lichtbron en kijker, kon om eene verticale as worden gedraaid, en daarbij kon, wanneer de proeven op een geschikt tijdstip verricht werden, beurtelings de arm $b\,d$ en de arm $b\,e$ in de richting gebracht worden, in welke zich de aarde beweegt. Volgens MICHELSON zou bij den overgang uit den eenen stand naar den anderen de tijd, dien het licht voor een heen- en weergang noodig heeft, voor den eenen arm met:

$$2\,D\,\frac{g^2}{A^3}$$

verlengd, voor den anderen evenveel verkort worden, wanneer D de lengte der armen voorstelt. Door de wenteling zou dus het phaseverschil, waarmede de stralen interfereeren, eene verandering ondergaan, die, in trillingstijden uitgedrukt, door:

$$4\,\frac{D}{\lambda}\cdot\frac{g^2}{A^2}$$

an worden voorgesteld, als λ de golflengte is. Neemt ıen hiervoor de golflengte van het gele licht, dan wordt oor $D = 1{,}2$ M. de laatste uitdrukking ongeveer 0,08.

Derhalve zouden bij de boven besproken wenteling de interferentiestrepen zich over 0,08 van hun onderlingen afstand moeten verplaatsen.

In werkelijkheid wordt de zaak iets minder eenvoudig. MICHELSON deed zijne proeven in het begin van April. Worden dan op den middag beurtelings de twee armen in de richting Oost-West gebracht, dan zal de verandering der phaseverschillen kleiner zijn dan zooeven berekend werdt, omdat de richting, in welke de aarde zich beweegt, niet in het vlak der beide armen valt, maar een zekeren hoek daarmede maakt. MICHELSON berekent, dat door deze oorzaak de verplaatsing der interferentiebanden, die wij steeds in hunnen onderlingen afstand als eenheid zullen uitdrukken, tot 0,048 moet worden verminderd.

Aan den anderen kant ligt het voor de hand, bij de theorie van FRESNEL aan te nemen, dat de aether evenmin als aan de beweging der aarde om de zon zal deelnemen aan de beweging, welke het zonnestelsel ten opzichte van de vaste sterren uitvoert, en dat dus de werkelijke relatieve beweging der aarde ten opzichte van den aether zal verkregen worden door de snelheid der aarde in hare baan samen te stellen met die, welke het zonnestelsel bezit. Uit de uitkomsten, die men omtrent deze laatste beweging verkregen heeft, volgt, dat op den tijd, waarop MICHELSON de proef nam, de resultante eene voor het beoogde effect zeer gunstige richting en grootte had, zoodat zelfs eene verplaatsing van 0,16 verwacht zou kunnen worden. Wel is ons nu de beweging van het zonnestelsel met betrekking tot den aether der hemelruimte niet met zekerheid bekend, maar op de getallen 0,048 en 0,16 lettende, meende MICHELSON in elk geval eene verplaatsing der interferentiestrepen te mogen verwachten, die niet veel van 0,1 verschilt.

De plaats der strepen werd bepaald met een oculairmicrometer, uit een verdeeld glasplaatje bestaande. De afstand van de banden bedroeg 3 schaaldeelen, en daar de stand van de middelste donkere streep bepaald werd tot op $^1/_4$ schaaldeel, was in de bovengekozen eenheid uit-

gedrukt elke aflezing nauwkeurig tot op $^1/_{12}$ ($^1/_{24}$ werd nog geschat).

Er werden 4 reeksen van waarnemingen verricht, bij elke waarvan aan den toestel 5 volle wentelingen werden gegeven, en wel voortgaande met hoeken van 45^0, zoodat 5 aflezingen van den stand der middelste streep werden verricht als de arm bd de noordelijke, evenveel wanneer hij de noordoostelijke richting had, enz.

Neemt men bij de eerste reeks het gemiddelde van alle aflezingen, waarbij bd de noordelijke, of de zuidelijke richting heeft, en eveneens het gemiddelde van alle aflezingen bij eene westelijke of oostelijke richting van bd, dan wordt het verschil van beide gemiddelden, de standverandering van de middelste streep dus, die aan een wenteling uit de richting zuid—noord naar de richting oost—west zou moeten worden toegeschreven (steeds in den onderlingen afstand der banden als eenheid uitgedrukt) + 0,017. Op dezelfde wijze geven de 3 andere reeksen — 0,025, + 0,030, + 0,067. Het gemiddelde van deze uitkomsten is + 0,022.

Werd op dezelfde wijze de stand der middelste lijn bij eene noordoostelijke richting van bd vergeleken met den stand bij de zuidwestelijke richting, dan gaven de 4 reeksen de verschillen + 0,050, — 0,033, + 0,030, + 0,087; gemiddeld + 0,034.

Van de beide verschillen + 0,022 en + 0,034 is het eerste te klein, om als de verplaatsing, die men zocht, beschouwd te kunnen worden, en had het laatste 0 moeten zijn. De verschillen zijn eenvoudig als waarnemingsfouten te beschouwen, wat ook in overeenstemming is met de fout, die men bij elke aflezing begaan kon. Bovendien was in de waargenomen standveranderingen een regelmatige gang, van anderen aard dan het verwachte verschijnsel zou meêbrengen, te bespeuren.

Michelson komt derhalve tot het besluit, dat wenteling van den toestel geene verplaatsing der interferentiebanden teweeg brengt, dat de theorie van Fresnel verlaten moet worden, maar dat de (oorspronkelijke) theorie van Stokes door de waarnemingen bevestigd wordt.

§ 26. Tegenover deze gevolgtrekkingen meen ik te kunnen opmerken, dat volgens de theorie van FRESNEL niet eene verplaatsing der strepen te verwachten is, zoo groot als MICHELSON meent, maar slechts eene half zoo groote.

Om dit te doen zien zullen wij nogmaals den invloed onderzoeken, dien de beweging der aarde op het phaseverschil bij een interferentieverschijnsel uitoefent, maar thans met inachtneming van grootheden, die met betrekking tot g/A van de tweede orde zijn; inderdaad is het door MICHELSON gezochte effect blijkens de vorige § van die orde. Wij zullen bij deze beschouwing uitgaan van de onderstellingen van § 8; wij kunnen dan ten slotte tot de theorie van FRESNEL terugkeeren.

Vooreerst verdient het opmerking, dat wanneer de tweede macht der snelheid van de aarde en van die van den aether in rekening gebracht wordt, het in § 12 gegeven bewijs voor de rechtlijnigheid van een lichtstraal niet meer doorgaat, en dat ook de relatieve stralen niet meer aan de gewone wetten der terugkaatsing en breking zullen gehoorzamen. Wanneer dus in Fig. 18 voor eene stilstaande aarde L_1 een lichtstraal is, die, van A uitgaande, na een willekeurig aantal terugkaatsingen en brekingen, het punt B bereikt. dan zal, als de aarde zich beweegt, de lichtstraal tusschen A en B van dien weg afwijken; noemen wij dezen nieuwen straal L_1'. De gedaante ervan wordt, zooals men gemakkelijk inziet, bepaald door de voorwaarde, dat onder alle wegen, die van A naar B leiden, en met elk terugkaatsend of brekend oppervlak, dat bij L_1 in het spel komt, een punt gemeen hebben, L_1' die is, voor welken de tijd:

$$\tau = \int \frac{d\,s}{B}$$

een minimum wordt. Daarbij moet thans voor B de waarde genomen worden, die in de formule (6) van § 12 is opgegeven. Voor L_1' moet dus;

$$\tau = \int \frac{d\,s}{A + \varkappa\,\varrho \cos\vartheta - \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{2\,A} \sin^2\vartheta}$$

een minimum worden; wij kunnen daarvoor schrijven

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3,$$

wanneer wij stellen

$$\tau_1 = \int \frac{d\,s}{A}, \qquad \tau_2 = -\int \frac{\varkappa\,\varrho\cos\vartheta}{A^2}\,d\,s = -\mu\,(\varphi_B - \varphi_A),$$

$$\tau_3 = \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\vartheta)\,d\,s. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (19)$$

Daar τ_2 voor alle wegen tusschen A en B dezelfde waarde heeft moet

$$\tau_1 + \tau_3$$

voor L_1' een minimum worden.

Het schijnt moeilijk, hieruit in het algemeen iets over de gedaante van L_1' af te leiden, maar wij kunnen voor ons doel volstaan met de volgende redeneering.

Wanneer de middenstoffen, de terugkaatsende en brekende oppervlakken, en de punten A en B gegeven zijn, is L_1 geheel bepaald; ook L_1' zal dat zijn, zoodra de beweging van den aether overal gegeven is. Onderstellen wij, dat L_1 en L_1' bekend zijn. Wij zullen dan die wegen vergelijken niet met *alle* andere, die van A naar B voeren, maar slechts met *eenige* daarvan, met die nl., welke van L_1 op eene dergelijke wijze afwijken als L_1' dat doet, maar alleen in meerdere of mindere mate. Om intusschen geene dubbelzinnigheid over te laten omtrent de wegen, welke ik bedoel, is eene nadere definitie noodig; ik geef die met een zekere willekeur, maar dit doet aan de minimum-eigenschap van L_1' geen afbreuk. Ik kies nl. op L_1 tusschen A en B oneindig vele andere punten, en op L_1' een even groot aantal punten en ik zal de punten op de beide wegen, die van A af gerekend hetzelfde

rangnummer hebben, overeenkomstige punten noemen. Daarbij voer ik slechts deze beperking in, dat de punten, waar L_1 en L_1' een zelfde terugkaatsend of brekend oppervlak treffen, overeenkomstige moeten zijn.

Door elk paar overeenkomstige punten P en P' trek ik eene willekeurige lijn, onder dien verstande, dat wanneer P en P' telkens verder van A worden genomen, de lijn geleidelijk van vorm verandert, en dat wanneer P en P' op een zelfde terugkaatsend of brekend oppervlak liggen, de geheele lijn PP' daarop ligt. Wanneer nu op elke lijn PP' een punt p wordt genomen, zoodat tusschen de langs de lijn gemeten afstanden de betrekking $Pp = \varepsilon \times PP'$ bestaat, met dezelfde waarde van ε voor alle lijnen PP', dan is de lijn l, waarop al de punten p liggen, een der wegen, die ik met L_1 en L_1' vergelijken zal.

Al deze wegen worden verkregen, door aan ε achtereenvolgens verschillende waarden toe te kennen. Is $0 < \varepsilon < 1$, dan ligt l tusschen L_1 en L_1'; van den weg, die aan $\varepsilon = \frac{1}{2}$ beantwoordt, zal men b.v. kunnen zeggen, dat hij half zooveel van L_1 afwijkt als L_1'. Men kan echter ook $\varepsilon > 1$ nemen; p ligt dan op het verlengde van PP' aan de zijde van P' en de weg l wijkt van L_1 meer af dan L_1'. Wordt ε negatief gekozen, dan valt p op het verlengde van PP' aan de andere zijde en l wijkt van L_1 in tegengestelden zin af als L_1'.

Is eenmaal de geheele bundel der beschreven lijnen geconstrueerd, dan kan elke daarvan door ééne veranderlijke bepaald worden. Daarvoor kan ε dienen; ik zal echter eene andere grootheid, die met ε samenhangt, nemen.

Te dien einde kies ik onder al de punten P op L_1 er een uit, b.v. het punt, waar L_1 het eerste terugkaatsende of brekende oppervlak ontmoet. Daarmede is tevens eene keus gedaan onder al de lijnen PP'; de lengte van de gekozen lijn zal ik ξ noemen en een weg l bepalen door het stuk $Pp = x$, dat hij van PP' afsnijdt. Voor L_1 is dan $x = 0$, voor L_1' $x = \xi$, en in het algemeen $x = \varepsilon\,\xi$. De grootheid ξ zij positief; x kan positief of negatief zijn.

Elke grootheid, die op eene der lijnen l betrekking heeft,

zal nu eene functie van x zijn, dus ook τ_1 en τ_3. Daar verder ξ en ook alle andere waarden van x, die wij te beschouwen hebben, zeer kleine grootheden zijn, kunnen wij τ_1 en τ_3 naar het theorema van MAC-LAURIN ontwikkelen. Duiden wij door insluiting in haakjes de waarden voor $x = 0$ aan, die dus op den weg L_1 betrekking hebben, dan verkrijgen wij:

$$\tau_1 = (\tau_1) + x\left(\frac{\partial \tau_1}{\partial x}\right) + \tfrac{1}{2} x^2 \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right) + \ldots$$

$$\tau_3 = (\tau_3) + x\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right) + \ldots.$$

Daar echter τ_1 voor L_1 een minimum wordt, verdwijnt de grootheid $\left(\frac{\partial \tau_1}{\partial x}\right)$. Derhalve moet voor $x = \xi$ de uitdrukking

$$\tfrac{1}{2} x^2 \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right) + \ldots + x\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right) + \ldots$$

een minimum worden. Daaruit volgt de betrekking

$$\xi \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right) + \ldots + \left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right) + \ldots = 0, \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

waarbij de achter elke grootheid weggelaten termen hoogere machten van ξ bevatten dan die grootheid.

Nu is echter τ_3 en dus ook $\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ blijkens de formule (19) van de orde $\frac{\varrho^2}{A^2}$, terwijl τ_1 en $\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)$ den factor $\frac{\varrho}{A}$ niet bevatten. Derhalve volgt uit (20), dat ξ van de orde $\frac{\varrho^2}{A^2}$ is, en daarmede wordt de uitdrukking $\tau_1 + \tau_3$ voor den straal L_1', dus voor $x = \xi$, zeer eenvoudig. Want in τ_1 is dan de term $\tfrac{1}{2} \xi^2 \left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)$ reeds van de vierde orde, en in τ_3 de term $\xi \left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ van de derde orde met betrek-

king tot $\frac{\varrho}{A}$ of $\frac{g}{A}$. Beperken wij ons tot de termen van de tweede orde, dan mogen wij dus voor L_1' schrijven

$$\tau_1 + \tau_3 = (\tau_1) + (\tau_3),$$

d. w. z. de tijd, dien het licht behoeft, om van A naar B te komen, kan berekend worden door in plaats van den werkelijken weg L_1' nog steeds den weg L_1 te nemen, dien het volgen zou, wanneer de aarde stilstond.

Wij hebben boven ondersteld, dat $\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ niet 0 is. Mocht dat wel het geval zijn, dan zou $\xi = 0$ aan de vergelijking (20) voldoen, zoodat men onmiddellijk tot de zoo even verkregen uitkomst zou komen.

De toepassing op de interferentieverschijnselen ligt voor de hand. Wanneer in Fig. 18 een element van L_1 door $d s_1$ wordt aangeduid, zal de tijd, dien het licht noodig heeft, om langs den eenen weg van A naar B te komen, worden voorgesteld door

$$\int \frac{d s_1}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A) + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3} (1 + \cos^2 \vartheta)\, d s_1.$$

De overeenkomstige tijd voor den tweeden weg L_2 is

$$\int \frac{d s_2}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A) + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3} (1 + \cos^2 \vartheta)\, d s_2$$

en het phaseverschil, waarmede de interferentie in B plaats heeft, wordt in tijdseenheden uitgedrukt

$$\int \frac{d s_1}{A} - \int \frac{d s_2}{A} + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3} (1 + \cos^2 \vartheta)\, d s_1 - \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3} (1 + \cos^2 \vartheta)\, d s_2.$$

Daar de beide eerste termen het phaseverschil voorstellen, dat bestaan zou, wanneer de aarde stil stond, bepaalt

$$\tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3} (1 + \cos^2 \vartheta)\, d s_1 - \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3} (1 + \cos^2 \vartheta)\, d s_2$$

de verandering in het phaseverschil, die door de beweging der aarde wordt veroorzaakt.

Bewegen zich de interfereerende lichtstralen overal in de lucht, dan mag men, althans met eene zeer kleine fout, $\varkappa = 1$ stellen. Neemt men voorts de theorie van FRESNEL aan, dan is de relatieve snelheid ϱ van den aether ten opzichte van de aarde overal gelijk en tegengesteld aan de snelheid g van de aarde zelf. De verkregen uitdrukking gaat dan over in

$$\frac{g^2}{2A^3}\left[\int(1+\cos^2\vartheta)\,ds_1 - \int(1+\cos^2\vartheta)\,ds_2\right], \;.\;.\; (21)$$

waarin A de snelheid van het licht in de lucht is en onder ϑ de hoek moet verstaan worden, dien een element van den lichtstraal met de bewegingsrichting der aarde vormt. Wanneer de toestel van MICHELSON met den eenen arm in de bewegingsrichting der aarde geplaatst wordt, verschillen de beide wegen, welke het licht volgt, alleen hierdoor van elkaâr, dat bij den eenen een stuk van de lengte $2\,D$ (verg. de vorige §) voorkomt, waarvoor $\cos^2\vartheta = 0$ is, bij den anderen een even lang stuk, waarvoor $\cos^2\vartheta = 1$ is. Is L_1 de eerstgenoemde weg, dan wordt dus (21)

$$-D\frac{g^2}{A^3}.$$

Wordt vervolgens de toestel over een hoek van 90^0 gedraaid, dan wordt voor den eersten weg $\cos^2\vartheta = 1$, voor den tweeden $\cos^2\vartheta = 0$, en (21) gaat over in

$$+D\frac{g^2}{A^3},$$

zoodat door de wenteling eene verandering van het phaseverschil optreedt, die door $2\,D\frac{g^2}{A^3}$, of in trillingstijden door

$$2\frac{D}{\lambda}\frac{g^2}{A^2}$$

wordt voorgesteld, eene verandering dus, die half zoo groot is, als die, welke MICHELSON verwachtte.

Gaat men na, in welk opzicht MICHELSON's redeneeringen van de hier medegedeelde afwijken, en waardoor hij tot eene tweemaal grootere uitkomst kwam, dan blijkt het, dat terwijl de beide beschouwingen overeenstemmen, wat het heen- en weergaan over den afstand D in de bewegingsrichting der aarde betreft, zij van elkaar verschillen met betrekking tot dien arm van den toestel, welke loodrecht op deze richting geplaatst is. Volgens de formules van deze § behoeft het licht, om over een afstand D, die loodrecht op de bewegingsrichting der aarde staat, heen en weer te gaan, een tijd

$$\frac{2\,D}{A} + D\,\frac{g^2}{A^3}, \qquad (22)$$

terwijl MICHELSON dien tijd op $\frac{2\,D}{A}$ stelt.

Dat hij dit ten onrechte doet kan men ook op de volgende wijze inzien. Wanneer (Fig. 19) $b\,e$ de richting heeft, in welke zich de aarde beweegt, is het een *relatieve* lichtstraal, die langs de lijn $b\,d$ naar den spiegel d en langs dezelfde lijn weer teruggaat. De ware lichtstraal — en deze is het, die bij de theorie van FRESNEL met de snelheid A doorloopen wordt — volgt een anderen weg; hij maakt nl. met $b\,d$ een hoek, gelijk aan de aberratieconstante en wel vóór de terugkaatsing door den spiegel d aan de eene zijde, daarna aan de andere zijde van $b\,d$. En juist daardoor bereikt hij weer het punt b, dat inmiddels met de aarde is voortgegaan.

Zijn t en t' de tijden, waarop eene trilling de terugkaatsingen in b en in d ondergaat, en is t'' de tijd, waarop zij weer de plaat b bereikt, dan moet men in eene figuur, die niet zooals Fig. 19 met de aarde meêgaat, maar in de ruimte stilstaat, onderscheiden de plaatsen b, b' en b'' van het punt b op de tijden t, t' en t'', en de plaats d' van d op den tijd t'. De punten b, d' en b'' zijn dan de hoekpun-

ten van een gelijkbeenigen driehoek en de beide opstaande zijden daarvan worden in werkelijkheid met de snelheid A doorloopen. Daar nu de hoogte van den driehoek D is, heeft men voor de som der opstaande zijden

$$2\sqrt{D^2 + b\,b'^2},$$

of bij benadering

$$2\,D + \frac{b\,b'^2}{D}.$$

Met verwaarloozing van grootheden van hoogere orde mag men zeggen dat $b\,b'$ de weg is, waarover de plaat b is voortgegaan, terwijl het licht den afstand D aflegt. Dus is $b\,b' = g\,\frac{D}{A}$, de som der opstaande zijden wordt

$$2\,D + D\,\frac{g^2}{A^2}$$

en de tijd, voor het doorloopen van dezen weg vereischt,

$$\frac{2\,D}{A} + D\,\frac{g^2}{A^3},$$

in overeenstemming met (22).

Uit het bovenstaande volgt, dat bij de proef van Michelson, zelfs wanneer men de voor het beoogde effect meest gunstige onderstellingen maakt, eene verplaatsing der interferentiestrepen te verwachten was, niet $= 0{,}16$, maar slechts $= 0{,}08$. De verplaatsing zou dus hoogstens gelijk zijn aan het bedrag, waarvan men bij de plaatsbepaling van de middelste streep nog juist zeker is. Zoodra de beweging van het zonnestelsel niet of niet in de ondersteld mate tot het effect bijdraagt, zou de standverandering der banden beneden dat bedrag komen.

Het blijft dus m. i. twijfelachtig, of de onderstelling van Fresnel door de proef van Michelson weêrlegd is. Maar in elk geval zal men uit die proef niet mogen besluiten, dat

de aether, zooals de oorspronkelijke theorie van STOKES het verlangt, geheel de beweging der aarde volgt. Want niet alleen tusschen deze theorie en die van FRESNEL moet beslist worden. Niet alleen de waarden 0 en g kan de relatieve snelheid van den aether ten opzichte van de aarde hebben, maar ook vele andere waarden. En zeker zou, wanneer die snelheid b. v. $= \frac{1}{2} g$ was — wat niet ondenkbaar mag geacht worden — de met de tweede macht der snelheid evenredige standverandering, die de strepen bij eene draaiing ondergaan, bij den toestel van MICHELSON volkomen onmerkbaar zijn.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 April 1886.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, KOSTER, DE VRIES, RIJKE, DONDERS, STOKVIS, KORTEWEG, KAMERLINGH ONNES, ENGELMANN, MAC GILLAVRY, VAN DER WAALS, LORENTZ, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, BAEHR, VAN RIEMSDIJK, MULDER, FRANCHIMONT, HOFFMANN, VAN BEMMELEN, BIERENS DE HAAN, J. A. C. OUDEMANS, PLACE, en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. Z. M. den Koning, 's Gravenhage, 19 April 1886; 2°. het Ministerie van Oorlog, 's Gravenhage, 30 Maart 1886; 3°. het Ministerie van Marine, 's Gravenhage, 30 Maart 1886; 4°. het Ministerie van Justitie, 's Gravenhage 8 April 1886; 5°. den Commissaris des Konings in de provincie Noord-Holland te Haarlem, 29 Maart 1886; 6°. Burgemeester en Wethouders der stad Amsterdam, 29 Maart 1886; 7°. de Curatoren der Rijks-Universiteit te Leiden, 2 April 1886; 8°. de Curatoren der Rijks-Universiteit te Utrecht, 2 April 1886; 9°. H. C. ROGGE, Bibliothe-

caris der Universiteit te Amsterdam, 30 Maart 1886; 10°. den Bibliothecaris van het Wiskundig Genootschap: »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" te Amsterdam, 30 Maart 1886; 11°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 27 Maart 1886; 12°. GUYE, Redacteur van het Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde te Amsterdam, 30 Maart 1886; 13°. de Directeuren der Nederlandsche Handelmaatschappij te Amsterdam, 2 April 1886; 14°. J. BOSSCHA, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 31 Maart 1886; 15°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der stads Bibliotheek te Haarlem, 3 April 1886; 16°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van TEYLER's Stichting te Haarlem, 7 April 1886; 17°. A. KLUYVER, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 31 Maart 1886; 18°. H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Directeur der Sterrenwacht te Leiden, 1 April 1886; 19°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 31 Maart 1886; 20°. J. J. F. NOORDZIEK, Bibliothecaris van de Tweede Kamer der Staten-Generaal te 's Gravenhage, 31 Maart 1886; 21°. H. VOLLENHOVEN, 's Gravenhage, 1 April 1886; 22°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 1 April 1886; 23°. Burgemeester en Wethouders van Zutfen, 1 April 1886; 24°. L. BROEKEMA, Directeur der Rijkslandbouwschool te Wageningen, 1 April 1886; 25°. den Bibliothecaris van het provinciaal Genootschap van Kunsten en Wetenschapte 's Hertogenbosch, 7 April 1886; 26°. L. G. BERENDS, Gouverneur der Koninklijke Militaire Akademie te Breda, 2 April 1886; 27°. O. STRUVE, Directeur der Nicolai-Hauptsternwarte te Pulkowa, 1886; 28°. E. BURGESS, Secretaris der Boston Society of natural History te Boston, September 1885; 29°. BONOLA, Secretaris der Société khédiviale de Géographie te Caïro, 1 April 1886; 30°. den Bibliothecaris der Public Library te Melbourne, 25 Februari 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 15 April 1886; 2°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 14 April 1886; 3°. F. NICHOLSON, Bibliothecaris der Manchester literary and phylosophical Society te Manchester 1885; 4°. SIEGEL, Secretaris der Kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 30 November 1885; 5°. den Secretaris der Kön. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 5 Augustus, 15, 30 October 1885; 6°. den Secretaris van het historische Verein für Unterfranken und Aschaffenburg te Würzburg, September 1885; 7°. E. R. KOCH, Bibliothecaris der Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften te Bern, 1885; 8°. H. WILD, Directeur van het physikalisch Central-Observatorium te St. Petersburg, December 1885; 9°. J. C. PILLING, Directeur der U. S. geological Survey te Washington, 23 November 1885, 23 Januari, 1 Maart 1886; 10°. E. BURGESS, Secretaris der Boston Society of natural History te Boston, September 1885; 11°. den Secretaris der ELLIOT-Society of Science and Art te Charleston, 31 Januari 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren kennisgevingen van de Heeren A. C. OUDEMANS JR., GRINWIS, BEHRENS en VAN DIESEN, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen, en voorts eene uitnoodiging van den Voorzitter van het Congrès international d'hydrologie et de climatologie de Biarritz, om één of meer leden der Akademie op 1 Oct. a.s. tot dat congres af te vaardigen. Wordt besloten, op die uitnoodiging later te beslissen.

— De Commissie voor Standaardmeter en -kilogram heeft haar advies nog niet gereed en hoopt dit in de Mei-Vergadering voor te dragen.

— De Heer VAN DER WAALS houdt zijne voordracht

»over de oplosbaarheid der zouten bij verschillende temperaturen."

— De Secretaris leest, op verzoek van den Heer HOEK, de volgende mededeeling:

Den 17den April j.l. zond de Heer ROELANTS, Ingenieur v. d. Waterstaat te Groningen, mij 3 stukken hout, afkomstig van de zeewerken om de landpunt Reide (Reider-Buitenland) nabij Termunten, aan de N.O. kust van de provincie Groningen. Dit hout was ter hoogte van 0.25 à 0.30 M. *boven volzee* door een of ander dier aangetast. De tijd, waarop dat hout aangebracht of aangetast was, is niet bekend.

Een nauwkeurig onderzoek verschafte mij spoedig de zekerheid, dat het hout niet door Limnoria lignorum, maar door een anderen houtvernieler was aangevallen. Wel deed het uitwendig voorkomen aanvankelijk sterk aan hout, door de gribbel aangetast, denken; maar, in de mij van de landpunt Reide gezonden stukken drongen de door het verwoestend gedierte gegraven gangen het hout dieper in, dan bij hout, door Limnoria bewoond, het geval is. De aan elkander en aan den draad van het hout evenwijdig loopende groeven, op het oppervlak van de mij gezonden stukken, gaven wel degelijk den indruk van Limnoria-groeven; zij waren echter veel breeder en dieper dan de groeven aan het oppervlak van hout, door Limnoria geteisterd. De voorname reden, waarom ik van den beginne af wantrouwde, hier met een geval van Limnoria te doen te hebben, is gelegen in de mededeeling omtrent de diepte, waarop deze stukken hout geplaatst zijn geweest. De Limnoria verwoest het hout van halftij of even daarboven, tot laagwater of even daarbeneden; deze stukken daarentegen waren op 0.25 à 0.30 M. *boven volzee* geplaatst geweest.

De meeste gangen waren verlaten: het hout aan het oppervlak wegbrekende, gelukte het mij echter, een wit wormvormig diertje uit een der gangen voor den dag te halen. Het heeft de grootte van een Limnoria, is echter niet van pooten voorzien en week van oppervlak. Het is een in-

secten-larve; weldra vond ik het insect ook: een snuitkevertje, $3^1/_2$ M.m. lang, donkerbruin van kleur en met vrij diepe putjes op het oppervlak der dekschilden.

Jhr. Dr. Ed. Everts te 's Gravenhage benoemde mij het kevertje. Hij schrijft mij dato 20 April 1886: »de door U gezonden kevers behooren tot de Curculioniden en wel is de naam der soort: Phloeophagus spadix Herbst. Deze kever is slechts een enkele maal in Nederland gevonden, o. a. bij den Haag, Zeist en één ex. door de Gavere nabij Groningen. De larven leven in houtwerk van huizen, onder boomschors, enz. De vondst is vooral daarom belangrijk, omdat het dier steeds geïsoleerd voorkomt." enz. enz.

In Calwer's Käferbuch (4th Aufl. 1883) vind ik op blz. 485 omtrent deze soort opgeteekend, dat zij in Oostenrijk, Illyrië, Italië, Zuid-Frankrijk, onder vermolmde boomschors werd aangetroffen.

Van dit dier zond ik een 8-tal exemplaren aan Dr. Everts; een half dozijn bevindt zich in het hierbij gaande fleschje. Werd het stuk hout er aan opgeofferd, dan zou het zeker gelukken hieruit nog meer dan een dozijn exemplaren te verkrijgen. Geïsoleerd, zooals wordt aangenomen, is dus het voorkomen van dit dier volstrekt niet. Dat het een tot nog toe zeldzame kever geldt, maakt deze vondst voor de entomologen belangrijk. Mij komt zij vooral daarom der vermelding waard voor, omdat zoowel het voorkomen van het aangetaste hout, als het voorkomen van de larve, bij eene oppervlakkige beschouwing zeer goed een verwarring met Limnoria lignorum en door haar aangetast hout mogelijk maken; in de tweede plaats, omdat dit het eerste bekende geval schijnt te zijn van verwoesting van zeeweringen, door dit dier aangericht.

— De Heer Kamerlingh Onnes doet mededeeling van de uitkomsten, door Dr. Haga gedurende dezen winter verkregen bij de voortzetting van zijne onderzoekingen over het Thomson's effect (of gelijk men na de onderzoekingen van Dr. Lorentz liever zal zeggen: over de specifieke warmte der electriciteit) in verschillende metalen en bij verschil-

lende temperaturen. Thans heeft Dr. HAGA bepalingen met platina verricht.

De methode van waarneming was dezelfde als die uitvoerig beschreven is in de *Annales de l'Ecole Polytechnique* te Delft. Noemt men t de temperatuur waarbij de specifieke warmte wordt waargenomen, δ de verplaatsing van den evenwichtsstand van den galvanometer, wanneer de richting van den hoofdstroom in den platinadraad wordt omgekeerd, $\frac{dt}{dA}$ de mate van temperatuursverandering per lengteeenheid (millimeter) — dan wordt in de volgende tabel door E_0 het viervoudig THOMSON-effect in graden uitgedrukt aangegeven, zooals het uit de proeven volgt voor 1 ampère en 1^0 temperatuursverandering per millimeter. Daarnaast is gesteld E_c, berekend volgens de volgende lineaire interpolatieformule:

$$E_c = 0^0.0552 + 0^0.00045\ (t - 45^0.2)$$

Deze formule is uit de waarnemingen met behulp van de methode der kleinste kwadraten berekend; de middelbare fout van elke waarneming moet dan op $0^0.00175$ en die van de uitkomst voor $t = 45^0.2$ op $0^0.00058$ gesteld worden. Eindelijk is er ook aan toegevoegd de waarde, berekend uit de interpolatieformule, die uit TAIT's hypothese eveneens met de methode der kleinste kwadraten zou worden gevonden namelijk:

$$E_t = 0.000164\ T$$

waar T de absolute temperatuur aangeeft.

t	δ	$\frac{dt}{dA}$	E_0	E_c	E_t
$35^0.9$	21.0	0.474	0.0499	0.0480	0.0507
$36^0.15$	20.1	»	478	481	507
$36^0.85$	20.8	»	494	484	509
$40^0.2$	20.3	»	483	499	514
$40^0.4$	20.3	»	483	500	514
$52^0.5$	30.5	0.649	529	555	534
$53^0.0$	32.4	»	562	557	535
$53^0.6$	33.4	»	580	560	537
[illegible]	33.8	»	587	581	543

De uitkomst van deze waarnemingen is dus zonder twijfel, dat de specifieke warmte der electriciteit in platina eene andere afhankelijkheid van de temperatuur dan in kwik vertoont en de hypothese van TAIT, welke met de waarnemingen in kwik strookte, doch voor welke à priori ook al weinig aan te voeren is, verlaten moet worden. De afhankelijkheid der specifieke warmte van de electriciteit van de temperatuur, acht Dr. HAGA dus in elke stof eene andere.

Ten einde het THOMSON-effect ook in absolute maat uit te drukken, heeft Dr. HAGA, volgens de methode van THOMSON, den weerstand van den platinadraad, die bij de proeven gebruikt werd, bepaald. Het bleek dat 1 m.M. draad de weerstand had van 0.000011092 Ohm bij 13° C.; de weerstand werd bij de berekening evenredig gesteld aan de absolute temperatuur. Het aantal calorieën, dat, volgens de wet van JOULE, een stroom van bepaalde sterkte per secunde ontwikkelde, was dus bekend. Een afzonderlijke proefreeks leerde de temperatuursverhooging, die hiervan het gevolg was, kennen, waaruit het aantal calorieën werd afgeleid, overeenkomende met de waargenomen temperatuurverhooging bij het THOMSON-effect. De absolute waarde van het THOMSON-effect bij 45° werd zoo gevonden gelijk 0.00000125 gramcalorieën in platina, terwijl Dr. HAGA 0.00000069 gramcalorieën in kwik gevonden had.

— De Heer MULDER biedt drie opstellen aan voor de Verslagen en Mededeelingen: 1°. »Broomcyaan tegenover aethylalcohol, 1ste gedeelte; 2°. Over eene nieuwe methode ter polymerisatie van broomcyaan en de structuur van eenige cyanuurverbindingen; 3°. Bijdrage tot de kennis van normaal cyaanzuur en afgeleiden", en licht enkele punten daaruit mondeling toe.

— De Heer A. C. OUDEMANS JR. heeft voor de Verslagen en Mededeelingen ingezonden een opstel: »Over de ontleding van kalium-chloorchromaat en kalium-fluochromaat onder den invloed der warmte."

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

BROOMCYAAN TEGENOVER AETHYLALKOHOL.

DOOR

E. MULDER.

Eerste Gedeelte.

Nadat men de eigenschap had leeren kennen van broomcyaan, om zich te addeeren met normaal cyanuurzuur aethyl, wilde men de verhouding nagaan van broomcyaan tegenover amido-verbindingen, en meer bepaald amido-zuren. Als eerste voorbeeld werd genomen aethylurethaan $NH_2.CO.OC_2H_5$. Daar dit lichaam ontstaat bij de reactie van broomcyaan op aethylalkohol, is men begonnen deze aan een nader onderzoek te onderwerpen in de verwachting belangrijke verbindingen te ontmoeten, vooral omdat men dan heeft urethaan op het oogenblik van worden.

Reeds had Wurtz *) een gedeeltelijke studie gemaakt betreffende de reactie van chloorcyaan op aethylalkohol, dat in den grond op hetzelfde neêrkomt, en het volgende kan beschouwd worden als een vervolg op den arbeid van dezen voortreffelijken scheikundige, over wiens onderzoekingen later zal worden gehandeld.

Men zal aanvangen met te geven de uitkomsten der proeven gedaan met broomcyaan en *zuiveren* alkohol, en vervolgens die met gewonen absoluten alkohol. In den regel zijn 5 gr. broomcyaan genomen op 10 gr. alkohol, ongeveer beantwoordende aan de verhouding gegeven door $NCBr$ en $4\ C_2H_5.OH$.

---

*) *Compt. rend.* 22, 504 (1846); *Ann. Ch. und Ph.* 79, 286 (1851).

Broomcyaan op zuiveren alkohol. Bij verhitten van het mengsel in een toegesmolten buis bij 80° gedurende eenige uren, ontsnapt er gas bij openen. Dit gas geeft een neêrslag in barytwater en is kooldioxyde; brandbare gassen schijnen niet te ontstaan. De massa kan nog lang schuimen; en bevat een krystallijn lichaam, dat bleek te zijn broomammonium (gevonden 4,1 pCt. waterstof; NH_4Br eischt 4,0 proc.). Het alkoholisch filtraat laat, geplaatst onder een exsiccator, een vaste massa terug, waarin krystallen zijn te onderscheiden van urethaan, maar ook nog andere krystallen voorkomen. Deze vaste massa werd bij gewone temperatuur behandeld met water, dat het urethaan oplost, benevens eenig broomammonium en nog een weinig van andere stoffen; het terugblijvende zal voortaan *product* A worden *genoemd.* Dit product maakt het hoofddoel uit van onzen arbeid.

De hoeveelheid kooldioxyde ontstaande bij inwerking van broomcyaan op alkohol bij 80° is zoodanig, dat bij openen der buis de geheele inhoud kan worden uitgeworpen. Bij ondervinding nu is gebleken, dat dit te voorkomen is, indien ongeveer 20 uur bij 80° wordt verhit en men daarna opent, vervolgens toesmelt en weder 20 uur verhit, en dit ten derde male herhaalt, zoodat in 't geheel 60 uur bij 80° wordt verwarmd. Na de proef is de inhoud veelal lichtgeel gekleurd. De reactie schijnt het maximum van kracht te bereiken gedurende de laatste 20 uren. Blijft men op genelde wijze verhitten tot er ten slotte geen drukking meer is, an erlangt men betrekkelijk minder van product A. Bij openen er buis na de eerste 20 uur, vertoont zich in den regel eenige amp, zeker tengevolge van gevormd broomwaterstof.

Analysen van product A. Men heeft alzoo genoemd, gelijk eeds gezegd, het terugblijvende bij behandeling met water an de vaste massa achterblijvende na verdampen van den lkohol van het alkoholisch filtraat (van broomammonium). et product werd verschillende malen op een filtrum beandeld met water, door dit, met water gevuld, telkens een ılven dag te laten staan, en daarna gedroogd onder een siccator.

I. Een hoeveelheid van 0,3039 gr. stof gaf 0,3933 gr. kooldioxyde en 0,1572 gr. water; 0,2823 gr. gaf 22 C.C. stikstof bij 6,5⁰ en 747,41mm. bar. (gecorr.).

II. Van een andere bereiding gaf 0,3749 gr. stof 0,4817 gr. kooldioxyde en 0,1881 gr. water.

III. 0,5041 gr. van een derde bereiding gaf 0,3503 gr. broomzilver, overeenkomende met 0,149 gr. broom.

IV. 0,549 gr. eener nieuwe bereiding gaf 43,5 C.C. stikstof bij 14,2⁰ en 754,2mm. bar. (gecorr.).

V. 0,6986 gr. van een nieuw product gaf 54 C.C. stikstof bij 10,5⁰ en 753,77mm. bar. (gecorr.).

VI. 0,3053 gr. eener zesde bereiding gaf 0,3652 gr. kooldioxyde en 0,1452 gr. water. Ter contrôle werd een tweede analyse gedaan van hetzelfde product; 0,3281 gr. stof gaf 0,3921 gr. kooldioxyde en 0,1601 gr. water.

Berekend op 100 gew.-d. komt dit overeen met:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
koolstof . . .	35,2	35,0	—	—	—	32,6; 32,6
waterstof. . .	5,7	5,5	—	—	—	5,2; 5,4
stikstof. . . .	9,3	—	—	9,2	9,1	—
broom	—	—	29,5	—	—	—

Het product A zou een secundair product kunnen zijn ontstaan door inwerking van water op een verbinding, deel uitmakende van het mengsel, dat terugblijft bij indampen van het alkoholisch filtraat van broomammonium. Boven medegedeelde analysen moeten er toe leiden, om vooralsnog product A niet te beschouwen als een chemische verbinding, maar als een mengsel.

Analysen van produkten B *en* D (*zie later*). Product A vermengt zich moeielijk met water, en daarom is het veelal genomen in nog vochtigen toestand, ten einde het te laten krystalliseeren uit warm water. De lichamen aangeduid met B en D zijn oplosbaar, dat met C aangeduid is onoplosbaar in water (product A geeft steeds van lichaam C).

I. Van product A werd verhit met water tot het kookpunt, en daarna gefiltreerd, en het afzetsel uit het filtraat geanalyseerd (*a*). Maar veel bleef nog onopgelost, en werd

daarom met een nieuwe hoeveelheid water behandeld, daarna gefiltreerd, en het afzetsel gebracht op een filtrum (*b*). Het terugblijvende werd nog eens uitgekookt met water, waarin het zoo goed als onoplosbaar is; dit is lichaam C (zie later).

a. 0,255 gr. stof gaf 0,3064 gr. kooldioxyde en 0,1263 gr. water (*a*. 1). Een contrôle analyse gaf van 0,3136 gr. stof (*a*. 2) aan water 0,1502 gr. (de koolstof werd niet bepaald). Het zal later nog wel eens voorkomen, dat òf de koolstof alleen, òf de waterstof wordt opgegeven. De reden hiervan is, dat lichaam B zeer vlokkig is, en moeielijk te vermengen, waartoe ter koolstofbepaling soms veel tijd werd genomen, en bij een waterstofbepaling juist omgekeerd snel te werk gegaan (steeds werd vermengd op den trechter).

b. Een hoeveelheid van 0,302 gr. gaf 0,2963 gr. kooldioxyde en 0,1201 gr. water (*b*. 1).

0,453 gr. gaf 29,25 C.C. stikstof bij $7{,}5^0$ en $753{,}5^{mm.}$ bar. (gecorr.) (*b*. 1); van een contrôle bepaling gaf 0,2525 gr. stof 0,2452 gr. kooldioxyde en 0,1053 gr. water (*b*. 2) (vorderde veel tijd ter vermenging, zoodat de waterstof wel iets te hoog kan zijn).

II. Van een ander product A met warm water behandeld, werd het eerste afzetsel geanalyseerd.

0,3274 gr. stof gaf 0,3762 gr. kooldioxyde (waterstof werd niet bepaald).

0,4001 gr. gaf 0,2856 gr. broomzilver, bevattende 0,1215 gr. broom.

Berekend op 100 gew.-d. komt dit overeen met:

	I. *a*		I. *b*		II.
	1.	2.	1.	2.	
koolstof	32,6	—	26,7	26,5	31,3
waterstof.	5,4	5,3	4,4	4,6	—
stikstof.	—	—	7,7	—	—
broom	—	—	—	—	30,3.

Product I *a* werd bij ongeveer 80^0 opgelost in water, gefiltreerd van een weinig afzetsel, en bij 80^0 ingedampt tot ongeveer de helft. Het lichaam hieruit afgezet werd geana-

lyseerd. 0,3798 gr. stof gaf 0,4947 gr. kooldioxyde en 0,1922 gr. water. Dit geeft op 100 gew.-d.:

koolstof 35,5
waterstof. . . . . 5,6.

Lichaam C. Wordt product A verhit met water, dan blijft een krystallijne stof terug, genoemd lichaam C. Van twee verschillende bereidingen werd achtereenvolgens 0,3005 gr. en 0,1475 gr. stof genomen voor een onderzoek op broom door middel der methode met kalk; er bleek hoegenaamd geen broom in aanwezig te zijn.

Bereiding I (zie boven) liet bij behoorlijk uitkoken met water van lichaam C terug; product A geeft altijd met water verhit lichaam C.

0,1875 gr. gaf 0,3028 gr. kooldioxyde en 0,1291 gr. water; 0,3607 gr. gaf 43 C.C. stikstof bij 5,9° en 754,76mm bar. (gecorr.); berekend op 100 gew.-d. heeft men:

koolstof 44,0
waterstof. 7,6
stikstof. . . . . 14,4.

Om te weten, of lichaam C is een scheikundige verbinding of een mengsel, werd ongeveer 0,5 gr. verhit met potassa-loog in een waterbad (5,6 gr. kaliumhydroxyde op 105 C.C. water), gefiltreerd, uitgespoeld met water, en omgekrystalliseerd uit kokenden alkohol (de stof was namelijk lichtgeel, daarna kleurloos); dan vooral is lichaam C zeer vlokkig.

0,3391 gr. stof gaf 41 C.C, stikstof bij 5,5° en 769,15mm bar. (gecorr.), overeenkomende met:

stikstof. . . . . 14,9 p.c.

Broomcyaan en gewone absolute alcohol. *Lichaam* C. Het product A op dezelfde wijze behandeld met water gaf eveneens van lichaam C, dat uit kokenden alkohol werd omgekrystalliseerd. De massa werd tweemaal uitgekookt met alkohol en gaf dientengevolge twee afzetsels (1 en 2).

1. 0,2809 gr. gaf 0,4568 gr. kooldioxyde en 0,1862 gr. water; 0,3784 gr. gaf 45,25 C.C. stikstof bij 5,9° en 772,98^{mm} bar. (gecorr.);

2. 0,4194 gr. stof gaf 50 C.C. stikstof bij 3,2° en 749,6^{mm}. bar. (gecorr.); berekend op 100 gew.-d. leiden deze analysen tot het volgende:

	1.	2.
koolstof	44,3	—
waterstof	7,3	—
stikstof	14,8	14,5.

Lichaam B. De moederloog van lichaam C gaf als eerste afzetsel een krystallijne stof van deze samenstelling:

0,2476 gr. stof gaf 0,2571 gr. kooldioxyde en 0,1009 gr. water, overeenkomende met:

koolstof	28,3
waterstof	4,5.

Omgekrystalliseerd uit water gaf 0,3469 gr. stof aan kooldioxyde 0,3393 gr. en 0,1329 gr. water; 0,5649 gr. gaf 0,5824 gr. broomzilver, bevattende 0,2478 gr. broom.

0,6582 gr. gaf 41,25 C.C. stikstof bij 3,7° en 745,99^{mm}. bar. (gecorr.); op 100 gew.-d. alzoo:

koolstof	26,6
waterstof	4,2
stikstof	7,6
broom	43,8.

Product A verkregen met gewonen abs. alkohol, schijnt einig of geen lichaam D te bevatten, maar genoegzaam tsluitend B en C.

Eigenschappen der lichamen B, D *en* C. Voorloopig heeft en genoemd lichaam D dat met ongeveer 35 p.c. koolstof, met ongeveer 26 en C met ongeveer 44 p.c. koolstof.

Lichaam B. Product *a*. I is een ander dan A. VI, al komen analysen met elkander overeen. Product *a*. I smelt bij geveer 102°, en product A. VI, begon eerst bij 120° ongeer een weinig te smelten, meer bij 152°, en geheel bij geveer 177° (bij 115° begon het wat gekleurd te wor-

den). Product *b*. I (lichaam B) smolt bij ongeveer 117° gedeeltelijk, na omkrystallisatie ten deele bij 120,5°, geheel bij 122°; na gesmolten te zijn geweest bij 121,5° gedeeltelijk, geheel bij 122°. Lichaam B gemaakt met gewonen absoluten alkohol begon met te smelten bij 117,5°, geheel bij 121,5°; na gesmolten te zijn geweest geheel bij ongeveer 121°.

Een waterige oplossing van lichaam B zet niets af, zelfs na langdurig koken (geeft dus niet lichaam C); de oplossing geeft geen neêrslag met zilvernitraat, noch ook de moederloog van product A. Lichaam B is oplosbaar in potassaloog bij gewone temperatuur na eenige uren staans (hetzelfde geldt ook van product *a* I); het filtraat geeft geen neêrslag bij neutralisatie met zoutzuur.

Lichaam C is krystallijn en vlokkig als B en D. Het is (genoegzaam) onoplosbaar in kokend water; weinig oplosbaar in kokenden alkohol; onoplosbaar in verdund zoutzuur en potassa-loog. Smelt niet, maar begint met ontleed te worden bij ongeveer 270°.

Lichaam D is nog weinig bekend, en zelfs kan nog niet worden gezegd, of het is een scheikundige verbinding of een mengsel, in ieder geval nadert het zeer tot lichaam B, en niet tot A, dat met water steeds geeft van lichaam C.

Broomcyaan en alkohol bij 50° *enz.*. Zuivere alkohol verhoudt zich wat aangaat de vorming van kooldioxyde en broomammonium ongeveer als gewone abs. alkohol. Bij 50° verhittende met dezen laatsten (5 gr. broomcyaan op 10 gr. alkohol) in een retort in verbinding met een staanden afkoeler (vereenigd met een buis, uitmondende in kwik), had er geen merkbare ontwikkeling plaats van kooldioxyde, en vorming van broomammonium, en evenmin bij 60°. De reactie vangt veelmeer aan bij 70°—80°.

Broomcyaan en alkohol bij gewone temperatuur. Na verloop van ongeveer zes maanden was geen broomammonium afgezet (5 gr. broomcyaan op 10 gr. zuiveren alkohol) in een toegesmolten buis gezet op een donkere plaats. Daarna gezet ergens, waar het daglicht volop kon schijnen en nu en dan de buis vele uren het volle zonlicht kon ge-

nieten, werd na vele maanden een weinig broomammonium afgezet. Na filtratie werd de vloeibare massa gedaan onder een exsiccator; er bleef een dikke massa terug, doormengd met krystallen, die door filtreerpapier gescheiden het karakter vertoonden van urethaan.

Ruw product tegenover water. Na verdampen van het alkoholisch filtraat (van broomammonium) was men gewoon de massa onder water zeer lang te wrijven met een glazen spatel tegen den wand van het vat, omdat dit op de opbrengst van product A een goeden invloed scheen te hebben. Maar eenmaal was dit met opzet nagelaten, en de massa slechts gewasschen met water ter verwijdering van het urethaan (en een weinig broomammonium); het onoplosbaar geblevene op een filtrum gelaten met water (zie vroeger), nam zeer merkbaar toe in volumen. Dit product A gaf betrekkelijk weinig van lichaam B en D. Zeer wel kan dus A een secundair product wezen.

Ruw product met absoluten aether. Wordt ruw product behandeld met abs. aether, dan blijft wat onopgelost terug, maar betrekkelijk weinig (en hetzelfde is het geval met zuiveren alkohol). Dit lichaam smelt reeds onder 100°, weder vastwordende bij 110°, en daarna smeltende bij ongeveer 140° met verkleuring. Hierin is een weinig broomammonium, dat door omkrystallisatie uit warmen alkohol wel zou te verwijderen zijn, maar dan zou wellicht de moederstoffe worden ontleed.

Niet onwaarschijnlijk vormen lichamen B en D met urethaan een vrij samengestelde verbinding, en wellicht maakt ook lichaam C hiervan deel uit; deze lichamen bevinden zich dan ook in oplossing in het oorspronkelijk alkoholisch filtraat.

Product A tegenover alkohol en water. Verhit met alkohol blijft een gedeelte onopgelost, en het filtraat zet een krystallijne stof af (oplosbaar in warm water) met een smeltpunt van ongeveer 100°. Bij latere onderzoekingen zal deze weg worden ingeslagen. Het zou zeker voor hebben, om het ruwe product met abs. aether of zuiveren alkohol te behandelen, maar er gaat te veel in oplossing, dat vooreerst

wel niet is te scheiden van het urethaan, terwijl het terugblijvende eenig broomammonium bevat, waarvan de lichamen moeielijk zijn te bevrijden. Daarentegen lost water zoowel urethaan als broomammonium gemakkelijk op.

Het broomcyaan in overmaat teruggebleven vervluchtigt, en wordt ontleed door het zwavelzuur (b.v. aldus: $NCBr + SO_4H_2 = HBr + CO_2 + SO_2 . NH$). Bij inwerking van broomcyaan op alkohol ontstaat waarschijnlijk broomwaterstof (zie ook later). In ieder geval kan het wellicht beter zijn. om het alkoholisch filtraat (van broomammonium) te plaatsen onder een exsiccator met calciumchloride, dat evenzoo later zal gedaan worden.

Scheiding van urethaan en aethylbromide. Ruw product (terugblijvende na het verdampen van den alkohol van het filtraat van broomammonium) geeft met water product A (zie vroeger). Het waterig filtraat onder een exsiccator geplaatst, geeft een krystallijne massa, die bijkans geheel oplosbaar is in zuiveren aether (er blijft alleen eenig broomammonium enz. terug). Na verdampen der aetherische oplossing blijft een massa over, die met zeer weinig water behandeld wat teruglaat van een product, de eigenschappen vertoonende van product A. In geval het ruwe product direct wordt behandeld met zuiveren aether (zie vroeger), wordt betrekkelijk veel van product A opgelost, om bij behandeling van het terugblijvende, na verdampen van den aether, met eenig water, weder onopgelost terug te blijven.

Door overhaling van den alkohol (van het filtraat van broomammonium) op een waterbad, en toevoeging bij dit destillaat van water enz., is men in staat aethylbromide af te zonderen. Het aethylcarbonaat zou zich alleen laten afzonderen door overhaling van het alkoholische filtraat bij hoogere temperatuur, maar dan treedt noodwendig ontleding in van lichamen B, D en C; reden waarom dit tot nog toe is nagelaten. Daarbij komt dan nog, dat aethylcarbonaat onder die omstandigheden gevormd, wel eens een ontledingsproduct zou kunnen zijn van het ruwe product, terugblijvende bij verdampen van het alkoholisch filtraat. In ieder geval bevat het terugblijvende van dit laatste onder een exsiccator, geen aethylcarbonaat.

Om zich eenig denkbeeld te kunnen maken betreffende de hoeveelheid, waarin eenige produkten ontstaan, is bepaald die van 4 buizen te zamen genomen (iedere buis bevatte 5 gr. broomcyaan en 10 gr. alkohol en werd verhit 60 uur bij 80°), en wel:

a. De hoeveelheid broomammonium terugblijvende bij filtratie van den inhoud der buizen.

b. Het terugblijvende bij verdampen van den alkohol bij wasschen van het broomammonium (urethaan en lichamen B, D en C).

c. Hetgeen terugblijft bij verdampen van het alkoholisch filtraat van broomammonium (urethaan en lichamen B, D en C).

d. Het product A terugblijvende bij behandeling van *c* met water bij gewone temperatuur (lichaam B, D en C).

e. Product A terugblijvende bij behandeling van *b* met water (lichamen B, D en C).

Zuivere alkohol.

	a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
1.	1,2 gr.	2,5 gr.	8,7 gr.	1,4 gr.	0,2 gr.
2.	1,0 »	2,7 »	9,1 »	1,7 »	0,2 »
3.	1,1 »	2,8 »	10,3 »	1,5 »	0,2 »
.	1,1 »	2,6 »	9,8 »	1,5 »	0,1 »
,	1 »	2,9 »	10,1 »	1,5 »	0,2 »
.	1,5 »	2,3 »	9,5 »	1,5 »	0,2 »

Gewone abs. alkohol.

a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
2,3 gr.	2,2 gr.	9,3 gr.	1,3 gr.	0,1 gr.
1,6 »	2,8 »	9,4 »	1,4 »	0,1 »
2,3 »	2,2 »	9,4 »	1,3 »	0,2 »
2,3 »	2,2 »	8,7 »	1,4 »	0,2 »
2,6 »	2,0 »	8,1 »	1,5 »	0,1 »
3 »	2,5 »	8,8 »	1,7 »	0,3 »

Door de som van *d* en *e* af te trekken van *b* en *c*, er-gt men ongeveer de hoeveelheid urethaan.

Men heeft ook eenige buizen verhit tot er geen drukking meer was bij openen; een buis had daartoe noodig 288 uur, een andere 224 uur (de proef werd genomen met zuiveren alkohol). Berekend op 4 buizen werd gevonden voor:

a.	*c.*	*d.*
7,8 gr.	5,4 gr.	0,4 gr.

b en *e* werden niet bepaald. Men ziet duidelijk den invloed; vermeerdering van broomammonium, vermindering van product A en minder urethaan.

Chloorcyaan tegenover alkohol. Deze reactie is ten deele nagegaan door WURTZ *), zooals reeds vroeger werd gezegd. Volgens dezen scheikundige wordt de reactie bevorderd door een matige warmte van ongeveer 80^0, en zoo ook door zonlicht; eenige uren van verwarming of eenige dagen blootstelling aan het zonlicht, zijn voldoende. Later †) deelde deze scheikundige mede, dat de reactie versneld wordt door toevoegen van eenig water. Vele malen trad de werking eensklaps in, en was dan zoo hevig, dat het toegesmolten vat brak. Naar WURTZ wordt chloorammonium afgezet, en zijn in oplossing aethylchloride, urethaan, terwijl hij later tevens aethylcarbonaat heeft aangetroffen. Het filtraat van chloorammonium werd aanvankelijk verhit ter verwijdering van het aethylchloride, vervolgens het aethylcarbonaat overgehaald, en ten slotte het urethaan. Hieruit volgt tevens, dat de vorming van andere verbindingen moest ontsnappen aan de aandacht van dezen scheikundige. WURTZ gaf de volgende vergelijkingen (in den thans gebruikelijken vorm gebracht):

$$CNCl + 2(C_2H_5.OH) = NH_2.CO.OC_2H_5 + C_2H_5Cl \quad (a)$$
$$CNCl + 2(C_2H_5.OH) + H_2O = CO.2OC_2H_5 + ClNH_4 \quad (b)$$

Eenigen tijd later heeft deze scheikundige †) de eerste vergelijking aldus gewijzigd:

---

*) *Compt. rend.* 22, 504 (1846).

†) *Ann. Ch. und Ph.* 79, 286 (1851).

$$CNCl + C_2H_5.OH + H_2O = NH_2.CO.OC_2H_5 + HCl. \quad (c)$$

Hier en daar treft men de volgende vergelijking *) aan als afkomstig van WURTZ:

$$CNCl + 3(C_2H_5.OH) = CO.2OC_2H_5 + C_2H_5Cl + NH_3 \quad (A),$$

maar in de werken van dezen scheikundige hebben we die vergelijking niet kunnen vinden.

CANNIZZARO heeft bij de reactie van chloorcyaan op benzylalkohol de volgende vergelijking gegeven:

$$CNCl + 2(C_7H_7.OH) = NH_2.CO.OC_7H_7 + C_7H_7Cl,$$

derhalve dezelfde vergelijking aanvankelijk door WURTZ aangenomen.

EERSTE THEORETISCH GEDEELTE BETREFFENDE DE ONTLEDING VAN BROOMCYAAN DOOR ALKOHOL. De inleidende reactie kan zijn:

$$\text{I.}\quad NCBr + C_2H_5.OH = BrH + NC.OC_2H_5,$$

of de volgende:

$$\text{II.}\quad NCBr + C_2H_5.OH = BrC_2H_5 + NC.OH,$$

f wel zouden beide reacties te gelijk kunnen plaats hebben.

Laten we uitgaan van vergelijking II, tevens aannemende, at NCOH wordt omgezet in OCNH.

Water behoeft niet aanwezig te zijn, want de reactie ver- ›opt zoo ongeveer op gelijke wijze met zuiveren als met ›wonen absoluten alkohol. Het ontstaan van urethaan is ·ij gemakkelijk te verklaren naar de bekende vergelijking:

$$OCNH + C_2H_5.OH = NH_2.CO.OC_2H_5.$$

Aethylbromide C_2H_5Br komt reeds voor in vergelijking . Maar de groote vraag is, hoe broomammonium $BrNH_4$ kooldioxyde CO_2 worden gevormd.

De vergelijking vroeger medegedeeld:

$$\text{C}Br + 3(C_2H_5.OH) = CO.2OC_2H_5 + C_2H_5Br + NH_3 \quad (A),$$

) Zie b. v.: BEILSTEIN *Handb. Org. Chem.* 719 (1881), waarin wordt iteerd het stuk voorkomende in *Ann. de Ch. et de Phys.* 79 (1851).

zou slechts een denkbeeldige verklaring geven, daar zij de som van eenige reacties in zich sluit. In ieder geval komen in deze vergelijking slechts voor aethylbromide, ammoniak, en aethylcarbonaat (dit laatste wordt wellicht aanvankelijk niet gevormd). Ammoniak zou zich kunnen vereenigen met $OCNH$, en ureum vormen, dat evenwel niet is aangetroffen. Ook zou ammoniak kunnen reageeren op broomcyaan (steeds in overmaat aanwezig), maar cyanamid en afgeleiden zijn evenmin gevonden; anders zou de vorming van $BrNH_4$ aldus zijn verklaard:

$$NCBr + NH_3 = BrH + CN_2H_2$$
$$BrH + NH_3 = BrNH_4.$$

Eindelijk zou ammoniak ten deele reageeren op C_2H_5Br, maar ook aminen zijn tot nog toe niet aangetroffen. Vergelijking A komt dus wel vooreerst te vallen.

Hoe men het ook beziet, met vergelijking II (en A) komt men niet ver genoeg, en deze is derhalve niet aan te nemen.

Om in de vergelijking water H_2O als een der termen op te nemen (zie pag. 390, 391) zou geen beteekenis hebben, nu bekend is, dat de reactie met zuiveren alkohol even goed gaat. Vergelijkingen *b* en *c* kunnen alzoo niet geacht worden een gewenscht beeld der reactie te geven. Blijven over vergelijking I en *a*; maar de laatste is weder als 't ware de som van eenige reacties, zoodat in ieder geval vergelijking I allereerst is te behandelen:

$$\text{I. } NCBr + C_2H_5.OH = BrH + NCOC_2H_5,$$

die dan wordt gevolgd door deze reactie:

$$BrH + C_2H_5.OH = BrC_2H_5 + H_2O.$$

Welnu, vroeger *) is genoegzaam aangetoond, dat normaal aethyl-*cyanaat* zich kan verbinden met water ter vorming van urethaan:

---

*) Zie het *Recueil. d. Trav. Chim. d. Pays-Bas*. T. I, p. 219.

$$NCOC_2H_5 + H_2O = NH_2.CO.OC_2H_5.$$

Deze drie reacties komen voor in de vergelijking (zie vroeger):

$$NCBr + 2(C_2H_5.OH) = NH_2.CO.OC_2H_5 + BrC_2H_5 \ (a).$$

Maar het water werkt ook in op broomcyaan:

$$NCBr + 2H_2O = BrNH_4 + CO_2,$$

aldus te ontleden:

a. $NCBr + H_2O = BrH + NCOH$
b. $NCOH = OCNH$
c. $OCNH + H_2O = NH_2.CO.OH$
d. $NH_2.CO.OH = NH_3 + CO_2$
e. $NH_3 + HBr = BrNH_4.$

Urethaan kan tevens op de volgende wijze ontstaan:

$$OCNH + C_2H_5.OH = NH_2.CO.OC_2H_5.$$

Mogelijk geschiedt de reactie tegelijkertijd naar I en II, maar voor 't oogenblik bestaat er geen aanleiding om dit aan te nemen.

Men zou nog kunnen zeggen, dat zelfs zoogenaamd zuivere alkohol toch altijd nog sporen water bevat, en bij gevolg de reactie zou kunnen plaats hebben:

$NCBr + 2H_2O = BrNH_4 + CO_2$ (zie de ontleding hierboven),

maar men ziet duidelijk in, dat een kleine hoeveelheid water al spoedig zou verbruikt zijn, daar het kooldioxyde CO_2 de zuurstof bevat van dat water, terwijl er zoolang kooldioxyde ontstaat als er nog broomcyaan voorhanden is.

Het besluit is derhalve, dat urethaan $NH_2.CO.OC_2H_5$, broomammonium $BrNH_4$, aethylbromide BrC_2H_5 en kooldioxyde CO_2 geacht kunnen worden aldus te ontstaan:

$$NCBr + C_2H_5.OH = BrH + NCOC_2H_5$$
$$BrH + C_2H_5.OH = BrC_2H_5 + H_2O$$
$$NCOC_2H_5 + H_2O = NH_2.CO.OC_2H_5.$$

Het is niet geoorloofd deze reacties te doen zamensmelten tot de volgende vergelijking:

$$NCBr + 2(C_2H_5.OH) = BrC_2H_5 + NH_2.CO.OC_2H_5 \quad (a)$$

in geval men namelijk het verloop der reacties wil leeren kennen, dat naar vergelijking (a) tevens zou kunnen zijn:

$$NCBr + C_2H_5.OH = BrC_2H_5 + NCOH$$
$$NCOH + C_2H_5.OH = NH_2.CO.OC_2H_5,$$

en derhalve dezelfde eindprodukten opleveren.

Broomammonium en kooldioxyde worden blijkbaar gevormd naar de vergelijking:

$$NCBr + 2H_2O = BrNH_4 + CO_2 \text{ (zie boven).}$$

Uit het medegedeelde zou dan volgen, dat er onontleed normaal cyaanzuur aethyl moet overblijven, want *een deel* van het water ($HBr + C_2H_5.OH = H_2O + BrC_2H_5$) wordt verbruikt door het broomcyaan NCBr. De lichamen B (D) en C kunnen daarvan afgeleid worden. Mocht evenwel bij nader onderzoek blijken, dat op eenige andere wijze HBr ontstaat (b v. door inwerking van broomcyaan en urethaan), dan heeft vergelijking II evenveel recht van bestaan als vergelijking I, tenzij de structuur van B of C, of beiden, hiertegen opkomen.

Over de verbindingen B *en* C. Voor de samenstelling was gevonden (zie pag. 383, 384, 385) voor B:

	Met zuiveren alkohol. 1.	*b.* 2.	Met gewonen abs. alkohol.
koolstof	26,7	26,5	26,6
waterstof.	4,4	4,6	4,2
stikstof	7,7	—	7,6
broom	—	—	43,8.

En voor lichaam C:

	Met zuiveren alkohol; gewasschen met water.	Verhit met potassa-loog; omgekr. uit alkohol.	Met gewonen abs. alkohol; omgekr. uit alkohol.
koolstof	44,4	—	44,3
waterstof.	7,6	—	7,3
stikstof.	14,4	14,9	14,8; 14,5.

Dit geeft als gemiddelde voor B:

koolstof	26,6
waterstof.	4,4
stikstof.	7,65
broom	43,8
zuurstof	17,6

en voor C:

koolstof	44,1
waterstof.	7,4
stikstof.	14,6
zuurstof	33,9.

Formule van lichaam B. Voor de verhouding in atomen heeft men:

koolstof. $\frac{26,6}{11,97} = 2,22$; waterstof. $\frac{4,4}{1} = 4,40$; stikstof. $\frac{7,65}{14,01} = 0,54$;

broom. $\frac{43,8}{79,75} = 0,54$; zuurstof. $\frac{17,6}{15,96} = 1,10$.

De formule is dus $C_x H_y N_n Br_n O_z$. Voor de waarde van , y en z kan worden genomen 8,15 en 4 en voor die van $= 2$, zoodat de formule dan wordt $C_8 H_{15} N_2 Br_2 O_4$, maar b.v. de formule $C_4 H_8 N Br O_2$ niet buitengesloten:

	gevonden:	$C_8H_{15}N_2Br_2O_4$ eischt:	$C_4H_8NBrO_2$ eischt
koolstof . . .	26,6	26,4	26,3
waterstof . .	4,4	4,1	4,4
stikstof . . .	7,65	7,7	7,7
broom	43,8	44,0	43,9
zuurstof . . .	17,6	17,6	17,5.

Het is duidelijk, dat hier slechts sprake is van een voorloopige empirische formule.

Formule van lichaam C. De verhouding in atomen is deze:

koolstof. $\frac{44,1}{11,97} = 3,68$; waterstof. $\frac{7,4}{1} = 7,40$; stikstof. $\frac{14,6}{14,01} = 1,04$;

zuurstof. $\frac{33,9}{15,96} = 2,12$,

genoegzaam overeenstemmende met de formule:

	gevonden.	$C_7H_{14}N_2O_4$ eischt:
koolstof	44,1	44,1
waterstof.	7,4	7,3
stikstof.	14,6	14,7
zuurstof	33,9	33,6.

Te oordeelen naar deze formules van B en C, schijnt er tusschen deze verbindingen genetisch verband te bestaan.

Besluit.

1. Zal de vorming van broomammonium en kooldioxyde op eenvoudige wijze kunnen verklaard worden bij inwerking van broomcyaan op alkohol (zuiver), dan is men wel genoodzaakt, met 't oog op de bekende feiten, om de volgende reacties aan te nemen:

a. $NCBr + C_2H_5.OH = BrH + NCOC_2H_5$
b. $BrH + C_2H_5.OH = BrC_2H_5 + H_2O$
c. $NCOC_2H_5 + H_2O = NH_2.CO.OC_2H_5$.

Ontstaat er echter broomwaterstof bij een andere reactie (b.v. door broomcyaan en urethaan), dan kunnen wellicht de volgende reacties in aanmerking komen:

a'. $NCBr + C_2H_5.OH = BrC_2H_5 + NCOH$
b'. $NCOH = OCNH$
c'. $OCNH + C_2H_5.OH = NH_2.CO.OC_2H_5$.

Zoowel de vergelijkingen *a*, *b*, *c* als *a'*, *b'* en *c'* zijn begrepen in de vergelijking:

$$NCBr + 2(C_2H_5.OH) = BrC_2H_5 + NH_2.CO.OC_2H_5.$$

2. Na reactie van alkohol op broomcyaan filtreerende, het filtraat indampende, en het terugblijvende behandelende met water (bij gewone temperatuur), blijft een krystallijne massa terug, die met warm water, onder anderen, een verbinding oplost, waaraan kan worden toegekend de verhoudingsformule $C_8H_{15}N_2Br_2O_4$ (smelt ongeveer bij 121°—122°), terwijl een krystallijne stof terugblijft (onoplosbaar in water, weinig oplosbaar in kokenden alkohol; niet smeltbaar), waaraan voorloopig de formule $C_7H_{14}N_2O_4$ kan worden gegeven.

3. Bij verhitten van broomcyaan en alkohol bij 80° (broomcyaan in overmaat gedurende de reactie) schijnt geen aethylcarbonaat te ontstaan onder gemelde omstandigheden (zie 2).

4. De vergelijking:

$$NCCl\,(\text{of } Br) + 3(C_2H_5.OH) = CO.2\,OC_2H_5 + C_2H_5Cl\,(\text{of } Br) + NH_3$$

heeft voor 't oogenblik geen wetenschappelijke beteekenis.

Utrecht, 23 April 1886.

OVER EEN NIEUWE METHODE

TER

POLYMERISATIE VAN BROOMCYAAN,

EN DE

STRUCTUUR VAN EENIGE CYANUUR-VERBINDINGEN,

DOOR

E. MULDER.

Bij verhitten van broomcyaan in een toegesmolten buis bij een temperatuur van 130°—140°, ontstaat volgens EGHIS *), een donker gekleurde amorphe massa; bij het openen der buis blijkt er drukking te zijn, terwijl er cyaan zou ontwijken. Het gekleurd zijn der massa is naar EGHIS toe te schrijven aan vrij broom. Zelfs na langdurig verhitten zou een zekere hoeveelheid broomcyaan onaangetast blijven. Gemelde scheikundige trachtte door broomcyaan te verhitten met absoluten aether een meer zuiver product te bekomen, en inderdaad zou dan een kleurlooze amorphe massa ontstaan. Een broombepaling en de vorming van cyanuurzuur bij verhitten met water bij 100°, gaven EGHIS aanleiding om aan te nemen, dat men hier te doen heeft met een polymeer broomcyaan van de formule $N_3 C_3 Br_3$.

Met dit lichaam willende arbeiden, werd aanvankelijk de methode met aether gevolgd; de uitkomst was evenwel verre

*) *Ber. d. Deutsch. Chem. Ges.* Jahrg. 2. S. 159.

van bevredigend. Een oplossing van 8 broomcyaan in 16 gr. absoluten aether werd verwarmd bij 135° gedurende 8 uur in een toegesmolten buis. Maar in plaats van een amorphe kleurlooze stof, werd verkregen een gekleurde vloeistof, en slechts een betrekkelijk zeer kleine hoeveelheid van een sterk gekleurd afzetsel. Eenzelfde uitkomst werd erlangd, uitgaande van minder aether, en wel 4 gr. aether op 8 gr. broomcyaan. Werkende bij 120°—125° met een oplossing van 9 gr. broomcyaan in 5 gr. aether, was er na acht uur weder uiterst weinig afzetsel gevormd; men verhitte thans bij 130° gedurende zestien uren, zonder dat het afzetsel merkbaar was toegenomen; de oplossing was daarentegen meer gekleurd, en liet, geplaatst onder een exsiccator, een lijvige donker gekleurde vloeistof terug met doordringenden reuk. De buizen werden verhit in een oliebad, voorzien van een regulator; omtrent de temperatuur van verwarmen is men dus zeker (zie later). Uit het medegedeelde blijkt, dat Eghis onder eenigzins andere omstandigheden moet hebben gewerkt. De methode met aether werd noodwendig verlaten, en broomcyaan als zoodanig verhit. Eenige voorloopige proeven deden zoo ongeveer de temperatuur kennen, ter polymerisatie geschikt. Bij 130° verhit gedurende zestien uren, en daarna bij 135° even lang, ten einde een weinig broomcyaan onaangetast gebleven, te doen polymeriseeren, scheen weinig er massa te zijn gedissocieerd, ten minste kon de buis niet geopend worden in de vlam door gebrek aan drukking. Wordt adelijk verwarmd bij 135°, dan is er eenige spanning bij penen, dus wordt er wat ontleed, en dat wenschte men te ntgaan. Bij 150° wordt betrekkelijk veel ontleed, en bij penen der buis ontsnapt veel damp.

Het product, erlangd door eerst bij 130° en daarna bij 135° e verhitten, was vrij donker gekleurd, en vormde aanvankejk een weeke massa, die na eenige dagen zeer hard werd, naar toch gemakkelijk was fijn te maken. De kenmerkende euk van broomcyaan werd niet meer waargenomen; in ochtige lucht geplaatst, vertoonde zich damp van broomaterstof. Het smeltpunt is niet met juistheid te bepalen; ij 118° scheen de massa gedeeltelijk te smelten, maar bij

186° was nog een deel niet gesmolten, terwijl de kleur donkerder was geworden.

I. Een hoeveelheid van 1,2092 gr. van een product gemaakt door eerst bij 130° en ten slotte bij 135° te verhitten, gaf 0,5058 gr. kooldioxyde.

0,6146 gaf 67 C.C. stikstof bij 5° en 762,78$^{mm.}$ bar. (gecorr.).

II. Van een andere bereiding gaf 0.372 gr. stof aan broomzilver 0,6583 gr., overeenkomende met 0,2801 gr. broom. Berekend op 100 gew.-d. stemt dit met:

	I.	II.	xBrCN eischt:
koolstof.	11,4	—	11,3
stikstof.	13,3	—	13,2
broom	—	75,3	75,4.

Wordt broomcyaan bij 135° betrekkelijk geruimen tijd verwarmd (b.v. 80 uren), dan is er eenige spanning bij openen der buis, zooals gezegd, en is er dus een andere reactie aangevangen dan die van polymerisatie. Onder deze omstandigheden ontstaat nu en dan een kleine hoeveelheid van een kleurlooze stof krystalliseerend in tafels, die bij 200° nog niet smelt. Dit lichaam bezit geen reuk bij gewone temperatuur, doch vervluchtigt bij sterke verwarming onder vorming van sterk prikkelende dampen. Het is zoo goed als onoplosbaar in water, en naar het schijnt ook in alkohol en aether, daarentegen wordt het opgelost na eenigen tijd bij staan met potassa-loog. De hoeveelheid dezer stof, waarover men te beschikken had, liet het niet toe daarvan analysen te verrichten. Niet onwaarschijnlijk zal dit lichaam in grootere hoeveelheid optreden bij herhaald verhitten en openen telkens der buis, of nog beter door verwarmen in een stroom van eenig indifferent gas. Nadere kennis, betreffende deze verbinding, kan wel niet anders dan belangrijk zijn.

Een nieuwe methode ter polymerisatie van broomcyaan. Uit het medegedeelde volgt, dat bij verhitten van broomcyaan de kans tot het verkrijgen van een zuiver product niet

groot is. Zelfs dat gemaakt door verhitten eerst bij 130° en daarna bij 135° zal bezwaarlijk zuiver kunnen zijn, al stemmen ook de verkregen analytische uitkomsten genoegzaam overeen met de formule x NCBr. Ten einde een zuiver product te erlangen, zal het verhitten moeten worden ontgaan. Inderdaad bleek bij nader onderzoek, dat broomcyaan bij gewone temperatuur zelfs in 't duister, gedeeltelijk wordt omgezet in een schijnbaar amorphe gele massa, en na eenige maanden het geheel aldus van toestand verandert. De kleur is licht geel, en geeft meer den indruk van een zuiver product te zijn, dan de oranjebruine kleur van dat bij verhitten erlangd. Het laatste vormt daarenboven een compacte massa, die blijkbaar is gesmolten geweest, terwijl het praeparaat bij gewone temperatuur verkregen een weinig zamenhangende massa vormt, met een glazen staaf gemakkelijk los te maken. Opmerkingswaardig is, dat somwijlen het broomcyaan (steeds in een toegesmolten buis bevat), zelfs in maanden hoegenaamd niet verandert, en de inhoud van andere buizen onder dezelfde omstandigheden, bewaard bij afsluiting van zonlicht, langzamerhand wordt gepolymeriseerd. De verklaring van dit verschijnsel is wel deze, dat er in kleine hoeveelheid van eenige verbinding aanwezig is, die het polymeriseeren bevordert in het laatste geval, en men meent deze te hebben gevonden in het broom. Bij broomcyaan, dat niet polymeriseerde, werd een weinig broom gedaan, in een buis en deze toegesmolten. Aanvankelijk was in geen maanden iets waar te nemen van polymerisatie, die echter daarna een aanvang nam, om nu geregeld door te gaan.

De volgende analysen zijn gedaan met eenzelfde praeparaat van broomcyaan, dat ruim 12 maanden in een toegesmolten buis werd bewaard (andere buizen bevatten nog eenig vrij broomcyaan, aan den krystalvorm te herkennen).

0,8001 gr. stof gaf 0,3296 gr. kooldioxyde.

0,4335 gr. gaf 0,7683 gr. broomzilver, bevattende 0,3269 gr. broom.

1,0053 gr. gaf 109,75 C.C. stikstof bij 12,7° en 757,42$^{mm.}$ bar. (gecorr.).

0,5515 gr. gaf 60,5 C.C. stikstof bij 12⁰ en 754,48mm. bar. (gecorr.).

Berekend op 100 gew.-d. komt dit overeen met:

			x N C Br vordert:
koolstof	11,2		11,3
stikstof	12,9 ;	12,9	13,2
broom	75,4		75,4.

De eerste stikstofbepaling gaf een eenigzins te laag gehalte, dat aanleiding gaf tot een tweede bepaling, die evenwel leidde tot dezelfde uitkomst. Men zou kunnen veronderstellen, dat het product eenig vrij broomcyaan bevat, en met den stroom van kooldioxyde wat wordt weggevoerd; het product bevat echter niet dien doordringenden reuk aan broomcyaan eigen (zie later). Het smeltpunt is niet wel te bepalen. Bij ongeveer 100⁰ heeft het eenigermate den schijn alsof een klein gedeelte in vloeibaren staat overgaat, bij ongeveer 110⁰ was alles gesmolten, echter meer een lijvige massa vormende dan een vloeistof. Verhit met absoluten aether bij 130⁰ gedurende 24 uur, scheen de massa niet merkbaar te veranderen (zie vroeger).

Een hoeveelheid stof van 1,7 gr. werd verhit met 5 C.C. water in een toegesmolten buis bij 105⁰ gedurende 24 uur; de inhoud werd toen geplaatst in het luchtledig, vervolgens behandeld met een kleine hoeveelheid water (ongeveer 4 C.C.) en gedecanteerd. Het terugblijvende gedroogd bedroeg ongeveer 0,4 gr. aan *cyanuurzuur*, en de oplossing gaf na verdampen ongeveer 0,5 gr. vaste stof, bevattende *broomammonium*. Uitgaande van de formule $N_3 C_3 . 3 Br$, eischt de theorie 0,69 gr. cyanuurzuur.

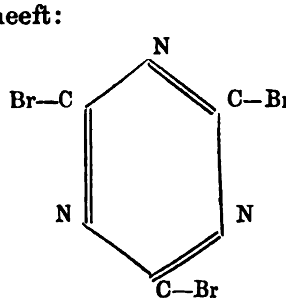
Merkwaardig is de verhouding van dit gele polymerisatieproduct tegenover water bij gewone temperatuur, wanneer *broom* vrij komt en gas (CO^2) wordt ontwikkeld; dit houdt eenige dagen aan, maar het duurt eenige maanden, alvorens de ontleding is geeindigd (een met broomcyaan N C Br verzadigde oplossing is eerst na maanden bij gewone temperatuur ontleed). In verloop van tijd heeft evenwel ver-

andering van het gele product plaats, en geschiedt de ontleding onder den invloed van water niet meer in die mate.

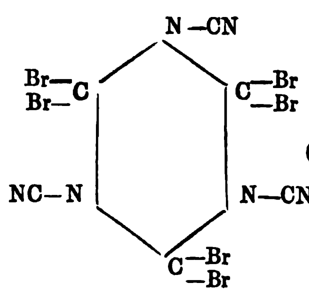
Wordt het polymerisatie-product verhit tot ongeveer 100° in het luchtledig, dan sublimeert eenig broomcyaan N C Br; bij hoogere temperatuur ontstaat *een andere kristallijne en kleurlooze stof*, maar in zeer beperkte hoeveelheid ten gevolge van andere processen, terwijl de massa meer en meer wordt gekleurd.

Ioodcyaan. Bewaard in een toegesmolten buis gedurende vele maanden, wordt het niet veranderd. Een weinig vrij iodium schijnt de polymerisatie niet te bevorderen.

Eenige theoretische beschouwingen. Zoowel de amorphe toestand als de gele kleur van het bij gewone temperatuur ontstane gepolymeriseerd broomcyaan, maar niet minder de verhouding bij verhitten en tegenover water, deden vermoeden, dat dit lichaam wellicht een *secundair* additieproduct is van broomcyaan N C . Br, namelijk als primair beschouwd $N_3C_3 . 3\,Br$, in wel geval het dan zou zijn $N_3C_3 . 3\,Br, x\,N\,C\,Br$. Opmerkingswaardig is ook, dat het bekende gepolymeriseerde chloorcyaan, te beschouwen als $N_3C_3 . 3\,Cl$, krystallijn is en kleurloos, en in 't algemeen een ander karakter vertoont. Hiervan uitgaande kan worden aangenomen, dat $N_3C_3 . 3\,Br$ (A) hetzij een, twee of drie moleculen (B) broomcyaan heeft geaddeerd, zoodat men heeft:



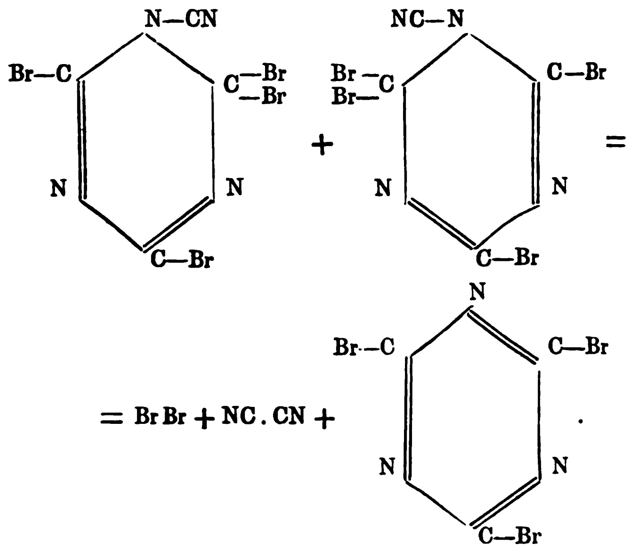
(A)



(B)

De rest —CN ($-C\equiv N$) zou op nieuw NC Br kunnen addeeren en doen ontstaan $-C\begin{smallmatrix}-Br\\=N-CN\end{smallmatrix}$, en zoo vervolgens, zoodat er als 't ware een additie plaats greep zonder einde. Maar gaan we uit van formule (B) of wat nog eenvoudiger

is, veronderstellen we, dat slechts één molecule NCBr is geaddeerd, zooals wellicht het geval is, dan nog is het duidelijk, hoe die nieuwe moleculen op elkander reageerende *vrij broom* kunnen doen ontstaan en cyaan:



Een lichaam der formule (A) zal bij verhoogde temperatuur aanleiding geven tot de vorming van zeer samengestelde verbindingen, maar zeer waarschijnlijk bij gewone temperatuur onveranderd blijven. Daarentegen zal een lichaam der formule (B) reeds bij gewone temperatuur veel neiging bezitten tot wisseling (bij eenigszins verhoogde temperatuur komt dan ook broom vrij), en het gele polymerisatieproduct van broomcyaan is wellicht een mengsel veler verbindingen (die wel vooreerst niet zijn aan te geven), de samenstelling bezittende van een gepolymeriseerd broomcyaan. Behandeld met water komt broom vrij en heeft tevens gasontwikkeling plaats, zooals werd medegedeeld. Men ontmoet hier een duidelijk voorbeeld naar 't schijnt van *dissociatie als gevolg van additie.* Zelfs zou men zich kunnen voorstellen, hoe een molecule van (A) in staat is om achtereenvolgens een onbegrensde hoeveelheid broomcyaan NCBr eerst te addeeren en dan te dissocieeren. In de organische natuur zijn er

wel zonder twijfel dergelijke lichamen (een deel der dus geheeten fermenten), die uit de eiwitstoffen schijnen te ontstaan, en als zoodanig onder zekere omstandigheden dergelijke reacties van ontleding kunnen in 't leven roepen en wel als gevolg van aanvankelijke additie.

Chloorcyaan schijnt gemakkelijker te worden gepolymeriseerd dan broomcyaan, dat het weder wint van ioodcyaan, hetwelk tot nog toe heeft weêrstand geboden aan polymerisatie. Zooals bekend, worden aan deze verbindingen de volgende formules gegeven:

$$Cl - C \equiv N \qquad Br - C \equiv N \qquad (I - C \equiv N).$$

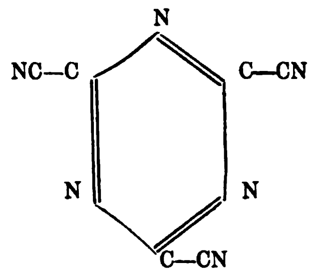
Zoodra heeft de polymerisatie een aanvang genomen, of affiniteiten van koolstof en stikstof

$$Cl - \underset{|}{C} = \underset{|}{N} \qquad Br - \underset{|}{C} = \underset{|}{N}$$

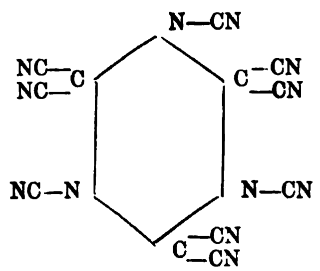
verbinden zich met die van andere moleculen.

De neiging van een verbinding om te polymeriseeren zal afhangen van de hoeveelheid energie alsdan vrijkomende, maar daarenboven van andere omstandigheden. Zal er polymerisatie intreden (of een andere vorm van additie), dan moet er neiging bestaan tot dislocatie (zoodat b.v. $Cl - C \equiv N$ tracht over te gaan in $Cl - \underset{|}{C} = \underset{|}{N}$), en de toestand van dislocatie moet een zekere grens hebben bereikt. In sommige gevallen is warmte als zoodanig afdoende. Maar in andere gevallen wordt (daarenboven) de aanwezigheid vereischt van eenige stof, die dan den noodigen graad van dislocatie te voorschijn brengt, en dit is wel het geval met chloor- en broomcyaan, namelijk bij gewone temperatuur. Een lichaam, dat de eigenschap bezit, om zich te addeeren b. v. met broomcyaan, .zal in $Br - C \equiv N$ de atomen C en N doen disloqueeren, als gevolg waarvan dan moleculen $Br - \underset{|}{C} = \underset{|}{N}$ zich met elkander zullen kunnen verbinden; een zoodanig lichaam nu is broom. Een polymeer, b. v. $N_3C_3 . 3\,Br$, dat zich vermag te addeeren, in dit geval met NCBr, kan derhalve de eigenschap bezitten, om NCBr te doen polymeriseeren. Maar blijven wij niet langer stilstaan bij dit belangrijke onderwerp.

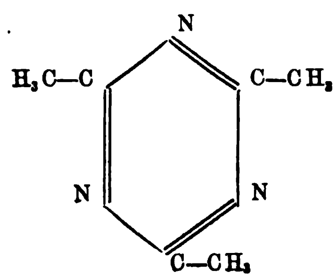
Het is gemakkelijk in te zien, dat verbindingen met den rest NC en dien van eenig halogeen, groote overeenkomst zullen bezitten met het cyaan: NC.CN, daar de rest NC zich in vele opzichten verhoudt als een halogeen rest. Cyaan zal dus op overeenkomstige wijze kunnen worden gepolymeriseerd, en bij gevolg als eerste condensatie-product geven een lichaam der structuur:



Mogelijk is het *paracyaan* alzoo geconstrueerd, maar het kan zeer wel, dat er daarenboven een, twee of drie (enz.) moleculen cyaan NC.CN zijn geaddeerd, in welk laatste geval het molecule is:

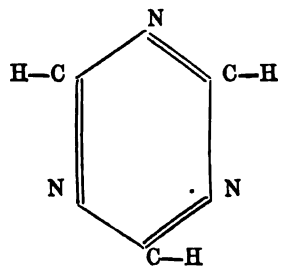


De cyaanalkinen bezitten een overeenkomstige structuur, zoo b.v. het cyaanmethine $N_3C_3 . 3CH_3$ (ontstaande bij polymerisatie van acetonitril: $NC . CH_3$), dat tot formule heeft:



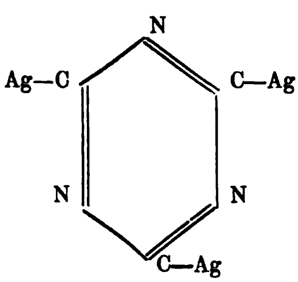
Hetzelfde geldt van paracyaan-mierenzuur: $N_3C_3.3(CO.OH)$.

Er is een lichaam bekend, polymeer met cyaanwaterstof van de formule $N_3C_3H_3$ *). Geen bekend feit schijnt eenigermate in strijd met de volgende structuurformule:



Van alle *normale* cyanuur-verbindingen bezit dit het *kleinste* moleculairgewicht.

De wijze waarop zich cyaanzilver verhoudt bij verhitten, maakt het niet onwaarschijnlijk, dat aanvankelijk ontstaat een verbinding $N_3C_3Ag_3$ van de structuur:



In 't algemeen kan men een formule $N_3C_3.3R$ aannemen, waartoe behooren stoffen door polymerisatie gevormd van verbindingen, terug te brengen tot de algemeene formule $NC.R$, waarin R voorstelt de rest van een grondstof, of een alkyl, alkoxyl enz..

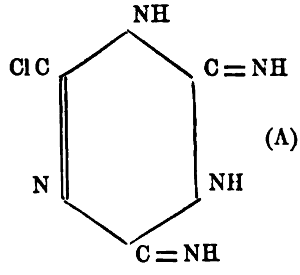
De overeenkomst die de stikstof vertoont met koolstof, wat

*) Zie: *N. Handl. d. Chem.* v. FEHLING. Bd. II. S. 899; BEILSTEIN, *Handb. Org. Chem.* S. 77 (1881), waar als structuurformule is gegeven: $NH_2.CH(CN)_2$.

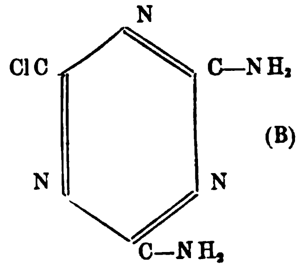
betreft de vorming van gesloten ketens met zes atomen, namelijk in vereeniging met koolstof, welke neiging de koolstof als zoodanig in tal van reacties doet zien, mag wellicht aanleiding geven tot een stellen der vraag, of het molecule vrije koolstof geen afgeleide is van een keten met zes atomen, en de allotropiëen van de koolstof niet zijn een soort ortho-, meta- en para-koolstof *). Het eigenaardige dat deze grondstof vertoont, maakt het in ieder geval zeer waarschijnlijk, dat de structuur betrekkelijk nog al zal afwijken van die der andere bekende grondstoffen.

Aanhangsel. Nadat het medegedeelde in gereedheid was, maakte men kennis met onderzoekingen gedaan door Claësson, Hofmann en Ponomareff, welke aanleiding mogen geven tot het volgende.

In de eerste plaats iets betreffende de structuurformule van chlorcyanamid †). Er was gezegd §), dat de formule daaraan toegekend door Nencki (A) wel de juiste zou kunnen zijn, maar in ieder geval aanvankelijk ontstaat een verbinding van een andere structuur (B):



(A)



(B).

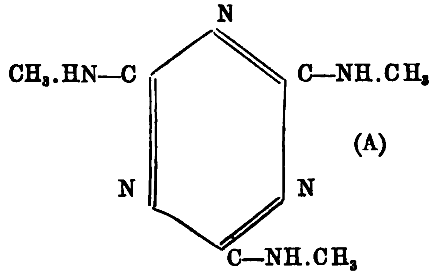
Wat aangaat de structuur van trialkylmelaminen, daarvan kunnen zeer vele isomeren bestaan, waarvan men het volgende drietal uitkiest:

---

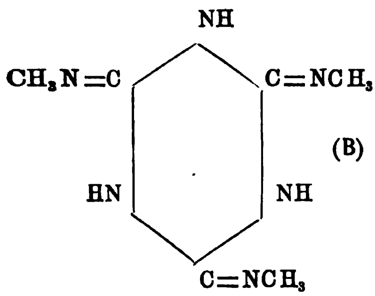
*) Zie: *Versl. en Meded. d. Koninkl. Akad. v. Wetensch.* 2de Reeks. 16, 286.

†) Claësson, *Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch.* Jahrg. 18. S. 496.

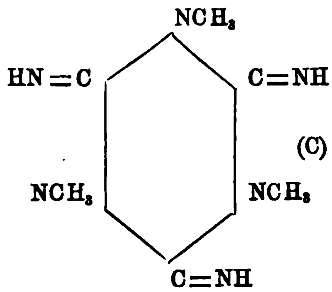
§) *Versl. en Meded. d. Koninkl. Akad. v. Wetensch.* 2de Reeks. 20, 405.



(A)



(B)



(C).

De melaminen (A) en (B) kunnen met zoutzuur vormen methylamine en cyanuurzuur (normaal- of iso-cyanuurzuur).

Door inwerking der verbinding 3 N C . 3 Cl op ioodwaterstof, verkreeg CLAËSSON een lichaam naar hem van de formule 3 N C . 3 I (het hield evenwel nog eenig chloor in), bij verhoogde temperatuur gevende volgens dezen scheikundige paracyaan, tot formule hebbende $(NC)_3$. Het komt ons voor, dat de moleculair-formule van dit laatste lichaam veel samengestelder zal zijn. Zelfs uitgaande van de formule 3 N C . 3 I, mag men aannemen, dat verschillende moleculen dezer verbinding op elkander zullen reageeren, en dientengevolge een aaneenschakeling zal ontstaan van ketens 3 N C, waarvan het aantal wel bezwaarlijk is aan te geven. Men stelt zich dan ook voor, dat de structuur van gewoon paracyaan belangrijk zal afwijken van die van het paracyaan, gevormd bij verhitten van ioodcyaan (zie vroeger).

HOFMANN *) geeft even als CLAËSSON gewichtige argumenten, om zoowel melamine als eenige afgeleiden, uitgaande

*) *Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch.* Jahrg. 18. S. 2755, 2781.

van gepolymeriseerd chloorcyaan, te beschouwen als te zijn *normaal*. Voor gepolymeriseerd chloor- en broomcyaan waren vroeger *) gegeven de formules: 3 N C . 3 Cl en 3 N C . 3 Br, en daarmede deze verbindingen als te zijn *normaal* aangenomen.

Theoretisch kunnen bestaan vier cyanuurzuren †), waarvan twee gemengd; en er werd op gewezen, dat het vroeger gemelde diaethylcyanuurzuur §) wel een afgeleide zou kunnen zijn van een gemengd cyanuurzuur. HOFMANN **) nu heeft verbindingen leeren kennen af te leiden van gemengde cyanuurzuren.

PONOMAREFF ††) geeft een belangrijk argument om cyanuurzuur te beschouwen als 3 NC . 3 OH, daarin bestaande, dat cyanuurzuur zilver bij gewone temperatuur met aethyliodide verreweg in hoofdzaak vormt *normaal* cyanuurzuur aethyl en zeer weinig *iso*-cyanuraat. Lettende b. v. op het verschil in verhouding bij cyaanzilver N C Ag en cyaankalium N C K tegenover aethyliodide, zou men wellicht geneigd kunnen zijn er eenige beteekenis aan te hechten, dat met bovengenoemde reactie is uitgegaan van het *zilver*zout. Ook zou cyanuurzuur een gemengd zuur kunnen wezen. Een wellicht afdoend argument voor de formule 3 N C . 3 O H voor dit cyanuurzuur is onlangs voorloopig aangekondigd door CLAËSSON §§), die nader hoopt te bewijzen, dat cyamelid is te beschouwen als *iso*-cyanuurzuur en dus tot formule zou hebben 3 C O . 3 N H, tot nogtoe in den regel toegekend aan het gewone cyanuurzuur (zie boven). Herinneren wij er aan, hoe, eenige jaren geleden ***) is aangetoond, dat *normaal* cyanuurzuur aethyl in een luchtverdunde ruimte (40—50 m.m.) bij een betrekkelijk hooge temperatuur (ongeveer 235°) kan worden overgehaald zonder vorming

---

*) *Recueil.* T. III. p. 307, 309.

†) *Recueil.* T. III. p. 347, 349.

§) *Recueil.* T. IV, p. 93.

**) l. c. Jahrg. 18. S. 3217.

††) l. c. Jahrg. 18. S. 3261.

§§) *J. f. pr. Ch. N. F.* Bd. 33. S. 116.

***) *Recueil* T. I, 220.

van *iso*-cyanuraat *). Men had aanvankelijk te veel gewicht gehecht aan de eigenschap van gewoon cyanuurzuur om geen broom te addeeren †); maar daartegenover staat, dat men later §) het diaethylcyanuurzuur, afgeleid van n. cyanuurzuur aethyl, heeft beschouwd als zijnde normaal of gemengd, en dat, niettegenstaande het geen broom addeert. Maar in ieder geval meende men aan gewoon cyanuurzuur de formule 3CO.3NH te moeten toekennen; en eerst het kunnen optreden in vrijen staat van een ander cyanuurzuur, zal wellicht dit vraagstuk voldoende oplossen; met belangstelling ziet men daarom uit naar den arbeid van CLAËSSON betreffende cyamelid. Het komt ons voor, dat gewoon cyanuurzuur bij verhitten aanvankelijk cyamelid zal moeten vormen en eerst dan isocyaanzuur, ingeval cyamelid is: 3CO.3NH en gewoon cyanuurzuur: 3NC.3OH.

PONOMAREFF **) deelt mede, dat broomcyaan in aetherische oplossing onder zekere omstandigheden kan overgaan in een gepolymeriseerd broomcyaan, blijkbaar van de formule 3NC.3Br. Dit lichaam is namelijk krystallijn en sublimeerbaar volgens gemelden scheikundige, en wijkt dus in eigenschappen af van het gepolymeriseerd broomcyaan, waarop deze medeedeeling betrekking heeft; reden te meer, om dit laatste lichaam te beschouwen als 3NC.3Br, xNCBr, namelijk als een secundaire additie-product van broomcyaan.

BESLUIT.

Het medegedeelde moge leiden tot de volgende uitkomsten:

1. Bij verhitting van broomcyaan in een gesloten buis

---

*) Men had toenmaals betrekkelijk weinig n. cyanuurzuur aethyl tot zijne beschikking, dat ten deele wellicht kan verklaren het verschil betreffende eenige uitkomsten met die van CLAËSSON, betreffende de verhouding bij verhitten onder gewonen luchtdruk; maar dit doet weinig af tot de hoofdzaak boven vermeld.

†) *Recueil* T. I. 220.

§) *Recueil*. T. IV. p. 93.

**) l. c.

eerst bij 130⁰ en vervolgens bij 135⁰, is geen spanning bij openen der buis. Het ontstane product vormt een amorphe donker bruin gekleurde massa, in samenstelling overeenstemmende met de formule x N C Br. Het bevat geen vrij broom.

2. Verwarmd gedurende zeer langen tijd bij 135⁰, neemt men somwijlen in kleine hoeveelheid kleurlooze kristallen waar van een stof, die bij 200⁰ nog niet smelt en eerst bij hooge tempetuur in damp overgaat.

Broomcyaan verhit met absoluten aether, werkt daarop ontledend in.

3. Wordt broomcyaan, gemaakt door sublimatie zonder bijzondere voorzorgen, in een toegesmolten buis bewaard bij gewone temperatuur, dan wordt het na vele maanden omgezet in een amorphe lichtgeel gekleurde massa, in samenstelling beantwoordende aan de formule x N C Br.

4. Scheikundig zuiver broomcyaan blijft onveranderd.

5. Een kleine hoeveelheid vrij broom kan de polymerisatie doen plaats hebben.

6. Het broom schijnt neiging te bezitten om zich te addeeren met broomcyaan N C Br, en dientengevolge de polymerisatie in te leiden. Men zag dan ook in een buis met zuiver broomcyaan en een weinig broom, gedurende maanden alleen hier en daar donker gekleurde druppels; en eerst daarna trad polymerisatie in.

7. Het geel gekleurde polymerisatie-product kenmerkt zich vooral door de verhouding tegenover water bij gewone temperatuur, waarmede het, onder anderen, geeft vrij *broom* en gas (CO_2). Ook bij eenigzins verhoogde temperatuur komt broom vrij.

8. Men beschouwt deze reactie als een duidelijk voorbeeld eener *dissociatie als gevolg van additie.*

9. Dergelijke reacties komen zeker veelvuldig voor. Niet onwaarschijnlijk spelen zij een voorname rol in het plantaardig leven.

10. Het gele polymerisatie-product schijnt grootendeels te bestaan uit een lichaam, ontstaan door een *secundaire* additie, van de formule $N_3C_3 . 3\,Br$, N C Br. In verloop van tijd schijnt evenwel verandering in te treden, af te leiden

uit den meerderen weêrstand, geboden aan den invloed van water bij gewone temperatuur, waarbij het product wellicht meer en meer overgaat in $N_3C_3 . 3 Br$.

11. Het gewone paracyaan (wellicht bestaan er meer) schijnt tot formule te hebben $N_3C_3 . 3 NC$ (of $N_3C_3 . 3 NC$, x NC), en terug te brengen tot dezelfde soort verbindingen als gepolymeriseerd chloorcyaan $N_3C_3 . 3 Cl$ enz., behoorende tot de algemeene formule $N_3C_3 . 3 R$, waarin R voorstelt een rest van een grondstof, of een alkyl, een alkoxyl enz..

De cyaanalkinen (b.v. $N_3C_3 . 3 CH_3$) bezitten een overeenkomstige structuur, zoo ook de esters van paracyaanmierenzuur $N_3C_3 . 3 (CO . OR)$, en niet onwaarschijnlijk tevens een polymeer van cyaanwaterstof, alzoo te beschouwen als $N_3C_3 . 3 H$.

Utrecht 23 April 1886.

BIJDRAGE

TOT DE

KENNIS VAN NORMAAL CYAANZUUR EN AFGELEIDEN.

DOOR

E. MULDER.

Vervolg *).

Het doel der volgende onderzoekingen was in hoofdzaak, om na te gaan, of er na verloop van vele maanden een merkbaar verschil bestaat in het gehalte van ruw product aan normaal cyanuurzuur aethyl. Daaruit toch zou, alhoewel op indirecte wijze, het besluit kunnen getrokken worden, dat normaal *cyaanzuur* aethyl een deel uitmaakt van ruw product. Dit laatste is wel zeer waarschijnlijk na hetgeen voorafging, maar in ieder geval nog niet uitgemaakt.

De bepalingen zijn genoegzaam uitsluitend gedaan met broomwater en sublimaatoplossing. Men heeft evenwel ook andere methoden getoetst, en zal daarover later iets mededeelen.

Bij de bereidingen I en II is telkenmale ongeveer 12 gr. ruw product te gelijk gemaakt (zie later).

Bereiding I. A. Een hoeveelheid van 2,035 gr. versch ruw product gaf met broomwater 0,275 gr. afzetsel (na drie

*) Zie: *Versl. en Meded. d. Koninkl. Akad. v. Wetensch.* Afd. Natuurkunde, 2de Reeks. Deel XX, p. 375.

dagen herleid tot 0,274 gr.), dus 0,0338 gr. op 0,15 gr. product, na aftrek van het gehalte aan alkohol, waarvoor is genomen 40 pCt., of 0,22 gr. afzetsel op 1 gr. van het product.

Van hetzelfde ruwe product (met alkohol) gaf een oplossing van sublimaat 0,604 gr. neêrslag, dus op 0,15 gr. product, na aftrek van het gehalte aan alkohol, 0,0739 gr. of op 1 gr. 0.49 gr. neêrslag.

B. Na een jaar te hebben gestaan, gaf van hetzelfde product (met alkohol) 2,002 gr aan afzetsel met broomwater 0,456 gr. (na drie dagen herleid tot 0,437 gr.), dus 0,0569 gr. op 0,15 gr. product zonder alkohol, of 0,38 gr. op 1 gr. product.

Een hoeveelheid van 2,019 gr. gaf 0,642 gr. neêrslag met sublimaat, dus op 0,15 gr. product zonder alkohol 0,0794 gr. of op 1 gr. product 0,53 gr. neêrslag.

Op 1 gr. van het product (na aftrek van zijn gehalte aan alkohol), heeft men alzoo aan neêrslag met:

Bereiding I.

	Broomwater.	Sublimaatoplossing.
A	0,22 gr.	0,49 gr.
B (na verloop van een jaar) .	0,38 »	0,53 »

Bereiding II. A. Van een andere bereiding versch ruw product gaven 2,001 gr. met broomwater aan afzetsel 0,414 gr. (na drie dagen herleid tot 0,404 gr.); dat maakt 0,0517 gr. afzetsel op 0,25 gr. product zonder alkohol, of 0,34 gr. afzetsel op 1 gr. product.

Een hoeveelheid van 2,021 gr. gaf 1,007 gr. neêrslag met sublimaatoplossing, dus 0,124 gr. op 0,15 gr. product zonder alkohol, of 0,8 gr. op 1 gr. van het mengsel.

B. Na een jaar gaf van hetzelfde ruwe product 1,952 gr. met broomwater 1,047 gr. afzetsel (na drie dagen herleid tot 1,021) overeenkomende met 0,134 gr. afzetsel op 0,15 gr. van het mengsel zonder alkohol, of 0,89 gr. op 1 gr. van het vloeibare mengsel.

Een hoeveelheid van 1,963 gr. gaf met sublimaatoplos-

sing 1,397 gr. neêrslag, dus 0,177 gr. op 0,15 gr. mengsel zonder alkohol, of 1,1 gr. neêrslag op 1 gr. van het vloeibare product.

Berekend op 1 gr. van het vloeibare mengsel (na aftrek van den alkohol) komt dit overeen met:

Bereiding II.

	Broomwater.	Sublimaatoplossing.
A	0,34 gr.	0,8 gr.
B (na een jaar). . .	0,89 »	1,1 »

Het polymeriseeren van normaal cyaanzuur aethyl schijnt zeer wispelturig te wezen. Men wilde werken met een betrekkelijk groote hoeveelheid versch ruw product, en maakte het produkt op dezelfde wijze, alleen werd te gelijk meer (ongeveer 50 gr.) gemaakt, zie hier met welke uitkomst.

Bereiding III. A. Een hoeveelheid van 1,949 gr. versch ruw product gaf 1,03 gr. neêrslag met sublimaatoplossing; dus 0,132 gr. op 0,15 gr. van het vloeibaar mengsel zonder alkohol, of 0,88 gr. op 1 gr. van het mengsel.

B. Na 4 maanden gaf 1,929 gr. aan neêrslag 1,037 gr., bij gevolg 0,134 gr. op 0,15 gr. mengsel zonder alkohol, of 0,89 gr. op 1 gr. van het laatste.

Een hoeveelheid van 1,923 gr. gaf met broomwater 0,805 gr. afzetsel; dat komt overeen met 0,104 gr. op 0,15 gr. van het vloeibare mengsel zonder alkohol, of 0,69 gr. op 1 gr, van het laatste.

C. Na 12 maanden (dus in 't geheel 16 maanden) gaf 2,012 gr. van hetzelfde ruwe product 1,103 gr. neêrslag met subblimaatoplossing, dus 0,137 gr, op 0,15 gr. van het product, na aftrek van den alkohol, of 0,91 gr. neêrslag op 1 gr. vloeistof.

Een hoeveelheid van 1,992 gr. van dit vloeibare product gaf 0,832 gr. afzetsel met broomwater (na twee dagen herleid tot 0,796), hetgeen overeenstemt met 0,104 gr. afzetsel op 0,15 gr. product zonder alkohol, of 0,69 gr. afzetsel op 1 gr. van het mengsel.

Op 1 gr. product (na aftrek van het gehalte aan alkohol) heeft men alzoo:

Bereiding III.

	Broomwater.	Sublimaatoplossing.
A	—	0,88 gr.
B (na 4 maanden). . . .	0,69 gr.	0,89 »
C (na 12 maanden, in 't geheel 16 maanden) . .	0,69 »	0,91 »

Bereiding IV. A. Een hoeveelheid van 1,954 gr. van een ander versch ruw product (waarvan eveneens ongeveer 50 gr. te gelijk was gemaakt) gaf 0,861 gr. afzetsel met broomwater, overeenstemmende met 0,11 gr. op 0,15 gr. der te onderzoeken vloeistof na aftrek van het gehalte aan alkahol, of 0,73 gr. op 1 gr. product. 2,019 gr. leverde op aan neêrslag 1,461 gr. met sublimaatoplossing; alzoo 0,18 gr. op 0,15 gr. product zonder alkohol, of 1,2 gr. op 1 gr. van het vloeibare mengsel.

B. Na een jaar gaf 1,986 gr. van hetzelfde product met broomwater 1,095 gr. afzetsel (na twee dagen herleid tot 1,073 gr.), overeenkomende met 0,137 gr. op 0,15 gr. van het te onderzoeken mengsel zonder alkohol, of 0,91 gr. op 1 gr. van dit product.

1,993 gr. gaf 1,46 gr. neêrslag met sublimaatoplossing, dat stemt overeen met 0,183 gr. op 0,15 gr. product zonder alkohol, of 1,22 gr. op 1 gr. van dit mengsel.

Op 1 gr. product (na aftrek van den alkohol) heeft men dientengevolge:

Bereiding IV.

	Broomwater.	Sublimaatoplossing.
A	0,73 gr.	1,2 gr.
B (na een jaar).	0,91 »	1,22 »

Om de medegedeelde uitkomsten beter te kunnen overzien, zullen de hoeveelheden normaal cyanuurzuur aethyl

worden berekend overeenkomende met die der neêrslagen door broomwater en sublimaatoplossing verkregen. Een veelheid van 1 gr. normaal cyanuurzuur aethyl gaf gemiddeld 1,48 gr. afzetsel met broomwater, en met sublimaatoplossing 2,075 gr. neêrslag. De amido-verbinding is berekend als te zijn n. cyanuurzuur aethyl. Het gehalte aan dit cyanuuraat op 100 gew.-d. ruw product, na aftrek van den alkohol waarvoor is genomen 40 pCt., bedraagt alsdan:

Bereiding I.

	Broomwater.	Sublimaat-oplossing.
A	14,7 pCt.	23,6 pCt.
B (na een jaar).	25,6 »	25,5 »

Bereiding II.

A	22,9 pCt.	38,5 pCt.
B (na een jaar).	60,1 »	53,0 »

Bereiding III.

A	—	42,4 pCt.
B (na 4 maanden) . . .	46,6 pCt.	42,8 »
C (na 12 maanden in 't geheel na 16 maanden).	46,6 »	43,8 »

Bereiding IV.

A	49,3 pCt.	57,8 pCt.
B (na een jaar).	61,4 »	58,7 »

Tot dusverre had men meer vertrouwen in de methode met broomwater dan met sublimaatoplossing ter bepaling van het gehalte aan n. cyanuurzuur aethyl. Zoo kan het b. v. zijn, ingeval namelijk n. cyaanzuur aethyl in overmaat aanwezig is, dat sublimaatoplossing geen neêrslag vormt (tenzij na eenigen tijd te hebben gestaan), terwijl de oplossing opalesceert. Ook veronderstelt men, dat sublimaat bij het neêrslaan van n. cyanuurzuur aethyl tevens eenig n.

cyaanzuur aethyl kan medevoeren, waardoor de gevonden waarden 23,6, 38,5 en 57,8 der ber. I, II en IX zouden te verklaren zijn.

De bepalingen met broomwater, en in zeker opzicht ook die met sublimaatoplossing, schijnen genoegzaam te bevestigen, wat eenige jaren geleden *) is gezegd, dat namelijk n. cyanuurzuur aethyl en n. cyaanzuur aethyl een soort verbinding kunnen vormen, en wel werd dit meer bepaald gezegd van het lichaam van Cloëz. In dit geval zou in ruw product een soort verbinding kunnen zijn van cyanuraat en cyanaat, terwijl ook de alkohol wellicht niet geheel indifferent is, gelijk het geval is in versch ruw product (onder gewone omstandigheden), te beschouwen als te bestaan voor het grootste gedeelte uit $NCOC_2H_5 . C_2H_6O$.

Uit het voorgaande zou dan volgen, dat de polymerisatie van n. cyaanzuur aethyl slechts een zekere grens kan bereiken in ruw product (of ten minste uiterst langzaam kan vorderen); altijd wel te verstaan, aangenomen, dat het ontbrekende is n. cyaanzuur aethyl.

Over andere methoden ter quantitatieve bepaling. Zoutzuur. Hetzelfde product, dat 0,88 gr. neêrslag had gegeven met sublimaatoplossing op 1 gr. (zonder alkohol), gaf bij staan met eenig zoutzuur onder een exsiccator van 2,023 gr. product (met alkohol) aan vaste stof 0,746 gr., die genoegzaam schijnt te bestaan uit cyanuurzuur. Op 1 gr. van het product (zonder alkohol) bedraagt dit 0,61 gr. vaste stof. Een hoeveelheid van 1 gr. n. cyanuurzuur aethyl gaf onder gelijke omstandigheden 0,6 gr. cyanuurzuur. Deze methode zou kunnen dienen om tegelijk cyanuurzuur en cyaanzuur te bepalen; in ieder geval behoort zij nog te worden nagegaan.

Sodaloog. Van hetzelfde product (met alkohol) werd verzeept bij gewone temperatuur (0,4 gr. natrium op 12 C.C. water) een hoeveelheid van 2,034 gr.. Na 12 weken werd bij neutratisatie afgezet 0,187 gr. diaethylcyanuurzuur, of

---

*) *Recueil* III. 153.

0,153 gr. op 1 gr. van het product zonder alkohol. De tijd heeft echter grooten invloed op de uitkomst. Een hoeveelheid toch van 1,993 gr. van hetzelfde product (met alkohol) gaf na verzeeping gedurende 4 weken 0,364 gr. diaethylcyanuurzuur; bij verzeepen in 2 dagen gaven 2 gr. product 0,378 gr., en gedurende 1 dag gaf 2,008 gr. product 0,312 gr. diaethylcyanuurzuur (bij de twee laatste bepalingen was nu en dan geschud). Ook zal de temperatuur invloed uitoefenen.

Ter contrôle werd n. cyanuurzuur aethyl verzeept. Een hoeveelheid van 1,013 gr. gaf na verzeepen gedurende 4 weken 0,647 gr., en verzeepende in twee dagen gaf 1 gr. aan diaethylcyanuurzuur 0,837 gr.. Het schijnt dus wel, dat deze methode wat lastig is in de toepassing, tenzij men totaal verzeept (zie later).

Blijkbaar gaat het diaethylcyanuurzuur langzamerhand over in monaethylcyanuurzuur. Bij verzeepen dan ook van hetzelfde ruwe product met sodaloog, die tweemaal zoo sterk was (0,8 gr. natrium op 12 C.C. water), als altijd bij gewone temperatuur, gedurende vier weken, was de hoeveelheid diaethylcyanuurzuur, die zich afzette te gering om te wegen; maar na vier weken te hebben gestaan krystalliseerde uit de vloeistof na neutralisatie een andere verbinding, in krystallen die effloresceerden onder den exsiccator, blijkbaar monaethylcyanuurzuur. Deze verbinding nader wenschende te leeren kennen, werd een vrij groote hoeveelheid van een nieuwe partij ruw product op dezelfde wijze verzeept. Maar ongelukkigerwijze was de massa wat te lang blijven staan, zoodat bij neutralisatie het bekende zout van cyanuurzuur $C_3 N_3 H_2 Na O_3$ werd afgezet; anders gezegd, de verzeeping was volkomen.

Verzeeping van ruw product met potassa opgelost in alkohol (of water) bij gewone temperatuur *). Na eenigen tijd te hebben gestaan zet zich in kleine hoeveelheid van een krystallijne stof af, en wel van 24 gr. ruw product (met alkohol)

*) *Recueil.* T. III. 308.

als eerste afzetsel 0,3 gr. en als tweede 0,23 gr., beiden zeer oplosbaar in water. Het eerste in water opgelost geeft met alkohol een vloeibaar afzetsel, niet aldus het laatste afzetsel. Geen van beiden schijnt te zijn O C N K, of daarvan slechts zeer weinig te bevatten. De waterige oplossing van het tweede afzetsel gaf met zoutzuur kooldioxyde en met NESSLER's reagens de reactie op ammoniak of amine (niet alvorens zuur te hebben toegevoegd).

De moederloog geeft in een reageerbuisje met zoutzuur zeer duidelijk de reactie van ammoniak of amine. Ook bezit de oplossing dien eigenaardigen sterken reuk, waarvan vroeger gewag werd gemaakt.

Alles schijnt te leiden tot de veronderstelling, dat n. cyaanzuur aethyl $NCOC_2H_5$ onder gemelde omstandigheden niet wordt omgezet in $NCOK$, overgaande in $OCNK$, maar dat de ontleding geschiedt in een anderen zin (wellicht gaat een deel van $NCOC_2H_5$ over in $CNOC_2H_5$, een afgeleide van een carbylamine, gemelden doordringenden reuk gevende).

Een hoeveelheid van ongeveer 72 gr. ruw product werd verzeept met een waterige oplossing van soda (zie vroeger); na verzeeping en neutralisatie met zoutzuur werd de vloeistof grootendeels op een waterbad verdampt, en na afzetten van keukenzout, bij de moederloog platinachloride gevoegd. De hoeveelheid van afgezet dubbelzout liet echter niet toe, daarmede de noodige analysen te verrichten.

Cyanuurzuur aethyl en zoutzuurgas (vervolg) *). Een hoeveelheid van 0,914 gr. cyanuuraat nam door zoutzuurgas 0,183 gr. toe of 16,6 pCt. van het ontstane additie-product. Onder een exsiccator met kalk verminderde het gewicht, om met 0,786 gr. constant te blijven, dus een vermindering van 0,128 gr. of 14,1 pCt.. In dit geval kan worden aangenomen, dat ontstaat $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5 . HCl$ overgaande bij staan in C_2H_5Cl en $N_3C_3 . 2\,OC_2H_5 . OH$ (of gemengd). In deze proef werd het cyanuuraat gesmolten om de opname

*) Zie: *Recueil*, III, 305.

van het gas te bevorderen, maar werd de massa toch spoedig dikvloeibaar. In de volgende proef werd verwarmd bij ongeveer 35°, alzoo nabij de temperatuur van ontleding van het additie-product. Er werd toen meer opgenomen en wel 1,0155 gr. cyanuuraat vermeerderde tot 0,3145 gr. of 23,6 pCt. van het additie-product; bij staan bleef het constant met 0,805 gr., dus na een vermindering van 0,2105 gr.. Blijkbaar was hier ontstaan $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5 . 2\,HCl$, overgaande in $2\,C_2H_5Cl$ en $N_3C_3 . OC_2H_5 . 2\,OH$ (of gemengd).

De verbinding $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5 . HCl$ vordert een toename in gewicht van 14,6 pCt., en $N_3C_3 . 3\,OC_2H_2 . 2\,HCl$ van 25,4 pCt..

Het kristallijne additie-product gemaakt door leiden van HCl in een oplossing van aethylcyanuurzuur in aether, bevatte 21,8 pCt. chloorwaterstof. Bij staan werd de oorspronkelijke hoeveelheid 1,043 gr., na additie 1,335 gr., herleid tot 0,862 gr., dus een verlies van 0.181 gr.. Blijkbaar was hier in hoofdzaak gevormd $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5 . 2\,HCl$, overgaande in $2\,C_2H_5Cl$ en $N_3C_3 . OC_2H_5 . 2\,OH$ (of gemengd). De additie-produkten van cyanuuraat en HCl zijn weinig standvastig.

Uitgaande van de verbinding $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$, $HgCl_2$, bleek dat deze half vloeibaar werd in chloorwaterstof-gas (als altijd werd afgekoeld met water); een hoeveelheid van 0,493 gr. vermeerderde met 0,039 gr. of 7,9 p.c. ($N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$, $HgCl_2 . HCl$ eischt 7,5 pCt.). Na een jaar rust was het gewicht genoegzaam onveranderd gebleven. Een tweede bepaling (0,4605 gr. der verbinding vermeerderde 0,04 gr.) leidde tot genoegzaam eenzelfde uitkomst. Men verwonderde er zich over, dat het gewicht niet verminderde, want de verbinding $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$, $HgCl_2$ smelt eerst bij ongeveer 115°, en niet onwaarschijnlijk volgt uit het half vloeibaar worden door HCl, dat de verbinding $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$, $HgCl_2$ wordt ontleed.

Het behoeft wel niet gezegd, dat de overmaat van chloorwaterstof werd verdreven door zuivere lucht.

Diaethylcyanuurzuur en HCl. Een hoeveelheid van 0,8126 gr. nam toe in gewicht 0,1528 gr. of 15,8 pCt. van het

additie-product (de formule $N_3C_3 . 2 OC_2H_5 . OH, HCl$, of gemengd, vordert 18,9 pCt.). Na geruimen tijd bleef het gewicht constant met 0,651 gr., dus na een vermindering van 0,1616 gr.. Blijkbaar zou er kunnen ontstaan $N_3C_3 . 2 OC_2H_5 . OH . HCl$, of gemengd, bij rust overgaande in $N_3C_3 . OC_2H_5 . 2 OH$, of gemengd, en C_2H_5Cl.

N. cyanuurzuur aethyl en aethyliodide. Het cyanuuraat is zeer oplosbaar in aethyliodide, en wel het gewicht van een mol. cyanuuraat in dat van een mol. iodide ($N_3C_3 . 3 OC_2H_5 = 212,64$: $C_2H_5I = 155,47$) en nog veel minder. Verhit, in de verhouding van een mol. van elk, bij 110° gedurende 32 uren, was een lichaam uitgekrystalliseerd, het overige bleef vloeibaar (bij 80° bleef alles vloeibaar, bij 100° was slechts weinig afzetsel). Men veronderstelt, dat hier geen atomistisch additie-product ontsaat, en eenvoudig wat isocyanuurzuur aethyl wordt gevormd (het smeltpunt was echter na eenmalige omkrystallisatie ongeveer 81°,5). In ieder geval behoort deze reactie te worden vervolgd.

Monamidecyanuurzuur aethyl *). Deze verbinding wordt ook gevormd bij staan van n. cyanuurzuur aethyl met betrekkelijk zeer verdunden ammoniak en wel 20 gr. van 6,05 pCt. en 100 gr. water op 5 gr. n. cyanuurzuur aethyl (vroeger was genomen 22 gr. ammoniak van 6,05 pCt. op 5,34 gr. cyanuuraat) bij gewone temperatuur (in een toegesmolten buis).

B e s l u i t.

Het medegedeelde schijnt te mogen leiden tot deze gevolgtrekkingen.

1. Bij staan gedurende maanden van ruw versch product, schijnt de hoeveelheid normaal cyanuurzuur aethyl zeer merkbaar toe te nemen; waaruit men dan zou mogen besluiten tot de aanwezigheid van n. *cyaanzuur* aethyl.

---

*) Zie *Recueil*, III, 304.

2. Wenscht men te werken met n. *cyaanzuur* aethyl, dan neme men versch ruw product *), maar make er van niet veel meer dan ongeveer 12 gr. te gelijk.

3. De methode ter bepaling van n. cyanuurzuur aethyl met broomwater is te verkiezen boven die met sublimaat, welke afwijkingen vertoont tot nog toe niet te verklaren.

De verzeepingsmethode met sodaloog zal wel geen nauwkeurige uitkomsten kunnen geven, of men zou totaal moeten verzeepen, daar de verbinding $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$ eerst wordt $N_3C_3 . 2\,OC_2H_5 . OH$ (of gemengd), daarna $N_3C_3 . OC_2H_5 . OH$ (of gemengd) en ten slotte $N_3C_3 . 3\,OH$ (of $3\,CO . 3\,NH$).

De methode om te verzeepen met rookend zoutzuur bij gewone temperatuur kan dienst doen vooral, in geval men cyanuurzuur en cyaanzuur aethyl beiden verlangt te bepalen.

4. Werd ruw product en wel ongeveer 72 gr. totaal verzeept met sodaloog bij gewone temperatuur, daarna geneutraliseerd (waarbij kooldioxyde vrijkomt), gefiltreerd, het filtraat grootendeels verdampt, en bij de moederloog van afgezet keukenzout platinumchloride gevoegd, dan ontstond wel van eenig dubbel-zout, maar te weinig, om daarmede de noodige analysen te doen.

5. Bij verzeepen met potassa in alkohol opgelost bij gewone temperatuur, zet zich een kristallijne stof af. Laat men dit bij gedeelten geschieden, en onderzoekt deze afzetsels, dan blijkt daarin geen noemenswaardige hoeveelheid kaliumcyanaat te wezen, terwijl de afzetsels samen eenige decigrammen niet overschrijden, uitgaande van ongeveer 24 gr. ruw product. Te oordeelen naar eenige eigenschappen, is dit afzetsel, ten minste gedeeltelijk wellicht $NH_2 . CO . OK$.

6. Cyanuurzuur aethyl $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$ kan 1 HCl en 2 HCl opnemen en alzoo doen ontstaan $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$, HCl en $N_3C_3 . 3\,OC_2H_5$, 2 HCl, bij gewone temperatuur overgaande, zooals schijnt, in C_2H_5Cl en $N_3C_3 . 2\,OC_2H_5$, OH (of gemengd) en $N_3C_3 . OC_2H_5$, OH (of gemengd). Diaethylcyaanzuur kan opnemen HCl en vormen $N_3C_3 . 2\,OC_2H_5 . OH$.

*) Zie over de bereiding: *Recueil* III, 306.

HCl, zich omzettende wellicht in $N_3C_3 . OC_2H_5 . 2\ OH$ (of gemengd).

7. N. cyanuurzuur aethyl is zeer oplosbaar in aethyliodide. Een betrekkelijk zeer verdunde oplossing van ammoniak is nog in staat om bij gewone temperatuur n. cyanuurzuur aethyl om te zetten in monamidocyanuurzuur aethyl.

In een volgende studie zullen, onder anderen, de uitkomsten worden medegedeeld van verzeepingsbepalingen met ruw product van bereiding III en IV bij gewone temperatuur met rookend zoutzuur, ten einde te weten, of in werkelijkheid 40—50 pCt. n. cyaanzuur aethyl zich aan polymerisatie hebben onttrokken. Ook deze bepalingen zullen ter volvoering eenige maanden vereischen.

Utrecht, 23 April 1886.

OVER DE ONTLEDING

VAN

KALIUMCHLOROCHROMAAT EN KALIUMFLUOCHROMAAT ONDER DEN INVLOED DER WARMTE.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

In verschillende uitgebreide handboeken over anorganische scheikunde, onder anderen in dat van MICHAËLIS (nieuwe uitgave van GRAHAM-OTTO's leerboek), is onder de bereidingswijzen van chloorgas er eene opgenomen, die vooral daarom wordt aanbevolen, omdat het zich ontwikkelende gas zuiver en vooral droog is. In het aangehaalde handboek wordt namelijk opgegeven, dat kaliumchlorochromaat reeds bij 100° C. zijn geheele gehalte aan chloorgas afgeeft.

Telkenmale wanneer ik op mijne lessen over anorganische scheikunde de methoden ter bereiding van chloorgas moest behandelen, werd ik getroffen door de onwaarschijnlijkheid van de boven omschrevene bewering; dat het chloor bij 100° C. in zijn geheel zou ontwijken, kwam mij voor in strijd te zijn met onze denkbeelden en ervaringen omtrent de (zoogenaamde) affiniteit van het halogeen tot kalium.

De twijfel, waaromtrent ik ten aanzien van dit punt verkeerde, leidde mij onlangs tot een onderzoek, waarvan ik de uitkomsten in het volgende wedergeef.

Vooraf echter veroorloof ik mij, kortelijk samen te vatten, wat door vroegere onderzoekers omtrent de ontleding

n kaliumchlorochromaat en kaliumfluochromaat bij ver-
tting is medegedeeld.

SCHAFARIK *) onderzocht, of bij verhitting in glazen va-
ı het chlorochromaat in kaliumchromaat en chromylchlo-
d ontleed werd, hetgeen zou kunnen plaats hebben vol-
ns de reactie:

$$2\left(CrO_2<^{OK}_{Cl}\right) = CrO_2Cl_2 + CrO_4K_2.$$

Volgens hem smelt het zout, scheidt het Cr_2O_3 af, maar
ft het geen CrO_2Cl_2 of slechts sporen daarvan.

A. STRENG †) beweert, dat zich door verhitten van ka-
nchlorochromaat volkomen droog chloorgas laat bereiden
dat er een mengsel overblijft van chroomoxyd, kalium-
omaat en kaliumdichromaat. De ontledingsformule, door
n aangegeven, is de volgende:

$$CrO_2<^{OK}_{Cl}\Big) = Cr_2O_7K_2 + 2(CrO_4K_2) + Cr_2O_3 + 3Cl_2.$$

TRENG zegt echter, dat deze reactie zoo ingewikkeld is,
het de moeite zou loonen, daaromtrent een nader on-
oek in het werk te stellen en te ervaren, of niet nevens
or zuurstof ontwijkt en of niet een deel van het chloor
gblijft. In eene noot voegt hij er aan toe, dat volgens
loopige proeven, door hem genomen, het chloor tot op
kleine hoeveelheid schijnt te worden verwijderd en dat
ns chloor inderdaad ook zuurstof ontwijkt.

olgens GENTELE §) geeft het zout bij 100° C. zijn ge-
e gehalte aan chloor af. Het is waarschijnlijk, dat
IAËLIS deze bewering als de uitdrukking der waarheid
ijn leerboek heeft opgenomen, zonder op de tot twijfel
nde uitkomsten van STRENG te letten.

Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der *l. Akad. der Wissenschaften*. Wien 47, 2e Abth., p. 255.

LIEBIG's *Annalen*, 129, p. 226.

GMELIN's *Lehrbuch*. Laatste uitgaaf, I 2, 347.

Bij het onderzoek, dat ik mij voornam uit te voeren, overtuigden mij eenige voorloopige proeven, dat, bij verhitting van het kaliumchromaat in eene opene porceleinen kroes boven de gasvlam, wel is waar chloorgas ontweek, maar dat, zelfs na eene verhitting gedurende eenige uren, eene zeer aanzienlijke hoeveelheid chloor terugbleef.

Het meer nauwkeurig onderzoek van de producten, die bij de ontleding van het zout in de hitte ontstaan, werd op de volgende wijze uitgevoerd.

In een glazen kolfje van 30—50 C.C. inhoud, werd ongeveer 1½—2 gram op 90° C. gedroogd kaliumchlorochromaat gebracht. Daarop werd het verbonden met een toestel, die een voortdurenden stroom droog koolzuur kon leveren. Nu eens werd de verhitting uitgevoerd zonder dat van de ontwekene gassen of dampen rekening werd gehouden, en een andermaal werd, om de ontleding zooveel mogelijk op den voet te kunnen volgen, het kolfje aan de andere zijde verbonden met twee Weber'sche bolbuizen, bevattende een overmaat van kaliumiodiedoplossing; het uiteinde der tweede bolbuis was weder verbonden met eene ontwikkelingsbuis, die gemakkelijk onder eene klok met sterke kaliloog, staande in een bak met hetzelfde vocht, kon worden gebracht.

Nadat de toestel met koolzuur was gevuld, werd de klok boven de opening der ontwikkelingsbuis geplaatst en met de verhitting begonnen, terwijl steeds een langzame stroom koolzuur werd doorgeleid. De verhitting werd nu zoolang voortgezet, totdat de dunne laagjes gesmolten zout, die zich langs den binnenwand van het kolfje hadden verspreid, donkerrood gloeiend waren geweest en zich geene gasbelletjes meer daaruit ontwikkelden. Daarna liet men het kolfje langzaam bekoelen en werd steeds koolzuur doorgeleid, om de laatste hoeveelheden ontwikkeld gas weg te voeren.

Bij het begin der verhitting ontwikkelde zich korten tijd een bruingeel gas, damp van chromylchloried met chloorgas gemengd. De aanwezigheid van het eerste kon worden aangetoond, doordien het gas in de Weber'sche bolbuizen aanleiding gaf tot eene zeer geringe hoeveelheid chroomzuur kalium, die in baryumchromaat kon worden omgezet.

Na weinige oogenblikken was echter de bruinachtig gele kleur van het ontwijkende gas verdwenen.

Het is niet zeker aan te geven, waarom deze kleine hoeveelheid chromylchloried zich slechts in het begin vormt; misschien moet het worden toegeschreven aan een spoor van zoutzuur, dat, niettegenstaande het drogen van het fijngepoederde zout, hardnekkig aan de kristalmassa blijft hechten *) en bij verhitting aanleiding zou kunnen geven tot de volgende omzetting:

$$CrO_2{<}^{OK}_{Cl} + 2\,HCl = CrO_2Cl_2 + H_2O + KCl$$

Het verdere beloop der reactie is gemakkelijk verstaanbaar. Door de weging van het kolfje vóór en na de proef kan het gewichtsverlies worden bepaald. In de bolappararaten verzamelt zich eene hoeveelheid iodium, aequivalent aan de hoeveelheid uitgedreven chloor; in de glazen klok verzamelt zich zuurstof en het in 't kolfje teruggeblevene stelt ons in staat om te bepalen, welke verbindingen zijn teruggebleven en welke de onderlinge verhouding daarvan is.

Zie hier nu de uitkomsten van een paar der best gelukte quantitatieve analysen, op die wijze verricht:

A. 1) 1.6540 gr. chlorochromaat verloren 0.2332 gr. aan gewicht.

Van het gewichtsverlies (14.1 pCt) was, naar de hoeveelheid iodium, die was vrij geworden (0.5624 gr.), 0.1571 gr. chloor = 9.5 pCt. en alzoo 0.0761 gr. zuurstof = 4.5 pCt. †)

2) Uit dezelfde hoeveelheid zout werd gevormd 0.3440 gr. Cr_2O_3 = 20.8 pCt.

---

*) Ik herinner hier, dat kaliumchlorochromaat niet zonder ontleding uit water kan worden omgekristalliseerd.

†) De hoeveelheid afgescheiden zuurstof werd niet door meting van het volumen bepaald; het was mij, bij het opvangen van het gas voornamelijk te doen, om de aanwezigheid daarvan bepaald aan te toonen. Naar het volumen gas te rekenen verkreeg ik 3.5 pCt. O in plaats van 4.5 pCt. Het ontbrekende mag wel aan absorptie in de gebezigde kali worden toegeschreven.

3) Uit het residu werd verkregen 0.7013 gr. $AgCl = 0.1736$ gr. $Cl = 10.5$ pCt.

B. 1) 2.0670 gr. chlorochromaat verloren 0.3248 gr. aan gewicht.

Van het gewichtsverlies (15.7 pCt.) was, naar de hoeveelheid vrij geworden iodium te rekenen (0.7830 gr.), 0.2189 gr. chloor = (10.6 pCt.) en alzoo 0.1059 gr. zuurstof (5.1 pCt.).

2) Uit dezelfde hoeveelheid werd verkregen 0.4560 gr. $Cr_2O_3 = 22.1$ pCt.

3) Uit het residu werd verkregen 0.7684 gr. $AgCl = 0.1901$ gr. $Cl = 9.2$ pCt.

Hieruit berekent men de volgende formule van ontleding.

$$4\left(CrO_2<^{OK}_{Cl}\right) = K_2Cr_2O_7 + Cr_2O_3 + 2\,KCl + Cl_2 + O_2$$

Vergelijkt men de uitkomsten der analyse met de cijfers, welke uit deze formule worden afgeleid, zoo verkrijgt men het volgende:

Formule:

Gewichtsverlies ($Cl_2 + O_2$)	14.7 pCt.	{ 10.1 pCt. Cl 4.6 » O
Chroomoxyd	21.7 »	
Cl in het residu	10.1 »	

Analyse A:

Gewichtsverlies 14.1 pCt.	{ 9.5 pCt. 4.6 »	Cl O
	20.8 »	Cr_2O_3
	10.5 »	Cl in het résidu

Analyse B:

Gewichtsverlies 15.7 pCt.	{ 10.6 pCt. 5.1 »	Cl O
	22.1 »	Cr_2O_3
	9.2 »	Cl in het résidu

Ter bevestiging van de formule mag nog strekken, dat ik eenige malen eene zekere hoeveelheid van het chlorochromaat in buizen van hard glas met afleidingsbuis, hetzij in de lucht

hetzij in koolzuur heb verhit, het residu met water heb uitgetrokken en na filtratie het vocht aan vrijwillige verdamping heb blootgesteld. Daarbij werd eerst kaliumdichromaat en later kaliumchloried afgescheiden; slechts één enkele maal was van eene gele uitbloemende massa (kaliumchromaat) iets te bespeuren, waarschijnlijk een gevolg van te lange en hevige verhitting.

Het verhitten van kaliumchlorochromaat in opene porceleinen kroezen voert tot eenigzins afwijkende uitkomsten, vooral wanneer de ontleding wat lang wordt voortgezet. Bij dikke lagen kan de ontleding niet snel voortgaan, en daarentegen komen als storende invloeden vooral in aanmerking: 1°. vervluchtiging van chloorkalium; 2°. ontleding van kaliumdichromaat $2\,K_2Cr_2O_7 = 2\,K_2CrO_4 + Cr_2O_3 + O_3$ en; 3°. vorming van kaliumchromaat door de wisselwerking van chloorkalium, chroomoxyd, zuurstof en uit de vlamgassen afkomstigen waterdamp ($Cr_2O_3 + 4\,KCl + 2\,H_2O + O_3 = 2\,CrO_4K_2 + 4\,HCl$) *).

In de boven aangehaalde verhandeling van Streng wordt ook melding gemaakt van de ontdekking van het kaliumfluochromaat en van de ontleding, die dit zout bij verhitting in glazen en platina toestellen ondergaat.

Streng vond, op een spoor hygroscopisch water na, de samenstelling van het fluochromaat geheel overeenkomstig met die van het chlorochromaat. Hij komt tot het resultaat, dat zich bij verhitting van het droge zout in een van de lucht afgesloten platinatoestel, fluorgas moet ontwikkelen. Proeven in een *glazen* retort gaven hem eerst zuurstof en later fluorsilicium. Of daarbij aanvankelijk nevens zuurstof ook fluor in vrijheid wordt gesteld, laat hij voorloopig in het midden.

Het komt mij waarschijnlijk voor, dat de wijze waarop

---

*) Ik heb mij overtuigd, dat bij gloeiing van chroomoxyd met chloorkalium in een open porceleinen kroes boven de gasvlam, al spoedig zeer merkbare hoeveelheden kaliumchromaat worden gevormd.

zich het fluochromaat ontleedt, geheel analoog is aan die waarop zich het chlorochromaat gedraagt. Ik vind voor dat vermoeden een steun in de uitkomsten, die door STRENG zelf ten aanzien van het verlies bij gloeiing en van het fluorgehalte in het residu worden medegedeeld.

Hij vond voor het eerste, al naarmate de verhitting korter of langer werd voortgezet, in 8 proeven 7.56—11.17 pCt. gewichtsverlies en in het residu in 4 proeven 4.0, 5.51, 6.40 en 7.62 pCt. fluor.

Neemt men als ontledingsformule aan:

$$4\left(Cr\,O_2{<}{OK \atop Fl}\right) = Cr_2\,O_7\,K_2 + Cr_2\,O_3 + 2\,K\,Fl + Fl_2 + O_2$$

dan berekent men als gewichtsverlies ($O_2 + Fl_2$) 11.0 pCt. en als fluorgehalte van het residu 6.02 pCt.

Een paar voorloopige proeven, door mijzelf genomen ten aanzien van het gloeiverlies, bevestigen de opgaven van STRENG (Ik verkreeg in gedekte platinakroezen een gewichtsverlies van 10.1—10.7 pCt). De afwijkingen, die tusschen de verkregen en de berekende cijfers worden waargenomen, laten zich gemakkelijk daardoor verklaren, dat de verhitting of te kort of te lang heeft geduurd. Bij te langdurige verhitting toch kan het gloeiverlies toenemen door vervluchtiging van fluorkalium.

Merkwaardig is het, dat men (STRENG heeft dit reeds opgemerkt) in de ontleding van droog kaliumfluochromaat een middel heeft, om zich droog fluorgas (nevens zuurstof) te bereiden en dat nog niemand verder er aan heeft gedacht, om deze reactie te bezigen tot het bereiden van fluor of tot het bestudeeren van de werking, die fluor op oplossingen van alcaliën uitoefent.

Delft, 26 Maart 1886.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 29 Mei 1886.

Tegenwoordig de Heeren: Buys Ballot, Voorzitter, Zeeman, Place, Stokvis, Behrens, Mac Gillavry, Hubrecht, Brutel de la Rivière, Mulder, van 't Hoff, Baehr, Hoffmann, Koster, Zaaijer, Suringar, Hoek, Michaëlis, Bierens de Haan, Schols, van Diesen, Bosscha, van de Sande Bakhuyzen, van Bemmelen, Franchimont, Forster, Pekelharing, Schoute, Rijke, A. C. Oudemans Jr., Engelmann, Korteweg, Donders, Rauwenhoff en C. A. J. A. Oudemans, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt, behoudens eene kleine wijziging in de redactie, goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. J. W. Bremer, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 7 April 1886; 2°. van Naamen, Secretaris der Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale welvaart te Zwolle, Mei 1886; 3°. A. Lameere, Secretaris der Société entomologique de Belgique te Brussel, 15 Mei 1886; 4°. den Directeur van het Observatoire royal te Brussel, 20 Mei 1886; 5°. E. Reusens, Bibliothecaris der Université catholique te Leuven, 12 Mei 1886; 6°. P. Willems, Leuven, 13 Mei 1886;

7°. P. J. van Beneden, Leuven, 14 Mei 1886; 8°. P. L. Sclater, Secretaris der zoological Society te Londen, 17 Mei 1886; 9°. den Directeur van het hydrographic Department te Londen, 18 Mei 1886; 10°. R. Owen, Londen, 20 Mei 1886; 11°. W. H. M. Christie, Directeur van het royal Observatory te Greenwich, 17 Mei 1886; 12°. H. White, Bibliothecaris der Cambridge philosophical Society te Cambridge, 18 Mei 1886; 13°. W. Thomson, Glasgow, 17 Mei 1886; 14°. C. Piazzi Smyth, Directeur van het royal Observatory te Edinburg, 22 April 1886; 15°. W. E. Hoyle, Bibliothecaris der royal physical Society te Edinburg, 17 Mei 1886; 16°. den Bibliothecaris der royal Dublin Society te Dublin, 18 Mei 1886; 17°. Curtius, Secretaris der kön. Akademie der Wissenschaften te Berlijn, 26 Mei 1886; 18°. Luther, Directeur der kön. Universitäts-Sternwarte te Koningsbergen, 24 Mei 1886; 19°. B. Windscheid, Leipzig, 25 Mei 1886; 20°. H. Kreutz, Bibliothecaris der kön. Sternwarte te Kiel, 26 Mei 1886; 21°. Bonola, Secretaris der Société khédiviale de Géographie te Cairo, 20 April 1886; 22°. L. Cruls, Directeur van het Observatoire impérial te Rio Janeiro, 24 April 1886; 23°. O. Doering, Voorzitter der Academia nacional de Ciencias te Cordoba, 30 April 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 28 April 1886; 2°. G. H. Ferguson, 's Gravenhage, 30 April 1886; 3°. A. Kluyver, Secretaris der Maatschappij van Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 1886; 4°. den Directeur van het Institut royal géologique te Budapest, 6 Mei 1886; 5°. E. Fergola, Secretaris der R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche te Napels, 15 April 1886; 6°. G. Storm, Secretaris der videnskabs-Selskabet te Christiania, 31 Maart 1886; 7°. den Directeur van het Musée public te Moscou, 26 Maart 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Twee missiven van den Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken (28 April en 14 Mei 1886), de kennisgeving behelzend, dat het Z. M. den Koning behaagde, de benoemingen goed te keuren van den Heer C. H. D. Buys Ballot tot Voorzitter, den Heer J. D. van der Waals tot Onder-Voorzitter der Natuurkundige Afdeeling, en van de Heeren C. A. Pekelharing te Utrecht, P. H. Schoute te Groningen en J. Forster te Amsterdam tot gewone; de Heeren R. Clausius te Bonn en C. Gegenbaur te Heidelberg tot buitenlandsche, en de Heeren J. P. van der Stok te Batavia en R. Fennema te Buitenzorg tot correspondeerende leden der Koninklijke Akademie van Wetenschappen.

2°. Brieven van de Heeren Pekelharing, Schoute, Forster en Clausius, waarin zij, dank zeggend voor de hun ten deel gevallen onderscheiding, verklaren, het lidmaatschap der Akademie aan te nemen.

Naar aanleiding dezer kennisgeving, worden de eerstgenoemde drie heeren de vergaderzaal binnengeleid door de Heeren van 't Hoff en Hoek, en door den Voorzitter verwelkomd.

3°. Eene missive van den Heer C. J. Kool, thans te Pisa, vroeger ingenieur van 's Rijks Waterstaat in Nederland, ter begeleiding eener verhandeling: »Sur la répartition des vitesses parmi les molécules d'un gaz", welke hij in de werken der Akademie wenscht opgenomen te zien. De Voorzitter benoemd tot rapporteurs over dien arbeid de Heeren van der Waals en Lorentz. Aan deze Heeren, niet ter Vergadering tegenwoordig, zal van hunne benoeming kennis worden gegeven.

4°. Eene missive van den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken (16 Mei 1886), waarin Z.E., terugkomende op een schrijven der Afdeeling van 7 Februari 1874, N°. 10, waarin de wenschelijkheid betoogd werd om eene nieuwe geologische kaart van Nederland, op grooter schaal dan de eerste, uitverkochte, te doen bewerken — verklaart, deze aangelegenheid thans in overweging te willen nemen, en mitsdien de Afdeeling verzoekt Z.E. te die-

nen van advies. De Minister wenscht bepaaldelijk te vernemen, waarin de aan te brengen verbeteringen behooren te bestaan; aan wie de bewerking ware toe te vertrouwen; op welke wijze zij zoude geschieden; op welke schaal de kaart vervaardigd zou moeten worden, met het oog: zoowel op de voorhanden topographische kaarten als op de aansluiting met de kaarten van naburige rijken; welke kosten aan de onderneming verbonden en hoeveel tijd daarmede gemoeid zoude zijn. — Tevens ontving de Minister gaarne een kritisch overzicht van de methode en de uitkomsten der bewerking van de geologische kaarten van Duitschland en België.

De Voorzitter, die de belangrijkheid en den omvang der vragen in het licht stelt, acht het wenschelijk, allereerst eene Commissie te benoemen, aan welke de taak wordt opgedragen: niet om nu reeds een concept-antwoord aan den Minister gereed te maken, maar wél de Afdeeling omtrent het te geven antwoord voor te lichten, wellicht ook den weg te wijzen om tot een juist antwoord op sommige ingewikkelde vragen te geraken. — Dit denkbeeld wordt door den Heer DONDERS ondersteund en door de Vergadering goedgekeurd. De Voorzitter wenscht de aldus omschreven taak alsnu toevertrouwd te zien aan de Heeren BEHRENS, MARTIN en VERLOREN, en hun verlof te geven, zoo zij zulks mochten verlangen, zich met nog twee andere leden der Afdeeling in verbinding te stellen. De Heer BEHRENS neemt de opdracht aan. Aan de beide andere Heeren, niet ter vergadering tegenwoordig, zal van hunne benoeming kennis worden gegeven.

5°. Een brief van Heeren Directeuren van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem (24 April 1886), ter begeleiding van een exemplaar der »Liste alphabétique de la correspondance de CHRISTIAAN HUYGENS qui sera publiée par la Société hollandaise des Sciences de Harlem". In dien brief wordt gewezen op het voorbericht der brochure, waarin de aard der bemoeiing van heeren Directeuren ten opzichte van de uitgave van HUYGENS werken, naar hunne meening, meer overeenkomstig hunne bedoeling wordt uitgedrukt dan

het geval is geweest in het Verslag van den Staat en de Werkzaamheden der Akademie, in het vorige jaar aan den Koning aangeboden en opgenomen in het onlangs verschenen *Jaarboek* van 1885. De inhoud van dezen brief zal een onderwerp van beraadslaging uitmaken in de bestuursvergadering der Akademie op 19 Juni e.k. en de Afdeeling in eene buitengewone Vergadering op 26 Juni e.k. bekend worden gemaakt met de beschouwingen bij die gelegenheid gevoerd, en gelegenheid hebben eene beslissing te nemen.

— De Voorzitter deelt mede, dat in de Vereenigde Zitting der Afdeelingen op 24 April j.l. besloten is, aan de Natuurkundige Afdeeling de beslissing te laten ten opzichte van het afvaardigen van eenig lid der Akademie naar het congrès d'hydrologie et de climatologie te Biarritz. De Akademie kan niet verder gaan dan hem, die dit congres zou wenschen bij te wonen, een brief van introductie meê te geven. Op de vraag of nu reeds een der aanwezigen zich bereid verklaart de Akademie op het congres te vertegenwoordigen, wordt geen antwoord vernomen.

— De Secretaris wenscht dat de Voorzitter, evenals vroeger onder dergelijke omstandigheden, eene Commissie benoeme, waaraan het opstellen van een brief aan den Hoogleeraar van Beneden, bij gelegenheid der viering van zijne 50-jarige ambtsvervulling op 20 Juni e. k., worde opgedragen. Daar tegen het inwilligen van dit verzoek geen bezwaren worden vernomen, noodigt de Voorzitter de Heeren Engelmann, Hubrecht en Hoffmann uit, zich met de samenstelling van een dusdanig adres te belasten. Deze heeren, allen tegenwoordig, nemen die opdracht aan.

— Aan de orde is het advies der Commissie voor Standaardmeter en -kilogram ten opzichte van het antwoord, te richten tot Z E. den Minister van Koloniën, op Z.E.'s missive van 19 Maart 1886, N°. 38. — De Commissie adviseert op gronden, in haar adres breedvoerig toegelicht : »aan den Minister van Koloniën de brieven en bescheiden, ter

kennisse der Afdeeling gebracht, terug te zenden met het bericht, dat, naar het gevoelen der Afdeeling, de nauwgezette wegingen, door den Hoogleeraar J. A. C. OUDEMANS verricht, eene verificatie der voor Indië bestemde gewichtsstukken, van wege de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram, overbodig maken."

Deze conclusie wordt goedgekeurd en den Secretaris mitsdien opgedragen, den Minister in bovenbedoelden zin te antwoorden.

— De Heer BEHRENS vestigt de aandacht op het feit, dat er personen bestaan, en hijzelf behoort tot dit aantal, die òf de geur van bloemen, voor anderen zeer goed waarneembaar, niet gewaar worden; òf geuren aan bloemen ontdekken, door anderen reukeloos genoemd; òf bij hunne vergelijking van zulke geuren met die van andere bloemen, zeer aanzienlijk afwijken van de meening, die daaromtrent als de heerschende beschouwd kan worden. Hij licht een en ander met medegebrachte voorwerpen toe. — De juistheid der vergelijking van het beschreven verschijnsel met het daltonisme, wordt door den Heer DONDERS bestreden, hoewel hij de wenschelijkheid toegeeft, dat de oorzaak der besproken afwijkingen nader worde onderzocht.

— De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN spreekt over de oorzaak der persoonlijke fouten bij het waarnemen van doorgangen van sterren, en meent die gevonden te hebben in de meerdere of mindere helderheid dezer hemellichamen, m. a. w. in den korter tijd, noodig om een sterker, en den langer tijd, noodig om een zwakker stralende ster te onderscheiden. Hij beschrijft verder het werktuig, door hem gebruikt om de juistheid zijner opvatting proefondervindelijk te staven. — De voordracht lokt eene discussie uit tusschen den Spreker en de Heeren DONDERS en BUYS BALLOT, van welke de eerste eenigen twijfel voedt aangaande de identiteit der waarnemingen, bij den doorgang van sterren aan den hemel, en bij het vallen van een scherm vóór een kunstlicht verricht, en het recht dat men dus heeft om de ge-

volgtrekkingen, afgeleid uit laatstgenoemde proeven, van kracht te verklaren ten opzichte der verschijnselen aan den hemel. — Na eene repliek van den Spreker verklaart de Heer DONDERS zich bereid, over de zaak na te denken en zijne bevinding later mede te deelen.

— De Heer SCHOLS biedt voor de boekerij der Akademie aan: Waterbouwkunde 4e deel, 2e gedeelte, 1e Aflevering.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de vergadering gesloten.

RAPPORT DER COMMISSIE

VOOR

STANDAARDMETER EN -KILOGRAM.

(Uitgebracht in de Vergadering van 29 Mei 1886).

In zijnen brief van 19 Maart l.l., lett. F, N⁰. 38, deelt de Minister van Koloniën aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, afdeeling Natuurkunde, mede, dat in het begin van het jaar 1884 de Indische Regeering eenige standaardgewichten voor den dienst van het ijkwezen aldaar, ter herstelling en verificatie, naar Nederland heeft gezonden en tevens het verzoek heeft gedaan om een nauwkeurig geverifieerd stel gouden of platina milligramgewichten te mogen ontvangen ter vervanging van het in 1867 uitgezonden en door de Commissie voor Standaardmeter en -Kilogram geverifieerde stel, dat, van aluminium vervaardigd, gebleken is niet tegen de nadeelige invloeden van het Indisch klimaat bestand te zijn.

De Minister bericht dat, tot een en ander, ons medelid Dr. J. A. C. Oudemans, op het verzoek van Zijne Excellentie, zijne gewaardeerde tusschenkomst heeft verleend en de voor Indië verlangde voorwerpen in gereedheid heeft gebracht. In verband met een vroeger door den toenmaligen Minister van Koloniën te kennen gegeven voornemen, om de verificatie der gewichtstukken op te dragen aan de Commissie voor Standaardmeter en -Kilogram, opperde Dr. Oudemans de vraag of eene verificatie, na de door hem verrichte wegingen, nog wel noodig was, en stelde hij aan den Minis-

ter voor, hierover het gevoelen van de Akademische Commissie zelve in te winnen. Overeenkomstig dit voorstel worden door den Minister aan de afdeeling Natuurkunde de over deze zaak gewisselde regeeringsstukken, benevens het uitvoerige verslag van Dr. Oudemans over zijne wegingen overgelegd.

Uwe Commissie heeft met belangstelling kennis genomen van de omvangrijke en nauwkeurige wegingen, welke ons medelid heeft verricht om op de meest volledige wijze zich te kwijten van de taak, welke de Minister van Koloniën hem had opgedragen. Het is haar uit het verslag van Dr. Oudemans gebleken, dat deze het Indische standaardkilogram N°. 4 heeft vergeleken bij de standaardkilogrammen N°. 5 en N°. 7, behoorende: het eerstgenoemde aan het physisch kabinet der Universiteit te Utrecht, het tweede aan het physisch kabinet der Universiteit te Amsterdam, alsmede met het kilogram P″, berustende in de afdeeling Meten en Wegen der polytechnische School te Delft. De standaarden N°. 5 en N°. 7 zijn in 1857, met N°. 4 en nog vier andere, onder toezicht van Prof. Stamkart vervaardigd en door wijlen dit ons medelid en twee andere leden der Commissie, Lobatto en Oudemans, met den platinastandaard vergeleken, welke vergelijking in 1881 werd herhaald. Hetzelfde was het geval met het kilogram *P″*.

Ofschoon de herleiding van het gewicht van den standaard N°. 4 tot dat van het platinakilogram, naar gelang zij geschiedt door tusschenkomst der vergelijkingen met N°. 5 en N°. 7, of door tusschenkomst der vergelijkingen met *P″*, tot uitkomsten leidt, welker verschil grooter is dan de waarschijnlijke grens der nauwkeurigheid, welke de wegingen van Prof. Oudemans toelaten, is dit verschil noch voor het ijkwezen, noch zelfs voor de hoogste eischen van wetenschappelijke toepassing van eenig belang te achten. Het bedraagt ,7 milligram en met zeer hoogen graad van waarschijnlijkheid moet het toegeschreven worden aan eene voortdurende langzame gewichtsvermindering, welke het kilogram P″ ondergaat.

De zoo zorgvuldige wegingen, door ons medelid Oudemans

verricht, zoowel die ter verificatie van het standaardgewicht N°. 4, als die ter bepaling van het gewicht van de stukken voor het ijkwezen, acht de Commissie meer dan voldoende om de juiste waarde dier stukken met wetenschappelijke nauwkeurigheid vast te stellen. Eene herhaling daarvan schijnt haar doelloos en zij heeft mitsdien de eer aan Uwe Afdeeling te adviseeren: »aan den Minister van Koloniën de brieven en bescheiden, welke Z.E. haar deed toekomen, terug te zenden, met het bericht dat, naar het gevoelen der Afdeeling, de nauwgezette wegingen, door Prof. J. A. C. Oudemans verricht, eene verificatie der voor Indië bestemde gewichtsstukken, van wege de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram, overbodig maken."

De Commissie van Standaardmeter en -kilogram,

J. BOSSCHA.

J. A. C. OUDEMANS.

A. D. van RIEMSDIJK.

H. G. van de SANDE BAKHUYZEN.